https://prof27math.weebly.com/

التناسبية

تصميم الدرس

- التناسبية والتمثيل البياني
- التناسبية والسرعة المتوسطة
- التناسبية والنسبة المئوية
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين والمشكلات

https://prof27math.weebly.com/

• التناسبية والتمثيل البياني :

• ذكير

نقول عن جدول أعداد أنّه جدول تناسبية عندما نحصل على حدود سطر بضرب كلّ حدود السطر الآخر في نفس العدد.

مثال

x	2	4	6	8
y	3	6	9	12

$\times 1,5$

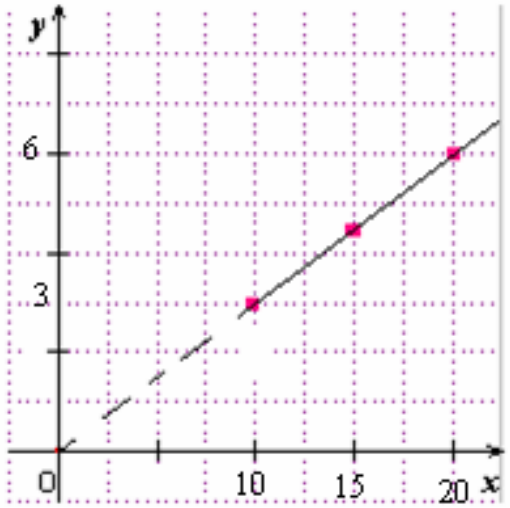
• التناسبية والتمثيل البياني

خاصية

نتعرّف على التناسبية على تمثيل بياني عندما تكون كلّ النقاط على نفس الاستقامية مع المبدأ.

مثال 1

x	10	15	20
y	3	4,5	6



كلّ حواصل القسمة متساوية:

$$\frac{3}{10} = \frac{4,5}{15} = \frac{6}{20} = 0,3$$

فهناك تناسبية.

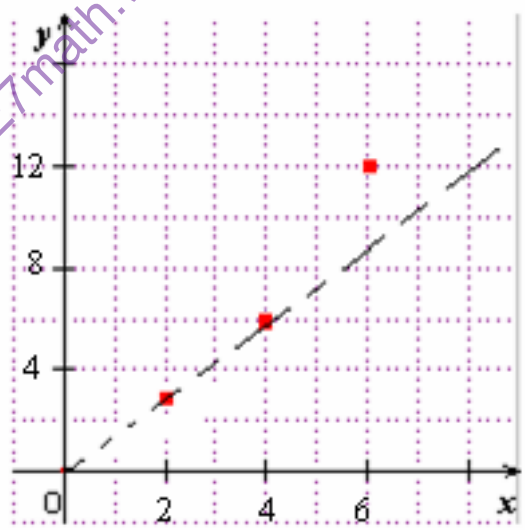
نلاحظ أنّ النقاط على نفس الاستقامية مع المبدأ.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

مثال 2

x	2	4	6
y	3	6	12



قيم y ليست متناسبة مع قيم x.
الجدول ليس جدول تناسبية.

نلاحظ أنّ النقاط ليست على نفس الاستقامية مع المبدأ.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• التناسبية والسرعة المتوسطة:

تعريف

السرعة المتوسطة v (الوحدة $km.h^{-1}$) لمتحرّك يقطع مسافة d (الوحدة km) خلال مدة زمنية t (الوحدة h) هي حاصل قسمة d على t:

$$v = \frac{d}{t}$$

نلاحظ أنّ المسافة المقطوعة (الوحدة km) من طرف المتحرّك متناسبة مع المدة الزمنية المستغرقة (الوحدة h) وأنّ معامل التناسبية هو السرعة المتوسطة (الوحدة $km.h^{-1}$) لهذا المتحرّك.

مثال

قطعت دراجة نارية مسافة $75\ km$ خلال $1\,h\,30\,min$.

