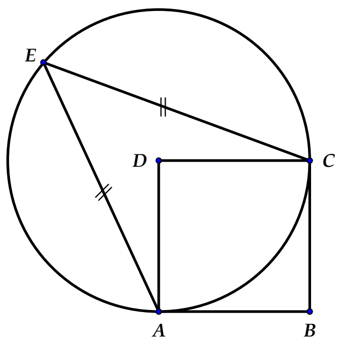
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية وهران
اختبار الفصل الثاني | ثانوية الشهيد مراح عبد القادر
المستوى: ثانية رياضيات | 2025/03/02

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: ساعتان

## التمرين الأول (06 ن):

في مستوي موجه ، $ABCD$ مربع و $ACE$ مثلث متقايس الساقين ، $(C)$ الدائرة التي مركزها $D$ و نصف قطرها $DC$ كما هو موضح في الشكل المقابل .




1- بين أن المثلثين $EDC$ و $EDA$ متقايسان .

2- عين قيسا لكل من الزوايا الموجهة التالية : $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}\right)$ ، $\left(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{DC}\right)$

3- بين أن $\left(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}\right)=\pi$ ،
ماذا يمكنك القول عن النقط $D,E$ و $B$ ؟ علل إجابتك .

4- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2\sin^2(x)-3\sin(x)+1=0$ .

5- عين ثم أنشيء $(C')$ صورة الدائرة $(C)$ بالتحاكي $h\left(A;-\frac{1}{2}\right)$ .

6- عين نسبة التحاكي $h'$ الذي مركزه $E$ و يحول $B$ إلى $D$ .

## التمرين الثاني (06 ن):

في المستوي $(P)$ نعتبر المثلث $ABC$ المتساوي الساقين في $A$ و $[AH]$ هو إرتفاعه حيث $AH=BC=4$

1. أنشئ $G$ مرجح الجملة $\{(A,2)\,(B,1)\,(C,1)\}$ علل الإنشاء

2. $M$ نقطة كيفية من المستوي $(P)$

أ ) برهن أن الشعاع $\vec{V}=2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ ثابت و طويلته 8

ب) جد و أنشئ المجموعة $(E_1)$ للنقط $M$ التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\vec{V}\right\|$

3. نعتبر الجملة المثقلة : $\{(A;2)(B;x)(C;x)\}$ حيث $x$ عدد حقيقي موجب

أ) برهن أن المرجح $G_x$ لهذه الجملة موجود ثم أرسم $G_2,G_1,G_0$

ب) برهن أن النقطة $G_x$ تنتمي إلى القطعة $[AH]$

جـ) بين أن المسافة $AG_x$ بدلالة $x$ هي $\frac{4x}{x+1}$ ، واحسب نهاية $AG_x$ لما $x$ يؤول إلى $+\infty$
ثم حدد وضعية $G_x$ لما $x$ يؤول إلى $+\infty$

## التمرين الثالث (08ن) :

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\sqrt{x^2+|x|}$ ،

$(Cf)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الرسم $2cm$ )

1. بين أن الدالة $f$ زوجية ،

2. أحسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ ثم استنتج نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ .

3. ادرس قابلية الإشتقاق للدالة $f$ عند $0$ ، فسر بيانيا النتيجة .

4. برهن أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$ .

5. بين أن المستقيم $(\Delta): y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل لـ $(Cf)$ بجوار $+\infty$ ، ثم بين أن $(Cf)$ يقبل مستقيما مقاربا آخر $(\Delta')$ يطلب تعيين معادلة له .

6. أنشئ $(Cf)$ و المستقيمات المقاربة $(\Delta)$ و $(\Delta')$.

7. $m$ وسيط حقيقي موجب

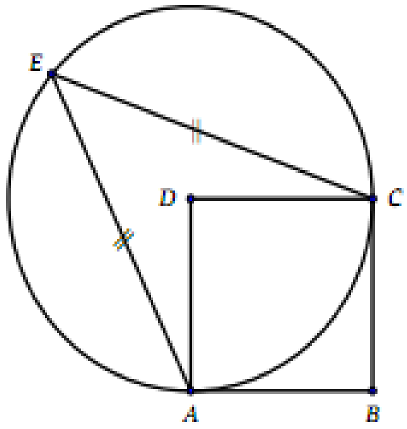
- بين أن المعادلة $f(x)=m$ تقبل حلا وحيدا $\alpha_m$ على الجال $]0;+\infty[$ ، ثم عبر عن $\alpha_m$ بدلالة $m$ .

