أولمبياد الرياضيات

4 AM

الدور التمهيدي

2020 / 2019

إعداد: عبد الحفيظي عادل + بلقاسم / ع.

1 التمـــــارين

حكمة:
هناك في داخلك شرارات صغيرة من القدرات التي تحتاج بدورها الى نفخ لكي تشتعل وتتحصل على نجاحات مبهرة.

التمرين 01

فرنســـا (2020) ← مساعدة ← الحل

يبلغ قطر العجلة الأمامية لدراجة من القرن التاسع عشر $80cm$ ، بينما يبلغ قطر العجلة الخلفية لها $50cm$.

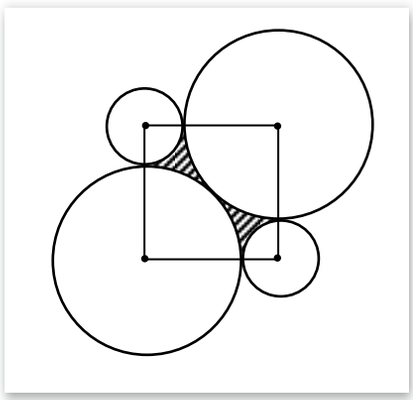
السؤال: ماهي المسافة التي قطعتها الدراجة علماً أنَّ العجلة الخلفية أنجزت 78 دورة أكثر من العجلة الأمامية؟

التمرين 02

فرنســـا (2019) ← مساعدة ← الحل

على الشكل المقابل ، مراكز الدوائر الأربع تمثّل رؤوس مربّع طول ضلعه a. الدائرتان الكبيرتان تمسّ بعضها البعض وتمسّ بدورها الدائرتان الصغيرتان.

ليكن R طول نصف قطر كل من الدائرتان الكبيرتان وَ r طول نصف قطر كل من الدائرتان الصغيرتان.



1) أ/ احسب R وَ r بدلالة a.

ب/ احسب قيمة النسبة $\frac{R}{r}$.

2) احسب مساحة الجزء المهشّر بدلالة a.

يحدث النجاح عندما تصبح أحلامك أكبر من أعذارك

التمرين 03

السعودية (2006) ← مساعدة ← الحل

إذا كان المتوسّط الحسابي لأربعة أعداد هو 205 ، وعندما استبدلنا أحد هذه الأعداد بالعدد 99 أصبح المتوسّط الحسابي 200.

السؤال: جد العدد الذي تَمَّ استبداله.

لكي تكون ناجحا عليك ان تكون محاطا بأناس ناجحين

التمرين 04

كـــندا (2005) ← مساعدة ← الحل

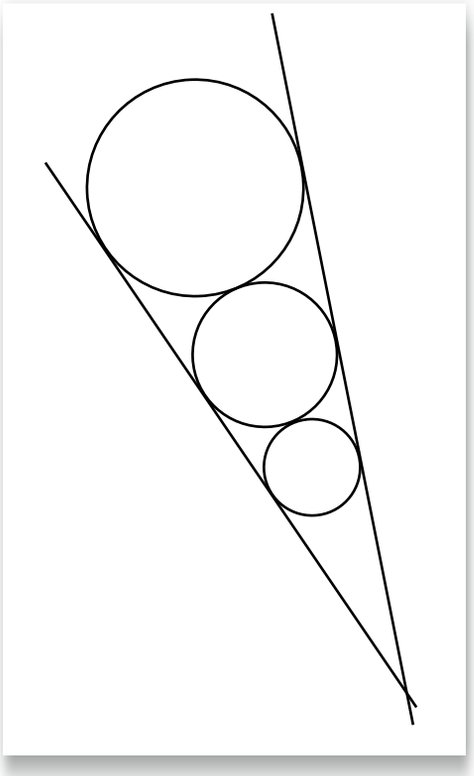
على الشكل المجاور :

ثلاث دوائر ، الصغرى نصف قطرها 2cm

وتمس الدائرة الوسطى التي نصف قطرها 3cm

والتي تمس بدورها الدائرة الكبرى التي نصف قطرها R

والدوائر الثلاث تمس المستقيمين الموضحين بالإنشاء.



السؤال : جد قيمة R.

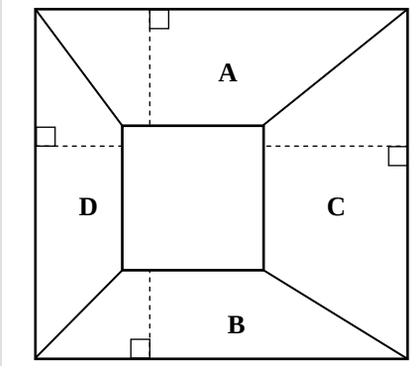
ليست الرياح هي التي تقرّر وجهتك وإنما أنت الذي يتحكّم في اتجاه ابحارك لأنّ الرياح هي نفسها بالنسبة للجميع

التمرين 05

إســـبانيا (1997) ← مساعدة ← الحل

الشكل أدناه يمثّل مربّعان أحدهما داخل اللآخر. أثبت أنَّ:

مساحة شبه المنحرف A + مساحة شبه المنحرف B = مساحة شبه المنحرف C + مساحة شبه المنحرف D.



لا تخلط بين طريقك وَ وجهتك، ليس لأنّ الوقت اليوم عصيب معنى هذا أنك لا تتّجه نحو الشمس

التمرين 06

السعودية (2010) ← مساعدة ← الحل

إذا كان : $x-y=4\sqrt{2}$ ، وَ $xy=56$ ، فإنّ القيم الممكنة لـ $x+y$ هي :

(أ) ± 12 (ب) ± 14 (ج) ± 16 (د) ± 18 .

السؤال : إختر الإجابة الصحيحة .

لا تنتظر أبداً فرصة تأتي. أنشئها

التمرين 07 مصـــر (2003)

← مساعدة ← الحل

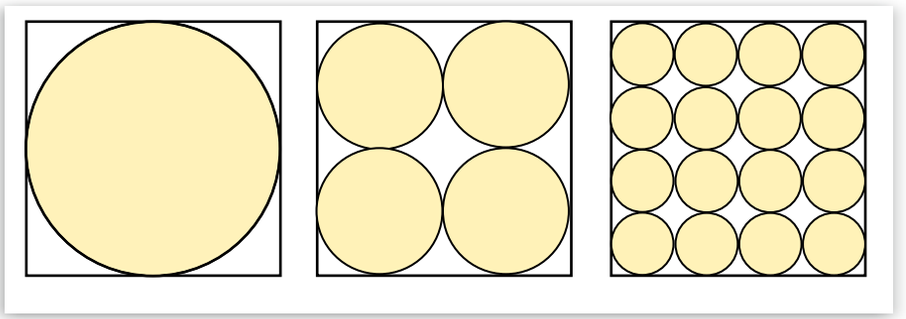
جد ناتج مايلي: $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{2020} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2020}$

التمرين 08 لـــبنان (2017)

← مساعدة ← الحل

في الأشكال التالية ، تحتوي المربعات الثلاثة على مساحات متساوية.

حدّد ما إذا كانت المناطق المظللة الثلاث في كل مربع هي أيضا متساوية.



التمرين 09 أمـــريكا (2008)

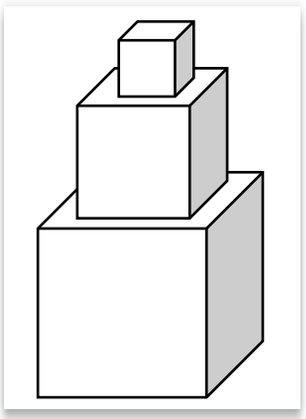
← مساعدة ← الحل

إذا كانت x وَ y أعداد حقيقية موجبة تماماً تحقّق المعادلتين: $x^2+y^2=1$ ، $x^4+y^4=\frac{17}{18}$

السؤال: فجد قيمة xy.

