تمرين1

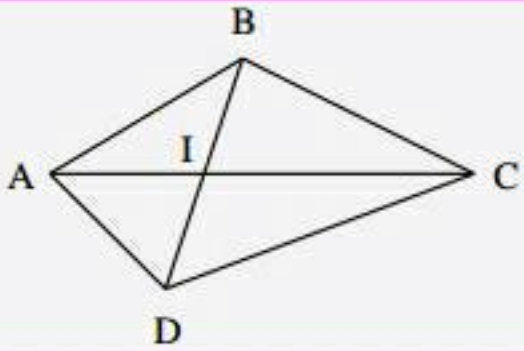
1) k عدد صحيح طبيعي غير منعدم. أثبت أن $\frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$.

2) استنتج قيمة العدد A حيث: $A\ A=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+.....+\frac{1}{99\times100}$

تمرين2

حـدد قيمة العدد الصحيح n بحيث يكون: $\frac{9^{n-2}\times3^{2n+2}}{27^{n+3}}=81$

تمرين3



ABCD رباعي محدب حيث المثلثين ABC و ADC لـهما نفس المساحة. النقطة I هي تقاطع القطرين [AC] و [BD].

بين أن النقطة I هي منتصف القطعة [BD].

تمرين 4

x و y عددان حقيقيان بحيث $x\geq0$ و $x+y=0$. أحسب x و y إذا علمت أن $x^4\times y^6=2^{10}$.

تمرين 5

a و b عددان حقيقيان $a+b=1$ و $a^2+b^2=2$. أحسب a^4+b^4.

تمرين 6

x و y عددان حقيقيان غير منعدمين حيث: $2x^2+2y^2=5xy$. أحسب $\frac{x+y}{x-y}$.

تمرين 7

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا و مختلفان. حدد إشارة العدد $X=\frac{a-b}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$

تمرين 8

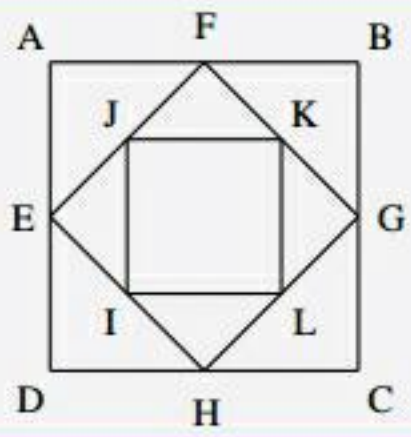
ABC مثلث متساوي الساقين في A. النقطتان D و E تنتميان على التوالي إلى القطعتين [BC] و [AC] بحيث $BAD=30°$ و $AD=AE$. أحسب قياس الزاوية $\left[EDC\right]$.

تمرين9

1) a و b عددان حقيقيان غير منعدمين. بين أن $\frac{a\times b}{a^2+b^2}\leq\frac{1}{2}$.

2) x و y و z أعداد حقيقية غير منعدمة. بين أن $\frac{xy}{x^2+y^2}+\frac{yz}{y^2+z^2}+\frac{zx}{z^2+x^2}\leq\frac{1}{2}$.

تمرين 10

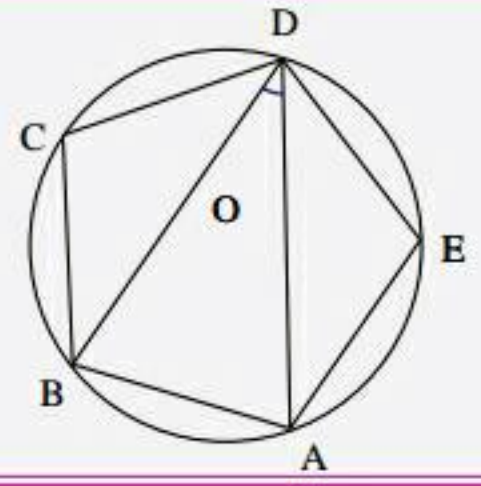


ABCD مربع و E و F و G و H منتصفات [DA] و [AB] و [BC] و [CD] على التوالي. النقط I و J و K و L منتصفات [HE] و [EF] و [FG] و [GH] على التوالي.

أحسب نسبة مساحتي المربعين IJKL و ABCD في هذا الترتيب.

تمرين 11

تمرين 11



ABCDE مضلع خماسي منتظم. و O مركز الدائرة المحيطة به.

احسب قياس الزاوية $\left[\text{ADB}\right]$

تمرين 12

TEL مثلث و S نقطة من الضلع [TL]. الموازي للمستقيم (SE) والمار من T يقطع (LE) في H. الموازي للمستقيم (SE) و المار من L يقطع (ET) في A. بين أن $\frac{1}{\text{TH}}+\frac{1}{\text{AL}}=\frac{1}{\text{ES}}$.

تمرين13

حل المعادلة التالية: $\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}}=7$

تمرين 14

حل النظمة التالية $\begin{cases}x^2-y^2=3\\x-y=1\end{cases}$

تمرين 15

xو y عددان حقيقيان بحيث $xy=-1$ و $x+y=\frac{3}{2}$.

أحسب x^3+y^3. [يمكن استعمال المتطابقة : $a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$]

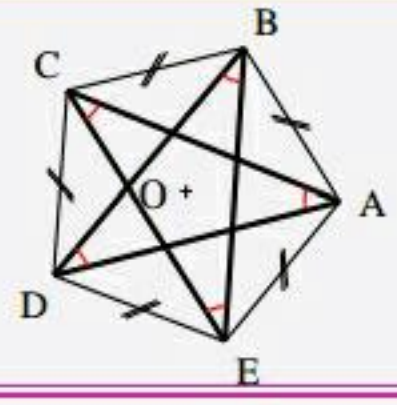
تمرين 16

نقول إن عددا حقيقيا هو عدد فيثاغورسي (نسبة إلى فيتاغورس) إذا كان ممكنا كتابته على شكل مجموع مربعين كاملين.

[مثال: $5=1^2+2^2$] . أثبت أن جداء عددين فيتاغوريين هو عدد فيثاغوري.

said abdari

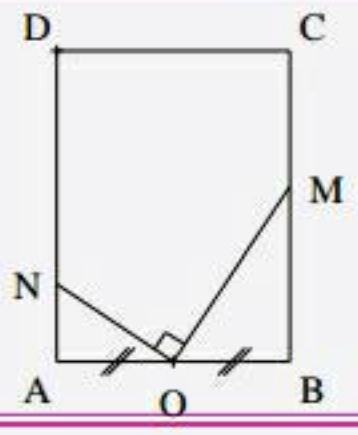
تمرين 17



ما هو قياس زوايا النجمة الخماسية؟

للبرهنة استعن بالشكل المرافق لنص المسألة واحسب قياس إحدى الزوايا الخمس المطلوبة، مثلا $\left[\text{BEC}\right]$.

تمرين 18



ABCD مستطيل بحيث $AB=2a$ و O منتصف $[AB]$.

M و N نقطتان من $[BC]$ و $[AD]$ على التوالي بحيث $(OM)\perp(ON)$.

أحسب $BM\times AN$ بدلالة a.

تمرين 19

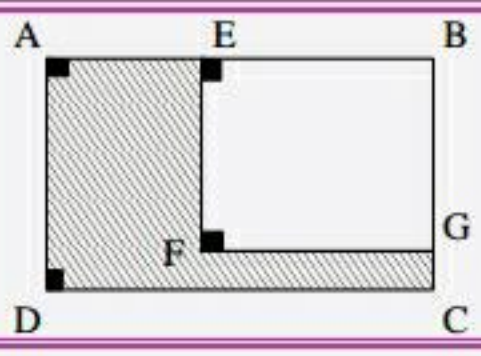
حل المعادلة: $\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}=0$.

تمرين 20

بسط العدد: $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}$.

تمرين 20 بسط العدد: $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}}$.

تمرين 21



ABCD مستطيل طوله $AB=10m$ و $AD=7m$.
نقسمه إلى بقعتين بنفس المساحة، مساحة ABCD = مساحة AEFGCD.
أحسب AE إذا علمت $GC=1m$

تمرين 22

ABC مثلث متساوي الساقين في A بحيث $AB=a$. المتوسطان $[BB']$ و $[CC']$ يتقاطعان في نقطة E.
أحسب مساحة المثلث BEC بدلالة a.

تمرين 23

1) نضع $\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. تحقق أن: $\dfrac{1}{\alpha}=\alpha-1$ و أن $\alpha^2=1+\alpha$.

2) أحسب $\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}$.

تمرين 24

1) n عدد صحيح طبيعي. بين أن $\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$.

2) استنتج قيمة العدد: $S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{42}+\dfrac{1}{56}$.

تمرين25

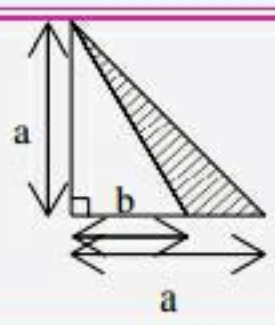
ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث $2AB=AC=2$. لتكن M نقطة من $[BC]$ بحيث $BM=AB$ و N نقطة من $[AC]$ بحيث $CM=CN$. أحسب $\dfrac{AC}{NC}$.

تمرين26

أحسب: $S=1-2+3-4+5-6+.....+1989-1990$

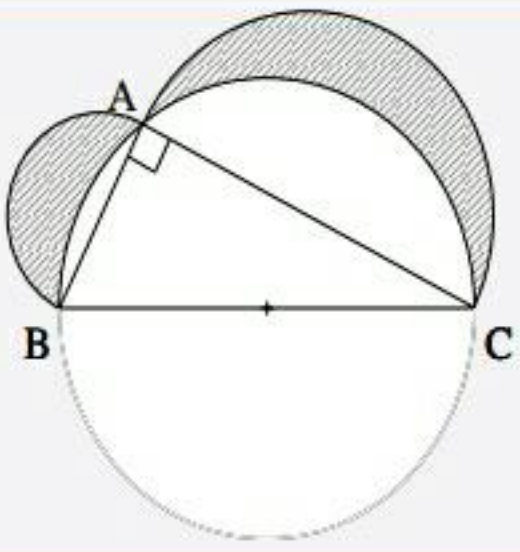
$P=\left(1-\dfrac{1}{9}\right)\left(1-\dfrac{2}{9}\right)\left(1-\dfrac{3}{9}\right)\times.....\left(1-\dfrac{1}{20}\right)$

تمرين27



أحسب مساحة الجزء المخدش بدلالة a وb.
(بطريقتين مختلفتين)

تمرين 28



إذا علمت أن مساحة المثلث ABC القائم الزاوية في A هي 1
فاحسب مساحة الجزء المخدش.