انتهى... بالتوفيق أستاذ المادة

الاسم و اللقب : ..................................................................................................

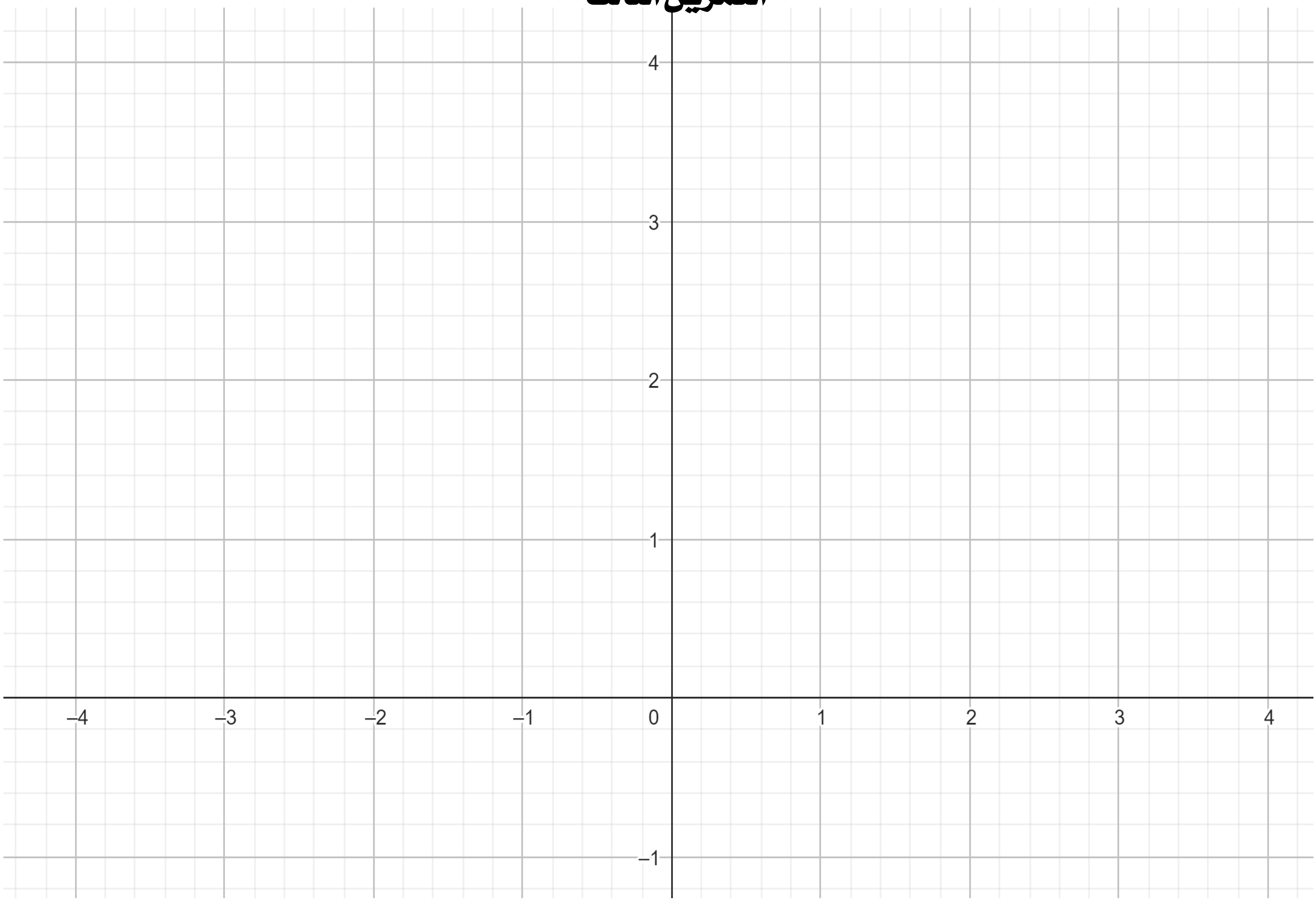
# الوثيقة المرفقة

## التمرين الأول




## التمرين الثاني

## التمرين الثالث



الاجابة النموذجية لاختبار الفصل II

## التمرين الأول = 6 نقط

1) تبيين أن المثلثين EDC و EDA متقايسان.

