# المستقيمات الخاصة في المثلث

## تصميم الدرس

1. الارتقاع
2. المحور
3. المتوسط
4. منصف زاوية
5. المثلث المتساوي الساقين

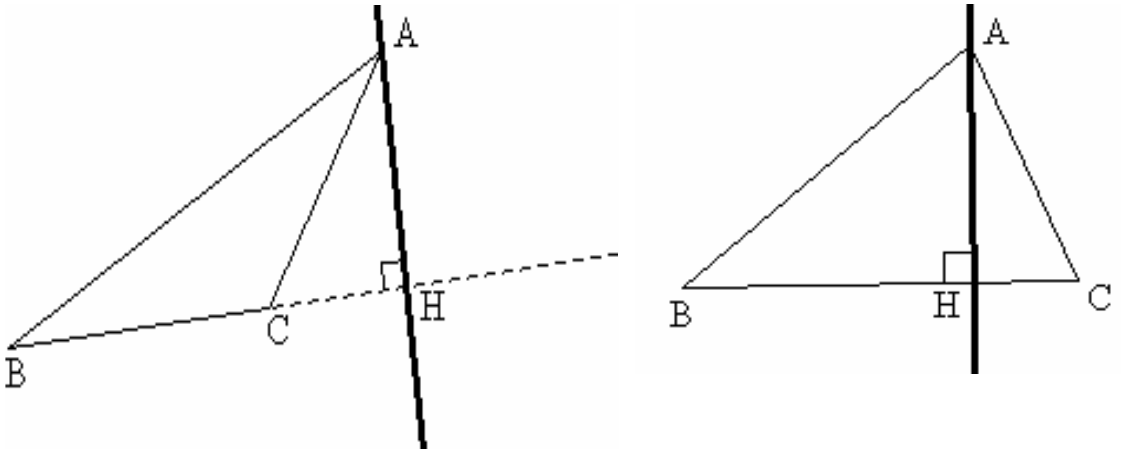
- تمارين و مشكلات
- تصحيح تمارين و مشكلات

https://prof27math.weebly.com/

## • 1.الارتفاع :

**تعريف**

**نسمي ارتفاعا في مثلث، المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس هذا المثلث و يعامد الضلع المقابل لهذا الرأس.**



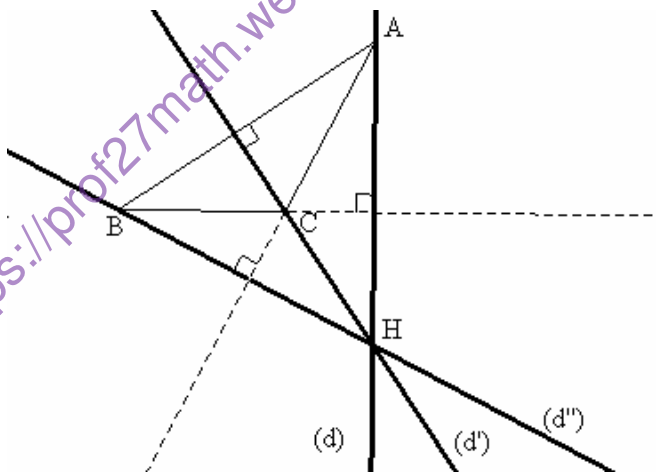

المستقيم (AH) هو الذي يشمل الرأس A. هو ايضا الارتفاع المتعلق بالضلع [BC].
ملاحظة: كل من القطعة [BC] و الطول AH يسمى أيضا ارتفاعا.

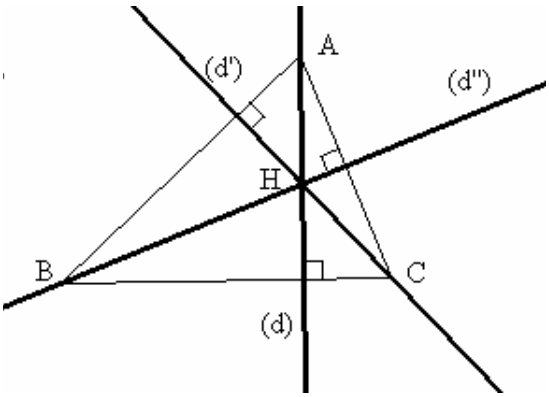
**خاصية:**

**في مثلث، الارتفاعات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة.**

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/



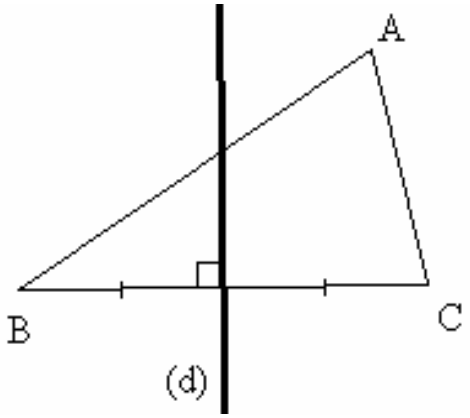




الارفاعات الثلاثة (d) ، (d') ، (d'') تتقاطع في النقطة H.

## 2. المحور :

**تعريف:**

**نسمي محورا في مثلث ، محور أحد اضلاعه.**



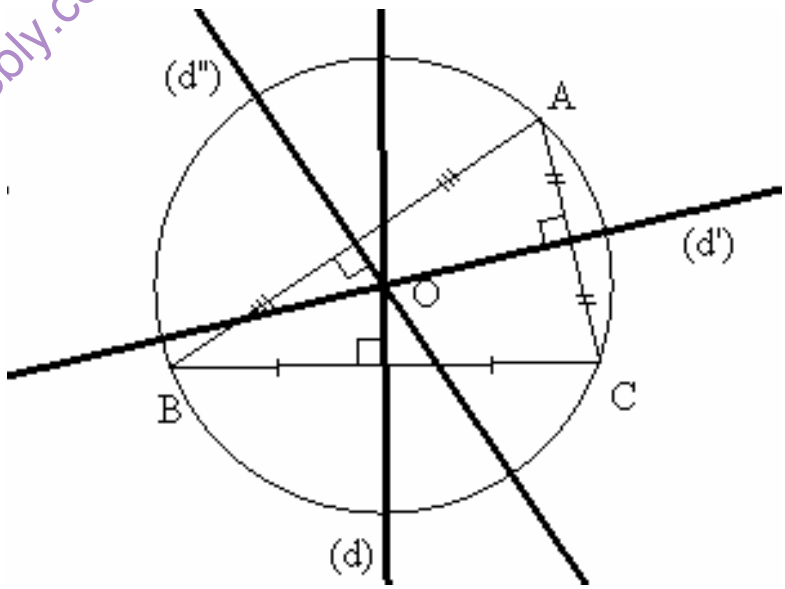

(d) هو محور القطعة [BC] وهو محور المتعلق بالضلع [BC] في المثلث ABC.