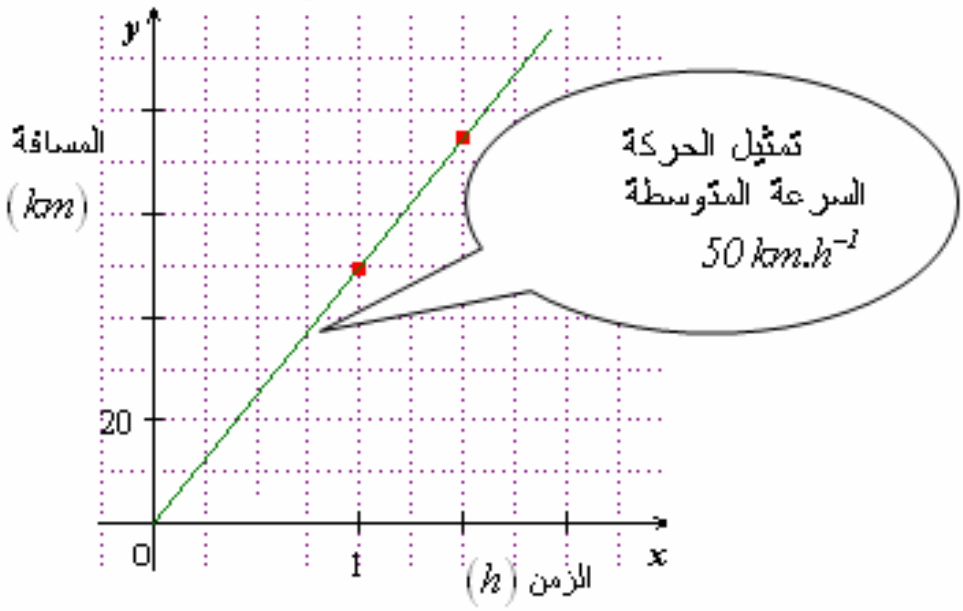
السرعة المتوسطة لها هي $\frac{75}{1,5}$ أي $50\,km.h^{-1}$.

t	المدة الزمنية (h)	$1,5$	1
d	المسافة المقطوعة (km)	75	50

v

هذا يعني أنّ الدراجة النارية تقطع معدل $50\,km$ كلّ ساعة.

ونمثل حركة الدرجة النارية بيانيا كما يلي:



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

ملاحظة

وحدة السرعة متعلقة بوحدتي المسافة والزمن:

عندما تكون المسافة بالكيلومتر والزمن بالساعة، تكون وحدة السرعة $km.h^{-1}$ ونكتب أيضا km/h.

عندما تكون المسافة بالمتر والزمن بالثانية، تكون وحدة السرعة $m.s^{-1}$ ونكتب أيضا m/s.

• تحويل وحدات قياس السرعة

تمرين

تتنقل دراجة بسرعة $72\,km/h$، احسب سرعتها بـ m/s.

الحلّ

نحوّل وحدات المسافة والزمن:

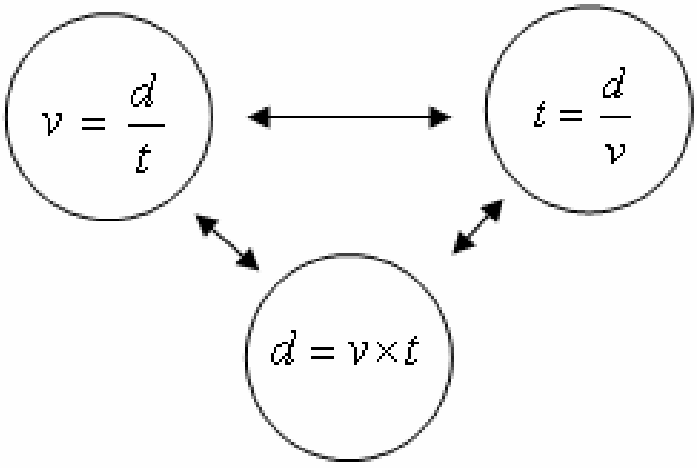
$$1\,h = 3600\,s \quad ؛ \quad 72\,km = 72000\,m$$

نحسب السرعة بالوحدة m/s: $v(m/s) = \dfrac{d(m)}{t(s)}$ ونجدّ: $\dfrac{72000}{3600} = 20$.

سرعة الدراجة $20m/s$.

• حساب السرعة أو المسافة أو الزمن

تسمح العلاقات التالية بحساب سرعة أو مسافة أو زمن.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تطبيقات

1. يستغرق قطار ساعتين وربع لقطع مسافة $360\,km$. ما هي سرعته المتوسطة (الوحدة $km.h^{-1}$) ؟

الحلّ

نستعمل المساواة $v = \frac{d}{t}$.