تمرين 29

a عدد صحيح طبيعي غير منعدم. أكتب $2a^2+2$ على شكل مجموع مربعين كاملين و طبق ذلك على العدد 202.

تمرين 30

حل المعادلة: $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=1$

تمرين31

said elbdari

تمرين 29

a عدد صحيح طبيعي غير منعدم. أكتب $2a^2+2$ على شكل مجموع مربعين كاملين و طبق ذلك على العدد 202.

تمرين 30

حل المعادلة: $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=1$

تمرين31

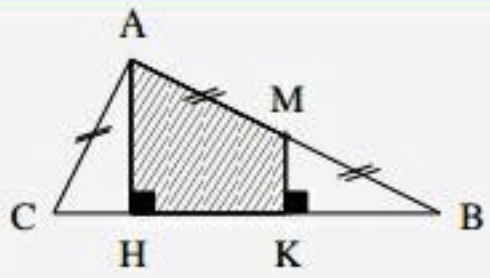
بين أن $\frac{1}{2}<\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+\frac{1}{14}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}<\frac{9}{10}$

تمرين 32

نضع: $a=100(1+2+3+.....+98+99)$ و $b=99(1+2+3+.....99+100)$.

قارن العددين a و b.

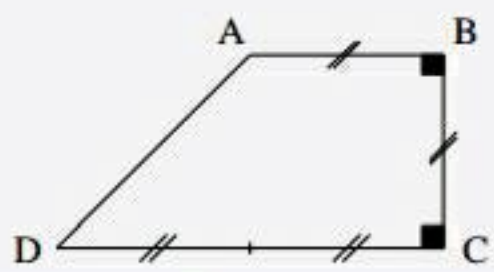
تمرين 33



ABC مثلث قائم الزاوية في A و النقطة M منتصف $[AB]$. نعطي $AB=1$ و $AC=2$. النقطتان H و K هما على التوالي مسقطا A و M عموديا على (BC).

أحسب مساحة الرباعي AHKM.

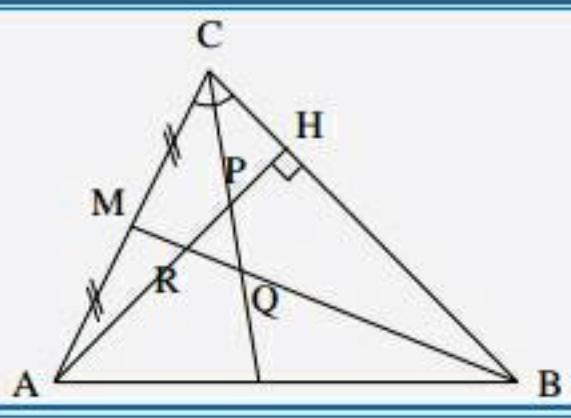
تمرين 34



ABCD شبه منحرف قائم بحيث طول قاعدته الكبرى هو ضعف قاعدته الصغرى و ارتفاعه يساوي طول القاعدة الصغرى.

كيف يمكن تقسيم ABCD إلى أربعة أشباه منحرف لها نفس المساحة.

تمرين 35



ABC مثلث زواياه كلها حادة. ليكن (BM) متوسط هذا المثلث المار من B و (AH) ارتفاعه المار من A و (CL) منصف الزاوية $[ACB]$. هذه المستقيمات تحدد مثلثا PQR.

بين أنه إذا كان PQR متساوي الأضلاع فإن ABC متساوي الأضلاع أيضا.

ماذا يمكن القول في هذه الحالة عن النقط P و Q و R؟

تمرين 36

1) أحسب العدد: 2006^2.

2) استنتج حساب العدد: $A=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+.....+\frac{1}{\sqrt{4024036}+\sqrt{4024035}}$

تمرين 37

ABC مثلث زواياه جميعها حادة. ولتكن H مركز تعامده و S مساحته.

بين أن: $S=\frac{1}{4}(AB\times CH+BC\times AH+AC\times BH)$.

تمرين 38

a و b و c أعداد حقيقية موجبة و متناسبة على التوالي مع الأعداد الحقيقية الموجبة a' و b' و c'.

بين أن: $\sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}=\sqrt{aa'}+\sqrt{bb'}+\sqrt{cc'}$.

تمرين 39

x و y و z أعداد حقيقية موجبة بحيث: $xyz=1$.

نضع: $B=\frac{1}{xy+x+1}+\frac{1}{yz+y+1}+\frac{1}{zx+z+1}$. بين أن $B=1$.

تمرين 40

a و b قياسا زاويتين حادتين و x عدد حقيقي حيث $x>\frac{3}{2}$.

إذا كان $\tan b=\sqrt{\frac{3x-2}{2}}$ و $\sin a=\sqrt{\frac{3x-2}{3x}}$ بين أن $a=b$.

saidelbari

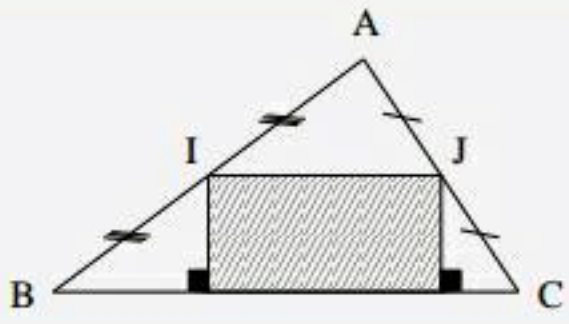
تمرين41

أحسب: $A=\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right).....\left(1-\frac{1}{225}\right)$

تمرين 42

يصبغ صباغ غرفة واحدة في 12 ساعة. و يصبغ صباغ آخر نفس الغرفة في 15 ساعة. ما هو الوقت الكافي لصباغة نفس الغرفة إذا تعاونا الصباغان معا.

تمرين 43



نعتبر الشكل جانبه:
نفترض أن مساحة المثلث ABC هي 10.
ما هي مساحة الجزء المخدش؟

تمرين 44

أحسب: $P=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right).....\left(1-\frac{1}{999}\right)\left(1-\frac{1}{1000}\right)$

تمرين45

حل المعادلة التالية: $3^x+3^{x+3}=756$. (x عدد صحيح نسبي)

تمرين 46

a و b عددان حقيقيان موجبان بحيث $a<b$. نضع $x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ و $y=\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}$.

أحسب $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$ ثم استنتج مقارنة للعددين x و y.

تمرين 47

ABC مثلث قائم الزاوية في A. 'A و 'B نقطتان بحيث C منتصف ['AA] و Cمنتصف ['BB].
أحسب مساحة المثلث 'AB'A بدلالة مساحة المثلث ABC .

تمرين 48

ABCD متوازي الأضلاع .

1) أنشئ النقط M وN وP وQ بحيث $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{DQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$.

2) بين أن $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

3) بين أن MNPQ متوازي الأضلاع .

تمرين 49

x و y عددان صحيحان طبيعيان بحيث: $84x=y^2$.

حدد قيمة كل من x و y إذا علمت أن x هو أصغر عدد صحيح طبيعي غير منعدم يحقق العلاقة السابقة.

تمرين 50

تدور عجلة دراجة نارية تسير بسرعة 72 كيلومتر في الساعة 10 دورات في الثانية. ما هو محيط العجلة؟

تمرين 51

يحتوي صندوق على عدد من الأوراق الخضراء و الحمراء. إذا علمت أن نسبة عدد الأوراق الحمراء إلى عدد الأوراق الخضراء $\frac{5}{9}$ و أن عدد الأوراق بالصندوق محصور قطعا بين 90 و 110 فما هو عدد الأوراق من كل نوع؟

تمرين 52

ABC مثلث. M منتصف [AC] و N منتصف [BM].
بين أن مجموع مساحتي المثلثين ABN و BCN يساوي نصف مساحة المثلث ABC.

تمرين 53

بين أن $(2,01212.....)-(0,9191.....)=\frac{541}{495}$

تمرين 54

a و b و c أعداد حقيقية تحقق $a<c$ و $b-a=c-b$.

said elbdari

تمرين 54

a و b و c أعداد حقيقية تحقق $a<c$ و $b-a=c-b$.

رتب هذه الأعداد ثم قارن b^2-a^2 و c^2-b^2.

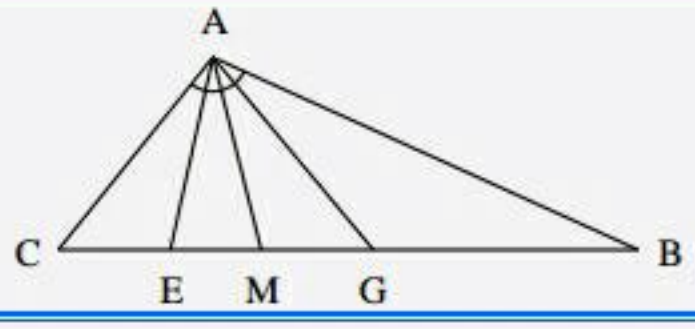
تمرين 55

أحسب وتر مثلث قائم الزاوية إذا علمت أن مربع مجموع طولي الضلعين المتعامدين هو 49 و أن مربع فرقيهما 31.

تمرين 56

من ميناء تنطلق باخرتان إحداهما تنطلق على رأس كل 12 يوما و الأخرى على رأس كل 45 يوما.
كم من يوم يلزم لتنطلق الباخرتان معا بعد هذا اليوم؟

تمرين 57



ABC مثلث. نجزئ الزاوية $\left[BAC\right]$ إلى أربع زوايا متقايسة.(أنظر الشكل)

بين أن $\frac{AB}{AC}\times\frac{AG}{AE}=\frac{BG}{CE}$.