**خاصية:**

**في مثلث، المحاورالثلاثة تتقاطع في نفس النقطة وهي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.**

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

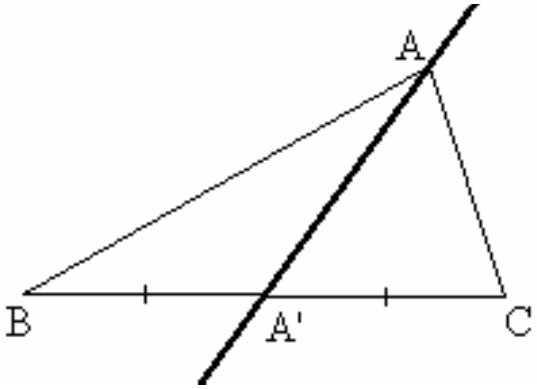



المحاور الثلاثة (d) ، (d') ، (d'') تتقاطع في النقطة O، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC..

## 3. المتوسط :

**تعريف:**

**نسمي متوسطا في مثلث، المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس هذا المثلث و يشمل منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.**



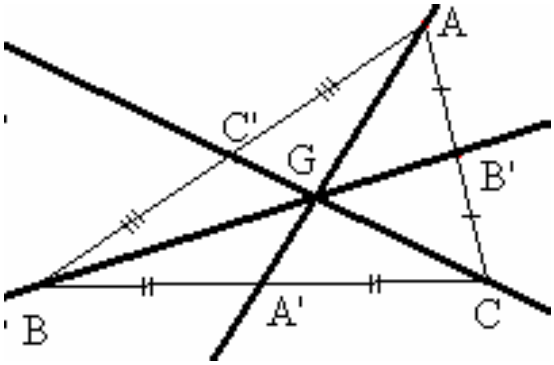

(AA') هوالمتوسط الذي يشمل الرأس A. هو ايضا المتوسط المتعلق بالضلع [BC].

**خاصية 1:**

**في مثلث، المتوسطات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة و تسمى مركز ثقل هذا المثلث.**

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

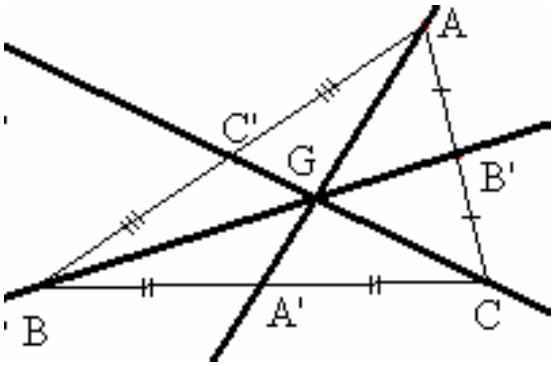
https://prof27math.weebly.com/




المتوسطات الثلاثة (AA') ، (BB') ، (CC') تتقاطع في النقطة G،
مركز ثقل المثلث ABC..

**خاصية 2:**

**في مثلث، مركز الثقل متواجد على $\frac{2}{3}$ من كل متوسط ابتداء من كل رأس.**




G مركز ثقل المثلث ABC فإن :

$$AG = \frac{2}{3} AA' \quad \text{و} \quad BG = \frac{2}{3} BB' \quad \text{و} \quad CG = \frac{2}{3} CC'$$

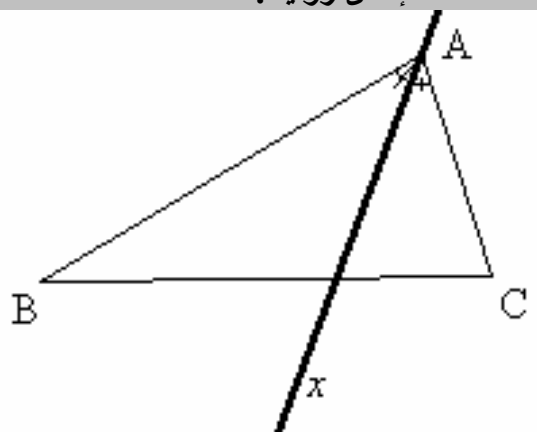
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

## 4. منصف زاوية :

**تعريف:**

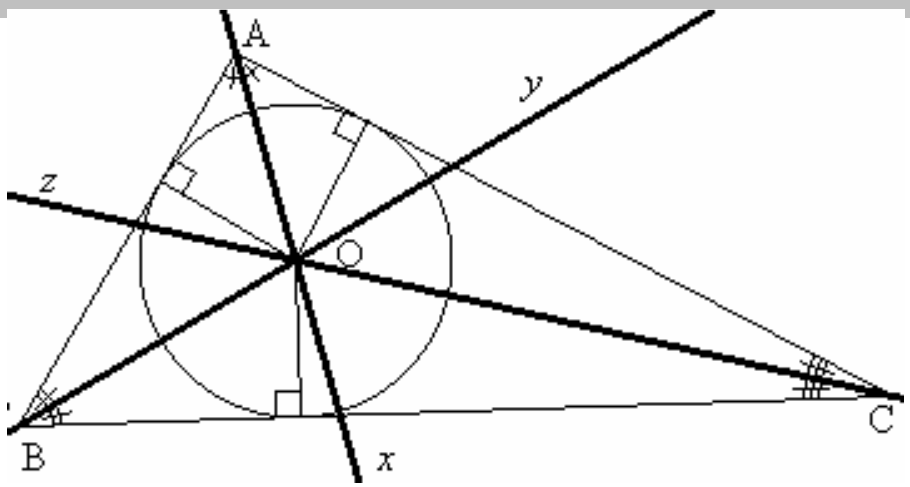
**نسمي منصفا في مثلث ، منصف إحدى زواياه.**




(Ax) هو منصف الزاوية BAC وهو منصف في المثلث ABC.

