1) السلاسل الاحصائية (عدد قيمها صغير )

تسميات (كلمات جديدة أو مصطلحات ) + تعاريف

تعريف سلسلة احصائية هي سلسلة متكونة من عدة قيم عددية مثال 5 ، 3 ، 4 ، 7 ، 3 ، 4 ، 5 ، 3 ، 3 ، 4

تكرار نسمي عدد ظهور قيمة داخل السلسلة بتكرار مثال ما هو تكرار 3 في سلسلة السابقة .....

التكرار الكلي نسمى عدد قيم التى تتكون منها السلسلة الاحصائية بتكرار الكلي مثال ما هو تكرار الكلي لسلسلة السابقة .....

ملاحظة التكرار الكلي = مجموع التكرارات مثال تاكد ان القاعدة صحيحة من اجل السلسلة السابقة ..... + ..... + ..... + ..... = .....

التكرار النسبي نسمي النسبة $\frac{\text{تكرار المعلومة1}}{\text{تكرار الكلي}}$ بتكرار النسبي للمعلومة1 مثال

تكرار النسبي ل 4 (او نقول نسبة تكرار ظهور 4 الى عدد كل القيم) هو $\frac{3}{10}$ (3 يدل على عدد ظهور 4 في سلسلة و 10 يدل على عدد قيم السلسلة)

النسبة المئوية لتكرار (النسبة المئوية لتكرار ظهور عدد الى التكرار الكلي ) لحصول على النسبة المئوية لتكرار نضرب التكرار النسبي في 100

مثال في السلسلة السابقة النسبة المئوية لظهور 4 هي 0,3 مضروب في 100 نظهر امامها الرمز ٪ اي النسبة مئوية لظهور 4 هي 30 ٪ ( و تكتب ايضا $\frac{30}{100}$ و تكتب 0,3 و نفضل الكتابة 30 ٪ ) جبريا $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ اي التكرار النسبي يساوي النسبة المئوية لكن مكتوبين بشكل مختلف

مجموعة قيم سلسلة هي قيم السلسلة لكن القيم مكررة ناخذها مرة واحدة مثال في سلسلة السابقة مجموعة قيم السلسلة هي 5 ، 3 ، 4 ، 7

في كل ما ياتى نقصد بكلمة " مجموعة " مجموعة قيم سلسلة احصائية

تلخيص سلسلة احصائية في جدول نستطيع تلخيص القيم السابقة في هذا الجدول

| مجموعة قيم السلسلة (المعلومات بدون تكرار) | 3 | 4 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| عدد ظهور المعلومة ( التكرار ) | 4 | 3 | 2 | 1 |

متوسط سلسلة احصائية نسمي حاصل قسمة ( مجموع قيم **المجموعة** ) على (عدد قيم **المجموعة** ) بالمتوسط السلسلة

(متوسط السلسلة = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم الماخوذة}}$ حيث القيم المكررة تاخذ مرة واحدة) مثال في السلسلة السابقة متوسط السلسلة = $\frac{3+4+5+7}{4} = \frac{19}{4} = 4,75$

المتوسط المتوازن لسلسلة احصائية

نسمي حاصل قسمة ( مجموع قيم **السلسلة** ) على (عدد قيم **السلسلة**) بالمتوسط المتوازن لسلسلة احصائية

(المتوسط المتوازن = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم لماخوذة}}$ حيث القيم المكررة تاخذ مكررة كما في السلسلة ) مثال في السلسلة السابقة

المتوسط المتوازن = $\frac{5+3+4+7+3+4+5+3+3+4}{10} = \frac{41}{10} = 4,1$

تعبير جبري عن المتوسط و المتوسط المتوازن

نفرض ان مجموعة قيم سلسلة هي a ، b ، c و ان تكرار a هو $n_a$ ( عدد ظهور a في السلسلة ) و ان تكرر b هو $n_b$ و ان تكرار c هو $n_c$

1) باستخدام تعبير جبري فان متوسط السلسلة هو $\frac{a+b+c}{3}$ لان مجموعة قيم السلسلة هي a ، b ، c و هذه المجموعة مكونة من 3 عناصر

