https://prof27math.weebly.com/

الحساب الحرفي:
التبسيط، النشر، الترتيب والعمليات

تصميم الدرس

- تبسيط عبارة جبرية
- نشر عبارة جبرية
- اختبار نتيجة حساب حرفي
- المساويات-المتباينات والعمليات
- حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معينة
- تمارين ومشكلات
- حلول تمارين ومشكلات

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تبسيط عبارة جبرية :

- **خاصية**

k ، a ، b أعداد نسبية.

$$ka+kb=k(a+b) \quad ; \quad ka-kb=k(a-b)$$

مثال

بسّط العبارة: $E=8x+6x-3x$

$$\begin{aligned} E &= 8x+6x-3x \\ &= (8+6-3)x \\ &= 11x \end{aligned}$$

$E=11x$ هو الشكل المبسّط للعبارة E.

- **حذف الأقواس**

قاعدة

- **عندما تكون الأقواس مسبوقة بالإشارة + ، يمكن حذفها مع الاحتفاظ بالإشارات الموجودة داخل الأقواس.**

$$a+(b+c)=a+b+c \quad ; \quad a+(b-c)=a+b-c$$

- **عندما تكون الأقواس مسبوقة بالإشارة - ، يمكن حذفها مع تغيير الإشارات الموجودة داخل الأقواس.**

$$a-(b+c)=a-b-c \quad ; \quad a-(b-c)=a-b+c$$

تطبيق

بسّط العبارة $A=(x^2+x)-(3x^2+2x-1)+2$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

الحلّ

نحذف الأقواس بتطبيق قاعدة حذف الأقواس:

$$A = \left(x^2 + x\right) - \left(3x^2 + 2x - 1\right) + 2$$
$$= x^2 + x - 3x^2 - 2x + 1 + 2$$

نجمّع الحدود المتشابهة:

$$A = x^2 - 3x^2 + x - 2x + 1 + 2$$

نبسّط بتطبيق خاصية تبسيط عبارة جبرية:

$$A = \left(1 - 2\right)x^2 + \left(1 - 2\right)x + 3$$
$$= x^2 - x + 3$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• نشر عبارة جبرية :

تعريف

نعني بنشر جداء، كتابته على شكل مجموع أو فرق.

- **خاصية**

k ، a ، b أعداد نسبية.

$$k(a-b)=ka-kb \quad ؛ \quad k(a+b)=ka+kb$$

مثال

انشر العبارة $E=3\times(x-2)$

بتطبيق الخاصية أعلاه، نجد:

$$E=3\times(x-2)=3x-3\times 2=3x-6$$

- نشر الجداء $(a+b)(c+d)$

خاصية

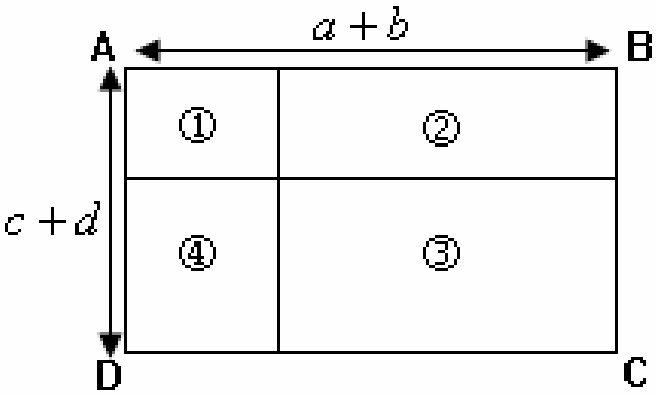
a ، b ، c ، d أعداد نسبية.

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

تفسير

1. نعبّر عن مساحة المستطيل $ABCD$ كجداء طوله في عرضه:

$$A=(a+b)(c+d)$$



2. نعبّر عن مساحة المستطيل $ABCD$ كمجموع مساحات المستطيلات 1، 2، 3، 4:

$$A=ac+bc+ad+bd$$

نستنتج أنّ $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$.