نعلم أنّ $d = 360\,km$ ؛ $2\ h\ 15\,min = 2,25\,h$ بحيث $\frac{15}{60} = 0,25$.

منه $v = \frac{360}{2,25} = 160$.

أي أنّ السرعة المتوسطة للقطار هي $160\ km.h^{-1}$.

2. سائق يسير بالسرعة المتوسطة $72\ km/h$. ما هي المسافة التي يقطعها في مدة $45\,min$ ؟

الحلّ

نستعمل المساواة $d = v \times t$.

نعلم أنّ $v = 72\,km/h$ ؛ $45\ min = 0,75\,h$.

منه $d = 72 \times 0,75 = 54$

أي أنّ المسافة المقطوعة هي $54\,km$.

3. بنفس معطيات التمرين 2 ، ما هي المدّة الزمنية لقطع مسافة $540\,km$ ؟

الحلّ

نستعمل المساواة $t = \frac{d}{v}$.

نعلم أنّ $d = 540\,km$ ؛ $v = 72\,km/h$.

منه $t = \frac{540}{72} = 7,5$

أي أنّ المدة الزمنية هي $7h\,30\,min$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• التناسبية والنسبة المئوية :

• **تذكير**

نعني بحساب أو تطبيق نسبة مئوية، استعمال التناسبية.

تمرين 1

في قسم من 36 تلميذا، 27 تلميذا يملكون حاسبة. ما هي النسبة المئوية لتلاميذ القسم الذين يملكون حاسبة ؟

الحلّ

من بين 36 تلميذا، 27 تلميذا يملكون حاسبة.

منه النسبة المئوية لتلاميذ القسم الذين يملكون حاسبة:

$\frac{27}{36}=\frac{x}{100}$ أي $\frac{27}{36}\times 100=75$ أي 75%.

تمرين 2

قطع سائق $45\,km$ وهو ما يمثل 12% من مشواره. ما هو عدد كيلومترات هذا المشوار ؟

الحلّ

نعلم أنّ نسبة 12% من المشوار يقابلها $45\,km$.

معنى ذلك $0,12\times x=45$ أي أنّ $x=\frac{45}{0,12}=375$.

منه طول المشوار $375\,km$.

• حساب مؤشر تطور ظاهرة معينة

يبيّن الجدول المقابل تطوّر سعر مادة بين 1995 و 2005.

	1995	2005
سعر المادة (DA)	350	434

بفرض أنّ قيمة هذه المادة هي $100\ DA$ ، سنة 1995 ، ما هي سعرها، سنة 2005 ، باحترام نفس حصص التطوّر المبيّنة في الجدول ؟

نسمّي هذا السعر مؤشر 2005 أساسه 100 ، سنة 1995.

الحلّ

لدينا $\frac{x}{434}=\frac{100}{350}$

منه $x=\frac{434\times 100}{350}=124$

	1995	2005
سعر المادة $(DA$	350	434
المؤشر (أساس 100، سنة 1995)	100	x

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

وبالتالي يكون مؤشر 2005 الذي أساسه 100، سنة 1995 هو 124. ونرجم هذا المؤشر بالقول أنّ بين 1995 و 2005 سُجلت زيادة 24% على سعر هذه المادة.	

https://prof27math.weebly.com/

• تمارين و مشكلات:

عيّن، من بين هذه الجداول، تلك التي تمثّل تناسبية:

أ)

4	12	24
5	15	30

ب)

6	9	12
9	13	18

حـ)

24	16	8
27	18	10

د)

5	12	18
3,75	9	13,5

2. 1) انقل الجدول التالي ثمّ أكمله. اعتبر $\pi = 3,14$

القرص	D_1	D_2	D_3
نصف القطر (cm)	1	$1,5$	3
المحيط (cm)	...	...	...
المساحة (cm^2)	...	...	...