التمرين 10 الأردن (2001)

← مساعدة ← الحل



الشكل المجاور يمثّل صورة لمجسّم يتمّ التفكير في إنشائه في وسط المدينة وهو مكوّن من ثلاث مكعبات أطوال أضلاعها $1m$ ، $2m$ وَ $3m$ على الترتيب. يُراد طلاء المجسّم بنوعين من الدهان ، إذا كانت تكلفة طلاء المتر المربّع من الأوجه الجانبية 3 دنانير وتكلفة طلاء المتر المربّع الواحد من الأوجه العلوية الظاهرة 5 دنانير ،

السؤال: فما تكلفة طلاء هذا المجسّم؟

التمرين 11 فـــرنسا (2017)

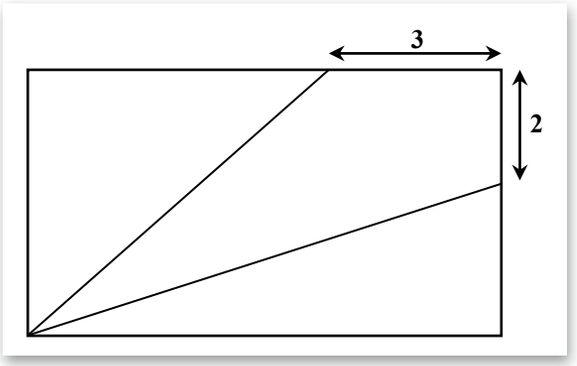
← مساعدة ← الحل

1. أثبت أنّ : $\sqrt{10+\sqrt{19}}+\sqrt{10-\sqrt{19}}=\sqrt{38}$.
2. حـــدّد عدد حقيقي x ، بحيث : $\sqrt{10+\sqrt{19}}-\sqrt{10-\sqrt{19}}=\sqrt{x}$.

التمرين 12

فـــرنسا (2018) ← مساعدة ← الحل

ماهي أبعاد المستطيل المقابل ، علما أنّه مقسوم لثلاث قطع لها نفس المساحة ؟



كن قوياً عند احساسك بالضعف وشجاعاً
عندما تكون خائفاً و متواضعاً عندما تكون منتصراً

التمرين 13

فـــرنسا (2018) ← مساعدة ← الحل

1) قارن بين العددين : $A=\dfrac{1+5x}{1+7x}$ وَ $B=\dfrac{1+2x}{1+4x}$ ، حيث x عدد حقيقي موجب تماماً .

2) إستنتج مقارنة بين العددين X وَ Y حيث : $X=\dfrac{\overbrace{555....556}^{2018\text{....م}}}{\underbrace{777....778}_{2018\text{....م}}}$ وَ $Y=\dfrac{\overbrace{222....223}^{2018\text{....م}}}{\underbrace{444....445}_{2018\text{....م}}}$.

التمرين 14

فـــرنسا (2018) ← مساعدة ← الحل

1) أكتب A دون جذر في المقام : $A=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

2) بسّط B إلى أقصى حد : $B=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+....+\dfrac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}}$.

3) حدّد أصغر عدد طبيعي n حيث : $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+....+\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}\geq 100$

التمرين 15

فـــرنسا (2017) ← مساعدة ← الحل

في المربّع المقابل (**مربّع سحري**) ، الأعداد المسجّلة داخل الخانات هي أعداد حقيقية موجبة تماماً ، جداء الأعداد المسجّلة في كل سطر ، في كل عمود وَ في كلا القطرين هو نفسه .

السؤال : حـــدّد f .

1	64	d	g
a	4	16	4
8	2	e	h
b	c	f	32

في حين أنّ بعض البشر يحلمون بالنجاح فإنّ الفائزين
متيقظين جيّداً ويعملون بجد للوصول إلى مبتغاهم

التمرين 16

فـــرنسا (2017) ← مساعدة ← الحل

ABC مثلّث ، حيث : $AC=13$ ، $AB=14$ وَ $BC=15$ ، نضع : $BJ=x$. (وحدة الطول هي السنتيمتر)

ليكن : H ، J ، K نقط تقاطع أضلاع المثلّث مع الإرتفاعات المتعلقة بها التي تشمل الرؤوس :

C ، A ، B على الترتيب .

1) أ) أكتب مساوتين لفيثاغورس بإدراج AJ .

ب) إستنتج x من السؤال (أ) ، ثمّ أحسب AJ .

2) أحسب كلاً من : BK وَ CH .

3) إقترح مثلّثاً ، حيث أضلاعه الثلاثة و إرتفاعاتها ، تشكّل أطوالها أعداد طبيعية .

التمرين 17

ولاية الجلفة - الجزائـــر (2018) ← مساعدة ← الحل

1) أنشر و بسّط العبـارة E ، حيث : $E=(x-3)^2-(x-1)(x-2)$.

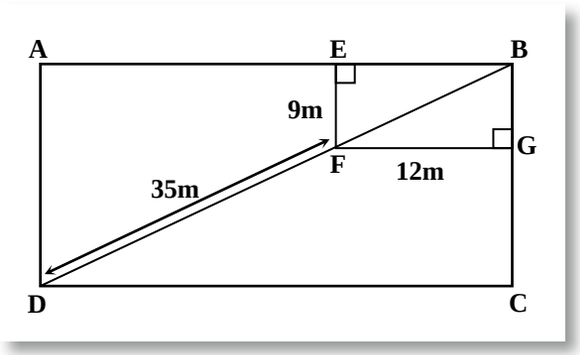
2) إستنتج قيـمة العبـارة : $99998\times99999-99997^2$.

التمرين 18

ولاية الجلفة - الجزائـــر (2018) ← مساعدة ← الحل

$ABCD$ مستطيـل .

السؤال : أحسب بعدي هذا المستطيـــل .



كلّ الناس لديها أفكار والنجاح من نصيب أولئك الذين يطبقونها

التمرين 19

ولاية الجلفة - الجزائـــر (2018) ← مساعدة ← الحل

1) أحسب P ، حيث : $P=(100-1)(100-2)(100-3)\times.....\times(100-115)$.

2) أثبت أنّ العدد $(2^{2013}+2^{2014}+2^{2015})$ يقبل القسمة على 7 .

التمرين 20

المغـــرب (2010) ← مساعدة ← الحل

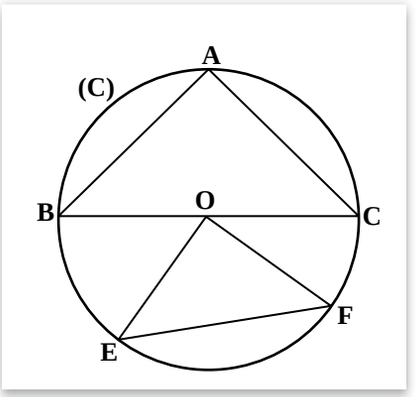
x وَ y عددان طبيعيان متتابعان ، حيث : $y>x$.

السؤال : بيّـن أنّ : $x^2+y^2+(xy)^2=(x^2+y)^2$.

