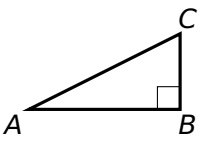
جيب تمام زاوية حادة

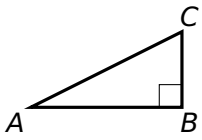
I) تعريف

المثلث ABC قائم في B .
الضلع $[AC]$ هو الوتر.
كل من الزاويتين $\widehat{A}$ و $\widehat{C}$ هي زاوية حادة.
الضلع $[AB]$ هو الضلع **المجاور** للزاوية $\widehat{A}$
و الضلع $[CB]$ هو الضلع **المجاور** للزاوية $\widehat{C}$.



ABC مثلث قائم في B .
جيب تمام الزاوية الحادة $\widehat{A}$ هو :

$$\cos\widehat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } \widehat{A}}{\text{طول الوتر}}$$



ملاحظة : بما أنّ الأطوال أعداد موجبة فإنّ $\cos\widehat{A} > 0$ ؛
و بما أنّ الوتر أطول من الضلعين القائمين فإنّ $\cos\widehat{A} < 1$.
لدينا إذن : $0 < \cos\widehat{A} < 1$.

1 EFG مثلث قائم في E .
أتمم : $\cos\widehat{F} = \cdots$ ؛ $\cos\widehat{G} = \cdots$.

2 ABC مثلث بحيث $AB = 3$ ، $AC = 4$ و $BC = 5$.
(1) برهن أنّ المثلث ABC قائم.
(2) استنتج $\cos\widehat{B}$ و $\cos\widehat{C}$.

II) استعمال الآلة الحاسبة

يجب ضبط الآلة الحاسبة على وحدة الدرجة (DEG) و ذلك بالضغط على الزر: DRG .

- يمكن إيجاد القيمة التامة أو قيمة مقربة لجيب تمام زاوية باستعمال الآلة الحاسبة و ذلك بالضغط على الزر cos بعد التأكد من أنّ الوحدة المستعملة فيها هي الدرجة.
- إذا عُلمت القيمة المضبوطة لجيب تمام زاوية أو قيمة مقربة له فبإمكاننا حساب قيس هذه الزاوية و ذلك بالضغط على الزر 2ndf cos بعد التأكد من أنّ الوحدة المستعملة فيها هي الدرجة.

أمثلة :

- القيمة التقريبية إلى $\frac{1}{100}$ للعدد $\cos 30°$ هي :

30 cos = 0, 87

- القيمة التقريبية إلى $\frac{1}{10}$ للعدد $\cos 65°$ هي :

65 cos = 0, 4

- القيمة المضبوطة للعدد $\cos 60°$ هي :

60 cos = 0, 5

- منه $\cos\widehat{A} = 0, 342$

$\widehat{A} \approx$ 0, 342 2ndf cos = $70, 00°$

- منه $\cos\widehat{A} = 0, 5$

$\widehat{A} =$ 0, 5 2ndf cos = $60°$

3 أكمل الجدول التالي مع تدوير جيب التمام إلى 0, 01 و تدوير الزاوية إلى الدرجة.

45°		60°			1°	25°	x
	0, 45		0, 99	0, 78			$\cos x$

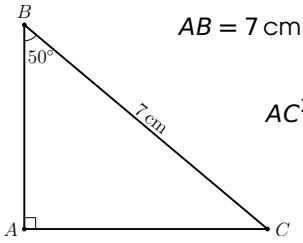
III) توظيف جيب التمام لحساب زوايا و أطوال

ABC مثلث قائم في A .

$$\cos\widehat{B} = \frac{BA}{BC} \quad ; \quad BA = BC \times \cos\widehat{B} \quad ; \quad BC = \frac{BA}{\cos\widehat{B}}$$

مثال : ABC مثلث قائم في A بحيث $\widehat{B} = 50°$ و $BC = 7\,\text{cm}$.
احسب الطول AB و استنتج الطول AC مع تدوير كل نتيجة إلى المليمتر.
الحل : في المثلث ABC القائم في A لدينا :