لدينا: DA = DC و ED ضلع مشترك

و EA = EC

(01) إذن EDC و EDA متقايسان

2) تعيين قيس للزاوية $(\vec{DC},\vec{DE})$

لدينا $(\vec{DA},\vec{DC})+(\vec{DC},\vec{DA})=2\pi$ ...(1)

$(\vec{DC},\vec{DA})=(\vec{DC},\vec{DE})+(\vec{DE},\vec{DA})$ و

(01) وبما أن $(\vec{DC},\vec{DE})=(\vec{DE},\vec{DA})$

فإن $(\vec{DC},\vec{DA})=2(\vec{DC},\vec{DE})$

بالتعويض في (1) نجد

$2(\vec{DC},\vec{DE})=2\pi-\frac{\pi}{2}$

$(\vec{DC},\vec{DE})=\frac{\frac{3\pi}{2}}{2}=\frac{3\pi}{4}$ rad

تعيين قيس الزاوية الموجهة $(\vec{ED},\vec{DC})$

$(\vec{DC},\vec{DE})=\frac{3\pi}{4}$

$(\vec{DE},\vec{DC})=-\frac{3\pi}{4}$

(01) $(\vec{ED},\vec{DC})=-\frac{3\pi}{4}+\pi=\frac{\pi}{4}$ rad

3- تبيين أن $(\vec{DB},\vec{DC})+(\vec{DC},\vec{DE})=\pi$

$\frac{1}{2}(\vec{DA},\vec{DC})+\frac{3\pi}{4}=\frac{1}{2}\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{4}$

(01) $(\vec{DB},\vec{DE})=\frac{4\pi}{4}=\pi$

(01) إذن E، B، D في استقامية

لأن $\vec{DB}$ و $\vec{DE}$ مرتبطان خطيا

4- حل المعادلة في $\mathbb{R}$

$2\sin^2(x)-3\sin(x)+1=0$

نضع: $y=\sin x$

$2y^2-3y+1=0$

$\Delta=1$

$y=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$

$y'=\frac{4}{4}=1$

أي $\sin x=\frac{1}{2}$

ومنه $\sin x=\sin\frac{\pi}{6}$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$ ، $x=\pi-\frac{\pi}{6}+2\pi k$

$k\in\mathbb{Z}$

(01,25) و $\sin x=1$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$

$S=\left\{\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right\}$ $(k\in\mathbb{Z})$

5- (C') هي الدائرة التي مركزها D' صورة D بالتحاكي h ونصف قطرها $\frac{1}{2}DC$ (0,5)

6- تعيين نسبة التحاكي h' الذي مركزه E ويحول B إلى D

لدينا $DB=\sqrt{2DC^2}$

(01) $DB=\sqrt{2}\cdot DC$

$EB=ED+DB=DC+\sqrt{2}DC$

$EB=(1+\sqrt{2})DC$

ولدينا $DC=ED$

أي $EB=(1+\sqrt{2})ED$

وبما أن E، B، D في استقامية

$\vec{ED}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}\vec{EB}$

وعليه التحاكي نسبته $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

ومركزه E

## التمرين الثاني = 6 نقط

1- إنشاء G

لدينا H مرجح الجملة {(B,1),(C,1)}

(01) وعليه G مرجح الجملة {(A,2),(H,2)}

ومنه G منتصف [AH]