**خاصية:**

**في مثلث، المنصفات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة وهي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث.**



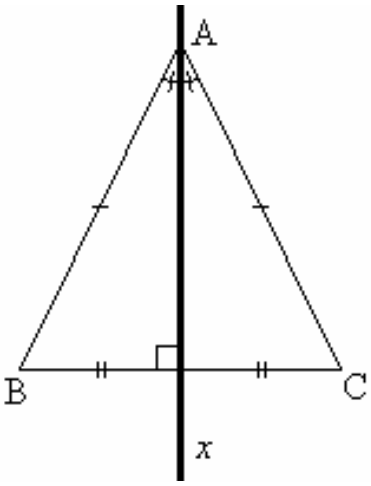

المنصفات الثلاثة (Ax) ، (By) ، (Cz) تتقاطع في النقطة O،
مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث ABC..

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

## 5. المثلث المتساوي الساقين :

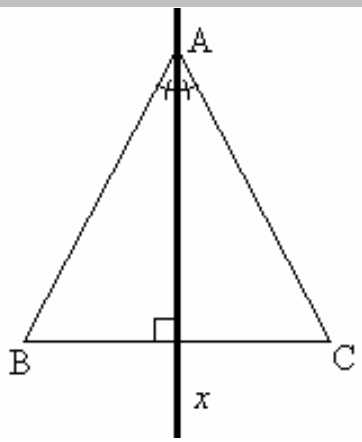
**خاصية:**
**إذا كان مثلث متساوي الساقين، فإن كل من المنصف والآرتفاع والمتوسط الذي تشمل الرأس الأساسي ينطبق على محور قاعدة هذا المثلث.**




ABC مثلث متساوي الساقين في A فإن (Ax) هو متوسط ومحور وإرتفاع ومنصف في المثلث ABC.

**خاصية عكسية:**

**إذا كان في مثلث، إحدى المستقيمات الخاصة منطبقة مع مستقيم خاص أخر، فإن هذا المثلث متساوي الساقيتن.**



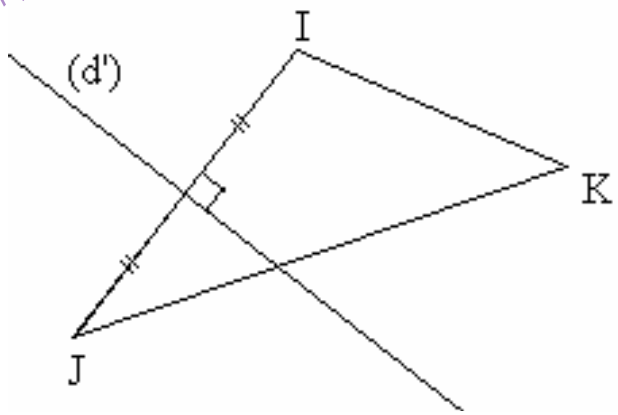

(Ax) هو الإرتفاع الذي يشمل A وهو منصف الزاوية $\widehat{BAC}$ فإن ABC مثلث متساوي الساقين في A.

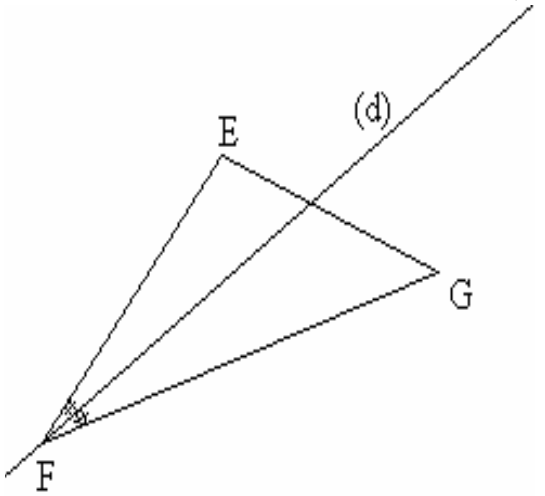
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

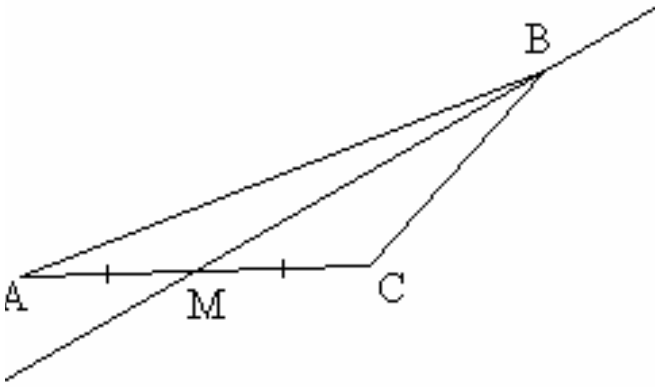
https://prof27math.weebly.com/

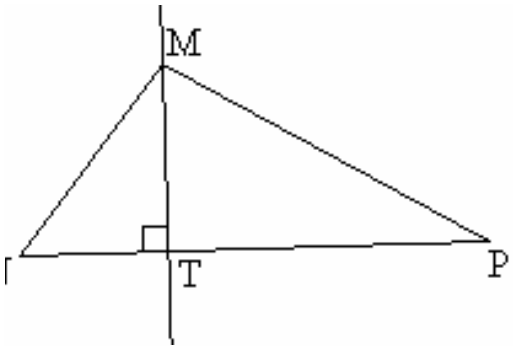
## • تمارين و مشكلات :

1. إليك الأشكال التالية:




أتمم الجمل التالية:

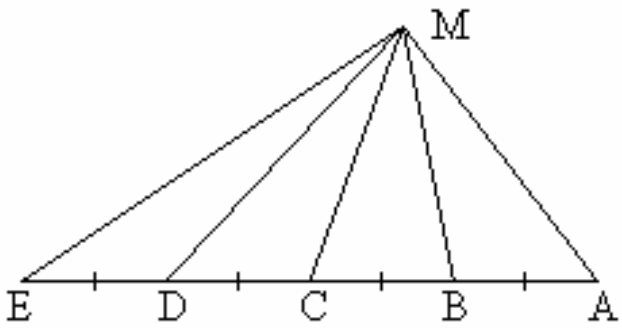
- المستقيم ..... هو الارتفاع المتعلق بالضلع..... في المثلث.....
- المستقيم ..... هو منصف الزاوية..... في المثلث.....
- المستقيم ..... هو المتوسط المتعلق بالضلع..... في المثلث.....
- المستقيم ..... هو المحور المتعلق بالضلع..... في المثلث.....

