المثلثات

تحدي

ارسم (d_1) و (d_2) و (d_3) ثلاث مستقيمات متقاطعة في G

◄ انشئ مثلثا ABC حيث (d_1) و (d_2) و (d_3) هي متوسطاته ◄

سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ حالات تقايس المثلثات و استعمالها في براهين بسيطة
- ❖ خواص مستقيم المنتصفين في مثلث و استعمالها في براهين بسيطة
- ❖ تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين و استعمالها .
- ❖ تعريف و غنشاء المستقيمات الخاصة في المثلث
- ❖ خواص هذه المستقيمات و استعمالها في وضعيات بسيطة

المعارف

1. المثلثات المتقايسة (حالات تقايس المثلثات)

- يتقايس مثلثان :

إذا تقايست أضلاعهما مثنى مثنى

إذا تقايست فيهما ضلعان و الزاوية المحصور بينهما

إذا تقايست فيهما زاويتان و الضلع المحصور بينهما

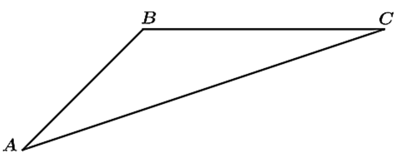
- يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايست فيهما :

☺ ضلعان أو ☺ ضلع و زاوية حادة

تطبيق 1

بإستعمال مدور و مسطرة غير مدرجة ، أنشئ على ورقة شفافة مثلثا EFH أضلاعه تقايس أضلاع المثلث المرفق ABC .

- هل المثلثان EFH و ABC متقايسان ؟ تحقق



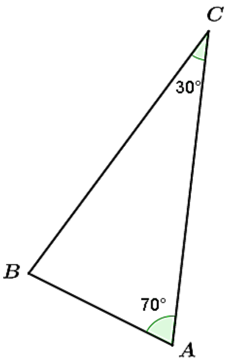
تطبيق 2

بإستعمال منقلة و مسطرة فقط ، أنشئ على ورقة بيضاء مثلثا $A'B'C'$ بحيث :

$\widehat{B'A'C'} = 70°$ و $\widehat{B'C'A'} = 30°$.

هل المثلثان $A'B'C'$ و ABC متقايسان ؟

تحقق من ذلك



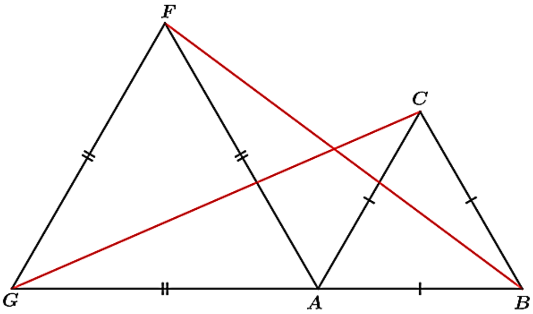
2. استعمال المثلثات المتقايسة

- لإثبات أن قطعتي مستقيمين متقايستان ، يمكن إثبات أنهما قطعتان متماثلتان في مثلثين متقايسين .

تطبيق

في الشكل المرفق كل من ABC و AFG مثلث متقايس الأضلاع

- برهن أن : $GC = FB$

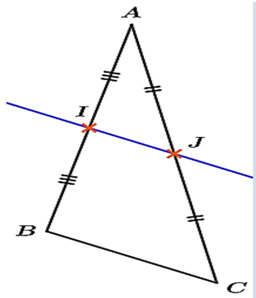


3. مستقيم المنتصفين في مثلث

- في مثلث ، المستقيم الذي يشمل منتصفي ضلعين يوازي الضلع الثالث .

- في مثلث ، طول القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين يساوي نصف الطول الضلع الثالث .

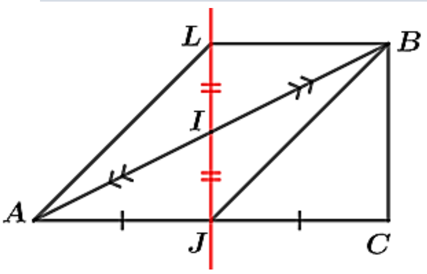
- في مثلث ، المستقيم الذي يشمل منتصف أحد أضلاعه و يوازي ضلعا ثانيا يقطع الضلع الثالث في منتصفه .



تطبيق 1

إليك الشكل المقابل :

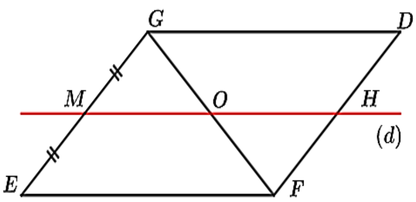
- برهن أن : $IJ = \frac{BC}{2}$



تطبيق 2

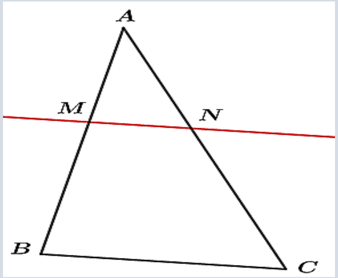
إليك الشكل الآتي :

- برهن أن O منتصف القطعة [FG]



4. المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهمـا قاطعـان غير متوازيين