تمرين 58

قارن a و $1-a^2$ علما أن $\frac{\sqrt{5}-1}{2}<a<1$.

تمرين 59

نضع $A=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times.....\times\frac{99}{100}$ (A جداء 50 من العوامل)

$B=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times.....\times\frac{98}{99}$ (B جداء 49 من العوامل)

1) تحقق أن $AB=\frac{1}{100}$ و أن $A<B$.

2) استنتج من ذلك أن $A<\frac{1}{10}<B$.

تمرين 60

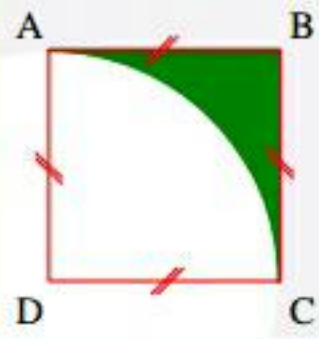
تسعة عمال اشتغلوا ثمانين يوما لإنجاز حائط طوله 120m. كم هو عدد الأيام التي ينبغي أن يشتغلها خمسة عمال لإنجاز جدار مماثل للأول طوله 150m؟

تمرين 61

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

بين أن $\left(1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)^2=1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}$

تمرين 62



ABCD مربع بحيث $AB=x\sqrt{2}+\frac{1}{2}$ و x عدد حقيقي موجب

و AC قوس من الدائرة التي مركزها D.
حدد مساحة الجزء الملون.

تمرين 63

إذا علمت أن $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$. أحسب $a^2+\frac{1}{a^2}$ و $a^4+\frac{1}{a^4}$ و $a^3+\frac{1}{a^3}$.

تمرين 64

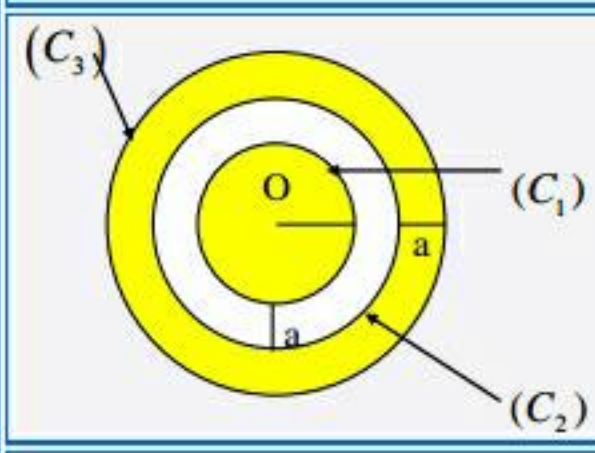
a و b عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمين.

بين أن العدد: $X=\left(a^2+2ab+b^2+a+b+1\right)^2$ يمكن كتابته على شكل مجموع ثلاثة مربعات كاملة غير منعدمة.

تمرين 65

(C_1) و (C_2) و (C_3) دوائر لها نفس المركز O بحيث شعاع الدائرة (C_1) هو $x\sqrt{2}$.

تمرين 65



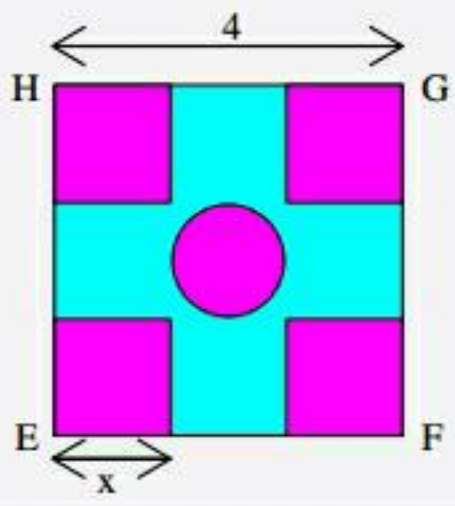
(C_1) و (C_2) و (C_3) دوائر لها نفس المركز O بحيث
شعاع الدائرة (C_1) هو $x\sqrt{2}$.
حدد بدلالة x و a مساحة الجزء الملون بالأصفر.

تمرين 66

a وb وc و 'a و'b و 'c أعداد حقيقية غير منعدمة بحيث $\frac{a}{a'}+\frac{b'}{b}=1$ و $\frac{b}{b'}+\frac{c'}{c}=1$.

بـين أن $abc+a'b'c'=0$

تمرين 67



نـعتبر الشكل جانبه.

حدد مساحة الجزء الملون بالأزرق بدلالة x علما أن

طول قطر الدائرة الملونة هو x.

تمرين 68

x و y و z أعداد حقيقية.

1) بين أن $x^3+y^3+z^3-3xyz=\frac{1}{2}(x+y+z)\left[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right]$.

2) x و y و z أطوال أضلاع مثلث بحيث $x^3+y^3+z^3=3xyz$. ما هي طبيعة هذا المثلث؟

تمرين 69

a و b و c أعداد حقيقية موجبة قطعا.

بـين أنه إذا كان $2b=a+c$ فإن $\frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}=\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$.

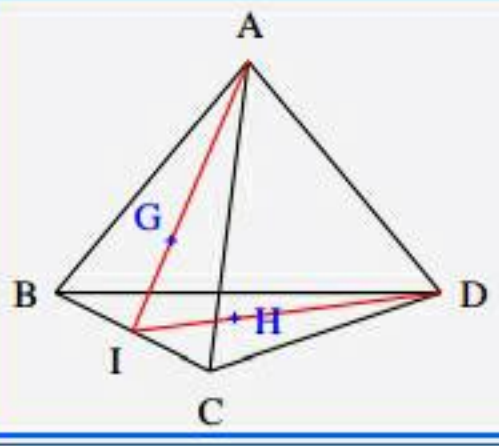
تمرين 70

أوجد جميع الأعداد الحقيقية a وb التي تحقق $2a^2+b^2+1=2ab-2a$

تمرين 71

حل المعادلات الآتية: $x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)x+\sqrt{10}=0$ $\quad x^2-x-1=0$ $\quad \left(x^2-2x\right)^2+2\left(x^2-2x\right)=-1$

تمرين 72



ABCD رباعي أوجه.
G مركز ثقل المثلث ABC.
H مركز ثقل المثلث BCD.
بـرهن أن المستقيمين (GH) و (AD) متوازيان.

تمرين 73

a و b عددان موجبان قطعا.

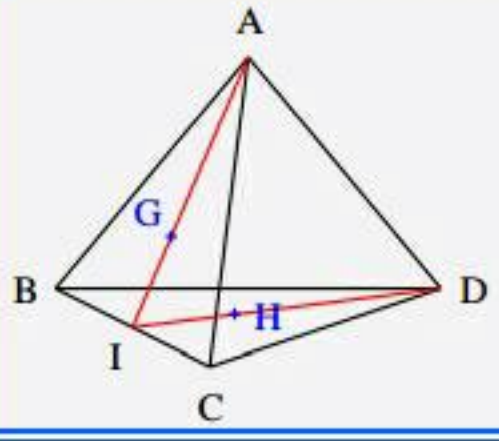
1) بين أن $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\le\frac{a^2+b^2}{2}$ ثم استنتج أن $a+b\le 2\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.

2) استنتج أنه إذا كان $a+b=1$ فإن $a^2+b^2\ge\frac{1}{2}$ و $ab\le\frac{1}{4}$.

3) استنتج من السؤال ① أنه إذا كان $a>0$ و $b>0$ و $a+b=1$ فإن $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2\ge\frac{25}{2}$

said elbdari

تمرين 72



ABCD رباعي أوجه.
G مركز ثقل المثلث ABC.
H مركز ثقل المثلث BCD.
برهن أن المستقيمين (GH) و (AD) متوازيان.

تمرين 73

a و b عددان موجبان قطعا.

1) بين أن $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \le \frac{a^2+b^2}{2}$ ثم استنتج أن $a+b \le 2\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.

2) استنتج أنه إذا كان $a+b=1$ فإن $a^2+b^2 \ge \frac{1}{2}$ و $ab \le \frac{1}{4}$.

3) استنتج من السؤال ① أنه إذا كان: $a>0$ و $b>0$ و $a+b=1$ فإن $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \ge \frac{25}{2}$.

تمرين 74

a و b وc و d أعداد حقيقية موجبة قطعا.

بين أن $1 \le \frac{a}{a+b+c}+\frac{b}{b+a+d}+\frac{c}{c+a+d}+\frac{d}{d+c+b} \le 2$.

تمرين 75

x و y و z أعداد حقيقية موجبة.

إذا علمت أن $\sqrt{y+z}+\sqrt{x} < \sqrt{x+z}+\sqrt{y}$ فبين أن $x<y$.

تمرين 76

a و b عددان موجبان حيث $a^2-b^2=1$ و n عدد صحيح طبيعي. بين أن $\left(\frac{1}{a+b}\right)^n+\left(\frac{1}{a-b}\right)^n \ge 2$

تمرين77

1) بين أن $x^2-6x+7=(x-3)^2-2$

2) حـل المعادلة $x^2-6x+7=0$

3 استنتج حلول النظمة: $\begin{cases} A+B=6 \\ A^2+B^2=22 \end{cases}$

تمرين 78

a وb و c وd أعداد حقيقية غير منعدمة بحيث $a \ne c$ و $b \ne d$

بين أن $\frac{b^2(d-a)}{b-d}=\frac{a^2(c-b)}{a-c}$ تعني $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$

تمرين 79:

a و b و c و x أعداد حقيقية موجبة قطعاً بحيث $abc=1$

بين أن $x+\frac{1}{x} \ge 2$.

استنتج أن: $(1+a)(1+b)(1+c) \ge 8$

تمرين 80

نعتبر المعادلة $(E)\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+x-1}=\sqrt{3}-1$. نضع $U=\sqrt{x^2+x+1}$ و $V=\sqrt{x^2+x-1}$

1) بين أنه إذا كان x حلا للمعادلة (E) فإن الزوج (U,V) حل للنظمة (S) بحيث: $(S)\begin{cases} U+V=\sqrt{3}+1 \\ U-V=\sqrt{3}-1 \end{cases}$

2) حـل (S) ثـم استنتج حلول المعادلة (E).

