الجمهورية الجزائريّة الدّيمقراطيّة الشّعبيّة

مديريّة التّربية لولاية قسنطينـة — يوم: الخميس 23 مـارس 2023

متوسّطة الخلدونيّة – قسنطينة — مدة المحاولة: 80 دقـــــــيقة

سلسلة رمضانيات اليوم الأول

1

التمرين الأول:

1. أحسب العدد x حيث: $x = PGCD(441; 339)$.
2. أكتب العدد y على الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد طبيعي: $y = 4\sqrt{252} + \sqrt{28} - 4\sqrt{175}$.
3. بين أن: $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{7}}{14}$.

التمرين الثاني:

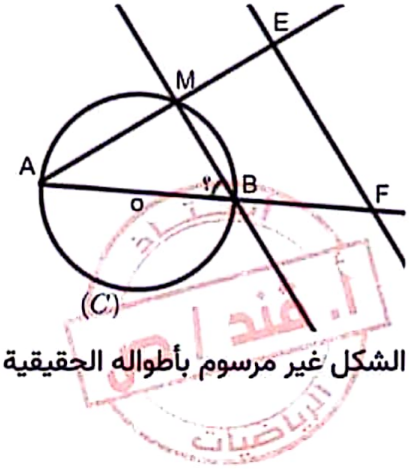
لتكن العبارة A حيث: $A = (3x-2)^2 - (2x+1)(3x-2)$.

1. تحقق بالنشر أن: $A = 3x^2 - 11x + 6$.
2. حلل العبارة A الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة التالية: $(3x-2)(x-3) = 0$.
4. حل المتراجحة التالية $A \leq 3x^2 + 61$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.

التمرين الثالث:

(C) دائرة مركزها o و قطرها $[AB]$، M نقطة منها حيث:

$AB = 10cm$ ، $AE = 11,2cm$ ، $AM = 8cm$ و $BF = 4cm$.



الشكل غير مرسوم بأطواله الحقيقية

1. برهن أن المثلث ABM قائم في نقطة يطلب تعيينها.
2. أحسب قيس الزاوية $\widehat{MBA}$ بالتدوير الى الوحدة من الدرجة.
3. أثبت أن $(EF)//(MB)$.
4. أحسب الطول EF علما أن: $MB = 6cm$.

التمرين الرابع:

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $oi = oj = 1cm$.

1. علم النقط: $A(-2;4)$; $B(3;3)$; $C(-3;-1)$.
2. أحسب الطول AC ثم برهن طبيعة المثلث ABC علما أن: $AB = \sqrt{26}$ و $BC = 2\sqrt{13}$.
3. أحسب احداثيتي النقطة I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
4. أنشئ النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم أحسب احداثيتيها.

الأستاذ قند صلاح الدّين يتمنى لكم كل التوفيق و النجاح

الحل المقترح لسلسلة الرياضيات الأولى

التمرين الأول:

1/ حساب العدد x:

$x = PGCD(441; 339)$

بتطبيق خوارزمية أقليدس نجد:

$441 = 339 \times 1 + 102$

$339 = 102 \times 3 + 33$

$102 = 33 \times 3 + 3$

$33 = 3 \times 11 + 0$

ومنه: $\boxed{x = 3}$

2/ كتابة العدد y على الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد طبيعي

$y = 4\sqrt{252} + \sqrt{28} - 4\sqrt{175}$

$y = 4\sqrt{36 \times 7} + \sqrt{4 \times 7} - 4\sqrt{25 \times 7}$

$y = 4\sqrt{6^2 \times 7} + \sqrt{2^2 \times 7} - 4\sqrt{5^2 \times 7}$

$y = 4 \times 6\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 4 \times 5\sqrt{7}$

$y = (24 + 2 - 20)\sqrt{7}$

$\boxed{y = 6\sqrt{7}}$

3/ تبيين أن: $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{7}}{14}$

لدينا: $\frac{x}{y} = \frac{3}{6\sqrt{7}} = \frac{1}{2\sqrt{7}}$

$\frac{x}{y} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{2 \times 7}$

$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{7}}{14}$ وهو المطلوب.