قم دائما بجعل القمر هدفك حتى ولو أخفقت في ذلك ستحط حتماً بين النجوم

التمرين 21

بلجيكا (2007) ← مساعدة ← الحل



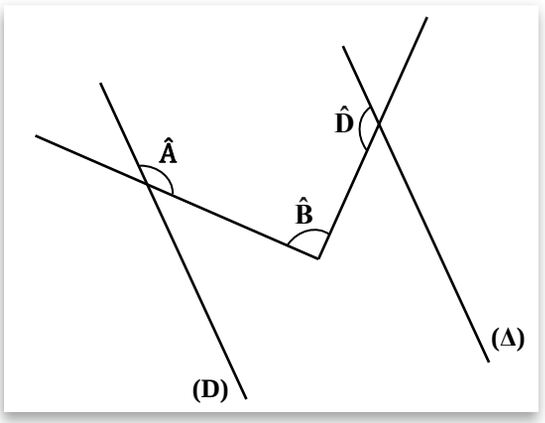
(C) دائرة مركزها O ، المثلّث BAC متساوي الساقين وَ قائم في A وَ المثلّث EOF قائم في O .

السؤال: ماهي نسبة مساحة المثلّث BAC إلى مساحة المثلّث EOF ؟

كان الخبير يوما مبتدئ

التمرين 22

المغرب (2011) ← مساعدة ← الحل



نعتبر الشكل المقابل ، حيث : $(\Delta)//(D)$.

السؤال: بيّن أنّ : $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{D}=360^\circ$

لكي نحقق أشياء ايجابية في حياتك استبدل كلمة "لوفقط" بـ"في المرة القادمة"

التمرين 23

ولاية الجلفة - الجزائر (2016) ← مساعدة ← الحل

السؤال: جد عددين طبيعيين متتاليين جداؤهما يساوي مجموعهما مضاف إليه واحد .

التمرين 24

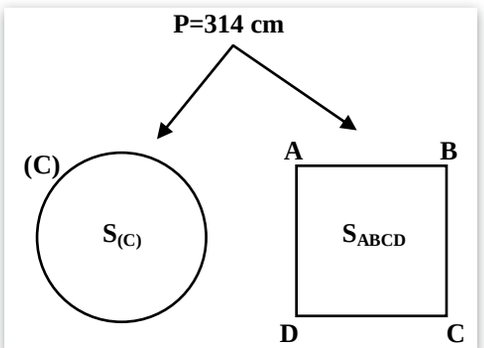
ولاية الجلفة - الجزائر (2016) ← مساعدة ← الحل

1. أكتب على الشكل $a\sqrt{7}$ كلاًّ من الأعداد التالية : $\sqrt{63}$ ، $\sqrt{343}$ ، $\sqrt{700}$.
2. نعتبر ثلاث نقاط : A ، B وَ C حيث : $AB=\sqrt{343}$ ، $BC=\sqrt{63}$ ، $AC=\sqrt{700}$.

السؤال: هل النقط A ، B وَ C على إستقامة واحدة ؟

التمرين 25

ولاية الجلفة - الجزائر (2016) ← مساعدة ← الحل



لدى أحمد و كريم حبل طوله $314cm$ باستعمال الحبل أنشأ أحمد مربّعا ، وَ أنشأ كريم دائرة .

السؤال: أي الشكلين المحصّل عليهما أكبر مساحةً ؟ . (برّر إجابتك) .

توجيهات لحل التمرين 01 ← التمرين ؟ ← الحل

- المسافة التي تقطعها كل من العجلتين متساوية رغم اختلاف عدد الدورات المنجزة من قبل كل منهما.

توجيهات لحل التمرين 02 ← التمرين ؟ ← الحل

1 أ) • لاحظ أنَّ طول قطر المربع $2R$ ، إذن يكفي حساب قيمته بدلالة طولي ضلعي المربع لايجاد المطلوب.

• مجموع طولي القطرين R وَ r مساو لطول ضلع المربع.

ب) القسمة على عدد غير معدوم هو الضرب في مقلوب هذا العدد.

2 مساحة الجزء المهشّر = مساحة المربع $-\frac{1}{2}$ (مساحة الدائرة الكبرى+مساحة الدائرة الصغرى).

توجيهات لحل التمرين 03 ← التمرين ؟ ← الحل

- المتوسط الحسابي هو حاصل قسمة مجموع القيم على عددها.

توجيهات لحل التمرين 04 ← التمرين ؟ ← الحل

- • مراكز الدوائر الثلاث على استقامة واحدة.
- أنشئ المستقيمات القطرية العمودية على مماسي الدوائر الثلاث فتتحصّل على الشروط اللازمة لتطبيق مبرهنة طالس على الشكل.

توجيهات لحل التمرين 05 ← التمرين ؟ ← الحل

- مساحة شبه المنحرف $= \dfrac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$

توجيهات لحل التمرين 06 ← التمرين ؟ ← الحل

- إستعمل المتطابقة : $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ وَ $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

توجيهات لحل التمرين 07 ← التمرين ؟ ← الحل

- • راجع قواعد الحساب على قوى عدد نسبي للسنة الثالثة متوسط.
- استعمل المتطابقة $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

توجيهات لحل التمرين 08 ← التمرين ؟ ← الحل

- قارن بين مساحات المناطق المظللة الثلاث في كل مربع بدلالة طول ضلعه.

توجيهات لحل التمرين 09 ← التمرين ؟ ← الحل

- استعمل المتطابقة $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.
- راجع قواعد الحساب على قوى عدد نسبي للسنة الثالثة متوسط.

توجيهات لحل التمرين 10 ← التمرين ؟ ← الحل

- تذكر أنّ للمكعب أوجه مربّعة الشكل.
- الوجه العلوي للمكعب لا يكون ظاهرا بشكل كامل إن كان فوقه مكعب آخر.

توجيهات لحل التمرين 11 ← التمرين ؟ ← الحل

1 لاحظ أنّ الطرفين عددين موجبين ، إذن يكفي إثبات أنّ مربعيهما متساوي .

2 نحل الجملة المكوّنة من مساواة السؤال (1) و معادلة السؤال (2) ، و باستعمال المتطابقة : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ ، نتحصّل على المطلوب .

توجيهات لحل التمرين 12 ← التمرين ؟ ← الحل

- المطلوب هو إيجاد طول و عرض المستطيل ، إذن فكّر في حل جملة معادلتين بمجهولين من الدرجة الأولى.

توجيهات لحل التمرين 13 ← التمرين ؟ ← الحل

1 لمقارنة عددين حقيقيين ، مثلاً ندرس إشارة الفرق بينهما .

2 السؤال يطلب الإستنتاج ، بمعنى أنّ الجواب مرتبط بما سبق .

توجيهات لحل التمرين 14 ← التمرين ؟ ← الحل

1 فكّر في الضّرب في مرافق المقام .

2 إستعن بنتيجة السؤال السابق .

3 بنفس طريقة حل السؤال (2) ، مع حل المتراجحة المحصّل عليها .

توجيهات لحل التمرين 15 ← التمرين ؟ ← الحل

- هناك عدّة طرق للحل ، حاول أن تختار أبسطها و أقصرها .

توجيهات لحل التمرين 16 ← التمرين ؟ ← الحل

1 أ) علينا إختيار مثلّثين قائمين يشتركان في الضلع AJ .

ب) لدينا : $BJ = x$ ، نستنتج قيمة CJ بدلالة x ، ثمّ نعوّضهما في المساوتين السّابقتين .

2 المطلوب حساب الإرتفاعين ، تذكّر أنّ : مساحة مثلّث $= \frac{1}{2}$ (الضلع × الإرتفاع المتعلق به) .

3 إذا ضربنا أضلاع مثلّث في نفس العدد ، فإنّ إرتفاعاتها ستضرب في نفس العدد و العكس صحيح .

توجيهات لحل التمرين 17 ← التمرين ؟ ← الحل

1 باستعمال المتطابقة : $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

2 إستعن بنتيجة السؤال السّابق .