2. أنشئ مثلثا ABC حيث AB = 7 cm ، BC = 6 cm ، CA = 3cm.
- أنشئ الارتفاع (d) الذي يشمل الرأس C.
- أنشئ الارتفاع (d') الذي يشمل الرأس A.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

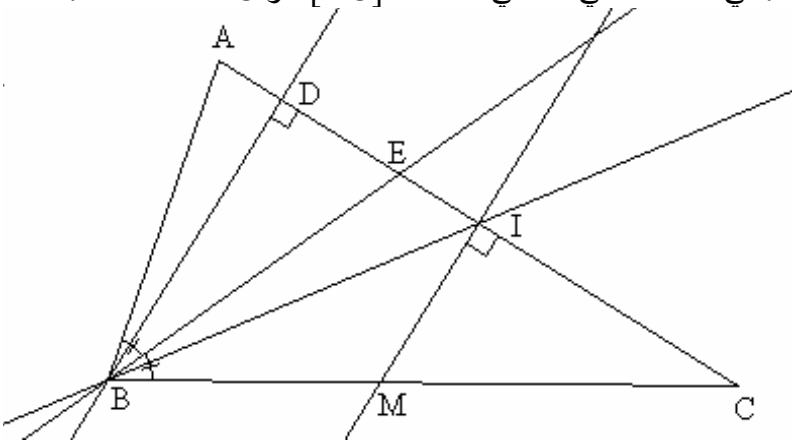
https://prof27math.weebly.com/

3. إليك الشكل التالي:




- عين متوسط المثلث MEC الذي يشمل الرأس M.
- عين متوسط المثلث MAE الذي يشمل الرأس M.
- عين متوسط المثلث BMD الذي يشمل الرأس M.

4. في الشكل التالي، I هي منتصف [AC] و $\widehat{ABE} = \widehat{EBC}$.



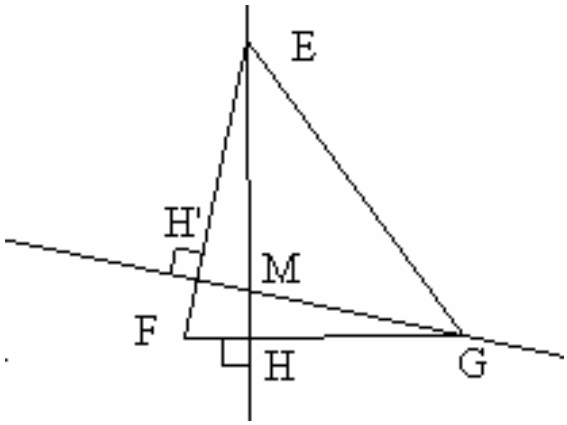

- أتمم الجملتين التاليتين:
  - المستقيم (BD) هو.....المثلث ABC الذي يشمل الرأس.....
  - المستقيم (MI) هو .....
- ماذا يمثل المستقيم (BI) بالنسبة المثلث ABC ؟
- ماذا نقول عن المستقيم (BE) ؟

5. انشئ مثلثا ABC حيث $AB = 6\ cm$ ، $AC = 5\ cm$ ، $\widehat{BAC} = 60°$.
- أنشئ المتوسط [AM] للمثلث ABC والذي يشمل الرأسA.
- أنشئ المتوسط [MI]للمثلث AMB والذي يشمل الرأس M.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

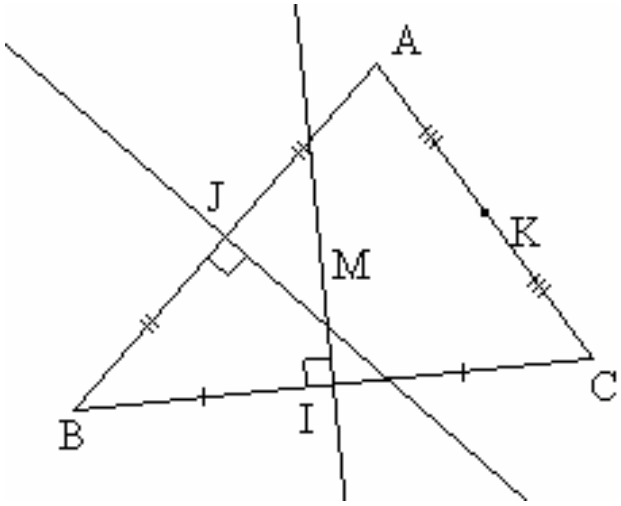
https://prof27math.weebly.com/

6. إليك الشكل التالي:




أنشئ المستقيم الذي يشمل النقطة F ويعامد المستقيم (GE). علّل.

7. إليك الشكل التالي:



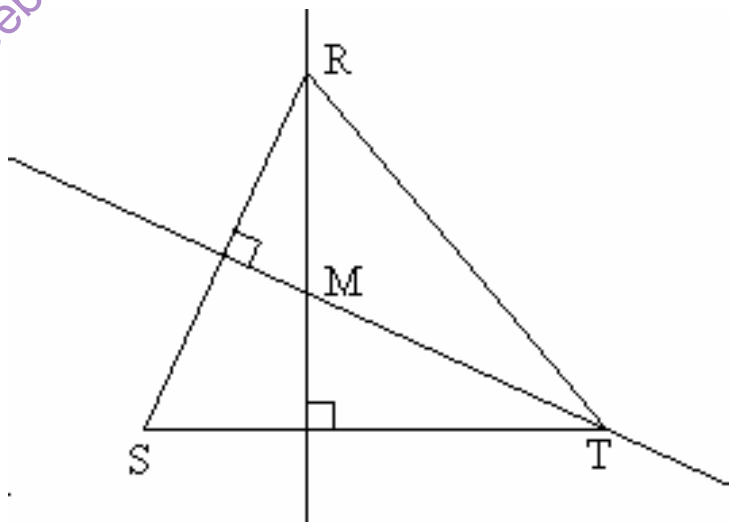

أنشئ محور اقطعة [AC]. علّل.