$\cos\widehat{B} = \frac{BA}{BC}$ أي $\cos 50° = \frac{AB}{7\,\text{cm}}$ منه



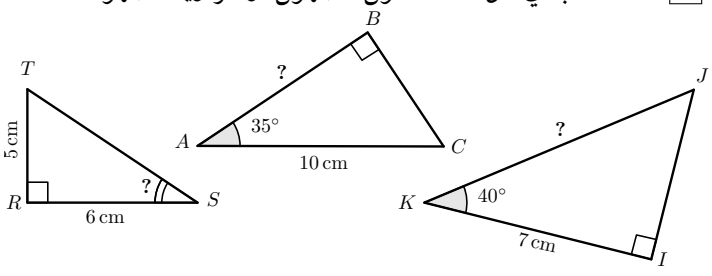
$AB = 7\,\text{cm} \times \cos 50° \approx 7\,\text{cm} \times 0, 64 \approx 4, 5\,\text{cm}$

من جهة أخرى، و حسب نظرية فيثاغورث :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 7^2 - 4, 5^2$$
$$= 49 - 20, 25 = 28, 75$$

منه $AC = \sqrt{28, 75}\,\text{cm} \approx 5, 4\,\text{cm}$.

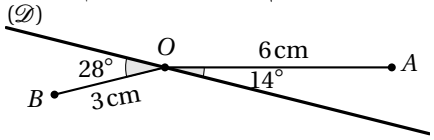
4 احسب في كل حالة الطول المجهول أو الزاوية المجهولة.



5

- ارسم مثلثا EFG قائما في E بحيث $EF = 7\,\text{cm}$ و $FG = 13\,\text{cm}$.
- احسب قيس الزاوية $\widehat{F}$ مع تدوير النتيجة إلى الوحدة.
  استنتج قيس الزاوية $\widehat{G}$.
- احسب بطريقتين الطول EG مع تدوير النتيجة إلى المليمتر.

6 أيهما أقرب إلى المستقيم $(\mathscr{D})$ ، النقطة A أم النقطة B ؟



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

IV) تطبيقات

7 جِد المُدوَّر إلى 0,01 لكل من :

(ا) $\cos 30° = \ldots$ (ب) $\cos 45° = \ldots$ (ج) $\cos 10° = \ldots$

. . . . . .

8 جِد المُدوَّر إلى $0,1°$ للزاوية $\widehat{x}$ بحيث :

(ا) $\cos\widehat{x} = 0,2$ (ب) $\cos\widehat{x} = 0,5$ (ج) $\cos\widehat{x} = 0,79$

. . . . . .

9 EFG مثلث قائم في F بحيث $EF = 3\,\text{cm}$ و $EG = 4\,\text{cm}$.

(1) احسب $\cos\widehat{FEG}$.

(2) استنتج القيس $\widehat{FEG}$ مع التدوير إلى $0,1°$.

. . . . . .

10 MOP مثلث قائم في M بحيث $MO = 2,4\,\text{cm}$ و $MP = 3,2\,\text{cm}$.

(1) احسب الطول OP .

(2) احسب $\cos\widehat{MOP}$.

(3) استنتج القيس $\widehat{MOP}$ مع التدوير إلى $0,1°$.

. . . . . .

11 RST مثلث قائم في R بحيث $ST = 5\,\text{cm}$ و $\widehat{RST} = 40°$.

احسب الطول SR مع التدوير إلى $0,1\,\text{cm}$.

. . . . . .

12 MNP مثلث قائم في P بحيث $MN = 5\,\text{cm}$ و $\widehat{MNP} = 30°$.

احسب الطول PN مع التدوير إلى $0,1\,\text{cm}$.

. . . . . .

13 DEF مثلث قائم في F بحيث $EF = 4,5\,\text{cm}$ و $\widehat{DEF} = 25°$.

احسب الطول DE مع تدوير النتيجة إلى المليمتر.

. . . . . .

14 IJK مثلث قائم في I بحيث $JI = 3\,\text{cm}$ و $\widehat{IJK} = 30°$.

احسب الطول JK مع تدوير النتيجة إلى المليمتر.

. . . . . .

15 PQR مثلث قائم في P بحيث $PQ = 5\,\text{cm}$ و $\widehat{PQR} = 20°$.

احسب الطول QR مع تدوير النتيجة إلى $0,01\,\text{cm}$.

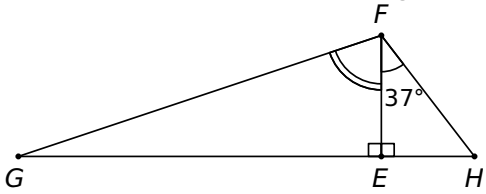
. . . . . .

