I) المساويات و العمليات

c ، b ، a أعداد ناطقة.
- إذا كان $a = b$ فإنّ $a + c = b + c$.
- إذا كان $a = b$ فإنّ $a - c = b - c$.

أمثلة :
إذا كان $a = -2$ فإنّ $a + 13 = -2 + 13$ أي $a + 13 = 11$
و $a - 5 = -2 - 5$ أي $a - 5 = -7$.

c ، b ، a أعداد ناطقة.
- إذا كان $a = b$ فإنّ $a \times c = b \times c$.
- إذا كان $a = b$ فإنّ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (مع $c \neq 0$) .

أمثلة :
إذا كان $x = \frac{3}{2}$ فإنّ $5x = 5 \times \frac{3}{2}$ أي $5x = \frac{15}{2}$
و $(-5) \div \frac{3}{2} = \frac{x}{-5}$ أي $\frac{x}{-5} = \frac{3}{2} \times \frac{-1}{5} = -\frac{3}{10}$.

تطبيقات : تمارين 1 ، 2 و 5 صفحة 78.

II) المتباينات و العمليات

المتباينات و الجمع أو الطرح

c ، b ، a أعداد ناطقة.
- إذا كان $a < b$ فإنّ $a + c < b + c$.
- إذا كان $a < b$ فإنّ $a - c < b - c$.

أمثلة :
إذا كان $y < 3$ فإنّ $y + 4 < 3 + 4$ أي $y + 4 < 7$
و $y - \frac{1}{2} < 3 - \frac{1}{2}$ أي $y - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$.

لا يتغير اتجاه متباينة إذا أضفنا (أو طرحنا من طرفيها نفس العدد.

يمكن استبدال الرمز $<$ بأحد الرموز التالية : $>$ ، $\leqslant$ أو $\geqslant$.

المتباينات و الضرب أو القسمة

c ، b ، a أعداد ناطقة.
- إذا كان $a < b$ و $c > 0$ فإنّ $a \times c < b \times c$.
- إذا كان $a < b$ و $c > 0$ فإنّ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

أمثلة :
إذا كان $z < -12$ فإنّ $2z < 2 \times (-12)$ أي $2z < -24$
و $\frac{z}{3} < \frac{-12}{3}$ أي $\frac{z}{3} < -4$.

لا يتغير اتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في نفس العدد **الموجب تماما**.

لا يتغير اتجاه متباينة إذا قسمنا طرفيها على نفس العدد **الموجب تماما**.

c ، b ، a أعداد ناطقة.
- إذا كان $a < b$ و $c < 0$ فإنّ $a \times c > b \times c$.
- إذا كان $a < b$ و $c < 0$ فإنّ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

أمثلة :
إذا كان $z < -12$ فإنّ $-2z > 2 \times (-12)$ أي $-2z > -24$
و $\frac{z}{-3} > \frac{-12}{-3}$ أي $-\frac{z}{3} > 4$.

يتغير اتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في نفس العدد **السالب تماما**.

يتغير اتجاه متباينة إذا قسمنا طرفيها على نفس العدد **السالب تماما**.

تطبيقات : تمارين 6 و 7 صفحة 78.

III) مقارنة عددين ناطقين

x و y عددان ناطقان.
مقارنة العددين x و y ترجع إلى دراسة إشارة الفرق $x - y$:
- $x > y$ يعني $x - y > 0$.
- $x < y$ يعني $x - y < 0$.
- $x = y$ يعني $x - y = 0$.

مثال : نريد مقارنة العددين $a = -\frac{11}{12}$ و $b = -\frac{7}{8}$.
من أجل ذلك، ندرس إشارة الفرق $a - b$. لدينا :

$$a - b = -\frac{11}{12} - \left(-\frac{7}{8}\right) = -\frac{11_{\times 2}}{12_{\times 2}} + \frac{7_{\times 3}}{8_{\times 3}}$$
$$= \frac{-22}{24} + \frac{21}{24} = -\frac{1}{24} < 0$$

إذاً $a - b < 0$ و بالتالي $a < b$ أي $-\frac{11}{12} < -\frac{7}{8}$.

تذكير : $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان ناطقان. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ معناه $a \times d = b \times c$.

لمقارنة عددين ناطقين، يمكن الاستعانة بعدة طرق : توحيد المقامات ثم مقارنة البسوط، المقارنة بعدد آخر (مثلا 1)، التعليم على مستقيم مدرج، ...إلخ.