8. أرسم مثلثا ABC قائما في A.
- عيّن نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ABC. علّل.

9. في الشكل التالي، M هي نقطة تقاطع الارتفاعات.

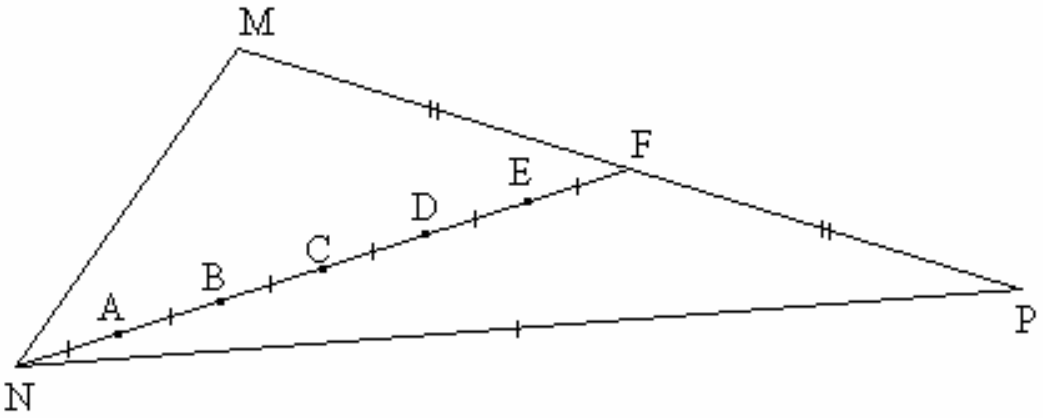
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

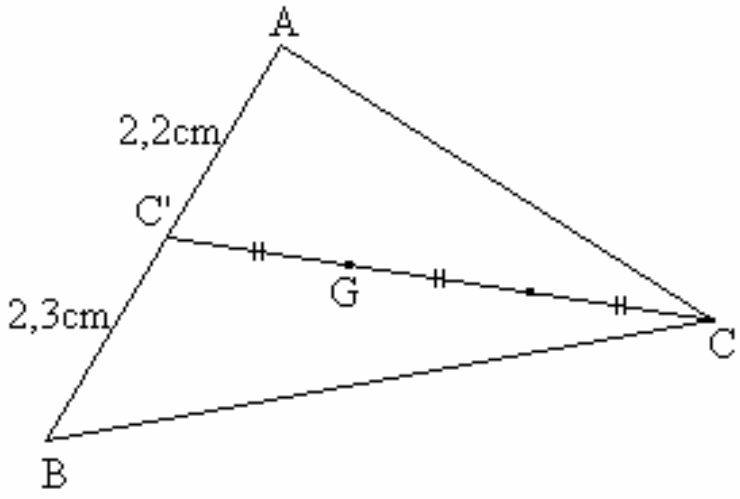



- ما هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RSM ؟
- ما هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RMT ؟
- ما هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث SMT ؟

10. ما هو مركز ثقل المثلث MNP ؟ علّل.




11. هل النقطة G مركز ثقل المثلث ABC ؟ لماذا ؟




belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

12. أرسم ملثا ABC. عين النقط A' ، B' ، C' منتصفات الأضلاع [BC]، [AC]، [AB] على الترتيب.
- برهن أن المثلثين ABC و A'B'C' لهما نفس مركز الثقل.

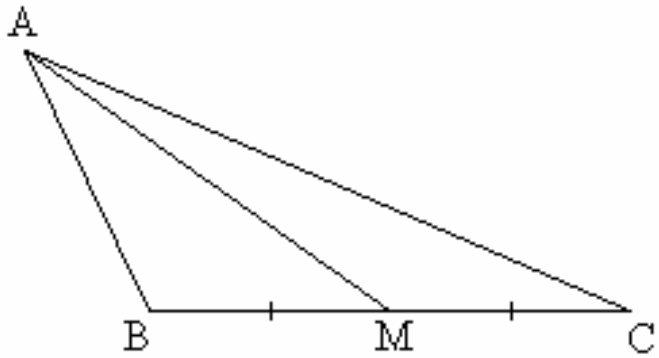
13. برهن أن في مثلث متساوي الساقين مركز الثقل ،نقطة تقاطع الارتفاعات و مركز الدائرة المحيطة ومركز الدائرة المرسومة على استقامة واحدة.

14. - ارسم مربعا ABCD. عين نقطة M من نصف المستقيم (CD] وخارج القطعة [CD].
- أنشئ منصف الزاوية BMD. هذا المنصف يقطع (AC) في N.
- برهن أن المستقيم (BN) هومنصف الزاوية MBC.

15. أرسم متوازي اضلاع EFGH.
ارسم المستقيم الذي يشمل E ويعامد (FG). ارسم المستقيم الذي يشمل F ويعامد (EG). نسمي I نقطة تقاطع هذين المستقيمين.
- ما نوع المثلث HIG ؟ علل.

16. أرسم مربعا ABCD ثم عين نقطة M من نصف المستقيم (CD] لكن خارج عن القطعة [CD].
- أنشئ منصف الزاوية BMD الذي يقطع (AC) في N.
- برهن أن (BN) منصف الزاوية MBC.

17. ABC مثلث و M منتصف [BC].




- قارن مساحتي المثلثين AMB و AMC.

18. أرسم متوازي اضلاع ABCD مركزه O. عين النقطة B' نظيرة B بالنسبة إلى C. المستقيم (OB') يقطع (CD) في E. المستقيمان (BE) و(B'D) يتقاطعان في F.
- برهن أن النقطة F منتصف [B'D].