تصحيح مقترح لتمارين الأولمبياد-- ذ: سـعيد البـداري – إ. معاذ بن جبل

تمرين 1

$$\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}=\frac{k+1-k}{k(k+1)}=\frac{1}{k(k+1)}$$

$$A=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\ldots\ldots+\frac{1}{99\times 100}$$

$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\ldots\ldots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$$

$$=1-\frac{1}{100}$$

$$=\frac{99}{100}$$

تمرين 2

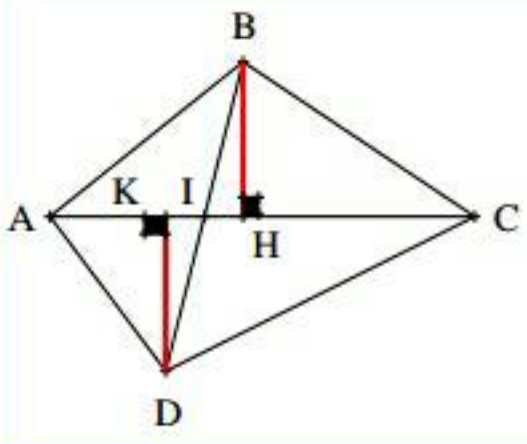
$$\frac{9^{n-2}\times 3^{2n+2}}{27^{n+3}}=81$$

$$\frac{(3^2)^{n-2}\times 3^{2n+2}}{(3^3)^{n+3}}=3^4$$

$$3^{n-11}=3^4$$

$$n=7$$

تمرين 3



نعتبر $[BH]$ ارتفاع المثلث ABC و $[DK]$ ارتفاع المثلث ADC.

المثلثان لهما نفس المساحة إذن: $\frac{DK\times AC}{2}=\frac{BH\times AC}{2}$

يعني ❶ $DK=BH$

(BH) و (DK) عموديان على (AC) إذن (BH) يوازي (DK). ❷

من ❶ و ❷ نستنتج أن $BHDK$ متوازي اضلاع

إذن قطريه $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف I ؛ ومنه فإن I منتصف $[BD]$.

تمرين 4

$x+y=0$ يعني $y=-x$

إذن $x^4\times y^6=2^{10}$

يعني $x^4\times(-x)^6=2^{10}$

يعني $x^{10}=2^{10}$

يعني $x=2$

و بالتالي فإن $x=2$ و $y=-2$

تمرين 5

$a+b=1$ يعني $(a+b)^2=1$

يعني $a^2+b^2+2ab=1$

يعني $2+2ab=1$ إذن $\boxed{ab=-\frac{1}{2}}$

لدينا: $\left(a^2+b^2\right)^2=4$ يعني $a^4+b^4+2a^2b^2=4$

يعني $a^4+b^4+2(ab)^2=4$

إذن $2(ab)^2=\frac{1}{2}$ $\boxed{a^4+b^4=\frac{7}{2}}$

تمرين 6

$2x^2+2y^2=5xy$ يعني $x^2+y^2=\frac{5}{2}xy$ يعني $x^2+2xy+y^2=\frac{5}{2}xy+2xy$ يعني $(x+y)^2=\frac{9}{2}xy$

وبنفس الطريقة نجد أن: $(x-y)^2=\frac{xy}{2}$

ومنه فإن $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}=\frac{\frac{9xy}{2}}{\frac{xy}{2}}$ يعني $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2=9$ يعني $\boxed{\frac{x+y}{x-y}=3}$

تمرين 7

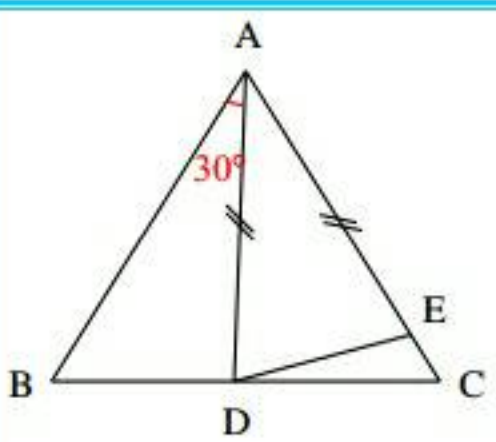
$X=\frac{a-b}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}=\frac{a-b}{\frac{b-a}{ab}}=(a-b)\times\frac{ab}{b-a}=-ab$ وبما أن a و b موجبان قطعا فإن $-ab$ عدد سالب

تمرين 7

$X=\dfrac{a-b}{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}}=\dfrac{a-b}{\dfrac{b-a}{ab}}=(a-b)\times\dfrac{ab}{b-a}=-ab$ وبما أن a و b موجبان قطعا فإن $-ab$ عدد سالب

وبالتالي فإن العدد X سالب.

تمرين 8



$\begin{cases}AED+DEC=180°\\DEC+EDC+ECD=180°\end{cases}$ إذن ❶ $AED=EDC+ECD$

ولدينا $ADE=180°-ADB-EDC$

المثلث ADE متساوي الساقين في A إذن ❷ $AED=ADE$

من ❶ و ❷ نستنتج أن $EDC+ECD=180°-ADB-EDC$

يعني $2EDC=180°-ADB-ABD$ $(ABD=ECD)$

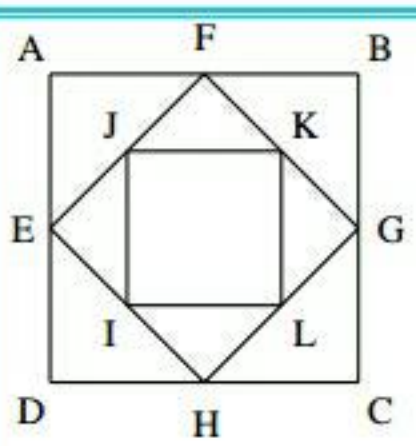
يعني $2EDC=30°$ وبالتالي فإن $\boxed{EDC=15°}$

تمرين 9

1) $(a-b)^2\geq 0$ يعني $a^2-2ab+b^2\geq 0$ يعني $a^2+b^2\geq 2ab$ يعني $\boxed{\dfrac{ab}{a^2+b^2}\leq\dfrac{1}{2}}$

2) حسب السؤال ❶ لدينا $\dfrac{xy}{x^2+y^2}+\dfrac{yz}{y^2+z^2}+\dfrac{xz}{x^2+z^2}\leq\dfrac{3}{2}$

تمرين 10



نضع أن $AB=x$ إذن مساحة المربع ABCD : $S=x^2$

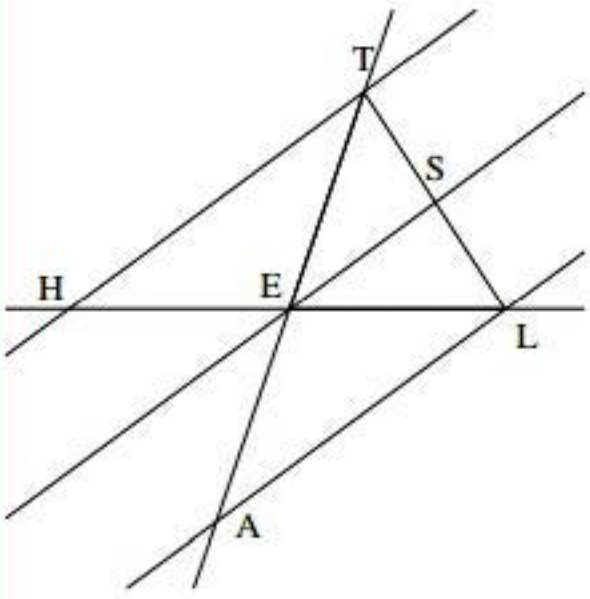
لدينا المثلث AEF متساوي الساقين وقائم الزاوية في A إذن $EF=\dfrac{x\sqrt{2}}{2}$.

J منتصف $[EF]$ إذن $EJ=\dfrac{x\sqrt{2}}{4}$.

المثلث EIJ متساوي الساقين وقائم الزاوية في E إذن $IJ=\dfrac{x\sqrt{2}}{4}\times\sqrt{2}=\dfrac{x}{2}$

مساحة المربع IJKL هي: $S'=\dfrac{x^2}{4}$ وبالتالي فإن $\dfrac{S}{S'}=\dfrac{1}{4}$.

تمرين 12



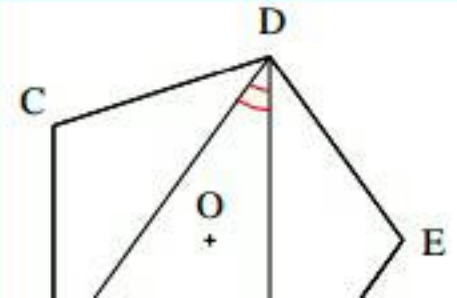
في المثلث TES : (ES) يوازي (AL) إذن ❶ $\boxed{\dfrac{TE}{TA}=\dfrac{TS}{TL}=\dfrac{ES}{AL}}$

في المثلث LTH: (ES) يوازي (TH) إذن ❷ $\boxed{\dfrac{LE}{LH}=\dfrac{LS}{TL}=\dfrac{ES}{AL}}$

من ❶ نستنتج أن $\dfrac{1}{TH}=\dfrac{LS}{TL\times ES}$ و من ❷ $\dfrac{1}{AL}=\dfrac{TS}{TL\times ES}$

ومنه فإن: $\dfrac{1}{TH}+\dfrac{1}{AL}=\dfrac{LS+ST}{TL\times ES}=\dfrac{\cancel{TL}}{\cancel{TL}\times ES}=\dfrac{1}{ES}$