ملاحظة

البرهان السابق لا يصحّ إلا من أجل أعداد موجبة. للبرهان أنّ المساواة صحيحة مهما كانت الأعداد a ، b ، c ، d نستعمل خاصية التوزيع للضرب.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• اختبار نتيجة حساب حرفي :

تمرين

انشر وبسّط العبارة $E = x(x-2)-(x-3x^2)$ ثمّ اختبر النتيجة من أجل $x = 2$.

الحلّ

$$\begin{aligned} E &= x(x-2)-(x-3x^2) \\ &= x\times x - 2\times x - x + 3x^2 \\ &= x^2 - 2x - x + 3x^2 \\ &= x^2 + 3x^2 - 2x - x \\ &= (1+3)x^2 - (2+1)x \\ &= 4x^2 - 3x \end{aligned}$$

نختبر النتيجة من أجل $x = 2$:

- نعوّض x بالقيمة 2 في العبارة المعطاة:

$$\begin{aligned} E &= 2(2-2)-(2-3\times 2^2) \\ &= 2\times 0-(2-3\times 4) \\ &= 0-2+12 \\ &= 10 \end{aligned}$$

- نعوّض x بالقيمة 2 في العبارة الناتجة:

$$\begin{aligned} E &= 4\times 2^2 - 3\times 2 \\ &= 4\times 4 - 6 \\ &= 16 - 6 \\ &= 10 \end{aligned}$$

نلاحظ أنّ الاختبار محقق.

طريقة

لاختبار صحة حساب حرفي ، يكفي تعويض الحرف x بنفس القيمة في العبارة المعطاة وفي العبارة الناتجة:

- إذا أعطى الاختبار نتيجتين مختلفتين، فإنّ الحساب خاطئ .

- إذا كان الاختبار محقق، فهذا يجعل الحساب معقولا ولكن ذلك لا يكون كافيا للجزم من صحته.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• المساويات-المتباينات و العمليات :

• مقارنة عددين ناطقين

خاصية

a ، b ، c ، d أعداد نسبية مع b و d غير معدومين:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{يعني} \quad ad=bc$$

أمثلة

$\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$ (لأنّ، $5\times 18=6\times 15$) ؛ $\frac{2}{13}\neq\frac{5}{26}$ (لأنّ، $2\times 26\neq 5\times 13$)

قاعدة

x ، y عددان ناطقان.

$x\leq y$ يعني $x-y\leq 0$ ؛ $x\geq y$ يعني $x-y\geq 0$

مثال

من أجل $x=\frac{2}{3}$ ، $y=\frac{5}{7}$ ؛ لدينا: $x-y=\frac{2}{3}-\frac{5}{7}=\frac{14}{21}-\frac{15}{21}=-\frac{1}{21}$

أي أنّ $x-y\leq 0$.

منه $\frac{2}{3}\leq\frac{5}{7}$.

ملاحظة

يمكن استبدال $\leq$ (أو $\geq$) بالرمز $<$ (أو $>$) في القاعدة السابقة.

• المساويات-المتباينات و العمليات

قاعدة 1

a ، b ، c أعداد نسبية.

إذا كان $a\leq b$ ، فإنّ $a+c\leq b+c$

نقول أيضا:

العددان $a+c$ ، $b+c$ مرتبان في نفس ترتيب العددين a ، b.

أمثلة

1. إذا كان $a<-1$ ، فإنّ $a-5<-1-(-5)$.

أي أنّ $a+5<4$.

2. إذا كان $x+3=-1$ ، فإنّ $x+3+(-3)=-1+(-3)$.

أي أنّ $x=-4$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

قاعدة 1

a ، b ، k أعداد نسبية.

- إذا كان $a \leq b$ و $k > 0$ ، فإنّ $ka \leq kb$.
- إذا كان $a \leq b$ و $k < 0$ ، فإنّ $ka \geq kb$.

نقول أيضا:

- عندما يكون k موجبا تماما، فإنّ العددين ka و kb مرتبان في نفس ترتيب العددين a ، b.
- عندما يكون k سالبا تماما، فإنّ العددين ka و kb مرتبان في عكس ترتيب العددين a ، b.

أمثلة

إذا كان $x \leq -1$ ، فإنّ $\left(-\frac{1}{3}\right) \times x \geq -\left(-\frac{1}{3}\right)$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معينة.