2- برهان أن $\vec{V}$ ثابت $\|\vec{V}\|=8$

(01) $2\vec{MA}-\vec{MB}-\vec{MC}=2\vec{MA}-\vec{MA}-\vec{AB}-\vec{MA}-\vec{AC}$

$\vec{V}=-\vec{AB}-\vec{AC}$

ومنه $\vec{V}$ ثابت

$\|\vec{V}\|=\|-(\vec{AB}+\vec{AC})\|$

(01) $\|\vec{V}\|=\|2\vec{AH}\|$

$\|\vec{V}\|=2\times4=8$ cm

3- إيجاد وإنشاء $(E_1)$

$\|2\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\|=\|\vec{V}\|$

(01) $4MG=8$

$MG=2$

إذن $(E_1)$ هي دائرة مركزها G و $r=2$

3- أ- برهان أن $G_x$ موجود

(0,25) لدينا $2+2x\neq0$

لأن $x\geq0$

(0,25) $x=0$: {(A,2),(B,0),(C,0)}

وعليه $G_0$ تنطبق على A

(0,25) $x=1$: {(A,2),(B,1),(C,1)}

ومنه $G_1$ تنطبق على G منتصف [AH]

$x=2$: {(A,2),(B,2),(C,2)}

(0,25) ومنه $G_2$ مركز ثقل المثلث ABC

أي $\vec{AG_2}=\frac{2}{3}\vec{AH}$

ب- برهان أن $G_x$ تنتمي [AH]

لدينا

و $G_x$ = Bar{(A,2) (H,2x)}

ولدينا $2+2x>0$

(01) أي $G_x$ تنتمي إلى [AH]

يمكن استعمال

$\vec{AG_x}=\frac{x}{2+2x}\vec{AB}+\frac{x}{2x+2}\vec{AC}$

$\vec{AG_x}=\frac{2x}{2+2x}\vec{AH}$

$\vec{AG_x}=\frac{x}{1+x}\vec{AH}$

وبما أن $0<\frac{x}{x+1}<1$

فإن $G_x$ تنتمي إلى [AH]

يمكن دراسة الدالة $x\to\frac{x}{x+1}$

- نبين أن $AG_x = \frac{4x}{x+1}$

لدينا

$\vec{AG_x} = \frac{x}{2+2x}\vec{AB} + \frac{x}{2+2x}\vec{AC}$

$\vec{AG_x} = \frac{x}{2x+2}(\vec{AB}+\vec{AC})$

(0,5) $\vec{AG_x} = \frac{x}{2x+2}\vec{AH}$

$\|\vec{AG_x}\| = \frac{x}{2x+2}\|\vec{AH}\|$

$AG_x = \frac{8x}{2x+2} = \frac{4x}{x+1}$

(0,25) $\lim_{x\to+\infty} AG_x = \lim_{x\to+\infty}\frac{4x}{x+1} = 4$

بما أن $AH=4$

(0,25) فإن $G_x$ تنطبق على $H$ لما $x$ يؤول إلى $+\infty$

التمرين الثالث:

$f(x) = \sqrt{x^2+|x|}$

1- نبين أن $f$ زوجية

لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $-x\in\mathbb{R}$

(0,5) $f(-x) = \sqrt{(-x)^2+|-x|} = \sqrt{x^2+|x|} = f(x)$

ومنه $f$ زوجية

2-

(0,25) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+|x|} = +\infty$

(0,25) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

3- دراسة قابلية الاشتقاق للدالة $f$ عند 0

$f(x) = \sqrt{x^2+x}$ ، $x\geq 0$

$f(x) = \sqrt{x^2-x}$ ، $x<0$

$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{\sqrt{x^2+x}-0}{x-0} =$ ، $\lim_{x \overset{>}{\to} 0}\frac{1}{x}=+\infty$

$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{\cancel{x}} = +\infty$

(0,5) $\lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{\sqrt{x^2-x}-0}{x-0} =$ ، $\lim_{x \overset{<}{\to} 0} -\frac{1}{x} = +\infty$

$\lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{\cancel{x}\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{\cancel{x}} = +\infty$