توجيهات لحل التمرين 18 ← التمرين ؟ ← الحل

- إستعمل مبرهنة فيثاغورس لحساب FB ، ثمّ مبرهنة طاليس لحساب بعدي المستطيل .

توجيهات لحل التمرين 19 ← التمرين ؟ ← الحل

1 العبارة P هي جداء عوامل ، كل عامل منها هو فرق بين عددين .....

- **هل يمكن أن يكون إحداها فرق بين عدد و نفسه ؟ .**

2 عدد يقبل القسمة على 7 ، أي يمكن كتابته من الشكل $7n$ ، حيث n عدد صحيح .

توجيهات لحل التمرين 20 ← التمرين ؟ ← الحل

- العددان الطبيعيان المتتابعان ، الفرق بينهما 1 .

توجيهات لحل التمرين 21 ← التمرين ؟ ← الحل

- في المثلّث المتساوي السّاقين ، الإرتفاع يشمل منتصف قاعدته .

توجيهات لحل التمرين 22 ← التمرين ؟ ← الحل

- تذكّر أنّ مجموع أقياس زوايا مثلّث مساوياً لقائمتين ، و أنّ الزاويتان المتبادلتان داخليا متقايستان (حالة متوازيان و قاطع لهما) .

توجيهات لحل التمرين 23 ← التمرين ؟ ← الحل

- عددان طبيعيان متتاليان ، أي أحدهما يساوي الآخر مضاف إليه واحد .

توجيهات لحل التمرين 24 ← التمرين ؟ ← الحل

- إستعمل الخاصية $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ، حيث a و b عددان موجبان .

توجيهات لحل التمرين 25 ← التمرين ؟ ← الحل

- قارن بين مساحة كل شكل بعد حسابها .

1 ← مساعدة ← التمرين ؟

المسافة D التي قطعتها الدراجة مساوية لتلك التي قطعتها العجلة الأمامية ومساوية للمسافة التي قطعتها العجلة الخلفية كذلك.

خلال دورة واحدة ، تقطع العجلة مسافة مساوية لمحيطها.

نسمّي N عدد مرَّات دوران العجلة الأمامية

وَ n عدد مرَّات دوران العجلة الخلفية.

$N \times \pi \times 80 = n \times \pi \times 50$ ومنه $80N = 50n$

وحسب المعطيات $n = N + 78$ وعليه:

$80N = 50(N+78)$ أي $80N = 50N + 3900$

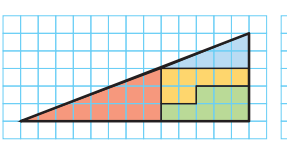
وبالتالي $30N = 3900$ وأخيرا $N = 130$

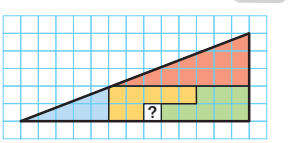
لا تنسى الوحدة في الإجابة
نستعمل الرمز ≃ عند كتابة قيمة تقريبية لعدد

إذن المسافة المقطوعة من طرف الدرَّاجة هي: $D = N \times \pi \times 80 \simeq 32656cm$

أحجية

01 هل أنت أتم المربع الأبيض؟





حل الأحجية

شاهد الحل عبر الرابط التالي:

2mn

2 ← مساعدة ← التمرين ؟

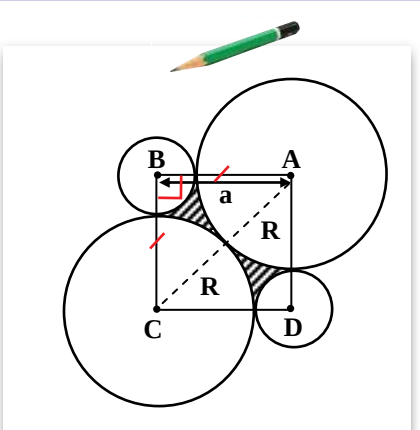
1 أ) بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم ABC :

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ ومنه $a^2 + a^2 = (2R)^2$ وعليه $2a^2 = 4R^2$

وبالتالي $R^2 = \frac{a^2}{2}$ وأخيرا $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$

من جهة أخرى لدينا: $R + r = a$ ومنه $r = a - R = a - \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times a$

إذن: $r = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times a$



إذا كان مثلث قائما ، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

يتبع ...

ب) من السؤال السابق لدينا: $\frac{R}{r}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\times a}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\times a}=\frac{1}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

إذن: $\frac{R}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

2 نسمي A مساحة الجزء المهشّر:

A=مساحة المربع-$\frac{1}{2}$ (مساحة الدائرة الكبيرة + مساحة الدائرة الصغيرة)

$$A=a\times a-\frac{1}{2}(\pi R^2+\pi r^2)=a^2-\frac{\pi}{2}\left[\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\times a\right)^2\right]=a^2-\frac{\pi}{2}\left[\frac{a^2}{2}+\frac{3}{2}a^2-\sqrt{2}a^2\right]$$

$$=a^2-\frac{\pi}{2}\left[2a^2-\sqrt{2}a^2\right]$$

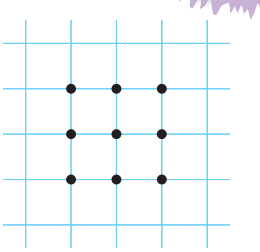
$$=a^2-\pi a^2+\frac{\pi}{\sqrt{2}}a^2$$

$$=\left(\frac{\sqrt{2}+\pi}{\sqrt{2}}-\pi\right)a^2$$

إذن مساحة الجزء المهشَّر: $A=\left(\frac{\sqrt{2}+\pi}{\sqrt{2}}-\pi\right)a^2$

أحجية

02 كيف نربط بين النقاط التسع برسم أربعة أضلاع و بدون رفع القلم؟



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

3 ← مساعدة ← التمرين ؟

نفرض أنَّ الأعداد هي: a ، b ، c وَ d.

لدينا: $\frac{a+b+c+d}{4}=205$ ومنه $a+b+c+d=205\times4=820$.....(1)

بفرض أنَّ العدد المستبدل هو d :

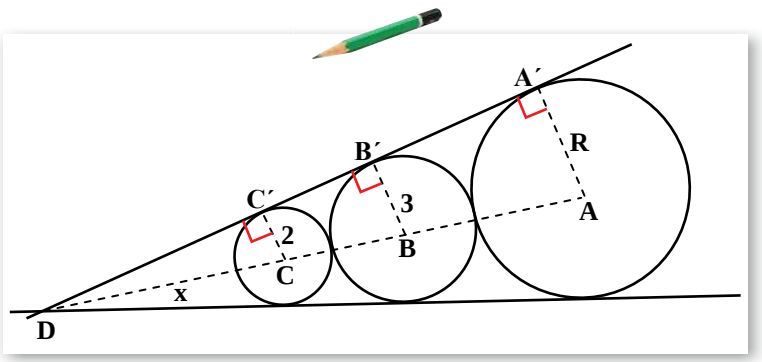
$\frac{a+b+c+99}{4}=200$ ومنه $a+b+c+99=200\times4=800$ أي $a+b+c=800-99=701$.....(2)

من (1) وَ(2) نجد: $701+d=820$ أي $d=820-701=119$. العدد الذي تمَّ استبداله هو: 119

4 ← مساعدة ← التمرين ؟

النقط A، B، C و D على استقامة واحدة.