تطبيقات : تمارين 9 و 17 صفحة 78.

تمرين محلول

العدد x يحقق المتباينة $-3x + 5 \geqslant -4$.
استنتج متباينة يكون فيها x هو الطرف الأيسر.

خطة العمل : يجب التخلص من 5 في الطرف الأيسر (و ذلك بإضافة معاكسه للطرفين) ثم التخلص من -3 و ذلك بقسمة الطرفين على -3 (مع تغيير اتجاه المتباينة لأن $-3 < 0$).

- ننطلق من المتباينة : $-3x + 5 \geqslant -4$.
- نطرح من طرفيها العدد 5 : $-3x + 5 - \mathbf{5} \geqslant -4 - \mathbf{5}$.
- المتباينة تصبح : $-3x \geqslant -9$
- نقسم طرفي المتباينة على -3 مع تغيير اتجاه المتباينة لأن $-3 < 0$:
$$\frac{-3x}{-3} \leqslant \frac{-9}{-3}$$
- نحصل على : $\boxed{x \leqslant 3}$.

x عدد عشري موجب، مدوّره إلى الوحدة هو 15.
لا يمكن للعدد x أن يساوي $14,4$ لأن المدوّر إلى الوحدة للعدد $14,4$ هو 14 و ليس 15.
و لا يمكن للعدد x أن يساوي $15,5$ لأن المدوّر إلى الوحدة للعدد $15,5$ هو 16 و ليس 15.
القيم الممكنة للعدد x هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي $14,5$ و الأصغر تماما من $15,5$ و نكتب : $\boxed{14,5 \leqslant x < 15,5}$.
الكتابة الأخيرة تسمى **حصرا** للعدد x .

تطبيق 1 : دوري الآن 1 صفحة 77.

بالآلة الحاسبة، نجد أنّ العدد $3,141592654$ قيمة مقرّبة للعدد π أي : $\pi \approx 3,141592654$.
يمكن حصر العدد π بكيفيات مختلفة : (الأعداد المكتوبة بالأحمر تمثّل المدوَّر إلى الرتبة المعتبرة).

- $3 < \pi < 4$ ← حصر من المرتبة 0 (0 رقم بعد الفاصلة) .
 (3 هو المدوَّر إلى الوحدة للعدد π) .
- $3,1 < \pi < 3,2$ ← حصر من المرتبة 1 (1 رقم بعد الفاصلة) .
 (3,1 هو المدوَّر إلى 0,1 للعدد π) .
- $3,14 < \pi < 3,15$ ← حصر من المرتبة 2 (2 رقم بعد الفاصلة) .
 (3,14 هو المدوَّر إلى 0,01 للعدد π) .
- $3,141 < \pi < 3,142$ ← حصر من المرتبة 3 (3 أرقام بعد الفاصلة).
- $3,1415 < \pi < 3,1416$ ← حصر من المرتبة 4 (4 أرقام بعد الفاصلة).
- . . . إلخ.

مثلاً، في الحصر $3,14 < \pi < 3,15$ ، العدد $3,14$ هو القيمة المقربة إلى $0,01$ (أي إلى $\frac{1}{100}$) بالنقصان بينما العدد $3,15$ هو القيمة المقربة إلى $0,01$ (أي إلى $\frac{1}{100}$) بالزيادة.

مثال : قرص طول قطره 7 cm و محيطه $\mathcal{P}$. نريد حصر المحيط $\mathcal{P}$.
نعلم أنّ $\mathcal{P} = 7\pi$ و $3,14 < \pi < 3,15$ منه :
$7 \times 3,14 < 7 \times \pi < 7 \times 3,15$ أي $21,98\,\text{cm} < \mathcal{P} < 22,05\,\text{cm}$.

تطبيقات

تطبيق 2 :
(1) أعط حصراً من المرتبة 1 للعدد $\sqrt{2}$ (بالآلة الحاسبة).
(2) استنتج حصراً للأعداد التالية :
(أ) $\sqrt{2} - 3$ (ب) $3\sqrt{2}$
(ج) $3 - 8\sqrt{2}$ (د) $\dfrac{-2+\sqrt{2}}{3}$