- تعيين مدوّر عدد إلى رتبة معينة.

مثال

عيّن مدوّر $\frac{245}{13}$.

الحاسبة تظهر القيمة: $18,84615385$

نحصل على:

مدوّر $\frac{245}{13}$ إلى ...	
الوحدة	19
الجزء من عشرة	$18,8$
الجزء من مائة	$18,85$
الجزء من ألف	$18,846$
الجزء من عشرة آلاف	$18,8462$
...	...

- حصر عدد باستعمال التدوير إلى رتبة معيّنة

مثال

عيّن حصرا للعدد x علما أنّ المدوّر إلى الجزء من عشرة له هو $5,8$.

حسب قاعدة تدوير عدد إلى رتبة معيّنة المطبقة أعلاه وباعتبار أنّ $5,8$ هي القيمة المدوّرة للعدد x إلى الجزء من عشرة، فإنّ الكتابة برقمين بعد الفاصلة للعدد x تكون: $5,75$ أو $5,76$ أو ... أو $5,80$ أو $5,81$ أو ...

أو $5,84$.

منه حصر العدد x : $5,75 \leq x < 5,84$

تطبيق

مستطيل عرضه $16\ cm$ وطوله محصور بين $25\ cm$ و $30\ cm$.

أوجد حصرا لمحيطه وحصرا لمساحته.

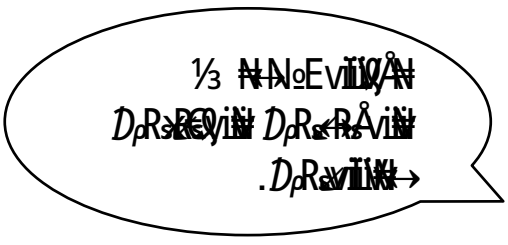
الحلّ

نضع x عرض المستطيل و y طوله.

لدينا $x = 16$ ؛ $25 < y < 30$

منه $16 + 25 < x + y < 16 + 30$

أي $41 < x + \quad < 46$



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

منه حصر المحيط:

$$2\times 41 < 2(x+\quad) < 2\times 46$$

أي $82 < 2(x+y) < 92$

وبنفس الطريقة، نجد حصرا للمساحة:

$$400 < xy < 480$$

---

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تمارين و مشكلات :

1. انقل ثمّ اربط كلّ عبارة بالعبارة المبسطة الموافقة لها.

• $2x+5x+6x$	• $-5x$
• $10x-x$	• $9x$
• $3x-8x$	• $13x$

2. بسّط العبارات التالية:

أ) $75x+25x$ ب) $12,5x+8,9x$ ج) $0,2x-x$

3. بسّط العبارات التالية:

أ) $A=4x+5+7x-5x-3$ ؛ ب) $B=-a+5b+a+2$

4. بسّط العبارات التالية:

أ) $A=3x^2+x^2$

ب) $B=5x^2+3x-x^2-x$

ج) $C=x^2-8x+x^2+2x-1$

5. بسّط العبارات التالية:

أ) $A=\left(x^2+5x-4\right)-\left(5x-x^2-6\right)$

ب) $B=3z^2-\left(2z-5\right)-3\left(z^2-2z+1\right)$

ج) $C=x+x^2-\frac{1}{3}-\frac{1+x}{6}-x^2$

6. $E=3+\left(-2x+5\right)-\left(-8+x\right)$

احسب قيمة E من أجل $x=3$.

7. احسب قيمة العبارة F من أجل $x=4$ ؛ $y=11$.

$$F=9-\left(-3-x\right)+\left(x-y\right)+\left(y-3\right)$$

8. رتّب الأعداد الناطقة التالية تصاعديا:

$\frac{3}{4}$ ؛ $-\frac{5}{2}$ ؛ $\frac{13}{8}$ ؛ -1 ؛ $0,25$.