2) هل المحيطات متناسبة مع أنصاف الأقطار ؟
3) هل المساحات متناسبة مع أنصاف الأقطار ؟
4) باستعمال ورق ميليمتري ولونين مختلفين، مثّل في نفس المعلم المحيطات والمساحات بدلالة أنصاف الأقطار.
5) كيف نتحقق نتيجة السؤال الأوّل باستعمال التمثيلين البيانيين ؟

3. تستهلك سيارة معدل 5 لترات من البنزين كلّ $100\ km$.
1) ما هو معدل استهلاكها في الكيلومتر الواحد ؟
2) ما هي المسافة التي تقطعها السيارة عندما تستهلك لترا من البنزين ؟

4. 1) انقل ثمّ أكمل الجدول التالي:

x	5	$\frac{12}{5}$	$\frac{7}{8}$	...	...
y	...	...	...	3	$\frac{3}{2}$

$\times \frac{1}{2}$

2) تحقق بيانيا من التناسبية بتمثيل النقاط ذات الإحداثيات $(x\,;\,$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

5. حوّل في النظام العشري ما يلي:

$3\,h\,20\,min = \ldots\,h$ ؛ $36\,min = \ldots\,h$ ؛ $30\ min = \ldots\,h$

6. باعتبار الساعة كوحدة، عبّر عن المدد التالية بكتابة عشرية:

أ) $2\,h\ 30\,min$ ب) $1\ h\ 12\ min$

7. باعتبار الساعة كوحدة، عبّر عن المدد التالية بكتابة كسرية:

أ) $15\ min$ ب) $30\ min$ حـ) $2\,h\ 45\,min$

8. يجري محمد مسافة $200\,m$ في مدة $25\ s$.

1) احسب سرعته المتوسطة بالمتر على الثانية (m/s).

2) عبّر عن هذه السرعة بالكيلومتر على الساعة (km/h).

9. شخصان يتنقلان، الأوّل بالسرعة $7,5\,m/s$ والآخر بالسرعة $25\,km/h$.
أيهما أسرع ؟

10. انقل ثمّ أكمل الجدول التالي:

المسافة المقطوعة	$180\,km$	$\ldots km$	$3\,km$
الزمن المستغرق	$3\,h$	$2,5\,h$	$\ldots min$
السرعة المتوسطة	$\ldots km.h^{-1}$	$540\,km.h^{-1}$	$9\,km.h^{-1}$

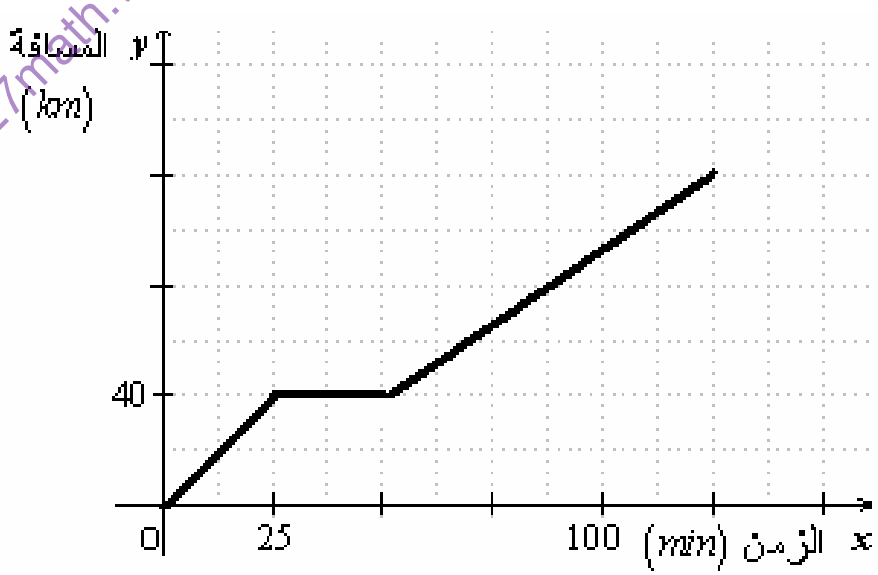
11. قطعت سيارة مسافة $140\,km$ في مدة $1\,h\,45\,min$.
احسب سرعتها المتوسطة.

12. يطير عصفور بسرعة متوسطة $36\,km.h^{-1}$ مدة $10\ min$.
ما هي المسافة التي يقطعها ؟

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

13. يمثّل البيان التالي المسافة المقطوعة من طرف سائق بدلالة الزمن:



1) احسب سرعة السائق في الشطر الأوّل من المشوار بـ (km/h).
2) احسب سرعته في الشطر الثاني من المشوار.
3) احسب سرعته على كلّ المشوار.