الحل :
بالآلة الحاسبة : $\sqrt{2} \approx 1,41421356237$.
(1) لدينا : $\boxed{1,4 < \sqrt{2} < 1,5}$.
(2) (أ) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ منه $1,4 - 3 < \sqrt{2} - 3 < 1,5 - 3$
أي $\boxed{-1,6 < \sqrt{2} - 3 < -1,5}$.
(ب) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ منه $3 \times 1,4 < 3 \times \sqrt{2} < 3 \times 1,5$
أي $\boxed{4,2 < 3\sqrt{2} < 4,5}$.
(ج) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ منه $-8 \times 1,4 > -8 \times \sqrt{2} > -8 \times 1,5$
أي $-11,2 > -8\sqrt{2} > -12$
منه $3 - 11,2 > 3 - 8\sqrt{2} > 3 - 12$
أي $-8,2 > 3 - 8\sqrt{2} > -9$
أي $\boxed{-9 < 3 - 8\sqrt{2} < -8,2}$.

(د) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ منه $-2 + 1,4 > -2 + \sqrt{2} > -2 + 1,5$
أي $-0,6 < -2 + \sqrt{2} < -0,5$
منه $\dfrac{-0,6}{3} < \dfrac{-2+\sqrt{2}}{3} < \dfrac{-0,5}{3}$
أي $\boxed{-0,20 < \dfrac{-2+\sqrt{2}}{3} < -0,16}$.

تطبيق 3 : قرص نصف قطره $3,5\,\text{cm}$.
أعط حصراً لمساحته علماً أنّ $3,14 < \pi < 3,15$.
الحل : لتكن $\mathcal{A}$ مساحة القرص. لدينا :
$\mathcal{A} = \pi \times 3,5^2\,\text{cm}^2 = 12,25\pi\,\text{cm}^2$.
لكن $3,14 < \pi < 3,15$
منه $12,25 \times 3,14 < 12,25 \times \pi < 12,25 \times 3,15$
أي : $\boxed{38,4650\,\text{cm}^2 < \mathcal{A} < 38,5875\,\text{cm}^2}$.

تطبيق 4 : تمرين 27 صفحة 79
نسمي L طول الملعب، l عرضه و $\mathcal{A}$ مساحته.
لدينا : $100 < L < 110$ و $64 < l < 75$.
بضرب هذه المتباينات طرفا لطرف نستنتج أنّ :
$100 \times 64 < L \times l < 110 \times 75$
(الأعداد كلها موجبة و بالتالي فاتجاه المتباينات لا يتغير)
أي $\boxed{6400\,\text{m}^2 < \mathcal{A} < 8250\,\text{m}^2}$.

تطبيق 5 : تمرين 28 صفحة 79
(1) بما أنّ المدور إلى الجزء من 100 للارتفاع h هو $5,41$ فإنّ :
$\boxed{5,405 \leqslant h < 5,415}$.
(2) حجم متوازي المستطيلات هو :
$\mathcal{V} = L \times l \times h = 5 \times 3 \times h = 15h \quad (\text{cm}^3)$
و بما أنّ $5,405 \leqslant h < 5,415$
فإنّ $15 \times 5,405 \leqslant 15 \times h < 15 \times 5,415$
أي $\boxed{81,075\ \text{cm}^3 \leqslant \mathcal{V} < 81,225\ \text{cm}^3}$

تطبيق 5 :
يحمل جهاز كهربائي البيانات التالية : $R = 2500\Omega \pm 5\%$
(1) أعط حصرا للمقاومة الكهربائية R للجهاز.
(2) يمر عبر هذا الجهاز تيار كهربائي شدته $I = 0,088A$.
بتطبيق قانون أوم $U = RI$ ، أعط حصرا للتوتر الذي يخضع له الجهاز.
ملاحظة : الرمز Ω يُقرأ « أوم» (Ohm) و A هو الأومبير (Ampère).
الحل :
(1) لدينا : $\left(1 - \dfrac{5}{100}\right) \times 2500\Omega \leqslant R \leqslant \left(1 + \dfrac{5}{100}\right) \times 2500\Omega$
منه : $0,95 \times 2500\Omega \leqslant R \leqslant 1,05 \times 2500\Omega$
أي : $\boxed{2375\Omega \leqslant R \leqslant 2625\Omega}$
(2) بما أنّ : $2375\Omega \leqslant R \leqslant 2625\Omega$
فإنّ : $0,088A \times 2375\Omega \leqslant I \times R \leqslant 0,088A \times 2625\Omega$
أي : $\boxed{209V \leqslant U \leqslant 231V}$
ملاحظة : الرمز V يُقرأ « فولط» (Volt).

العاقل إذا أخطأ يتأسف و الأحمق إذا أخطأ يتفلسف