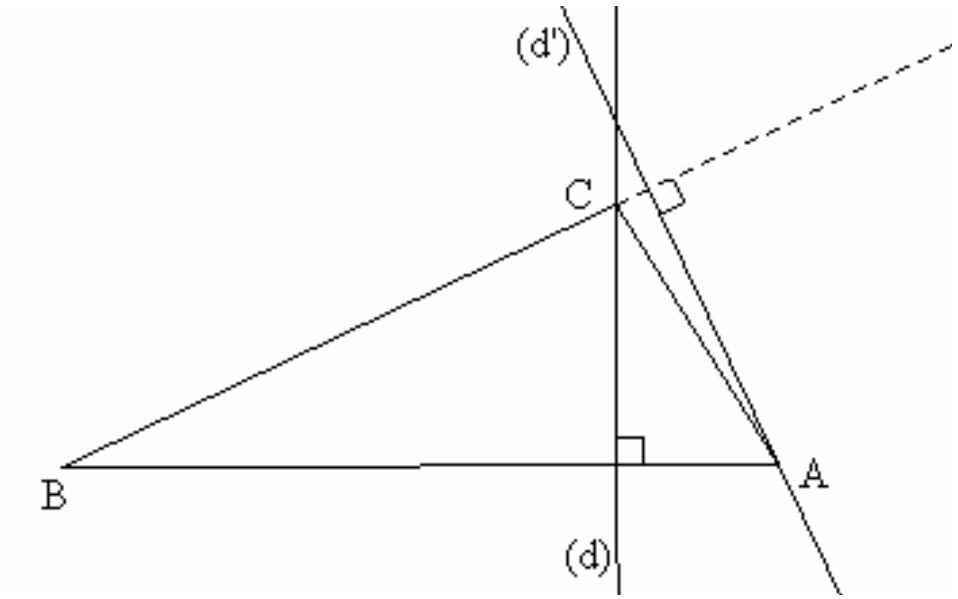
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

## • تصحيح التمارين و المشكلات :

1.
- المستقيم (MT) هو الارتفاع المتعلق بالضلع [NP] في المثلث MNP
- المستقيم (d) هو منصف الزاوية EFG في المثلث EFG .
- المستقيم (BM) هو المتوسط المتعلق بالضلع [AC] في المثلث BAC .
- المستقيم (d') هو المحور المتعلق بالضلع [IJ] في المثلث IJK.

2.




3.
- متوسط المثلث MEC الذي يشمل الرأس M هو (MD).
- متوسط المثلث MAE الذي يشمل الرأس M هو (MC).
- متوسط المثلث BMD الذي يشمل الرأس M .

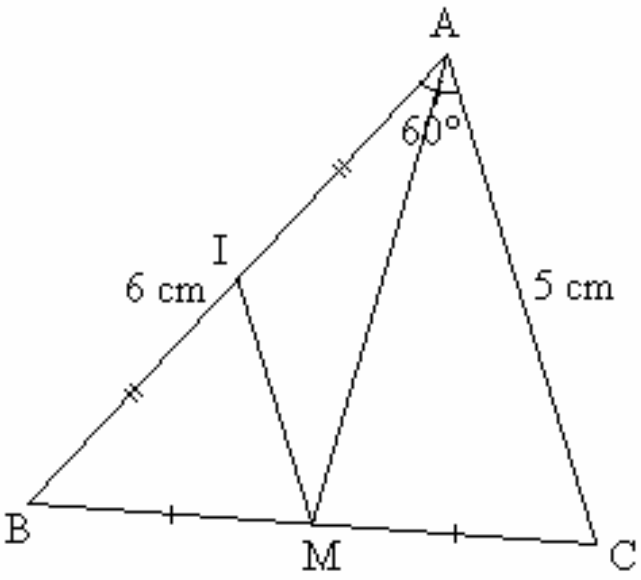
4.
- المستقيم هو(BD) هو ارتفاع المثلث ABC الذي يشمل الرأسB.
- المستقيم (MI) هو محور [AC]

- المستقيم (BI) هو متوسط في المثلث ABC .
- المستقيم (BE) هو منصف زاوية.

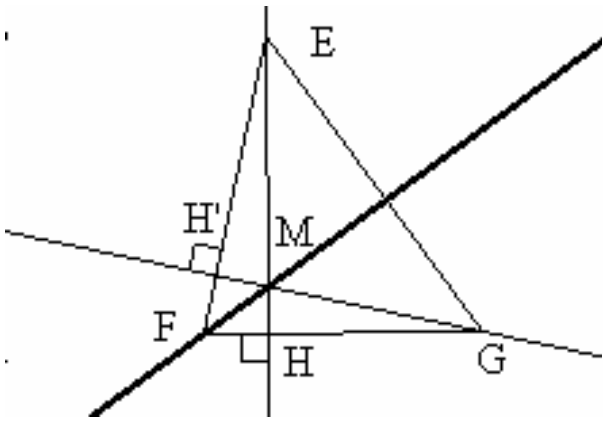
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

.5




.6

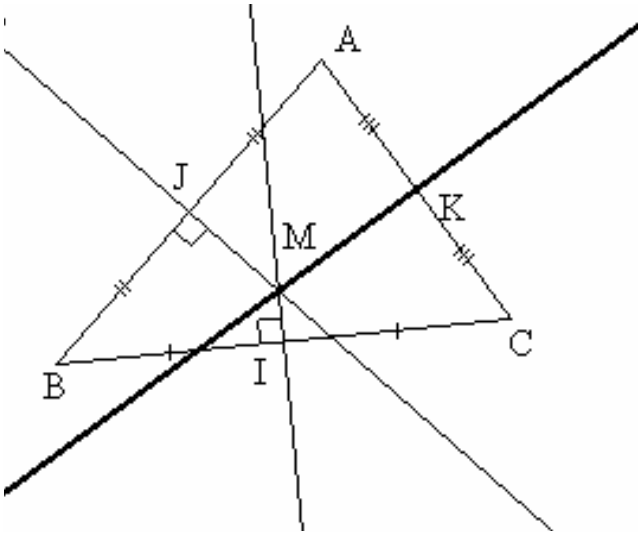



التعليل:
المستقيم الذي يشمل النقطة F ويعامد (GE) هو ارتفاع المثلث EFG، إذن يمر من النقطة M، نقطة تقاطع الارفاعين (EH) و (GH') في المثلث EFG.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

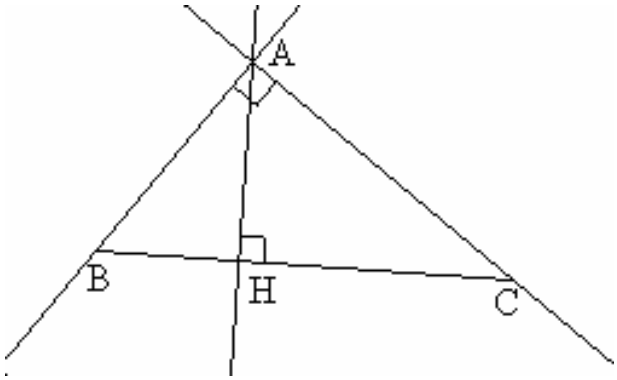
https://prof27math.weebly.com/

.7




التعليل: محور القطعة [AC] هو المحورالثالث في المثلث ABC، إذن يشمل النقطة K منتصف الضلع [AC] والنقطة M، نقطة تقاطع المحورين (MI) و (MJ) في المثلث ABC .