14. خرج سائح بدراجته في نزهة على الساعة $7\,h\,45\,min$ وسُجل على عدّاد دراجته $12\,353\,km$ ورجع على $11\,h\,15\,min$ ويبيّن العدّاد $12\,430\,km$.
1) ما هي المسافة التي قطعها ؟
2) ما هي المدة الزمنية التي استغرقها ؟
3) ما هي سرعته المتوسطة بـ (km/h) ؟

15. احسب: 50% من $68,5$ ؛ $0,2\%$ من 730 ؛ 125% من 40

16. من بين 485 تلميذا لمدرسة، سُجّل 50 غائبا.
هل يوجد أقل من 10% من التلاميذ الغائبين أو أكثر ؟

17. عدد المسجلين البالغين في بلدية هو 1600. انتخب 1020 منهم، ومن بين هؤلاء نعدّ 51 ورقة ملغاة.
1) ما هي نسبة الأوراق الملغاة ؟
2) ما هي نسبة الممتنعين ؟

18. قرّر صاحب محلّ تجاري تخفيض 20% عن كلّ المواد التي يبيعها. زيادة على ذلك، يمنح زبائنه المتمدرسين تخفيض 5%. اشترى التلميذ "عمر" حاسبة بثمن $180\,DA$. ما هو السعر الأصلي للحاسبة ؟

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

19. ثمن كراء مسكن هو $495\,DA$ في جانفي 1999. ارتفع ثمن هذا الكراء في جانفي 2002 إلى $544,50\,DA$ وزاد في جانفي 2005 بنسبة 10%. انقل ثمّ أكمل الجدول التالي:

	1999	2002	2005
ثمن الكراء (DA)	...	...	...
المؤشر (الأساس 100 في 1999)	...	...	...

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• حلول التمارين والمشكلات :

.

4	12	24
5	15	30

الجدول هو جدول تناسبية، لأنّ حواصل القسمة $\frac{4}{5}$ ، $\frac{12}{15}$ ، $\frac{24}{30}$ متساوية ومعامل التناسبية هو $0,8$.

6	9	12
9	13	18

الجدول لا يمثّل تناسبية، لأنّ حواصل القسمة ليست متساوية كلّها.

$\frac{6}{9} = \frac{12}{18} = 0,667$ و $\frac{9}{13} = 0,692$

24	16	8
27	18	10

بالمثل، نبيّن أنّ الجدول لا يمثّل تناسبية.

5	12	18
3,75	9	13,5

الجدول هو جدول تناسبية، لأنّ حواصل القسمة متساوية ومعامل التناسبية هو $1,333$.

.2

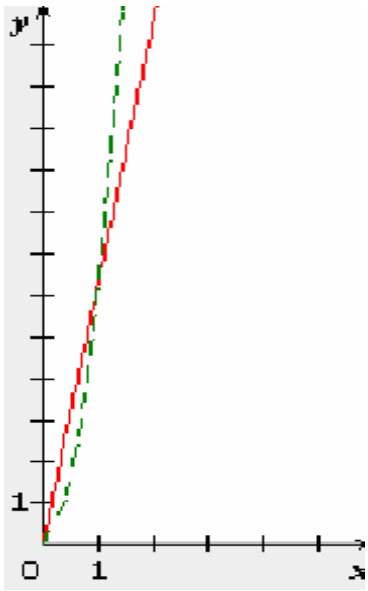
(1

القرص	D_1	D_2	D_3
نصف القطر (cm)	1	$1,5$	3
المحيط (cm)	$6,28$	$9,42$	$18,84$
المساحة (cm^2)	$6,28$	$14,13$	$56,52$

2) المحيطات متناسبة مع أنصاف الأقطار.

3) المساحات غير متناسبة مع أنصاف الأقطار.