تمرين 11

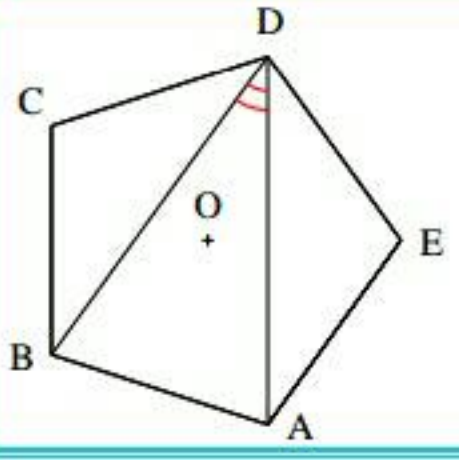


$AOB=\dfrac{360°}{5}=72°$

$[ADB]$ زاوية محيطية و $[AOB]$ هي الزاوية المركزية المرتبطة بها

$ADB=\dfrac{AOB}{2}$

تمرين 11



$$AOB=\frac{360°}{5}=72°$$

$\left[ADB\right]$ زاوية محيطية و $\left[AOB\right]$ هي الزاوية المركزية المرتبطة بها

إذن $ADB=\frac{AOB}{2}$ يعني $\boxed{ADB=36°}$

تمرين 13

$\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}}=7$ يعني $\sqrt{x-1+4+2\times2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-1+9+2\times3\sqrt{x-1}}=7$

يعني $\sqrt{\left(\sqrt{x-1}+2\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-1}+3\right)^2}=7$

يعني $\sqrt{x-1}+2+\sqrt{x-1}+3=7$

يعني $2\sqrt{x-1}=2$

يعني $\sqrt{x-1}=1$

يعني $\boxed{x=2}$

تمرين 14

$\begin{cases}x^2-y^2=3\\x-y=1\end{cases}$ لدينا $x-y=1$ يعني $x=y+1$

$x^2-y^2=3$ يعني $(y+1)^2-y^2=3$ ونجد أن $y=1$

و بالتالي فإن حل النظمة هو $\boxed{(2,1)}$

تمرين 15

$x+y=\frac{3}{2}$ و $xy=-1$

$x+y=\frac{3}{2}$ إذن $(x+y)^2=\frac{9}{4}$ ومنه فإن $(x+y)^2-3xy=\frac{9}{4}+3$ يعني $x^2-xy+y^2=\frac{21}{4}$

ومنه فإن $(x+y)(x^2-xy+y^2)=\frac{3}{2}\times\frac{21}{4}$ يعني $\boxed{x^3+y^3=\frac{63}{8}}$

تمرين 16

ليكن x و y عددين فيتاغوريين، إذن $x=a^2+b^2$ و $y=c^2+d^2$ (a,b,c,d أعداد صحيحة طبيعية)

$$xy=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$$
$$xy=a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2$$
$$xy=(ac)^2+(bd)^2+(ad)^2+(bc)^2$$
$$xy=(ac+bd)^2+(ad)^2+(bc)^2-2abcd$$
$$xy=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$$

وبالتالي فإن العدد xy عدد فيتاغوري.

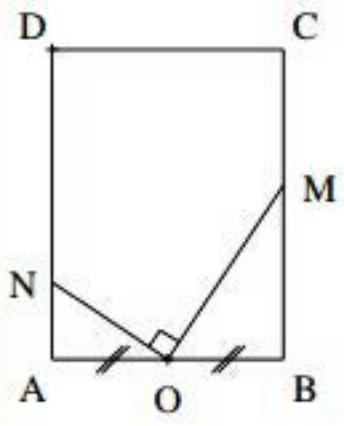
تمرين 17

نفس طريقة المتبعة في التمرين 11

تمرين 18

إذن $\begin{cases}AOB+MOB=90°\\AON=OMB\end{cases}$

تمرين 18



$\begin{cases} AOB + MOB = 90° \\ OMB + MOB = 90° \end{cases}$ إذن $AON = OMB$

$AON = OMB$ و $OAN = OBM$ إذن المثلثان AON و OBM متشابهان

ومنه فإن

$\frac{OA}{MB} = \frac{AN}{OB}$ يعني $AN \times MB = OA \times OB$ يعني $\boxed{AN \times MB = a^2}$

تمرين 19

$\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = 0$ يعني $\frac{1 + x - x^2 - x^3}{x^4} = 0$

يعني $(1+x)(1-x^2) = 0$

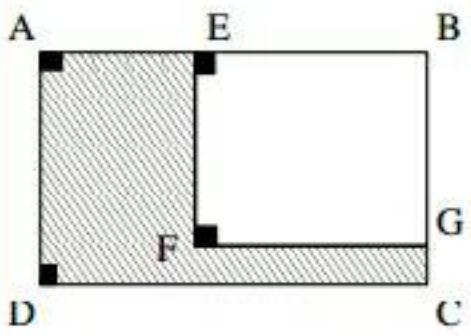
يعني $(1+x)(1-x)(1+x) = 0$

يعني $x = 1$ أو $x = -1$

تمرين 20

$$\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(2+\sqrt{3})(\sqrt{2})^2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{4} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{4} = \frac{\sqrt{3}+1}{4}$$

تمرين 21



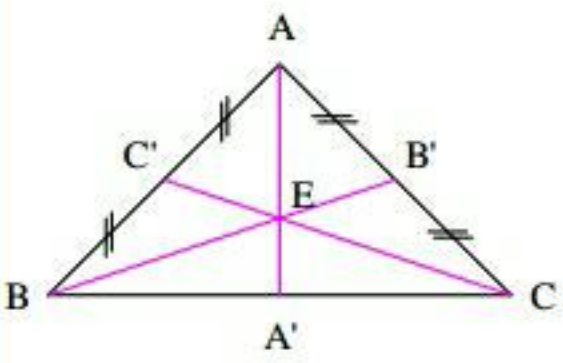
لتكن S مساحة المستطيل ABCD إذن: $S = \frac{10m \times 7m}{2} = 35m^2$

$BC = 7m$ و $CG = 1m$ إذن $BG = 6m$

و منه فإن $EB = \frac{35}{6}m$

$AE = 10m - \frac{35}{6}m$ يعني $\boxed{AE = \frac{25}{6}m}$

تمرين 22



المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين في A بحيث

$AB = AC = a$ إذن $BC = a\sqrt{2}$.

E مركز ثقل المثلث ABC إذن $[AA']$ متوسط المثلث ABC

بما أن المثلث ABC متساوي الساقين في A فإن $[AA']$ ارتفاع.

إذن $AA' = AB^2 - BA'^2 = a^2 - \frac{a\sqrt{2}}{2}$ يعني $\boxed{AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}}$

ومنه فإن $EA' = \frac{1}{3} \times \frac{a\sqrt{2}}{2}$ يعني $\boxed{EA' = \frac{a\sqrt{2}}{6}}$

وبالتالي فإن مساحة المثلث EBC: $S = \frac{a\sqrt{2}}{6} \times a\sqrt{2}$ يعني $\boxed{S = \frac{a^2}{3}}$

تمرين 23

$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ إذن $\alpha - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ و $\frac{1}{\alpha} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ إذن $\alpha - 1 = \frac{1}{\alpha}$

$\alpha^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $1 + \alpha = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ إذن $\alpha^2 = 1 + \alpha$

$$\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} + \frac{3-\sqrt{5}}{2} = 3$$

تمرين 24

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{} = \frac{1}{}$$

تمرين 24

$$\frac{1}{n}-\frac{1}{n-1}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$$

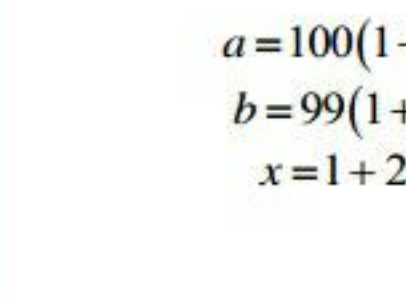
$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}$$

$$S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$$ إذن

$$S=1-\frac{1}{8}$$

$$\boxed{S=\frac{7}{8}}$$

تمرين 25



لدينا $AB=1$ و $AC=2$ إذن $BC=\sqrt{5}$.

نعلم أن $BM=AB$ إذن $CM=BC-BA$ يعني $CM=BC-AB$

يعني $CM=\sqrt{5}-1$

وبالتالي فإن $\frac{AC}{NC}=\frac{AC}{CM}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ يعني $\boxed{\frac{AC}{NC}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$

تمرين 26

$$P=\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{2}{9}\right).....\left(1-\frac{9}{9}\right).....\left(1-\frac{20}{9}\right)$$

$P=0$

تمرين 27

$S=b^2-ab$

$S=(b-a)\times b$

تمرين 28

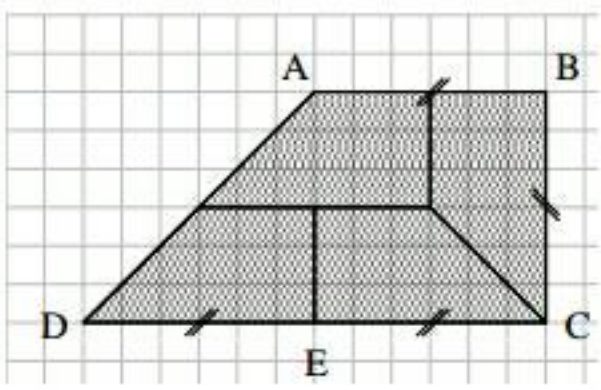
مساحة الجزء المخدش: $S=\frac{1}{2}\times\frac{\pi AB^2}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{\pi AC^2}{4}-\frac{1}{2}\frac{\pi BC^2}{4}+1$

يعني $S=\frac{\pi}{8}\left(AB^2+AC^2-BC^2\right)+1$

يعني $\boxed{S=1}$ (لأن $AB^2+AC^2=BC^2$)

تمرين 34

الرسم يوضح كيفية تقسيم شبه المنحرف ABCD إلى أربعة أشباه منحرف لها نفس المساحة.



said elbdari

تمرين 29

$$2a^2+2=a^2+1+2a+a^2+1-2a$$

$$2a^2+2=(a+1)^2+(a-1)^2$$

تطبيق:

$$202=(10+1)^2+(10-1)^2$$

$$202=11^2+9^2$$

تمرين 30

$\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}\right)^2=1$ يعني $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=1$