.8




التعليل: في المثلث ABC القائم في A ، الارفاعات الثلاثة هي:
(AH) ، (BA) ، (CA) إذن تتقاطع في A، راس الزاوية القائمة.

.9

- نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RSM هي T.
- نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RMT هي S.
- نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث SMT هي R.

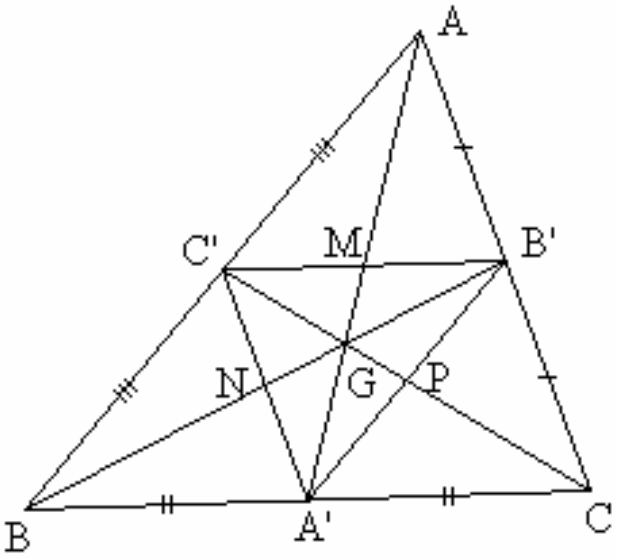
10. مركز ثقل المثلث MNP هو النقطة D لأن هذه النقطة تنتمي إلى المتوسط [NF] في المثلث MNP و لدينا $D = \frac{2}{3}MF$ .

11. النقطة G ليست مركز ثقل المثلث ABC لأن النقطة C' ليست منتصف الضلع [AB].

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

.12




G هو مركز ثقل المثلث ABC. Gهو تقاطع المنتصفات(AA')،(BB')، (CC')
لنبرهن أن G هو أيضا مركز ثقل المثلث A'B'C'.
نسمي M نقطة تقاطع (B'C') و (AA') و N نقطة تقاطع (A'C') و (BB')
و P نقطة تقاطع (A'B') و (CC') .
لنبرأن النقط M ، N ، P هي منتصفات القطع [B'C'] ، [A'C'] ، [A'B'] على الترتيب.
في المثلث ABC لدينا C' منتصف [AB] و B' منتصف [AC].
حسب خاصية مستقيم المنتصفات في المثلث ABC نستنتج أن
(B'C') // (BC) ومنه (B'M) // (A'C) و (A'B) // (C'M) .
في المثلث ACA' لدينا B' منتصف [AC] و(A'C) // (B'M) .
حسب خاصية مستقيم المنتصفات في المثلث ABA' نستنتج أن $C'M = \frac{1}{2} BA'$ .
في المثلث ABA' لدينا C' منتصف [AB] و(A'B) // (C'M) .
حسب خاصية مستقيم المنتصفات في المثلث ACA' نستنتج أن $B'M = \frac{1}{2} CA'$ . لكن BA' =

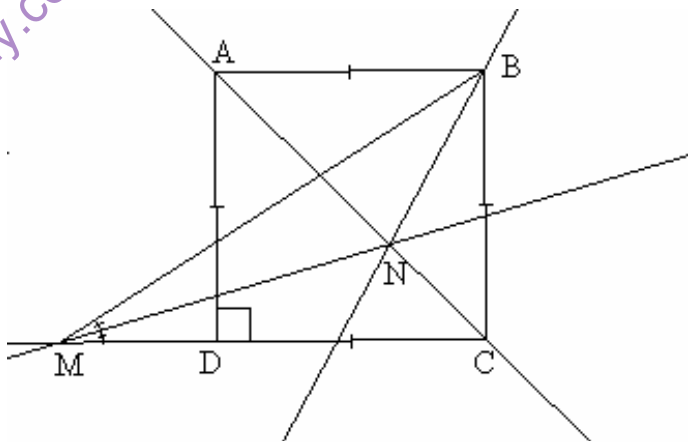
CA' إذن B'M = C'M .
النقط B' ، M ، C' على استقامة واحدة وB'M = C'M فإن
M منتصف [B'C'] .
بنفس الطريقة نبرهن أن N ، P منتصفي القطعتين [A'C'] ، [A'B'] على الترتيب.
إذن المتوسطات (A'M) ، (B'N) ، (C'P) تتقاطع في نفس النقطة و هي النقطة G لأن (A'M)
ينطبق على (B'N) و (A'M) ينطبق على (BB')
و (C'P) ينطبق على (CC').

13. في مثلث متساوي الساقين، مركز الثقل ينتمي إلى المتوسط الذي يشمل الرأس الأساسي ونقطة تقاطع الارتفاعات تنتمي إلى الارتفاع الذي يشمل الرأس الأساسي ومركز الدائرة المحيطة ينتمي إلى محور القاعدة و مركز الدائرة المرسومة ينتمي إلى منصف زاوية الرأس الأساسي و بمأن كل هذه المستقيمات متطابقة ( خاصية المستقيمات الخاصة في مثلث متساوي الساقين) إذن كل هذه النقط على استقامة واحدة.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

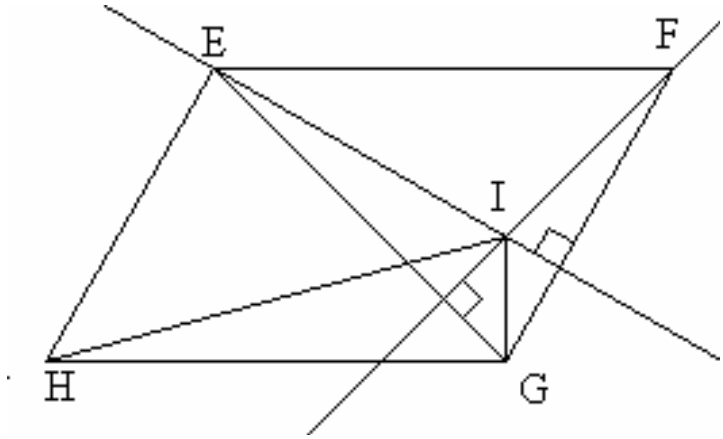
https://prof27math.weebly.com/

.14




المثلث MBC قائم في C و القطر(EI) هو منصف الزاوية القائمة MCB
( خواص قطري مربع).
في المثلث MBC لدينا (AC) هو منصف الزاوية القائمة MCB و(MN) منصف الزاوية BMC.
حسب الخاصية " في مثلث، المنصفات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة " نستنتج أن N نقطة تقاطع المنصفات ومنه (BN) هومنصف الزاوية MBC.