حسب مبرهنة طالس لدينا: $\frac{DC}{DB}=\frac{CC'}{BB'}$ ومنه $\frac{x+2}{x+7}=\frac{2}{3}$ أي $3x+6=2x+14$ وعليه $x=8cm$

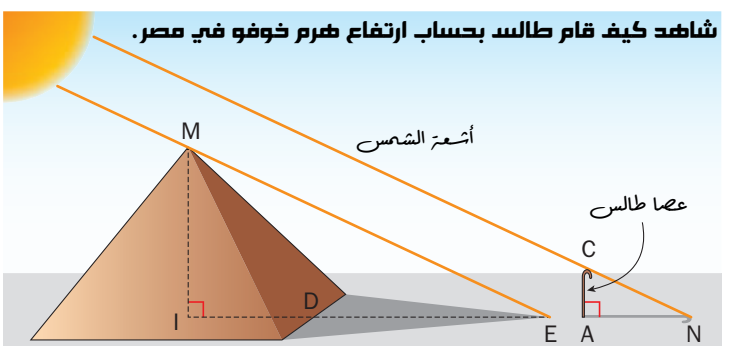


لدينا أيضاً:

$$\frac{DC}{DA}=\frac{CC'}{AA'}$$
$$\frac{10}{18+R}=\frac{2}{R}$$
$$10R=2R+36$$
$$8R=36$$
$$R=4,5cm$$

أخيرا: $R=4,5cm$

شاهد كيف قام طالس بحساب ارتفاع هرم خوفو في مصر.



أجوبة

03 غرس طالس عصاه التي طولها 1م قريبا من الهرم وقال: عندما يكون ارتفاع عصاي مساوياً لطول ظلها ، ثُمّ يكون ارتفاع الهرم مساوياً لطول ظله.

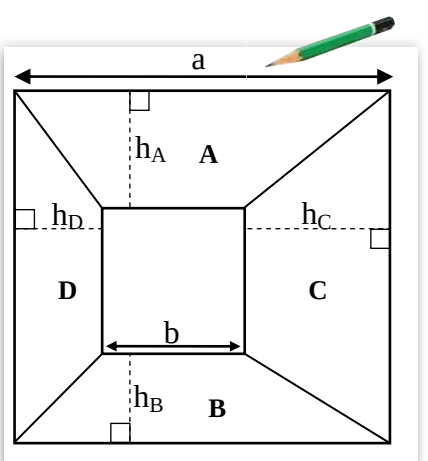
← برّر قوله واشرح كيف وجد طالس ارتفاع الهرم.

حل الأجوبة

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

5 ← مساعدة ← التمرين ؟

نفرض أنَّ: طول المربع الأكبر هو a ، طول المربع الأصغر هو b.



لدينا:

$$S_A=\frac{a+b}{2}\times h_A$$
$$S_B=\frac{a+b}{2}\times h_B$$
$$S_A+S_B=\left(\frac{a+b}{2}\right)(h_A+h_B)=\left(\frac{a+b}{2}\right)(a-b)=\frac{a^2-b^2}{2}\ldots\ldots(1)$$
$$S_C+S_D=\left(\frac{a+b}{2}\right)(h_C+h_D)=\left(\frac{a+b}{2}\right)(a-b)=\frac{a^2-b^2}{2}\ldots\ldots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أنَّ: $S_A+S_B=S_C+S_D$

6 ← مساعدة ← التمرين ؟

بتربيع الطرفين : $(x-y)^2=(4\sqrt{2})^2$ ، يصبح : $x^2+y^2-2xy=32$.

و بتعويض قيمة : $xy=56$ في المعادلة نجد : $x^2+y^2-2\times 56=32$ ، و منه : $x^2+y^2=144.....(1)$

بضرب المعادلة $xy=56$ في 2 نجد : $2xy=112.....(2)$.

بجمع (1) وَ (2) نجد : $x^2+y^2+2xy=144+112$ ، و منه : $(x+y)^2=256$.

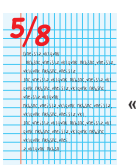
و عليه : $x+y=\pm 16$

a عدد كيفي
إذا كان $a>0$ فإنّ المعادلة $t^2=a$ تقبل حلين هما:
$\sqrt{a}$ وَ $-\sqrt{a}$

المتطابقات الشهيرة
a وَ b أعداد ، لدينا:
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

أحجية

04 «أستاذ ، 5/8 كم يقابلها علامة من 20 ؟»



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

7 ← مساعدة ← التمرين ؟

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{2020}\times\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2020}=\left(\frac{(1+\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)}{2\times 2}\right)^{2020}=\left(\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}{4}\right)^{2020}=\left(\frac{5-1}{4}\right)^{2020}=1^{2020}=1$$

لاحظ أنّ : $1^{2000}=\underbrace{1\times 1\times 1....1\times 1\times 1}_{2000\text{ مرة}}$

انتبه لترتيب الحدين قبل استعمال المتطابقة الشهيرة وذلك باستعمال الخاصية التبديلية لعملية الجمع:
$a+b=b+a$

أحجية

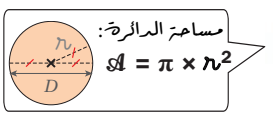
05 هل الأفضل كسب 30% من 75€ أم 75% من 30€؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

8 ← مساعدة ← التمرين

نفرض أنَّ طول ضلع المربع هو a فيكون:



مساحة الجزء المظلل في المربع الأوّل: $A_1 = R_1^{\,2} \times \pi = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \pi = \frac{a^2}{4} \times \pi$

مساحة الجزء المظلل في المربع الثاني: $A_2 = 4R_2^{\,2} \times \pi = 4\left(\frac{a}{4}\right)^2 \times \pi = 4 \times \frac{a^2}{16} \times \pi = \frac{a^2}{4} \times \pi$

مساحة الجزء المظلل في المربع الثالث: $A_3 = 16R_3^{\,2} \times \pi = 16\left(\frac{a}{8}\right)^2 \times \pi = 16 \times \frac{a^2}{64} \times \pi = \frac{a^2}{4} \times \pi$

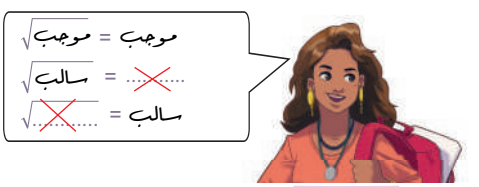
نلاحظ أنَّ: $A_1 = A_2 = A_3$ وعليه المساحات المظللة الثلاث في كل مربع أيضاً متساوية.

9 ← مساعدة ← التمرين

$(x^2 + y^2)^2 = x^4 + y^4 + 2x^2y^2$ ، و منه : $1 = \frac{17}{18} + 2x^2y^2$ أي : $2x^2y^2 = 1 - \frac{17}{18} = \frac{18}{18} - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$

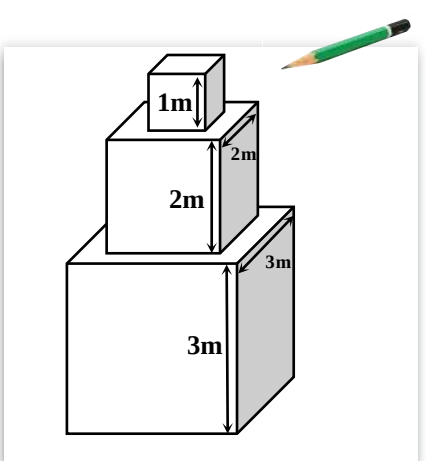
$(xy)^2 = \frac{1}{18} \div 2 = \frac{1}{18} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$

$xy = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$



ومنه: $xy = \frac{1}{6}$

10 ← مساعدة ← التمرين



مساحة وجه المكعب الأكبر: $3 \times 3 = 9m^2$

مساحة وجه المكعب الأوسط: $2 \times 2 = 4m^2$

مساحة وجه المكعب الأصغر: $1 \times 1 = 1m^2$

المساحة الجانبية للمكعب الأكبر: $9 \times 4 = 36m^2$

المساحة الجانبية للمكعب الأوسط: $4 \times 4 = 16m^2$

المساحة الجانبية للمكعب الأصغر: $1 \times 4 = 4m^2$

مجموع مساحات الأوجه الجانبية: $36 + 16 + 4 = 56m^2$

التكلفة: $56 \times 3 = 168D$

يتبع...