التمرين الثاني:

1/ التحقق بالنشر أن:

$A = 3x^2 - 11x + 6$

لدينا:

$A = (3x-2)^2 - (2x+1)(3x-2)$

$A = (3x)^2 + 2^2 - 2(3x)\times 2 - [6x^2 - 4x + 3x - 2]$

$A = 9x^2 + 4 - 12x - 6x^2 + 4x - 3x + 2$

$\boxed{A = 3x^2 - 11x + 6}$

وهو المطلوب.

2/ تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$A = (3x-2)^2 - (2x+1)(3x-2)$

$A = (3x-2)(3x-2) - (2x+1)(3x-2)$

$A = (3x-2)[3x-2-(2x+1)]$

$A = (3x-2)[3x-2-2x-1]$

$\boxed{A = (3x-2)(x-3)}$

3. حل المعادلة التالية:

$(3x-2)(x-3)=0$

$3x-2=0$ أو $x-3=0$: أي

$3x=2$ أو $x=3$: أي

$x=\frac{2}{3}$ أو $x=3$: أي

إذن: المعادلة تقبل حلين هما 3 و $\frac{2}{3}$

4. حل المتراجحة التالية

$A \leqslant 3x^2+61$

$3x^2-11x+6 \leqslant 3x^2+61$: أي

$3x^2-3x^2-11x \leqslant 61-6$: ومنه

$-11x \leqslant 55$: ومنه

$\frac{-11x}{-11} \geqslant \frac{55}{-11}$: ومنه

$x \geqslant -5$: ومنه

إذن: حلول المتراجحة هي كل عدد x الأكبر من أو يساوي -5

* تمثيل مجموعة الحلول بيانيا:

التمرين الثالث:

1. البرهان على أن المثلث ABM قائم في A:

بما أن [AB] قطر لدائرة (C) محيطة بالمثلث ABM

فحسب الخاصية العكسية لدائرة المحيطة بالمثلث فإن المثلث ABM قائم في M

2. حساب قيس الزاوية $\widehat{MBA}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة:

في المثلث ABM القائم في M لدينا:

$\sin \widehat{MBA} = \frac{AM}{AB}$

$\sin \widehat{MBA} = \frac{8}{10} = 0,8$: ومنه

باستعمال الآلة الحاسبة نجد:

shift sin (0,8) = 53,13

بالتدوير إلى الوحدة:

$\widehat{MBA} = 53°$

3. إثبات أن $(EF) // (MB)$

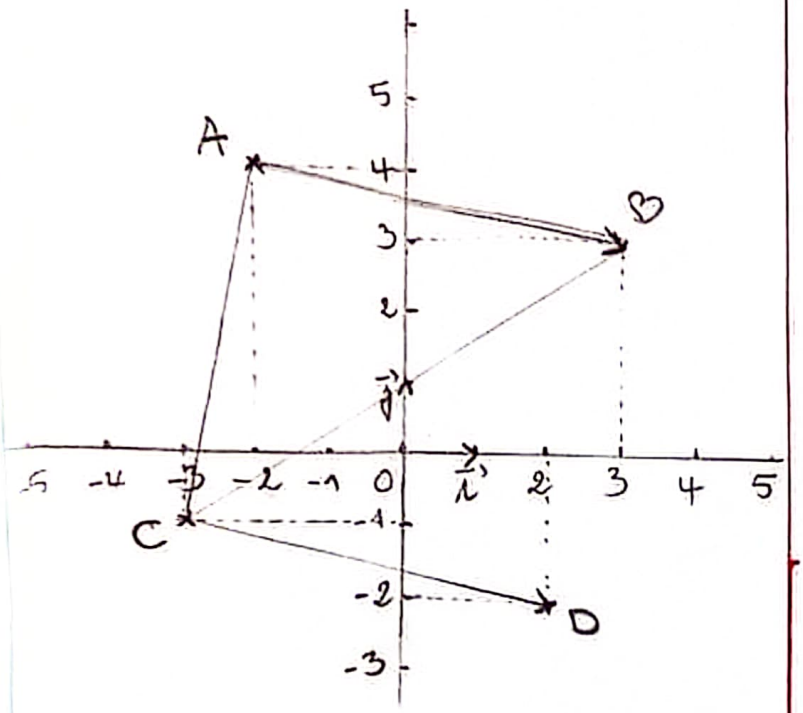
لدينا:

$\frac{AM}{AE} = \frac{8 \times 5}{11,2 \times 5} = \frac{40}{56}$

$\frac{AB}{AF} = \frac{AB}{AB+BF} = \frac{10 \times 4}{14 \times 4} = \frac{40}{56}$.

التمرين الرابع :

1/ تعليم النقط :



2/ حساب الطول AC :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$$

$$AC=\sqrt{(-3-(-2))^2+(-1-4)^2}$$

$$AC=\sqrt{(-1)^2+(-5)^2}$$

$$AC=\sqrt{1+25}$$

$$AC=\sqrt{26}$$

* البرهان على طبيعة المثلث ABC :

لدينا $AB^2+AC^2=\sqrt{26}^2+\sqrt{26}^2=52$ ... (1)

$BC^2=(2\sqrt{13})^2=52$ ... (2)

ومنه :

$$\frac{AM}{AE}=\frac{AB}{AF}$$

ولدينا النقط A, M, E و النقط A, B, F على استقامة واحدة وبنفس الترتيب ومنه حسب خاصية طاليس العكسية فإن :

$(EF)//(MB)$

4/ حساب الطول EF :

بما أن النقط A, M, E و النقط A, B, F على استقامة واحدة.

و $(EF)//(MB)$ فإنه حسب خاصية طاليس لدينا :

$$\frac{AM}{AE}=\frac{AB}{AF}=\frac{MB}{EF}$$

ومنه :

$$\frac{8}{11,2}=\frac{10}{14}=\frac{6}{EF}$$

نأخذ :

$$\frac{8}{11,2}=\frac{6}{EF}$$

ومنه :

$$EF=\frac{11,2\times 6}{8}=8,4$$

$$EF=8,4\ cm$$

3/ حساب الطول EF باستعمال خاصية فيثاغورس على المثلث AEF القائم

$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\vec{AB}\begin{pmatrix} 3-(-2) \\ 3-4 \end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{CD} = \vec{AB}$: ولدينا

$\begin{cases} x_D + 3 = 5 \\ y_D + 1 = -1 \end{cases}$

أي: $\begin{cases} x_D = 5 - 3 \\ y_D = -1 - 1 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -2 \end{cases}$

إذن: $D(2; -2)$

بالتوفيق

Mr Math

Sayah Driss

من (1) و (2) نجد: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

وحسب خاصية فيثاغورس العكسية

فإن المثلث ABC قائم في A

ولدينا: $AB = AC$

إذن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين في A.

3/ حساب احداثيي النقطة I

I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC القائم في A

أي: I منتصف [BC]:

$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_B + x_C}{2} \\ y_I = \dfrac{y_B + y_C}{2} \end{cases}$

و منه: $\begin{cases} x_I = \dfrac{3+(-3)}{2} = \dfrac{0}{2} = 0 \\ y_I = \dfrac{3+(-1)}{2} = \dfrac{2}{2} = 1 \end{cases}$

إذن: $I(0; 1)$

4/ حساب إحداثيي النقطة D:

لدينا: النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي يحافظ على $\vec{AB}$

أي: $\vec{CD} = \vec{AB}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$; $\vec{CD}\begin{pmatrix} x_D + 3 \\ y_D + 1 \end{pmatrix}$