.15

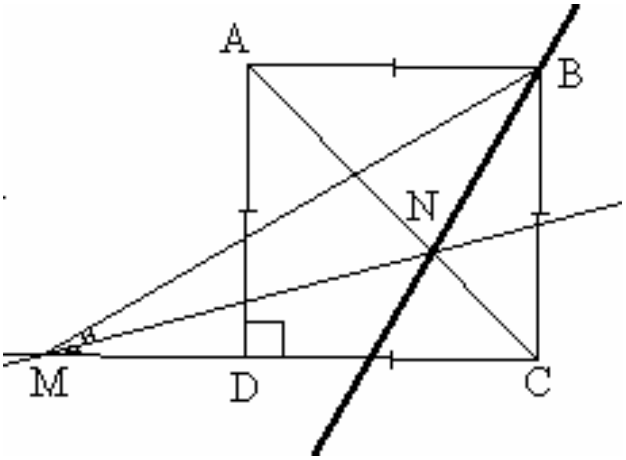



المثلث HGI قائم في G.
التعليل:
في المثلث EFG المستقيمان (EI) و (FI) هما ارتفاعان إذن المستقيم (GI)
هو الارتفاع الثالث المتعلق بالضلع [EF]. نستنتج أن (GI) يعامد(EF).
لدينا (EF) يوازي (GH) ( EFGH متوازي الضلاع) و(GI) يعامد(EF).
حسب الخاصية " إذا كان مستقيمان متوازيين، فإن كل مستقيم يعامد الأول فيعامد الثاني".
إذن (GI) يعامد (GH) .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

.16




في المثلث MBC لدينا:

- (MN) منصف الزاوية $\widehat{BMC}$ .
-
- (CN) منصف الزاوية $\widehat{BCM}$.

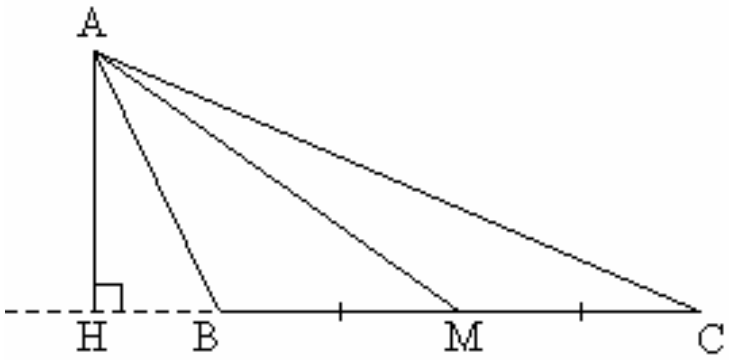
حسب الخاصية: " في مثلث، المنصفات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة"

نستنتج أن المستقيم (BN) هو منصف الزاوية الثالث في المثلث MBC، إذن هو منصف الزاوية MBC.

17. مساحتا المثلثين AMB و $\widehat{AMC}$ متساويتان.

التعليل:

نرسم الارتفاع [AH] الذي يشمل الرأس A في المثلث ABC.




نلاحظ أن [AH] هو أيضا الارتفاع الذي يشمل الرأس A في المثلث AMBو هو أيضا الارتفاع الذي يشمل الرأس A في المثلث AMC.

مساحة المثلث AMB هي $\frac{1}{2}\times H\times BM$.

و مساحة المثلث AMB هي $\frac{1}{2}\times AH\times CM$

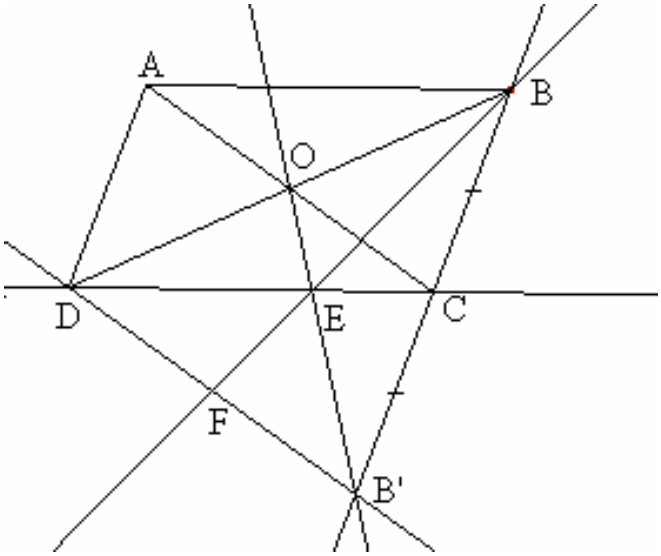
لكن BM = CM ( لأن M منتصف [BC]) إذن نستنتج أن:

$\frac{1}{2}\times H\times BM = \frac{1}{2}\times H\times CM$ يعني أن للمثلثين AMB و AMC نفس المساحة.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/






في المثلث BDB’ لدينا:

- O منتصف [BD] إذن (B’O) هو متوسط الذي يشمل الرأس B’.
- C منتصف [BB’] إذن (DC) هو المتوسط الذي يشمل الرأس D.

حسب الخاصية: " في مثلث، المتوسطات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة"، وبمأن المتوسطين (B’O) و (DC) يتقاطعان في النقطة E، فإن المستقيم (BE) هوالمتوسط الثالث في المثلث BDB’.

بمأن (BE) بقطع [B’D] في F، فإن النقطة F منتصف [B’D].

belhocine : https://prof27math.weebly.com/