مساحة الجزء الظاهر من الوجه العلوي للمكعب الأكبر: $9-4=5m^2$

مساحة الجزء الظاهر من الوجه العلوي للمكعب الأوسط: $4-1=3m^2$

مساحة الأوجه العلوية الظاهرة: $5+3+1=9m^2$

التكلفة: $9\times5=45D$

إذن التكاليف الإجمالية هي: $168+45=213D$

11 ← مساعدة ← التمرين ؟

1) إثبات أنّ : $\sqrt{10+\sqrt{19}}+\sqrt{10-\sqrt{19}}=\sqrt{38}$.

لنضع : $a=\sqrt{10+\sqrt{19}}$ وَ $b=\sqrt{10-\sqrt{19}}$ ، أي : $a^2+b^2=(\sqrt{10+\sqrt{19}})^2+(\sqrt{10-\sqrt{19}})^2$

أي : $a^2+b^2=10+\sqrt{19}+10-\sqrt{19}$ ، و منه : $a^2+b^2=20$.

وَ من جهة أخرى : $2ab=2\sqrt{10+\sqrt{19}}\times\sqrt{10-\sqrt{19}}=2\sqrt{(10+\sqrt{19})(10-\sqrt{19})}$ ،

أي : $2ab=2\sqrt{10^2-19}$ ، أي : $2ab=2\sqrt{81}$ ، و منه : $2ab=2\times9=18$.

إذن : $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=20+18=38$ ، وَ بما أنّ : $a+b\geq0$ فإنّ : $a+b=\sqrt{38}$.

وَ أخيـــــراً : $\sqrt{10+\sqrt{19}}+\sqrt{10-\sqrt{19}}=\sqrt{38}$.

2) تحديد عدد حقيقي x ، حيث : $\sqrt{10+\sqrt{19}}-\sqrt{10-\sqrt{19}}=\sqrt{x}$.

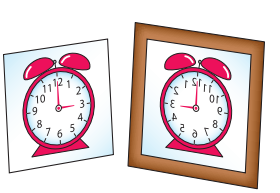
لدينا : $(\sqrt{10+\sqrt{19}}-\sqrt{10-\sqrt{19}})^2=(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=20-18=2$ ،

وَ بما أنّ : $a-b\geq0$ ، إذن : $\sqrt{10+\sqrt{19}}-\sqrt{10-\sqrt{19}}=\sqrt{2}$ ، و أخيـــراً : $x=2$.

أحـــجية

06 منبه وينعكس في مرآة . نقرأ الساعة 03:00 عليه ، بينما تشير صورته إلى الساعة 09:00.

- جد توقيتاً على المنبه بحيث يكون فرق القراءة بين الإثنين هو 3 ساعات.



أولمبياد الرياضيات مقاطعة باريس

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

12 ← مساعدة ← التمرين ؟

نسمي L وَ l أبعاد هذا المستطيل حيث $(L>0;l>0)$ ، لدينا : $\begin{cases}\dfrac{(L-3)\times l}{2}=\dfrac{L\times l}{3}\\ \dfrac{(l-2)\times L}{2}=\dfrac{L\times l}{3}\end{cases}$

، بعد التبسيط نجد : $\begin{cases}\dfrac{(L-3)}{2}=\dfrac{L}{3}\\ \dfrac{(l-2)}{2}=\dfrac{l}{3}\end{cases}$ ، يكافئ : $\begin{cases}3(L-3)=2L\\ 3(l-2)=2l\end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases}L=9\\ l=6\end{cases}$.

في القرن الثالث العالم الرياضي الصيني " ليو هوي " عَمِلَ على نظم المعادلات.

نتيجة : أبعاد هذا المستطيل هي الطول : $L=9$ ، و العرض : $l=6$.

التحقّق :

1 مساحة المستطيل هي : $L\times l=9\times 6=54\ u.a$.

2 مساحة المثلّث العلوي : $\dfrac{(L-3)\times l}{2}=\dfrac{6\times 6}{2}=18\ u.a$ ، وَ هذا يمثّل ثلث مساحة المستطيل .

3 مساحة المثلّث السفلي : $\dfrac{(l-2)\times L}{2}=\dfrac{4\times 9}{2}=18\ u.a$ ، و هذا أيضا يمثّل ثلث مساحة المستطيل .

4 مساحة القطعة بين المثلّثين هي الباقي ، إذن تمثّل أيضا ثلث مساحة المستطيل .

حاول دائما أن تتحقق من صحة النتائج المتحصّل عليها

13 ← مساعدة ← التمرين ؟

1 من أجل المقارنة بين العددين A وَ B حيث x عدد حقيقي موجب تماماً ، نحسب الفرق بينهما :

$A-B=\dfrac{1+5x}{1+7x}-\dfrac{1+2x}{1+4x}=\dfrac{(1+5x)(1+4x)-(1+2x)(1+7x)}{(1+7x)(1+4x)}$ ، أي أنّ :

$A-B=\dfrac{(1+4x+5x+20x^2)-(1+7x+2x+14x^2)}{(1+7x)(1+4x)}=\dfrac{1+9x+20x^2-1-9x-14x^2}{(1+7x)(1+4x)}$ ،

و منه : $A-B=\dfrac{6x^2}{(1+7x)(1+4x)}$.

A<B يعني A-B<0
A>B يعني A-B>0
A=B يعني A-B=0

بما أنّ : $x>0$ فإنّ : $1+4x>0$ وَ $1+7x>0$ وَ $6x^2>0$.

إذن : $A-B>0$ ، و عليه : $A>B$.

يتبع...

2 المقارنة بين العددين X وَ Y :

نضع : $x=\underbrace{111....11}_{2019\text{....م}}$ في عبارة كلاّ من A وَ B فنجد :

$$A=\frac{1+5(\overbrace{111....11}^{2019\text{....م}})}{1+7(\underbrace{111....11}_{2019})}=\frac{1+\overbrace{555....55}^{2019\text{....م}}}{1+\underbrace{777....77}_{2019\text{....م}}}$$

أي : $A=\frac{\overbrace{555....556}^{2018\text{....م}}}{\underbrace{777....778}_{2018\text{....م}}}=X$.

$$B=\frac{1+2(\overbrace{111....11}^{2019\text{....م}})}{1+4(\underbrace{111....11}_{2019})}=\frac{1+\overbrace{222....22}^{2019\text{....م}}}{1+\underbrace{444....44}_{2019\text{....م}}}$$

أي : $B=\frac{\overbrace{222....223}^{2018\text{....م}}}{\underbrace{444....445}_{2018\text{....م}}}=Y$.

نعلم ممّا سبق أنّ : $A>B$ من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً ، إذن : $X>Y$.

14 ← مساعدة ← التمرين ؟

1 كتابة A بدون جذر في المقام : لدينا $A=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

بالضّرب في عبارة المرافق نجد : $A=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$ ، أي : $A=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{-1}$ ،

و أخيـــراً : $A=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

2 تبسيـــط B إلى أقصى حـد :

بالإستعانة بنتيجة السؤال **1** ، نستبدل كل كسر بالشّكل المحصّل عليه سـابقاً ، فنجـــد :

$$B=(-1+\sqrt{2})+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+(-\sqrt{3}+\sqrt{4})+....+(-\sqrt{2016}+\sqrt{2017})+(-\sqrt{2017}+\sqrt{2018})$$

بالتّبسيـــط نتحصّـــل علـــى : $B=-1+\sqrt{2018}$.

