الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ---------- متوسطة ----------

اليوم العالمي للرياضيات π day

2025 - 03 - 14

منافسة فكرية لتلاميذ السنة الرابعة متوسط

السؤال الأول

ما هو أصغر عدد طبيعي غير معدوم و يختلف عن 1 يقسم المجموع $3^{11}+5^{13}$ ؟

السؤال الثاني

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدته cm على المحورين.

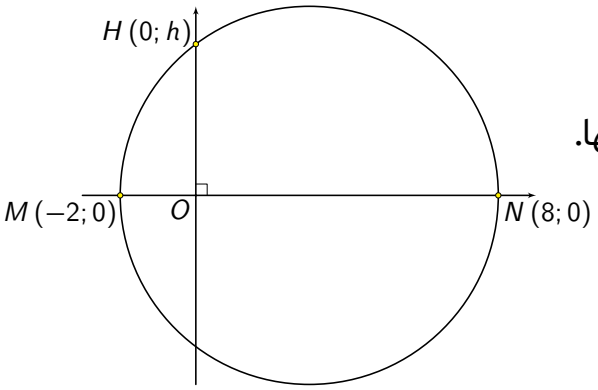
احسب مساحة المثلث المحدد بمحوري الإحداثيات و المستقيم ذي المعادلة $y=-\frac{2}{3}x+12$.

السؤال الثالث

x عدد حقيقي موجب تماما.

إذا كان $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=3$ فاحسب $x^2+\frac{1}{x^2}$.

السؤال الرابع



في الشكل المقابل، $[MN]$ قطر للدائرة و H نقطة منها.

احسب h.

السؤال الخامس

يحتوي كيس على 10 كريات حمراء، 9 بيضاء، 8 صفراء و كريتين سوداوين.

ما هو أصغر عدد من الكريات التي يجب سحبها دون النظر إليها لنضمن سحب 3 كريات من نفس اللون ؟

حل مقترح

السؤال الأول العدد 3 فردي إذن كل قواه الطبيعية فردية أيضا أي 3^{11} فردي.
بالمثل، العدد 5^{13} فردي.
العدد $3^{11}+5^{13}$ هو مجموع عددين فرديين إذن هو زوجي و بالتالي يقبل القسمة على 2.
إذن أصغر عدد طبيعي غير معدوم و يختلف عن 1 يقسم $3^{11}+5^{13}$ هو 2.

السؤال الثاني

نسمي (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=-\frac{2}{3}x+12$.

- (Δ) بقطع حامل محور الفواصل في نقطة ترتيبتها y معدومة أي فاصلتها x تحقق $-\frac{2}{3}x+12=0$ منه $-\frac{2}{3}x=-12$ منه $x=\frac{-12\times 3}{-2}=18$.
  إذن (Δ) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة $A(18;0)$.
- (Δ) بقطع حامل محور التراتيب في نقطة فاصلتها x معدومة أي ترتيبتها y تحقق $y=-\frac{2}{3}\times 0+12$.
  إذن (Δ) يقطع حامل محور التراتيب في النقطة $B(0;12)$.

المثلث المطلوب هو إذن المثلث AOB القائم في O و الذي مساحته تساوي :

$$\mathcal{S}=\frac{AO\times OB}{2}=\frac{(18-0)\times(12-0)}{2}=108\ \text{cm}^2$$

السؤال الثالث

نربع طرفي المساواة $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=3$ و نجد $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2=3^2$ أي $\left(\sqrt{x}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2+2\times\cancel{\sqrt{x}}\times\frac{1}{\cancel{\sqrt{x}}}=9$
منه $x+\frac{1}{x}+2=9$ منه $x+\frac{1}{x}=9-2$ منه $x+\frac{1}{x}=7$.

نربع طرفي هذه المساواة الأخيرة و نجد $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=7^2$ منه $x^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2+2\times\cancel{x}\times\frac{1}{\cancel{x}}=49$ أي $x^2+\frac{1}{x^2}+2=49$
منه $x^2+\frac{1}{x^2}=49-2$ منه $\boxed{x^2+\frac{1}{x^2}=47}$.

السؤال الرابع

نسمي S مركز الدائرة. لدينا : $\begin{cases}x_S=\frac{x_M+x_N}{2}=\frac{-2+8}{2}=\frac{6}{2}=3\\ y_S=\frac{y_M+y_N}{2}=\frac{0+0}{2}=0\end{cases}$ إذن $S(3;0)$.

طول نصف قطر هذه الدائرة هو $SN=x_N-x_S=8-3=5$.
المثلث SOH قائم في O فحسب نظرية فيثاغورس $h^2=OH^2=SH^2-SO^2=5^2-3^2=25-9=16$
منه $h=\sqrt{16}=4$.
إذن $\boxed{h=4}$.

السؤال الخامس

في أسوأ الحالات، نسحب كريتين من كل لون و يكون لدينا 2×4 كرية.
إذا سحبنا كرية إضافية (مهما كان لونها) سنتحصل على 3 كريات من نفس اللون.
إذن يجب علينا سحب 9 كريات على الأقل حتى نتحصل على 3 من نفس اللون.