2) باستخدام تعبير جبري فان المتوسط المتوازن هو $\frac{a\times n_a+b\times n_b+c\times n_c}{n_a+n_b+n_c}$ و هو نفسه $\frac{a+a+\cdots+a+b+b+\cdots+b+c+c+\cdots+c}{N}$ حيث نكرر a في البسط كما تكرر في السلسلة و نكرر b في البسط كما تكرر في السلسلة و نكرر c في البسط كما تكرر في السلسلة و N هو عدد قيم السلسلة اي مجموع التكرارات اي التكرار الكلي

ملاحظة1 متوسط قيم السلسلة ( يسمى متوسط المتوازن لسلسلة ) ليس هو متوسط السلسلة

ملاحظة2 في حالة كل تكرارات قيم السلسلة تساوي 1 فان متوسط المتوازن لسلسلة يساوي متوسط السلسلة

مسألة1 اكمل الجدول بما يناسب

لا يمثل مجموع **قيم السلسلة** بل يمثل مجموع عناصر **مجموعة قيم السلسلة**

مجموع التكرارات اي التكرار الكلي أي عدد قيم السلسلة

مجموع جداء القيم( بدون تكرار) في تكرارها

| مجموعة قيم السلسلة (المعلومات بدون تكرار) | 3 | 4 | 5 | 7 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار (عدد ظهور المعلومة) | 4 | 3 | 2 | 1 | ..... |
| التكرار النسبي(التكرار ÷ التكرار الكلي) | ..... | ..... | ..... | ..... | 1 |
| النسبة المئوية (كتابة اخرى لتكرار النسبي ) نضرب التكرار النسبي في 100 و نظهر الرمز ٪ | ..... | ..... | ..... | ..... | ٪100 |
| جداء القيمة في تكرارها | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

باستعمال الجدول احسب متوسط السلسلة و المتوسط المتوازن لسلسلة .....

مسالة 2

لدينا السلسلة التالية 12 ، 0 ، 11 ، 10 ، 9 ، 12 ، 3 ، 9 ، 3 ، 12 ، 5 ، 9 ، 12 ، 12 ، 0 ، 10 ، 3 ، 5 ، 12 ، 3 نلخصها في الجدول التالي

| | | | | | | | | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مجموعة قيم السلسلة (القيم بدون تكرار) | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| تكرار القيم | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| تكرار النسبي | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | 1 |
| النسبة المئوية | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | 100 |
| جداء القيمة في تكرارها | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

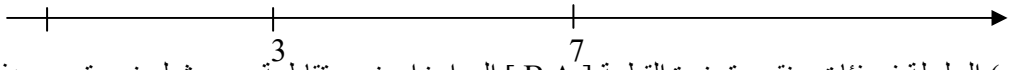
احسب متوسط السلسلة و المتوسط المتوازن لسلسلة مثل التكرارات بمستطيلات

مثال اليك سلسلة التالية 5 ، 3 ، 4 ، 7 ، 3 ، 4 ، 5 ، 3 ، 3 ، 4

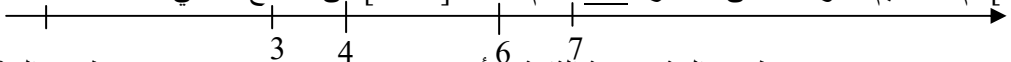
اختصار سلسلة احصائية (تجميع سلسلة احصائية في فئات) لاختصار سلسلة احصائية نحتاج الى هذه التعاريف

مدى السلسلة نسمي الفرق بين اكبر قيمة في السلسلة و اصغر قيمة في السلسلة بمدى السلسلة مثال ما هو مدى السلسلة السابقة .....
(يجب تفريق بين قيم السلسلة و تكرار القيم )

قيم السلسلة و المستقيم المدرج نستطيع ان نمثل ادنى قيمة لسلسلة بنقطة A و اكبر قيمة في سلسلة بنقطة B لنتحصل على قطعة تحتوي على كل النقاط التى تمثل قيم السلسلة و سيكون طول القطعة هو مدى السلسلة مثال على المستقيم المدرج ( 3 ) A و ( 7 ) B ( سنمثل قيم سلسلة السابقة بنقاط تتواجد بين A و B )