3 تحديد أصغر عدد طبيعي n :

باستعمال نفس الطريقة السّـابقة ، و بعد التبسيـط نجد :

$-1+\sqrt{n+1}\geq 100$ ، أي : $\sqrt{n+1}\geq 101$ ، أي : $n+1\geq 10201$.

إذن أصغر عدد طبيعي ممكن n هـــو : 10200 .

من أعمالنا أيضاً
الحساب على الجذور:
drive.google

15 ← مساعدة ← التمرين ؟

تحديد f :

1	64	d	g
a	4	16	4
8	2	e	h
b	c	f	32

- جداء الأعداد المسجّلة في السطر الرابع هو : $32bcf$.
- جداء الأعداد المسجّلة في العمود الثاني هو : $512c$.

إذن : $32bcf = 512c$ ، يستلزم أنّ : $f = \frac{16}{b}$.....(1) .

- جداء الأعداد المسجّلة في السطر الثاني هو : $256a$.
- جداء الأعداد المسجّلة في العمود الأول هو : $8ab$.

إذن : $256a = 8ab$ ، يستلزم أنّ : $b = 32$.

الآن بتعويض قيمة b في المعادلة (1) نجد : $f = \frac{16}{32}$ ، و منه : $f = \frac{1}{2}$.

أحجية

07 الجدول المقابل هو جدول ضرب.
الخانات الزرقاء تحتوي أرقاماً طبيعية بين 1 و 10 . لا يظهر كل من هذه الأرقام إلاّ مرة واحدة فقط.
● أكمل هذا الجدول علماً أنّ المحور الأحمر هو "محور تناظر" للجزء غير الملوّن من المرصوفة.

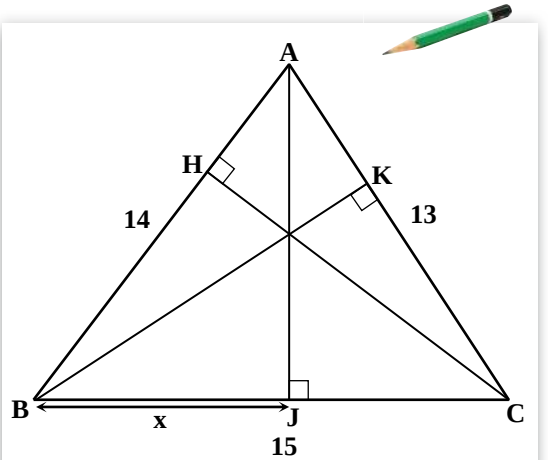
×	3			
8	24			

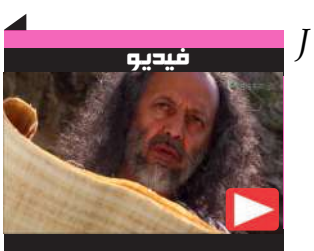
حل الأحجية
أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

16 ← مساعدة ← التمرين ؟

1 أ) المثلثين AJB و AJC قائمين في J ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس :

$$\begin{cases} AB^2 = AJ^2 + BJ^2 .....(1) \\ AC^2 = AJ^2 + CJ^2 .....(2) \end{cases}$$.





القصة الشيقة لمبرهنة فيثاغورس الشهيرة.
▶fc.com/adel.maths17

ب) إستنتاج قيمة x :

بما أنّ : $BJ = x$ ، فإنّ : $CJ = BC - x = 15 - x$.

من المعادلة لدينا : $AJ^2 = 14^2 - x^2 = 196 - x^2$

و من المعادلة (2) لدينا : $AJ^2 = 13^2 - (15-x)^2 = 169 - (15-x)^2 = 30x - 56 - x^2$.

يتبع...

إذن : $196-x^2=30x-56-x^2$ ، أي : $196=30x-56$ ، أي : $x=\dfrac{196+56}{30}$ ، ومنه $x=\dfrac{42}{5}$

كذالك : $AJ^2=196-x^2=196-\dfrac{1764}{25}=\dfrac{196\times25-1764}{25}=\dfrac{3136}{25}=(\dfrac{56}{5})^2$ ،

وَ أخيـــــــراً : $AJ=\dfrac{56}{5}cm$.

محيط المثلث: $\mathcal{P}=a+b+c$

مساحة المثلث: $\mathcal{A}=\dfrac{\text{الارتفاع}\times\text{القاعدة}}{2}=\dfrac{b\times h}{2}$

2 حساب BK وَ CH :

لتكن S مساحة المثلّث ABC ، نعلم أنّ : $2S=CH\times AB=BK\times AC=AJ\times BC=\dfrac{56}{5}\times15=168$

إذن : $BK=\dfrac{168}{13}cm$ وَ $CH=\dfrac{168}{14}=12cm$.

3 نعلم أنّ : $AB=14cm$ ، $AC=13cm$ ، $BC=15cm$ ، $AJ=\dfrac{56}{5}cm$ ، $CH=12cm$ ، $BK=\dfrac{168}{13}cm$

نضرب أضلاع المثلث ABC بالمضاعف المشترك الأصغر للعددين 5 وَ 13 و الذي هو : $13\times5=65$ ،

نتحصّل على مثلث بأضلاع و ارتفاعات ذات أطوال طبيعية .

أي : $AB=910cm$ ، $AC=845cm$ ، $BC=975cm$ ، $AJ=728cm$ ، $CH=780cm$ ، $BK=840cm$.

17

مساعدة ← القرين ؟

1 نشر و تبسيط العبارة E : $E=(x-3)^2-(x-1)(x-2)$.

أي : $E=x^2+9-6x-(x^2-2x-x+2)$ ، أي : $E=x^2+9-6x-x^2+2x+x-2$ ،

و منه : $E=-3x+7$.

لا تنسى تبديل الاشارات في حالة قوس مسبوق باشارة — .

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

2 إستنتاج قيمة العبارة :

$(100000-3)^2-(100000-1)(100000-2)=99997^2-99999\times99998$ ، أي :

$99997^2-99999\times99998=-3\times100000+7=-300000+7$ ،

و منه : $99997^2-99999\times99998=-299993$.

من أعمالنا أيضاً

الحساب الحرفي :

drive.google

أحجية

08 ماهي المسافة القصوى التي يمكنك السفر بها مع دراجة بثلاثة إطارات جديدة. علماً أنّ كل إطار يجب استبداله بعد 6000 km ؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:

fc.com/adel.maths17

18 ← مساعدة ← التمرين

حساب بعدي المستطيل :

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس في المثلث القائم FGB نجد :

$FG^2+GB^2=FB^2$ ، أي : $FB=\sqrt{FG^2+GB^2}$ ، أي : $FB=\sqrt{12^2+9^2}$ ، و منه : $FB=15$.

من جهة أخرى لدينا المستقيمان المتوازيان $(AB)//(FG)$ يقطعهما مستقيمان غير متوازيان (DB) و (DA)

فبتطبيق مبرهنة طاليس نجد : $\frac{DF}{DB}=\frac{AD-9}{AD}=\frac{AB-12}{AB}$ ، و عليه :

$\begin{cases}DF\times AD=DB(AD-9)\\DF\times AB=DB(AB-12)\end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases}AD(DB-DF)=9DB\\AB(DB-DF)=12DB\end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases}AD=\frac{9DB}{DB-DF}\\AB=\frac{12DB}{DB-DF}\end{cases}$ ،

و منه : $\begin{cases}AD=\frac{9\times 50}{50-35}\\AB=\frac{12\times 50}{50-35}\end{cases}$ ، و أخيراً : $AD=30cm$ و $AB=40cm$.