يعني $x+1+x-1+2\sqrt{x^2-1}=1$

يعني $2\sqrt{x^2-1}=1-2x$

يعني $4x^2-4=1-4x+4x^2$

يعني $\boxed{x=\frac{5}{4}}$

تمرين32

$a=100(1+2+3+.....+98+99)$

$b=99(1+2+3+.....+99+100)$

نضع $x=1+2+3+.....+98+99$

إذن : $a=99x+x$

و $b=99x+99\times100$

لدينا $x<99\times100$ إذن $a<b$

تمرين 31

$$\frac{1}{20}<\frac{1}{10+1}<\frac{1}{10}$$ و $$\frac{1}{20}<\frac{1}{10+2}<\frac{1}{10}$$ ..... و $$\frac{1}{20}<\frac{1}{10+8}<\frac{1}{10}$$

إذن $8\times\frac{1}{20}<\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+.....+\frac{1}{18}<8\times\frac{1}{10}$

تمرين 31

$\frac{1}{20}<\frac{1}{10+1}<\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{20}<\frac{1}{10+2}<\frac{1}{10}$ ..... و $\frac{1}{20}<\frac{1}{10+8}<\frac{1}{10}$

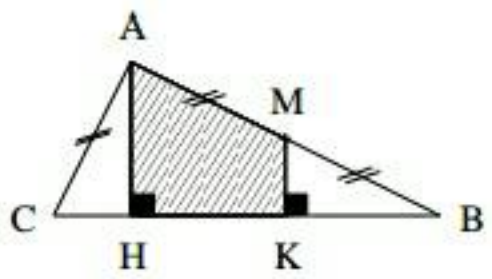
إذن $8\times\frac{1}{20}<\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+.....+\frac{1}{18}<8\times\frac{1}{10}$

يعني $\frac{4}{10}<\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+.....+\frac{1}{18}<\frac{8}{10}$

إذن $\frac{4}{10}+\frac{1}{10}<\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+.....+\frac{1}{18}<\frac{1}{10}+\frac{8}{10}$

يعني $\frac{1}{2}<\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+.....+\frac{1}{18}<\frac{9}{10}$

تمرين 33



$AH=\frac{AB\times AC}{BC}=\frac{2\times1}{\sqrt{5}}$ يعني $\boxed{AH=\frac{2\sqrt{5}}{5}}$

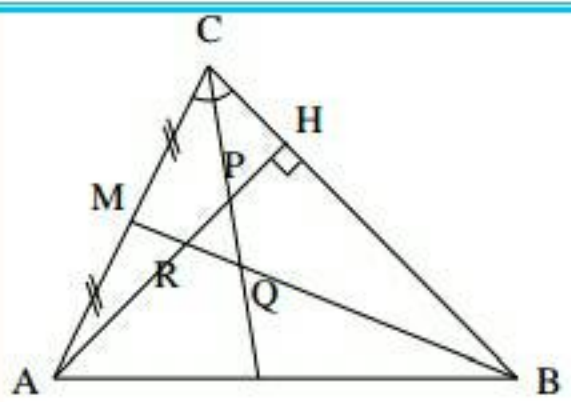
(MK) يوازي (AH) و يمر من M منتصف $[AB]$

إذن (MK) يمر من K منتصف $[BH]$. ومنه فإن $MK=\frac{AH}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

المثلث MBK قائم الزاوية في K ، بتطبيق م. ف. م. نجد أن $BK=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ يعني أن $\boxed{KH=\frac{2\sqrt{5}}{5}}$

مساحة شبه المنحرف AHKM: $S=\frac{(MK+AH)\times KH}{2}$ نجد أن $\boxed{S=\frac{3}{5}}$

تمرين 35



$CPH=60°$ يعني $RPQ=60°$

$CPH=60°$ و $CHP=90°$ إذن $PCH=30°$

$PCH=PCM=30°$ يعني $\boxed{ACB=60°}$

$MAR=30°$ و $MRA=60°$ إذن $AMR=90°$

(MB) هو واسط $[AC]$ إذن $BA=BC$.

المثلث ABC متساوي الساقين و $ACB=60°$ إذن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

النقط P و Q و R منطبقة.

تمرين 36

1) $2006^2=4024036$

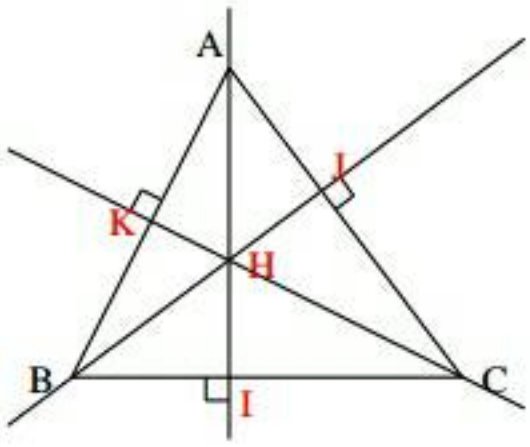
2)
$$A=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+.....+\frac{1}{\sqrt{4024036}}+\frac{1}{\sqrt{4024035}}$$
$$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+.....+\sqrt{4024036}-\sqrt{4024035}$$
$$=-1+2006$$
$$=2005$$

تمرين37

لتكن S مساحة المثلث ABC.

said elbdari

تمرين37



لتكن S مساحة المثلث ABC.

$$S=\frac{AI\times BC}{2}=\frac{(AH+HI)\times BC}{2}=\frac{AH\times BC}{2}+\frac{HI\times BC}{2}$$

و بنفس الطريقة نجد أن $S=\frac{AB\times CH}{2}+\frac{AB\times KH}{2}$

و $S=\frac{AC\times BH}{2}+\frac{AC\times HJ}{2}$

ولدينا: $S=\frac{HI\times BC}{2}+\frac{AC\times HJ}{2}+\frac{AB\times HK}{2}$

ومنه فإن $3S=\frac{AH\times BC}{2}+\frac{AB\times CH}{2}+\frac{AC\times BH}{2}+\frac{HI\times BC}{2}+\frac{AC\times HJ}{2}+\frac{AB\times HK}{2}$

يعني $3S=\frac{1}{2}(AH\times BC+AB\times CH+AC\times BH)+S$

يعني $2S=\frac{1}{2}(AH\times BC+AB\times CH+AC\times BH)$ يعني $\boxed{S=\frac{1}{4}(AH\times BC+AB\times CH+AC\times BH)}$

تمرين38

يعني $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ و $ab'=a'b$ و $ac'=a'c$ و $bc'=b'c$

$$\left(\sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}\right)^2=(a+b+c)(a'+b'+c')$$
$$=aa'+ab'+ac'+ba'+bb'+bc'+ca'+cb'+cc'$$
$$=aa'+bb'+cc'+2ab'+2ac'+2bc'$$

ولدينا $\left(\sqrt{aa'}+\sqrt{bb'}+\sqrt{cc'}\right)^2=aa'+bb'+cc'+2\sqrt{aa'\times bb'}+2\sqrt{aa'\times cc'}+2\sqrt{bb'\times cc'}$

$=aa'+bb'+cc'+2ab'+2ac'+2bc'$ يعني

ومنه فإن $\sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}=\sqrt{aa'}+\sqrt{bb'}+\sqrt{cc'}$

تمرين 41

$$X=\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right).....\left(1-\frac{1}{225}\right)$$
$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right).....\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times.....\times\frac{14}{15}\times\frac{16}{15}$$

$\boxed{X=\frac{8}{15}}$

تمرين 39

$(xyz=1)$ $B=\frac{1}{xy+x+1}+\frac{1}{yz+y+1}+\frac{1}{zx+z+1}$

$$=\frac{1}{\frac{1}{z}+x+1}+\frac{1}{\frac{z}{zx}+\frac{1}{xz}+1}+\frac{1}{zx+z+1}$$

$$=\frac{1}{\frac{1+xz+z}{z}}+\frac{1}{\frac{z+1+xz}{xz}}+\frac{1}{x+xz+1}$$
$$=\frac{z}{1+xz+z}+\frac{xz}{1+z+xz}+\frac{1}{1+z+xz}$$
$$=1$$

تمرين 40

$\left(\sin a=\sqrt{\frac{3x-2}{3x}}.....\tan b=\sqrt{\frac{3x-2}{2}}\right)$ $\cos^2 a=1-\frac{3x-2}{3x}$ يعني $\cos^2 a=1-\sin^2 a$

يعني $\cos a=\sqrt{\frac{2}{}}$

تمرين 40

$\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$ يعني $\cos^2 a = 1 - \frac{3x-2}{3x}$ $\left(\sin a = \sqrt{\frac{3x-2}{3x}} \ldots\ldots \tan b = \sqrt{\frac{3x-2}{2}}\right)$

يعني $\cos a = \sqrt{\frac{2}{3x}}$

$\tan a = \frac{\sqrt{\frac{3x-2}{3x}}}{\sqrt{\frac{2}{3x}}} = \sqrt{\frac{3x-2}{3x}} \times \sqrt{\frac{3x}{2}} = \sqrt{\frac{3x-2}{2}} = \tan b$

لدينا $\tan a = \tan b$ يعني $a = b$

تمرين42

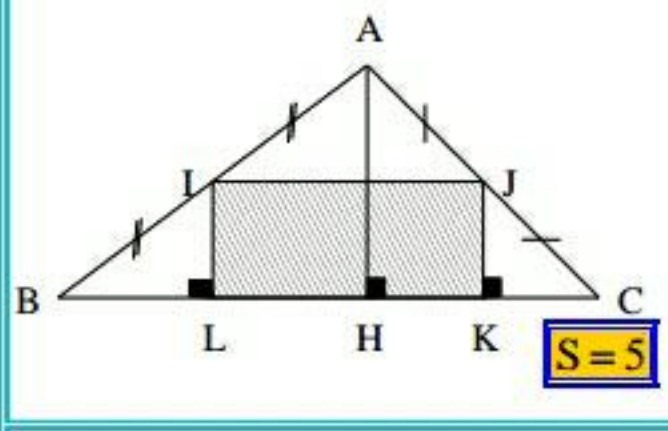
لتكن S المساحة المصبوغة و t المدة اللازمة لصباغة الغرفة.