$f$ غير قابلة للاشتقاق على يمين 0

(0,25) $f$ = = = يسار 0

(0,5) ومنه $f$ غير قابلة للاشتقاق عند 0

و $(C_f)$ يقبل نصفي مماسين موازيين لمحور التراتيب

4- برهان أن $f$ متزايدة تماما على $[0,+\infty[$

الدالة $x\mapsto x^2+|x|$ متزايدة تماما على $[0,+\infty[$

(0,75) والدالة $x\mapsto\sqrt{x}$ متزايدة تماما على $[0,+\infty[$

ومنه $x\mapsto\sqrt{x^2+|x|}$ متزايدة تماما على $[0,+\infty[$

ط2: يمكن حساب المشتقة ودراسة اتجاه التغير

جدول تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| --- | --- | --- | --- |
| $f'(x)$ | $-$ | ‖ | $+$ |
| $f(x)$ (0,5) | $+\infty$ ↘ | 0 | ↗ $+\infty$ |

5- نبين أن $y=x+\frac12$ مقارب مائل لـ $(C_f)$

$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x-\frac12\right] = \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+|x|}-x-\frac12$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+x-(x^2+x+\frac14)}{\sqrt{x^2+x}+x+\frac12}$

(0,75) $\lim_{x\to+\infty} \frac{-\frac14}{\underbrace{\sqrt{x^2+x}}_{+\infty}+\underbrace{x}_{+\infty}+\frac12} = 0$

ومنه $y=x+\frac12$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$

(0,75) و $f$ دالة زوجية تقبل مقارب مائل آخر معادلته هي

$y=(-x)+\frac12$

أي $(\Delta')$ $y=-x+\frac12$

f- نبين أن المعادلة $f(x)=m$ تقبل حلا وحيدا $\alpha_m$ على المجال $[0,+\infty[$

لدينا $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ ومتزايدة تماما

(0,75) و $0\leq f(x)$

و $m\in[0,+\infty[$

وعليه فالمعادلة $f(x)=m$ تقبل حلا وحيدا $\alpha_m$

- التعبير عن $\alpha_m$ بدلالة $m$

$f(x)=m$

$f(\alpha_m)=m$

$\sqrt{\alpha_m^2+|\alpha_m|}=m$

لدينا $\alpha_m>0$ يعني

$\sqrt{\alpha_m^2+\alpha_m}=m$

وبما أن $m>0$ و $\alpha_m^2+\alpha_m>0$

نربع الطرفين

(0,75) $\alpha_m^2+\alpha_m-m^2=0$

$\Delta = 1+4m^2$

$\alpha_m = \frac{-1+\sqrt{1+4m^2}}{2}$ مقبول

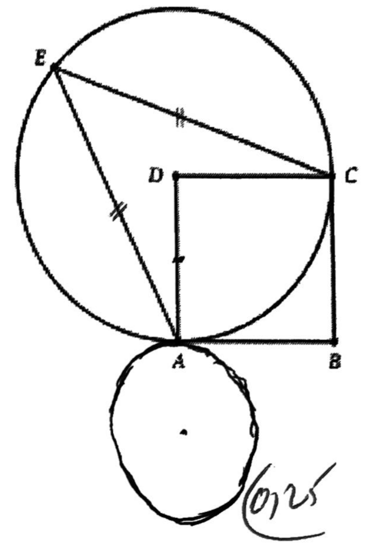
$\alpha'_m = \frac{-1-\sqrt{1+4m^2}}{2}$ مرفوض

ومنه $\alpha_m = \frac{-1+\sqrt{1+4m^2}}{2}$

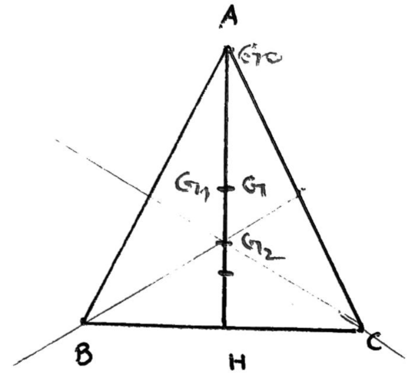
## الوثيقة المرفقة

الاسم واللقب : ..........................................................

### التمرين الأول




### التمرين الثاني




### التمرين الثالث