19 ← مساعدة ← التمرين

1 حساب P : $P=(100-1)(100-2)(100-3)\times.....\times(100-115)$ ، أي :

$P=(100-1)(100-2)(100-3)\times...\times(100-100)\times...\times(100-115)$ ، أي :

$P=(100-1)(100-2)(100-3)\times...\times 0\times...\times(100-115)$ ، و منه : $P=0$.

2 الإثبات :

لدينا : $2^{2013}+2^{2014}+2^{2015}=2^{2013}(2^2+2+1)=7\times 2^{2013}$.

و هذا يعني أنّ العدد : $2^{2013}+2^{2014}+2^{2015}$ يقبل القسمة على 7 .

20 ← مساعدة ← التمرين ؟

بما أنّ x وَ y عددان طبيعيان متتابعان ، وَ $y > x$ فإنّ : $y = x + 1$.

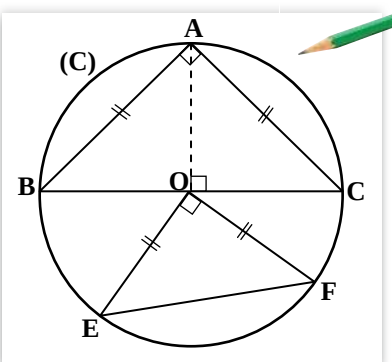
لدينا : $x^2 + y^2 + (xy)^2 = x^2 + y^2 + (x(x+1))^2 = x^2 + y^2 + x^2(x+1)^2 = x^2 + y^2 + x^2(x^2 + 2x + 1)$

أي : $x^2 + y^2 + (xy)^2 = x^2 + y^2 + x^4 + 2x^3 + x^2 = x^4 + y^2 + 2x^3 + 2x^2 = x^4 + y^2 + 2x^2(x+1)$ ،

أي : $(x^2 + y)^2 = (x^2)^2 + y^2 + 2x^2 y$ ، نعلم أنّ : $x^2 + y^2 + (xy)^2 = (x^2)^2 + y^2 + 2x^2 y$.

و بالتالي : $x^2 + y^2 + (xy)^2 = (x^2 + y)^2$.

21 ← مساعدة ← التمرين ؟



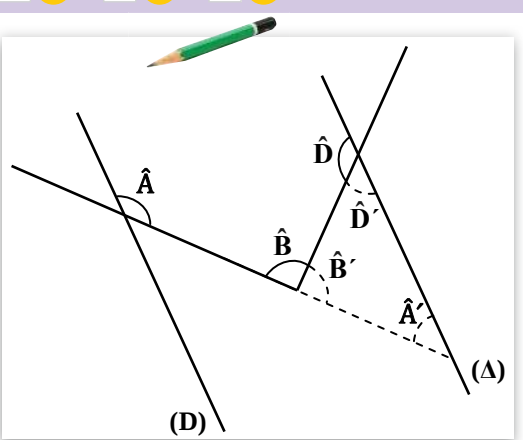
لدينا : $S_{BAC} = \dfrac{BC \times OA}{2} = \dfrac{2R \times R}{2} = \dfrac{2R^2}{2} = R^2$

وَ $S_{EOF} = \dfrac{OF \times OE}{2} = \dfrac{R \times R}{2} = \dfrac{R^2}{2}$.

إذن : $\dfrac{S_{BAC}}{S_{EOF}} = \dfrac{R^2}{\frac{1}{2}R^2} = 2$.

- التشفير يلخص خصائص الأشكال.
- نقوم بتشفير زاويتان بنفس القيس أو ضلعان بنفس الطول بنفس الرمز مثل ✕ / // ○ \\\
- نقوم بتشفير زاوية قائمة بمربّع صغير.

22 ← مساعدة ← التمرين ؟



لدينا : $\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{D}' = 180°$ ، أي :

$(180° - \hat{A}) + (180° - \hat{B}) + (180° - \hat{D}) = 180°$

و منه : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 360°$.

في حالة مستقيمان متوازيان وقاطع لهما ، كل زاويتان متبادلتان داخليا أو متبادلتان خارجيا أو متماثلتان أو متقابلتان بالرأس لهما نفس القيس.
انتبه: لا يوجد تشفير يعبّر عن توازي مستقيمين.

أحجية

09 أحد قطعي الذهبية التسع مزيفة.
هي اكثر وزناً من الأخريات.
- كيف يمكن العثور عليها باستعمال ميزان ذو كفتين مرتين فقط.

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

23 ← مساعدة ← التمرين

ليكن x العدد الطبيعي المطلوب ، إذن العدد الذي يليه هو : $x+1$.

لدينا : $x(x+1)=x+(x+1)+1$ ، أي : $x(x+1)=2x+2$ ، أي : $x(x+1)=2(x+1)$

أي : $x(x+1)-2(x+1)=0$ ، أي : $(x+1)(x-2)=0$ ، أي :

إما : $x+1=0$ أو $x-2=0$ ، إذن : $x=-1$ أو $x=2$.

و عليه العددان الطبيعيان المتتابعان هما : 2 و 3 .

التحليل: $ka+kb=k(a+b)$
إذا كان جداء عاملين معدوما ، فإنّ أحد عامليه على الأقلّ معدوما

24 ← مساعدة ← التمرين

1 كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{7}$:

$\sqrt{63}=\sqrt{9\times7}=3\sqrt{7}$ ، $\sqrt{343}=\sqrt{49\times7}=7\sqrt{7}$ ، $\sqrt{700}=\sqrt{100\times7}=10\sqrt{7}$.

2 إستقامية النقط : $AB+BC=\sqrt{343}+\sqrt{63}=7\sqrt{7}+3\sqrt{7}$ ، أي : $AB+BC=10\sqrt{7}=\sqrt{700}$

،ومنه : $AB+BC=AC$ و عليه فإنّ النقط : A و B و C على إستقامة واحدة .

نصّ المتباينة المثلثية: في مثلث ، مجموع طولي ضلعين منه دائما أكبر من طول الضلع الثالث.
حالة خاصة: إذا كان الطول الأكبر يساوي مجموع الطولين الآخرين نتحصل على ثلاث نقط على استقامة واحدة.

25 ← مساعدة ← التمرين

- حساب طول ضلع المربّع : $AB=\frac{P_{ABCD}}{4}=\frac{314}{4}=78,5cm$

إذن مساحة المربّع هي : $S_{ABCD}=(78,5)^2=6162,25cm^2$

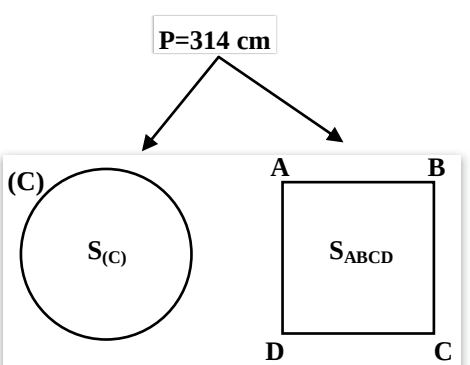
في الأشكال التي لها نفس المحيط الدائرة أكبرهم مساحة. وكلما كان المضلع أقرب للدائرة كانت مساحته أكبر.

- حساب طول نصف قطر الدائرة (C) :

$R=\frac{P_{(C)}}{2\pi}=\frac{314}{2\pi}=49,97cm$

- حساب مساحة الدائرة (D) :

$S_{(D)}=R^2\pi=7844,56\,cm^2$



و منه الشكل الذي أنشأه كريم أكبر مساحةً .