الصباغ الأول يصبغ $\frac{S}{12}$ في ساعة، والثاني يصبغ $\frac{S}{15}$ في ساعة. نحصل على المعادلة:

$\frac{S}{12}t + \frac{S}{15}t = S$ يعني $\frac{t}{12} + \frac{t}{15} = 1$ يعني $\frac{9t}{60} = 1$

يعني $t = \frac{60}{9}$ إذن الوقت اللازم لصباغة الغرفة هو $t = 6h40mn$

تمرين 43



I منتصف [AB] و J منتصف [AC] إذن $IJ = \frac{1}{2}BC$

(JK) يوازي (AH) ويمر من J منتصف [AC] إذن (JK) يمر من K منتصف [HC] ، و منه فإن $JK = \frac{1}{2}AH$.

لتكن S مساحة المستطيل IJKL. يعني $S = IJ \times JK = \frac{1}{2} \times \frac{AH \times BC}{2}$

$\boxed{S = 5}$

تمرين 44

$P = \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\ldots\ldots\left(1-\frac{1}{999}\right)\left(1-\frac{1}{1000}\right)$

$P = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times \frac{998}{999} \times \frac{999}{1000}$ يعني $\boxed{P = \frac{1}{1000}}$

تمرين 45

$3^x + 3^{x+3} = 756$ يعني $3^x\left(1+3^3\right) = 756$ يعني $28 \times 3^x = 756$

يعني $3^x = 27$ يعني $\boxed{x = 3}$

تمرين 46

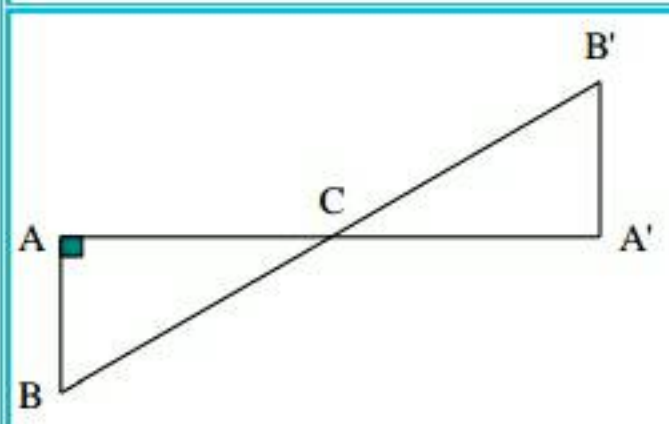
$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$ و $\frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}} = \frac{\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}}{a-b}$

$\sqrt{a} < \sqrt{a+1}$ و $\sqrt{b} < \sqrt{b+1}$ إذن $\sqrt{a}+\sqrt{b} < \sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}$

$a < b$ يعني $a-b < 0$ يعني $\frac{1}{a-b} < 0$

ومنه فإن $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b} > \frac{\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}}{a-b}$ يعني $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ يعني $\boxed{x < y}$

تمرين 47



S مساحة المثلث ABC : $S = \frac{AB \times AC}{2}$.

C منتصف [AA'] و [BB'] إذن ABA'B' متوازي أضلاع

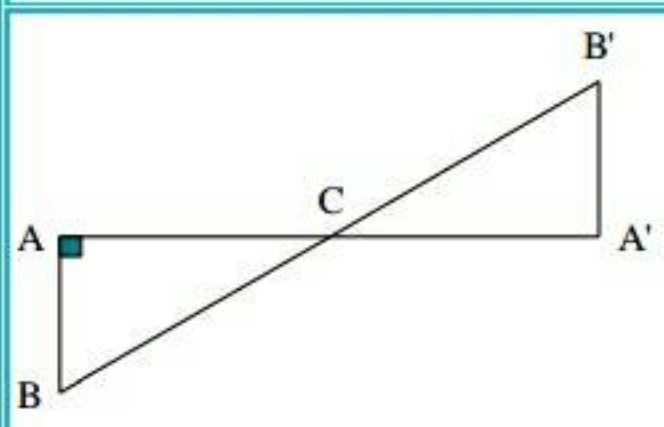
ومنه فإن $AB = A'B'$

لتكن S' مساحة المثلث AB'A'

$S' = \frac{AA' \times A'B'}{2} = 2\frac{AC \times AB}{2}$ يعني $\boxed{S' = 2S}$

تمرين 49

تمرين 47



S مساحة المثلث ABC : $S=\frac{AB\times AC}{2}$.

C منتصف $[AA']$ و $[BB']$ إذن ABA'B' متوازي أضلاع

ومنه فإن $AB=A'B'$

لتكن S' مساحة المثلث AB'A'

$S'=\frac{AA'\times A'B'}{2}=2\frac{AC\times AB}{2}$ يعني $\boxed{S'=2S}$

تمرين 49

$84x^2=y^2$ يعني $4\times 21\times 21=y^2$ يعني $42^2=y^2$ يعني $y=21$ إذن $x=21$ و $y=42$.

تمرين 50

10 دورات في الثانية تساوي 36000 دورة في الساعة.

ومنه فإن 36000 دورة تساوي 72 كيلومتر.

إذن دورة واحدة هي: $\frac{72000m}{36000}=2m$ يعني محيط العجلة هو 2m.

تمرين 51

x عدد الأوراق الحمراء و y عدد الأوراق الخضراء. $\frac{x}{y}=\frac{5}{9}$ يعني $x=\frac{5y}{9}$ و $y=\frac{9x}{5}$

$90<x+\frac{9x}{5}<110$ يعني $\frac{450}{14}<x<\frac{550}{14}$ يعني $\boxed{32<x<40}$

$90<\frac{5y}{9}+y<110$ يعني $\frac{810}{14}<y<\frac{990}{14}$ يعني $\boxed{57<y<71}$

مضاعفات 5 المحصورة بين 32 و 40 هو 35 ، إذن $x=35$

مضاعفات 9 المحصورة بين 57 و 71 هو 63 ، إذن $y=63$

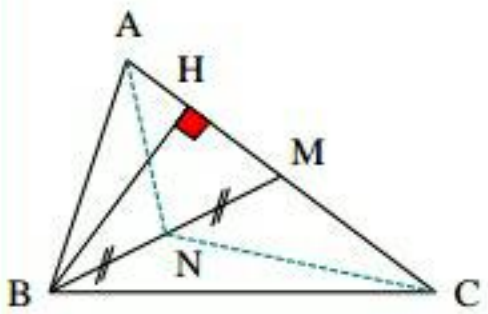
تحقيق: $90<35+63<110$ و $\frac{35}{63}=\frac{5}{9}$

تمرين53

$(2,0121212...)-(0,919191...)=1,092929293$ و $\frac{541}{495}=1,092929293$

إذن $(2,0121212...)-(0,929292...)=\frac{541}{495}$

تمرين 52



M منتصف [AC] . $S_{ABM}=\frac{BH\times AM}{2}$

$S_{BCM}=\frac{BH\times CM}{2}=\frac{BH\times AM}{2}$ إذن $S_{ABM}=S_{BCM}$

ولدينا N منتصف [BM]، إذن: $S_{ABN}=\frac{1}{2}S_{ABM}$ و $S_{BCN}=\frac{1}{2}S_{BCM}$

$S_{BCN}+S_{ABN}=\frac{1}{2}S_{BCM}+\frac{1}{2}S_{ABM}=\frac{1}{2}(S_{BCM}+S_{ABM})=\frac{1}{2}S_{ABC}$

تمرين 54

❶ لدينا $b-a=c-b$ يعني $b=\frac{a+c}{2}$ و بما أن $a<c$ فإن $a<\frac{a+c}{2}<c$ يعني $a<b<c$.

❷ $c^2-b^2-(b^2-a^2)=a^2+c^2-2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{(a+c)^2}{2}$

$\frac{(a+c)^2}{2}>0$ مهما كان a و c إذن $c^2-b^2>b^2-a^2$.

تمرين 55

لدينا $(AB+AC)^2=49$ يعني $AB^2+AC^2+2AB\times AC=49$

و $(AB-AC)^2=31$ يعني $AB^2+AC^2-2AB\times AC=31$

تمرين 55

لدينا $(AB+AC)^2=49$ يعني $AB^2+AC^2+2AB\times AC=49$

و $(AB-AC)^2=31$ يعني $AB^2+AC^2-2AB\times AC=31$

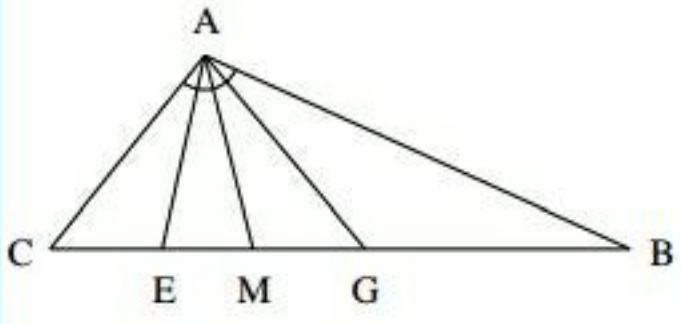
ومنه فإن $(AB+AC)^2+(AB-AC)^2=80$ يعني $2(AB^2+AC^2)=80$

يعني $AB^2+AC^2=40$ يعني $BC^2=40$ يعني $BC=2\sqrt{10}$

تمرين 56

عدد الأيام اللازمة لتنطلق الباخرتان معا هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 45 و 12 يعني 180.