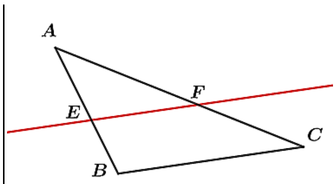
- في مثلث ABC ، إذا كانت M نقطة من [AB] ، و كانت N نقطة من [AC] ، و كان (MN) و (BC) متوازيان ، فإن :



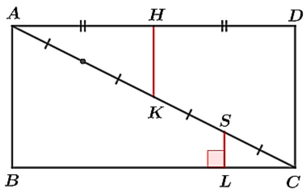
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

تطبيق 1

أكتب ، في كل من الحالتين الآتيتين ، النسب المتساوية لأطوال . مبرراً إجابتك



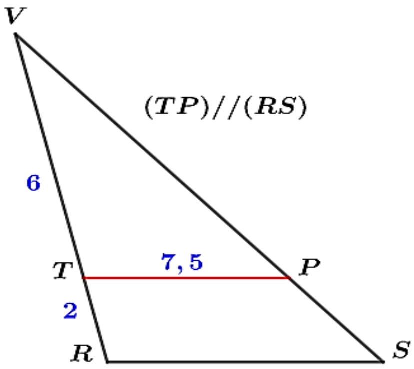
(EF) // (BC)



ABCD مستطيل

تطبيق 2

أُحسب ، بإستعمال معطيات الشكل أدناه ، الطول RS كل الأطوال معطاة بالسنتيمتر .



5. المستقيمات الخاصة في المثلث

❖ المحـاور

- محور ضلع في مثلث هو المتسقيم العمودي على هذا الضلع و يشمل منتصفه .
- محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة . هذه النقطة هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

تطبيق

أثبت أن محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة ، و استنتج أن نقطة تلاقي محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

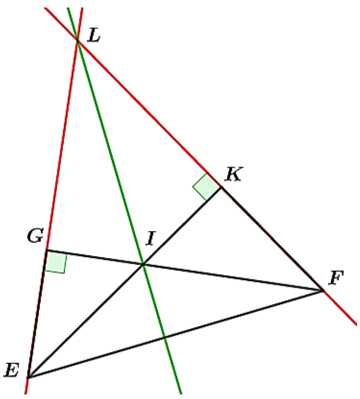
❖ الارتفاعات

- الارتفاع في مثلث هو مستقيم يشمل رأسا و عمودي على الضلع المقابل لهذا الرأس .
- في مثلث الارتفاعات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي الارتفاعات .

تطبيق

في الشكل المرفق المثلث EFG قائم في G ، و المثلث EFK قائم في K . (FG) و (EK) متقاطعان في I و (FG) و (EK) متقاطعان في I و (FK) و (EG) متقاطعان في L.

- أثبت أن : (LI) و (EF) متعامدان



❖ المتوسطات

- المتوسط في المثلث هو مستقيم يشمل رأسا و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس .

-في مثلث المتوسطات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي المتوسطات ، وتُسمى أيضا مركز ثقل المثلث .

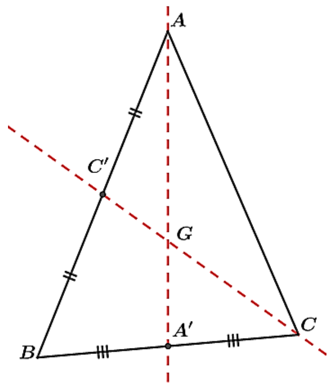
- في مثلث ABC نقطة تلاقي المتوسطات G تحقق :

$$GA' = \frac{1}{3}AA' \; ; \; GC' = \frac{1}{3}CC' \; ; \; GB' = \frac{1}{3}BB'$$

$$AG = \frac{2}{3}AA' \; ; \; CG = \frac{2}{3}CC' \; ; \; BG = \frac{2}{3}BB'$$

تطبيق 1

1. أرسم مثلثا كيفيا ABC .
2. (CC') المتوسط المتعلق بالضلع $[AB]$، (AA') المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ و نُسمي G نقطة تقاطعهما.
3. أثبت أن (BG) يقطع (AC) في منتصفه .



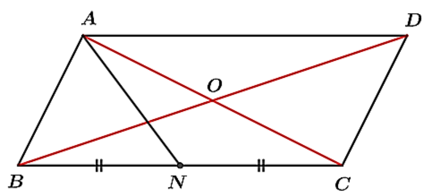
تطبيق 2

الأطوال في الشكل المرفق ليست حقيقية .

ABCD متوازي أضلاع ، حيث $BD = 12cm \, ; AC = 8cm$

N منتصف [BC] ، و E تقاطع [AN] و [BD]

- أحسب BE .



❖ المنصفات

- منصف زاوية في مثلث هو نصف المستقيم الذي يشمل رأس هذه الزاوية و يجزئها إلى زاويتين متقايستين .

- في مثلث المنصفات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي المنصفات . و هذه النقطة تمثل مركز الدائرة المماسة لأضلاع هذا المثلث ، هذه الدائرة مرسومة داخل المثلث .

تطبيق

1. أرسم مثلثا كيفيا ABC
2. (BI) منصف زاوية الرأس B و [AI) منصف زاوية الرأس A ، نسمي I نقطة تقاطعهما.
3. أثبت أن [CI) هو منصف زاوية الرأس C .