تقسيم السلسلة الى فئات لتقسيم ( لتنظيم ) السلسلة في فئات سنقوم بتجزءة القطعة [ B A ] الى اجزاء غير متقاطعة و بحيث لو نعيد تجميع هذه الاجزاء لتحصلنا على القطعة [ B A ] ثم نعد القيم المتواجدة على كل جزء مثال نقسم القطعة [ B A ] الى 3 قطع كما في الشكل




فئة الاولى تبدأ من 3 و تنتهى عند 4 ( نسمي 3 و 4 طرفي الفئة ) و فئة الثانية تبدأ من 4 و تنتهى عند 6 ( نسمي 4 و 6 طرفي الفئة ) و هكذا .....
ثم نرسم هذا الجدول

| الفئات | فئة الاولى القيم اكبر او تساوي 3 و اقل او تساوي 4 $3 \leq x \leq 4$ | فئة الثانية القيم اكبر تماما من 4 و اقل او تساوي 6 $4 < x \leq 6$ | فئة الثالثة القيم اكبر تماما من 6 و اقل او تساوي 7 $6 < x \leq 7$ |
|---|---|---|---|
| قيم المتواجدة في الفئة | 3 ، 4 ، 3 ، 4 ، 3 ، 4 | 5 ، 5 | 7 |

مدى الفئة نسمي الفرق بين طرفي الفئة بمدى الفئة مثال ما هو مدى الفئة الثانية ($6 \geq x > 4$ ) .....

ملاحظة:

اذا استعملنا الرمز $\leq$ مع طرف الفئة فهذا يعني ان طرف الفئة يدخل في الفئة

اذا استعملنا الرمز $>$ مع طرف الفئة فهذا يعني ان طرف الفئة لا يدخل في الفئة

سواء ان كان طرف الفئة داخل في الفئة أو خارج الفئة فانه لا يؤثر في مدى الفئة مثال الفئتين ($8 \geq x > 2$ ) و ($8 \geq x \geq 2$ ) لهما نفس المدى (6)

مركز الفئة نسمى حاصل قسمة ( مجموع طرفي الفئة ) على 2 بمركز الفئة مثال مركز الفئة ($250 \geq x > 100$ ) هو $\frac{100+250}{2}$ اي 175

ملاحظة اذا مثلنا طرفي الفئة بنقطتين على المستقيم المدرج فان مركز الفئة يمثل بمنتصف القطعة المحددة بهتين النقطتين

اختصار سلسلة احصائية

لاختصار سلسلة احصائية نقوم بما يلي

1) ننظم السلسلة في فئات (نقسم السلسلة الى فئات) نفضل ان تكون هذه الفئات متساوية المدى
2) نعوض المعطيات نفس الفئة بفئتها
3) نعد المعطيات التى تنتمي لنفس الفئة لتمثل التكرار

مثال لدينا السلسلة احصائية التالية 5 ، 3 ، 4 ، 7 ، 3 ، 4 ، 5 ، 3 ، 3 ، 4 نلخصها كالاتى

| مجموعة قيم المعطيات (المعلومات) | 3 | 4 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| عدد ظهور المعلومة ( التكرار ) | 4 | 3 | 2 | 1 |

ونعيد تلخيصها كالاتى (مثلا نلخصها في فئتين متساوية المدى)

| الفئات | فئة الاولى القيم اكبر او تساوي 3 و اقل او تساوي 5 ( $5 \geq x \geq 3$ ) | فئة الثانية القيم اكبر تماما من 5 و اقل او تساوي 7 ( $7 \geq x > 5$ ) |
|---|---|---|
| قيم المتواجدة في الفئة | 5 ، 3 ، 4 ، 3 ، 4 ، 5 ، 3 ، 3 ، 4 | 7 |

اما اختصرها فهو كالاتى (مثلا نختصرها الى فئتين متساوية المدى) لا نذكر التفاصيل ( سنخسر التفاصيل و نربح الاختصار)

| الفئات | فئة الاولى $5 \geq x \geq 3$ | فئة الثانية $7 \geq x > 5$ |
|---|---|---|
| عدد قيم الفئة (تكرار الفئة) | 9 | 1 |