9. دون استعمال الحاسبة، بيّن إن كانت المتباينتان التاليتان صحيحتين:

• $-\frac{58}{15}>-\frac{35}{23}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

- $\frac{258}{7} < \frac{1125}{13}$

10. إذا علمت أنّ $a < 12$ ، ماذا يمكن قوله بالنسبة إلى:

$\frac{a}{4}$ $\quad 3a \quad$ $a-20$ $\quad$ $a+3$

11. نعلم أنّ $a \leq b$ ، أكمل بأحد الرمزين $\leq$ ، $\geq$ ما يلي:

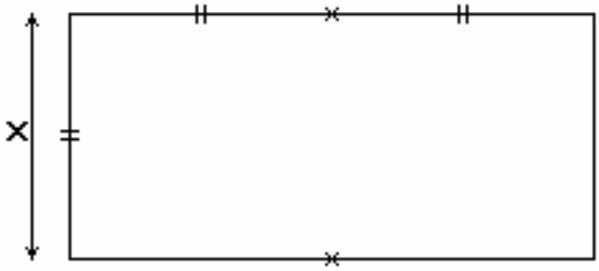
$a+3 \ldots b+3$ ؛ $b-1 \ldots a-1$ ؛ $3b \ldots 3a$

$2a+5 \ldots 2b+5$ ؛ $\frac{a}{5} \ldots \frac{b}{5}$ ؛ $-2a \ldots -2b$

12. بالاستعانة بحاسبة، عيّن المدوّر إلى الجزء من المائة لكلّ من الأعداد التالية:

$\frac{1}{6}$ ؛ $\frac{17}{19}$ ؛ $\frac{121}{58}$

13. أوجد حصرا لمحيط المستطيل،
علما أن $1,5 < x < 1,6$



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• حلول التمارين و المشكلات :

1.

- $2x+5x+6x$ •
- $10x-x$ •
- $3x-8x$ •

- $13x$ •
- $9x$ •
- $-5x$ •

2. أ) $100x$ ب) $21,4x$ ج) $-0,8x$

3. أ) $A=6x+2$ ؛ ب) $B=5b+a$

4. أ) $A=4x^2$ ب) $B=4x^2+2x$ ج) $C=2x^2-6x+1$

5. أ)

$$\begin{aligned} A &= \left(x^2+5x-4\right)-\left(5x-x^2-6\right) \\ &= x^2+5x-4-5x+x^2+6 \\ &= 2x^2+2 \end{aligned}$$

ب)

$$\begin{aligned} B &= 3z^2-\left(2z-5\right)-3\left(z^2-2z+1\right) \\ &= 3z^2-2z+5-3z^2+6z-3 \\ &= 4z+2 \end{aligned}$$

ج)

$$\begin{aligned} C &= x+x^2-\frac{1}{3}-\frac{1+x}{6}-x^2 \\ &= \frac{6x+6x^2-2-1-x-6x^2}{6} \\ &= \frac{5x-3}{6} \end{aligned}$$

6. $E=7$

7. $F=17$

8. $-\frac{5}{2}<-1<0,25<\frac{3}{4}<\frac{13}{8}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

9.

- $-\frac{58}{15} > -\frac{35}{23}$ ..... (خاطئة)
- $\frac{258}{7} < \frac{1125}{13}$ ..... (صحيحة)

10. $a+3<15$ ؛ $a-20<-8$

$3a<36$ ؛ $\frac{a}{4}<3$

11. $a+3 \le b+3$ ؛ $b-1 \ge a-1$ ؛ $3b \ge 3a$

$2a+5 \le 2b+5$ ؛ $\frac{a}{5} \le \frac{b}{5}$ ؛ $-2a \ge -2b$

12. $0,17$ ؛ $0,89$ ؛ $2,09$

13. ليكن P محيط المستطيل.

لدينا $P=4x$ وباعتبار $1,5<x<1,6$.

نحصل على $5\times 1,5<5x<5\times 1,6$.

أي أنّ:

$$7,5<P<8$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

مواضيع الإرسال الثالث

يتضمن هذا الإرسال المواضيع التالية:

- ❖ الحساب الحرفي : المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد
- ❖ المثلث القائم و الدائرة :
  - بُعد نقطة عن مستقيم ، المماس لدائرة.
  - جيب تمام زاوية حادة.
- ❖ تنظيم معطيات (الإحصاء)
- ❖ الانسحاب.
- ❖ الهرم و مخروط الدوران