4) باستعمال ورق ميليمتري، نمثّل باللون الأحمر قيم المحيطات بدلالة أنصاف الأقطار وبالأخضر قيم المساحات بدلالة أنصاف الأقطار.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

5) نتحقق من نتيجة السؤال الأوّل
باستعمال التمثيلين البيانيين
بملاحظة أنّ النقاط $A(1\ ;\ 6,28)$ ،
$B(1,5\ ;\ 9,42)$ ، $C(3\ ;\ 18,84)$
واقعة على نفس الاستقامة مع المبدأ.
وهو ما يؤكد تناسب المحيطات مع أنصاف الأقطار.
بينما النقاط $A'(1\ ;\ 6,28)$ ،
$B'(1,5\ ;\ 14,13)$ ، $C'(3\ ;\ 56,52)$
ليست على نفس الاستقامة مع المبدأ .
وهو ما يؤكد عدم تناسب المساحات مع أنصاف الأقطار.

.3
1) معدل استهلاك السيارة في الكيلومتر الواحد هو: $0,051$.
2) المسافة التي تقطعها السيارة عندما تستهلك لترا من البنزين هي: $20\,km$.

(1 .4

x	5	$\frac{12}{5}$	$\frac{7}{8}$	6	3
y	$2,5$	$1,2$	$0,438$	3	$\frac{3}{2}$

$\times\frac{1}{2}$

2) نتحقق بيانيا من التناسبية بتمثيل النقاط ذات الإحداثيات $(x\,;y)$ ،
حيث نجد النقاط على نفس الاستقامة مع المبدأ.

.5 $30\ min = 0,5\,h$ ؛ $36\ min = 0,6\ h$ ؛ $3\,h\,20\,min = \frac{10}{3}\ h$

.6 باعتبار الساعة كوحدة، نعبّر عن المدد المعطاة بكتابة عشرية:
أ) $2\,h\ \ 30\,min = 2,5h$ ب) $1\ h\ 12\ min = 1,2\,h$

.7 باعتبار الساعة كوحدة، نعبّر عن المدد المعطاة بكتابة كسرية:
أ) $15\ min = \frac{1}{4}h$ ب) $30\ min = \frac{1}{2}h$ حـ) $2\,h\ 45\,min = \frac{11}{4}h$

.8 1) السرعة المتوسطة هي $8m/s$.
2)نحسب المسافة المقطوعة في ساعة واحدة ($1h = 3600s$):
$8 \times 3600 = 28800$
هذه المسافة مقاسة بالمتر، نحولها إلى الكيلومتر: $28800\,m = 28,8\,km$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

فتكون السرعة: $28,8\ km.h^{-1}$.

9. لمقارنة السرعتين، نكتبهما بنفس الوحدة: $25\ km/h = 6,944\ m/s$
الأسرع هو الذي يتنقل بالسرعة $7,5\ m/s$.

10.

المسافة المقطوعة	$180\ km$	$1350\ km$	$3\ km$
الزمن المستغرق	$3\ h$	$2,5\ h$	$20\ min$
السرعة المتوسطة	$60\ km.h^{-1}$	$540\ km.h^{-1}$	$9\ km.h^{-1}$

11. السرعة المتوسطة هي: $v = \dfrac{140}{1,75} = 80\ km/h$

12. المسافة المقطوعة: $d = 36 \times 0,167 \approx 6\ km$

13. 1) السرعة في الشطر الأوّل من المشوار: $v_1 = \dfrac{40}{0,147} \approx 96\ km/h$ 2) السرعة في
الشطر الثاني من المشوار: $v_2 = 0\ km/h$.
3) السرعة في كلّ المشوار: $v = \dfrac{120}{2} = 60\ km/h$.

14. 1) المسافة المقطوعة: $d = 12430 - 12353 = 77\ km$
2) المدة الزمنية المستغرقة: $t = 3,5\ h$
3) السرعة المتوسطة: $v = \dfrac{77}{3,5} = 22\ km/h$

15. $34,25$ ؛ $1,46$ ؛ 50

16. يوجد أكثر من 10% من التلاميذ الغائبين.

17. 1) نسبة الأوراق الملغاة: 5%.
2) نسبة الممتنعين: $36,25\%$.

18. السعر الأصلي للحاسبة: $240\ DA$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

.19

	1999	2002	2005
ثمن الكراء $(DA$	495	544,50	598,95
المؤشر (الأساس 100 في 1999)	100	110	121

https://prof27math.weebly.com/

belhocine : https://prof27math.weebly.com/