ملاحظة

1) عندما يعطينا الاستاذ معطيات مجمع في فئات فانه لم يعطينا قيمة هذه معطيات بل يعطينا عدد هذه المعطيات داخل كل فئة و نسمى هذا العدد تكرار
2) الجدول الاخير نقرأه كالتالي يوجد 9 معطيات قيمتها بين 3 و 5 (يمكن ان تاخذ قيمة 3 كما يمكن ان تاخذ قيمة 5 ) و توجد معلومة واحدة قيمتها بين 5 و 7 ( يمكن ان تكون 7 ) لكن قيمة هذه المعطيات مجهولة في الجدول المختصر ( و ليس في الجدول الملخص)
3) التلخيص يحافظ على دقة المعلومات ( عند تلخيص سلسلة احصائية فان السلسلة لا تتغير )
4) كلما كان مدى الفئات كبير كان اختصار السلسلة غير دقيق (الاختصار هو ايضا سلسلة احصائية لكنها تقريبية لسلسلة اخرى )

سلاسل الاحصائية عدد قيمها كبير ( اذا كانت لدينا سلسلة احصائية عدد قيمها كبير فاننا مضطرين لكي نختصر هذه المعطيات في فئات )

مقدمة اذا رقبنا عدد المتواجدين (الزائرين او المسافرين ) داخل مطار هواري بومدين خلال كل دقيقة لمدة سنة سنتحصل على سلسلة احصائية طويلة جدا ( تكرارها الكلي هو $60 \times 24 \times 365 = 525\,600 = 5{,}256 \times 10^5$ أي اكثر من نصف مليون معلومة لذا يصعب علينا التعامل مع هذه المعلومات) لذا نضطر ان نختصر هذه السلسلة الى فئات (مثلا دقائق التي يكون عدد المتواجدين في مطار بين 0 و 50 و الدقائق التي يكون عدد المتواجدين في مطار بين 50 و 100 و الدقائق التي يكون عدد المتواجدين في مطار بين 100 و 150 اي مدى كل الفئة هو 50 ثم نذكر كم توجد من دقيقة في هذه الفئة و هكذا سنختصر هذه المعلومات الى 50 معلومة فقط و هذا اذا فرضنا ان دقيقة الذروة يكون فيها 3000 زائر اي اخر فئة تبدأ من 2950 متوجد في مطار الى 3000 متواجد )

مثال بسيط اليك عدد المسافرين في مطار اطلانطا (و.م.ا) لعام 2017 - الوحدة هي مليون مسافر –

| الشهر | جانفي | فيفري | مارس | افريل | ماي | جوان | جويلية | اوت | سبتمبر | اكتوبر | نوفمبر | ديسمبر |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد المسافرين | 7.8 | 7.4 | 9 | 8.3 | 9.4 | 9.4 | 9.6 | 9.3 | 7.9 | 9.1 | 8.6 | 8.1 |

لدينا سلسلة احصائية مكونة من 12 معلومة نريد اختصارها (تنظيمها ) الى 4 انواع من المعلومات و ذلك بتقسيم القطعة التالية الى اربعة قطع متساوية

جبريا نحسب مدى السلسلة نجد 2.2 ثم نقسم هذا العدد على 4 نجد 0.55 و 0.55 يعبر عن مدى كل فئة

لنجد طرفي الفئة ناخذ الطرف الاصغر في السلسلة اي 7.4 و في كل مرة نضف له 0.55 اكمل الجدول التالي

| الفئة | $9.05 \leq x \leq 9.6$ | $8.5 \leq x < 9.05$ | $7.95 \leq x < 8.5$ | $7.4 \leq x < 7.95$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| مراكز الفئات | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| تكرار (كم معلومة توجد في هذه الفئة) | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| تكرار النسبي | ..... | | | | 1 |
| النسبة المئوية | ..... | | | | ٪ 100 |

تبقى التعريف ( تكرار ، التكرار الكلي ، التكرار النسبي ، النسبة المئوية لتكرار المقدمة في بداية الدرس صحيحة)

متوسط سلسلة احصائية (مختصرة أو مجمعة في فئات )