16 EFG مثلث قائم في E بحيث $EF = 15\,\text{cm}$ و $FG = 50\,\text{cm}$.

(1) احسب القيس $\widehat{EFG}$ مع تدوير النتيجة إلى $0,1°$.

(2) H نقطة بحيث يكون المثلث EFH قائما في E ، $EF = 15\,\text{cm}$ و $\widehat{EFH} = 37°$.

احسب الطول FH بالتقريب إلى $0,1\,\text{cm}$.



. . . . . .

17 $[MN]$ قطعة مستقيم طولها $4\,\text{cm}$ ؛ A نقطة من الدائرة $(\mathcal{C})$ التي قطرها $[MN]$ بحيث $\widehat{AMN} = 40°$.

(1) أنشيء الشكل.

(2) احسب الطول MA مع تدوير النتيجة إلى المليمتر.

. . . . . .

18

(1) أنشيء معيّنا $LION$ مركزه A بحيث $LO = 4\,\text{cm}$ و $NI = 3\,\text{cm}$.

(2) احسب القيسين $\widehat{ILO}$ و $\widehat{ILN}$ مع تدوير النتيجة إلى الوحدة.

. . . . . .

19

(1) ارسم دائرة $(\mathcal{C})$ مركزها O و نصف قطرها $3\,\text{cm}$.

عيِّن على هذه الدائرة نقطة M ثم أنشيء (Δ) ، المماس للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطة M.

عيِّن على (Δ) نقطة P بحيث $MP = 7,2\,\text{cm}$.

(2) احسب القيس $\widehat{MOP}$ مع تدوير النتيجة إلى الوحدة.

. . . . . .

20 MNP مثلث قائم في P بحيث $MP = 5\,\text{cm}$ و $MN = 7\,\text{cm}$.

(1) احسب القيس $\widehat{NMP}$ مع تدوير النتيجة إلى الوحدة.

(2) احسب الطول NP مع تدوير النتيجة إلى المليمتر.

(3) لتكن I نقطة من $[MP]$ بحيث $PI = 2\,\text{cm}$. المستقيم الذي يشمل I و يوازي (MN) يقطع $[PN]$ في J.

احسب الطول IJ.

. . . . . .

21

(1) ارسم دائرة مركزها O و قطرها $[AB]$ بحيث $AB = 11\,\text{cm}$.

لتكن C نقطة من هذه الدائرة بحيث $BC = 6,6\,\text{cm}$.

(2) برهن أنّ المثلث ABC قائم في C.

(3) احسب الطول AC.

(4) احسب القيس $\widehat{BAC}$ مع تدوير النتيجة إلى الوحدة.

. . . . . .

22 ZER مثلث قائم في Z بحيث $\widehat{ZER} = 40°$ و $ER = 10\,\text{cm}$.

احسب قيمة مقربة إلى جزء من عشرة :

(ا) لمحيط هذا المثلث (ب) لمساحته.

. . . . . .

23

(1) (ا) ارسم نصف دائرة قطرها $[AB]$ بحيث $AB = 16\,\text{cm}$ ثم عيِّن عليها النقطة M بحيث $\widehat{MAB} = 10°$.

(ب) اشرح لماذا $\cos 10° = \frac{AM}{16}$.

(2) (ا) عيِّن على نصف الدائرة السابقة النقط N ، O ، P و Q بحيث $\widehat{NAB} = 30°$ ؛ $\widehat{OAB} = 45°$ ؛ $\widehat{PAB} = 60°$ و $\widehat{QAB} = 80°$.

(ب) ماذا تمثل النسب $\frac{AN}{16}$ ؛ $\frac{AO}{16}$ ؛ $\frac{AP}{16}$ و $\frac{AQ}{16}$ ؟

(3) (ا) رتب تصاعديا الأطوال AM ، AN ، AO ، AP و AQ.

(ب) استنتج الترتيب التصاعدي للأعداد $\cos 10°$ ، $\cos 30°$ ، $\cos 45°$ ، $\cos 60°$ و $\cos 80°$.

(ج) أتمم : «في المثلث ... ، عندما يزداد قيس زاوية حادة فإن جيب تمامها ...» .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/