لدينا السلسلة التالية 12 ، 0 ، 11 ، 10 ، 9 ، 12 ، 3 ، 9 ، 3 ، 12 ، 5 ، 9 ، 12 ، 12 ، 0 ، 10 ، 3 ، 5 ، 12 ، 3 نختصرها في فئتين لهما نفس المدى (نحسب مدى السلسلة = اكبر قيمة ناقص اصغر قيمة = 12 نقسم المدى على 2 نجد 6 اي 6 مدى كل فئة )

| | | | المجموع |
|---|---|---|---|
| الفئة | $0 \leq x < 6$ | $6 \leq x \leq 12$ | |
| تكرار كم معلومة توجد في هذه الفئة | ..... | ..... | ..... |
| مراكز الفئات | ..... | ..... | |
| جداء التكرار في مركز الفئة | ..... | ..... | ..... |

مجموع التكرارات اي التكرار الكلي

مجموع جداء التكرار في مركز الفئة

متوسط سلسلة احصائية مجمعة في فئات نسمي حاصل قسمة ( مجموع مراكز الفئات) على (عدد الفئات) بمتوسط السلسلة

(متوسط سلسلة = $\frac{\text{مجموع مراكز الفئات}}{\text{عدد الفئات}}$ مثال في السلسلة المجمعة السابقة فان متوسط السلسلة = $\frac{.....}{.....} = 6$

المتوسط المتوازن لسلسلة احصائية مجمعة في فئات

نسمي حاصل قسمة [ مجموع ( جداء كل مركز فئة في تكرارها ) ]على (التكرار الكلي) بالمتوسط المتوازن لسلسلة احصائية

(المتوسط المتوازن لسلسلة = $\frac{\text{مجموع ( جداءات مراكز الفئات في التكرار)}}{\text{التكرار الكلي}}$ مثال في السلسلة المجمعة السابقة

المتوسط المتوازن = $\frac{.....}{.....} = .....$

تعبير جبري عن المتوسط و المتوسط المتوازن نفرض ان مراكز فئات سلسلة هي a ، b ، c و ان تكرار الفئة1 هو $n_1$ ( فئة1 تحتوي على $n_1$ قيمة ) و ان تكرر الفئة2 هو $n_2$ و ان تكرار الفئة3 هو $n_3$

1) باستخدام تعبير جبري فان متوسط السلسلة هو $\frac{a+b+c}{3}$ لان مراكز فئات السلسلة هي a ، b ، c و عدد هذه المراكز هو 3

2) باستخدام تعبير جبري فان المتوسط المتوازن هو $\frac{a\times n_1+b\times n_2+c\times n_3}{n_1+n_2+n_3}$

ملاحظة

المتوسط المتوازن لسلسلة المختصرة ( المجمعة في فئات ) هو قيمة تقريبية لمتوسط المتوازن لسلسلة الغير مختصرة (الغير مجمعة في فئات )

في مثال مطار اطلانطا نستطيع ان ننظم المعطيات في الفئات التالية $7.5 > x \geq 6.5$ و $8.5 > x \geq 7.5$ و $9.5 > x \geq 8.5$ و $10.5 > x \geq 9.5$ المهم يكون لدينا 4 قطع متساوية تغطى القطعة الكلية

تمثيل تكرارات سلسلة احصائية ( مجمعة في فئات متساوية المدى ) ب مستطيلات ( نسمي هذا التمثيل ب مدرج تكراري )

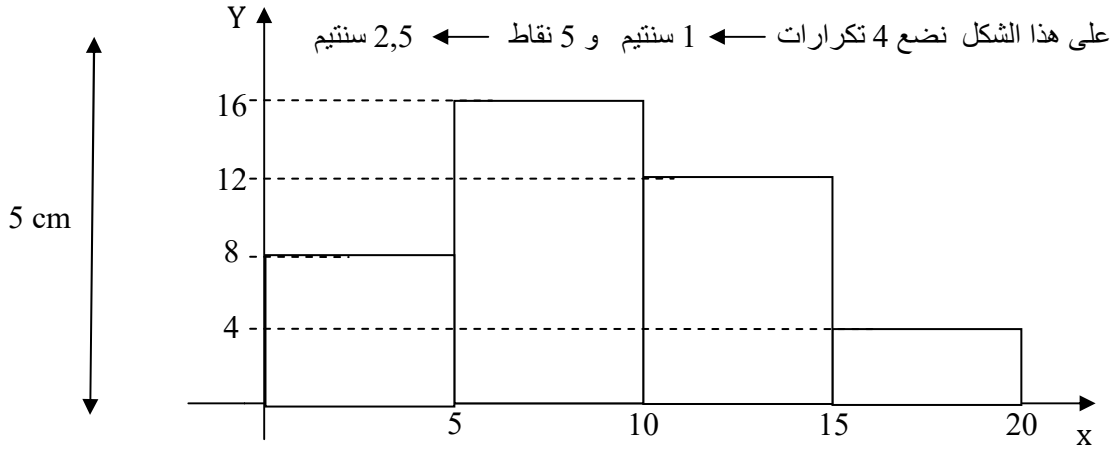
قاعدة ارتفاعات المستطيلات متناسبة مع تكرارات فئات ( بمعنى اذا كانت التكرارات كبيرة فلتمثيلها نقسمها على نفس العدد لنجد طول المستطيلات و اذا كانت التكرارات صغيرة فلتمثيلها نضربها في نفس العدد لنجد طول المستطيلات )

| نقاط التلا ميذ (x) | $0 \leq x < 5$ | $5 \leq x < 10$ | $10 \leq x < 15$ | $15 \leq x \leq 20$ |
|---|---|---|---|---|
| تكرار القيم (Y) | 8 | 16 | 12 | 4 |

لتمثيل التكرارات السابقة على ورقة طولها 20 سنتيم نضع 1 ⟵ 1 سنتيم (اي كل تكرار نمثله ب سنتيم) اما اذا كان طول ورقة 10 سنتيم نضع 2 ⟵ 1 سنتيم ( اي لانتقال من تكرار الى ارتفاع المستطيل نقسم كل تكرار على اثنان و للانتقال من ارتفاع المستطيل الى تكرار نضرب الارتفاع في 2 )

اما عرض المستطيل فانتخذ ممثلي طرفي الفئة على محور الفواصل كنقطتين من رؤوس المستطيل

لنتحصل على هذا الشكل نضع 4 تكرارات ⟵ 1 سنتيم و 5 نقاط ⟵ 2,5 سنتيم

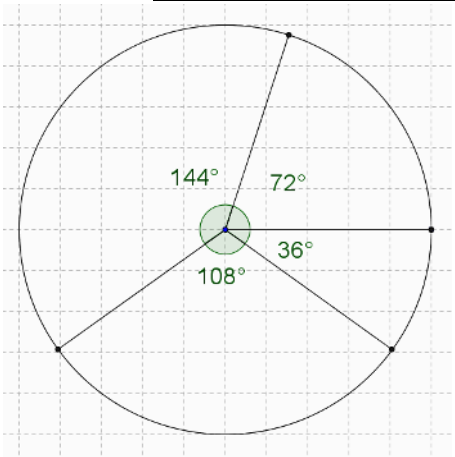



تمرين حدد في الشكل السابق مركز كل فئة ثم احسب المتوسط المتوازن لسلسلة

تمثيل تكرارات سلسلة احصائية ( مجمعة في فئات متساوية المدى ) ب مخطط دائرة

لتمثيل الجدول السابق بمخطط دائري نوسع الجدول بعمودين و بثلاثة اسطر كما في الشكل

| نقاط التلا ميذ (x) | $0 \leq x < 5$ | $5 \leq x < 10$ | $10 \leq x < 15$ | $15 \leq x \leq 20$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| تكرار القيم (Y) | 8 | 16 | 12 | 4 | التكرار الكلي ..... |
| التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار}}{\text{تكرار الكلي}}$ | ..... | ..... | ..... | ..... | 1 |
| النسبة المئوية = التكرار النسبي × 100 | ..... | ..... | ..... | ..... | 100 |
| الزاوية = النسبة المئوية × 3,6 | ..... | ..... | ..... | ..... | 360 |




باستعمال المدور لرسم الدائرة و باستعمال المنقلة لرسم الزوايا نتحصل على المخطط المقابل

ملاحظات

1) للانتقال من زوايا الى النسبة المئوية نقسم على 3,6
2) للانتقال من النسبة المئوية الى التكرار النسبي نقسم على 100
3) للانتقال من التكرار النسبي الى التكرار نضرب في التكرار الكلي

تمري حول مخطط الدائري السابق الى مدرج تكراري