تمرين 57



لدينا $\frac{AM}{AC}=\frac{EM}{EC}$ و $\frac{AB}{AM}=\frac{BG}{MG}$ و $\frac{AG}{AE}=\frac{MG}{ME}$

إذن $\frac{AB}{AC}\times\frac{AM}{AC}=\frac{BG}{MG}\times\frac{EM}{EC}$ يعني $\frac{AB}{AC}=\frac{BG}{MG}\times\frac{EM}{EC}$

ومنه فإن $\frac{AB}{AC}=\frac{BG}{\cancel{MG}}\times\frac{\cancel{EM}}{EC}\times\frac{\cancel{MG}}{\cancel{ME}}$ يعني $\boxed{\frac{AB}{AC}\times\frac{MG}{ME}=\frac{BG}{EC}}$

تمرين 58

$a-(1-a^2)=a-1-a^2$

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}<a<1$ يعني $\frac{3-\sqrt{5}}{2}<a^2<1$ يعني $\frac{3-\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{5}-1}{2}<a^2+a<1+1$

يعني $1<a^2+a<2$ يعني $0<a^2+a-1<1$

إذن $a-(1-a^2)>0$ يعني $\boxed{a>1-a^2}$

تمرين 61

$\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)^2=1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}-\frac{2}{n(n+1)}$

$=1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}$ $\left(\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}=\frac{2}{n(n+1)}\right)$

تمرين 59

$AB=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{6}{7}\times\ldots\ldots\ldots\times\frac{97}{98}\times\frac{98}{99}\times\frac{99}{100}$

$=\frac{1}{100}$

$A<B$ يعني $AB<B^2$ يعني $\frac{1}{100}<B^2$ يعني $\frac{1}{10}<B$

$A<B$ يعني $A^2<AB$ يعني $A^2<\frac{1}{100}$ يعني $A<\frac{1}{10}$ و منه فإن $\boxed{A<\frac{1}{10}<B}$

تمرين 60

في يوم واحد ينجز 9 عمال $\frac{120m}{80}$ يعني $1,6m$ ؛ إذن 5 عمال ينجزون في يوم واحد $\frac{5\times1,5m}{9}$ يعني $\frac{5m}{6}$

ومنه فإن المدة اللازمة ل 5 عمال لبناء جدار طوله $150m$ هي $t=150\times\frac{6}{5m}$ يعني 180 يوم.

تمرين 63

- $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$ يعني $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=5$ يعني $a^2+2+\frac{1}{a^2}=5$ يعني $\boxed{a^2+\frac{1}{a^2}=3}$
- $\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2=9$ يعني $a^4+2+\frac{1}{a^4}=9$ يعني $\boxed{a^4+\frac{1}{a^4}=7}$
- $\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)=3\sqrt{5}$ يعني $a^3+\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a^3}=3\sqrt{5}$ يعني $\boxed{a^3+\frac{1}{a^3}=2\sqrt{5}}$

تمرين 64

$$X=(a^2+2ab+b^2+a+b+1)^2$$
$$=\left[(a+b)^2+(a+b)+1\right]^2$$
$$=(a+b)^4+(a+b)^2+1+2(a+b)^3+2(a+b)^2+2(a+b)$$
$$=\underbrace{(a+b)^4+2(a+b)^3+(a+b)^2}+\underbrace{(a+b)^2+2(a+b)+1}+(a+b)^2$$
$$=\left[(a+b)^2+a+b\right]^2+(a+b+1)^2+(a+b)^2$$

تمرين 65

S_1 و S_2 و S_3 على التوالي مساحات (C_1) و (C_2) و (C_3) و S مساحة الجزء الملون بالأصفر.

$$S=S_1-S_2+S_3$$
$$=\pi(x\sqrt{2}+2a)^2-\pi(x\sqrt{2}+a)^2+\pi(x\sqrt{2})^2$$
$$=2\pi x^2+2\pi ax\sqrt{2}+3\pi a$$

تمرين 62

لتكن S مساحة الجزء الملون

$$S=\left(x\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{\pi}{4}\left(x\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=\frac{4-\pi}{4}\left(x\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)^2$$

تمرين 66

$\frac{a}{a'}+\frac{b'}{b}=1$ يعني $\frac{a}{a'}=1-\frac{b'}{b}$ و $\frac{b}{b'}+\frac{c'}{c}=1$ يعني $\frac{b}{b'}-1=-\frac{c'}{c}$

$\frac{a}{a'}\times\frac{b}{b'}=\left(1-\frac{b'}{b}\right)\times\frac{b}{b'}$ يعني $\frac{ab}{a'b'}=\frac{b}{b'}-1$ يعني $\frac{ab}{a'b'}=-\frac{c'}{c}$ يعني $abc=-a'b'c'$

وبالتالي فإن $abc+a'b'c'=0$

تمرين 67

مساحة القرص: $S_1=\frac{\pi x^2}{4}$ و مساحة مربع أحمر هي: $S_2=x^2$

مساحة الجزء الملون بالأزرق: $S=16-\left(4x^2+\frac{\pi x^2}{4}\right)$ يعني $\boxed{S=\frac{64-(16+\pi)x^2}{4}}$

تمرين 68

1) نبين أن: $x^3+y^3+z^3-3xyz=\frac{1}{2}(x+y+z)\left[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right]$ (نشر و تبسيط)

2) $x^3+y^3+z^3=3xyz$ يعني $\frac{1}{2}(x+y+z)\left[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right]=0$

يعني $(x-y)^2=0$ و $(y-z)^2=0$ و $(z-x)^2=0$

يعني $x=y$ و $y=z$ و $z=x$

وبالتالي فإن المثلث متساوي الأضلاع.

تمرين 69

لدينا $2b=a+c$ يعني $b=\frac{a+c}{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}+\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{b-c}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-\frac{a+c}{2}}+\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\frac{a+c}{2}-c}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\frac{a-c}{2}}+\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\frac{a+c}{2}}$$
$$=2\times\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a-c}=2\times\frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{a-c}=2\times\frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{c}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{c}\right)}=\frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}$$

تمرين 71

$x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)x+\sqrt{10}=0$

يعني $x^2-x\sqrt{2}-x\sqrt{5}+\sqrt{10}=0$

$\left(x^2-2x\right)^2+2\left(x^2-2x\right)=-1$

يعني $\left(x^2-2x\right)^2+2\left(x^2-2x\right)+1=0$

تمرين 71

$x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)x+\sqrt{10}=0$

يعني $x^2-x\sqrt{2}-x\sqrt{5}+\sqrt{10}=0$

يعني $x\left(x-\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}\left(x-\sqrt{2}\right)=0$

يعني $\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{5}\right)=0$

$\left(x^2-2x\right)^2+2\left(x^2-2x\right)=-1$

يعني $\left(x^2-2x\right)^2+2\left(x^2-2x\right)+1=0$

يعني $\left(x^2-2x+1\right)^2=0$

يعني $(x-1)^4=0$

يعني $x=1$

يعني $x=\sqrt{5}$ أو $x=\sqrt{2}$

$x^2-x-1=x^2-2x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{5}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=\left(x-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

إذن $x^2-x-1=0$ يعني $\left(x-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=0$

يعني $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ أو $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

تمرين 70

$2a^2+b^2+1=2ab-2a$ يعني $a^2-2ab+b^2+a^2+2ab+1=0$

يعني $(a-b)^2+(a+b)^2=0$

يعني $a=-1$ و $a=b$ يعني $a=-1$ و $b=-1$

تمرين 72

$IG=\frac{1}{3}IA$ و $IH=\frac{1}{3}ID$ يعني $\frac{IG}{IA}=\frac{1}{3}$ و $\frac{IH}{ID}=\frac{1}{3}$

إذن $\frac{IG}{IA}=\frac{IH}{ID}$ و النقط I ؛ G ؛ A في نفس ترتيب النقط I ؛ H ؛ D

حسب م. ط. ع. في المثلث IAD فإن (GH) يوازي (AD)

تمرين 73

① $\frac{a^2+b^2}{2}-\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{2a^2+2b^2-a^2-2ab-b^2}{4}=\frac{(a-b)^2}{4}$ إذن $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\le\frac{a^2+b^2}{2}$

يعني $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\le\frac{a^2+b^2}{2}$ يعني $\sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2}\le\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ يعني $a+b\le2\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

② $\frac{a^2+b^2}{2}\ge\frac{(a+b)^2}{4}$ يعني $\frac{a^2+b^2}{2}\ge\frac{1}{4}$ يعني $a^2+b^2\ge\frac{1}{2}$

لدينا $a+b=1$ يعني $2ab=1-\left(a^2+b^2\right)$

$a^2+b^2\ge\frac{1}{2}$ يعني $-\left(a^2+b^2\right)\le-\frac{1}{2}$ يعني $1-\left(a^2+b^2\right)\le\frac{1}{2}$ يعني $2ab\le\frac{1}{2}$ يعني $ab\le\frac{1}{4}$

③ $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2=a^2+b^2+4+\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$

$a^2+b^2+4\ge\frac{9}{2}$ و $\frac{1}{a^2b^2}\ge16$ يعني $\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}\ge8$

إذن $a^2+b^2+4+\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}\ge\frac{9}{2}+8$ يعني $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2\ge\frac{25}{2}$

Said elbaz

تمرين 74

$$\frac{x+\alpha}{y+\alpha}-\frac{x}{y}=\frac{\alpha(y-x)}{y(y+\alpha)}$$.

إذا كان $x\le y$ فإن $\frac{\alpha(y-x)}{y(y+\alpha)}\ge 0$ يعني $\frac{x+\alpha}{y+\alpha}>\frac{x}{y}$

$$\frac{a}{a+b+c+d}\le\frac{a}{a+b+c}\le\frac{a+d}{a+b+c+d}$$ و $$\frac{b}{b+a+d+c}\le\frac{b}{b+a+d}\le\frac{b+c}{a+b+c+d}$$

$$\frac{c}{c+a+d+b}\le\frac{c}{c+a+d}\le\frac{c+b}{c+a+d+b}$$ و $$\frac{d}{d+a+b+c}\le\frac{d}{d+c+b}\le\frac{d+a}{d+c+b+a}$$

$$\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d}\le\frac{a}{a+b+c}+\frac{b}{b+a+d}+\frac{c}{c+a+d}+\frac{d}{d+c+b}\le 2\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d}$$

$$1\le\frac{a}{a+b+c}+\frac{b}{b+a+d}+\frac{c}{c+a+d}+\frac{d}{d+c+b}\le 2$$

تمرين 75

$\sqrt{y+z}+\sqrt{x}<\sqrt{x+z}+\sqrt{y}$ يعني $\left(\sqrt{y+z}+\sqrt{x}\right)^2<\left(\sqrt{x+z}+\sqrt{y}\right)^2$

يعني $y+z+2\sqrt{x(y+z)}+x<x+z+2\sqrt{y(x+z)}+y$ يعني $\sqrt{xy+xz}<\sqrt{xy+yz}$

يعني ~~$xy+xz<xy+yz$~~ يعني ~~$xz<yz$~~ يعني $x<y$.

تمرين 78

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$ يعني $\frac{1}{a}-\frac{1}{d}=\frac{1}{c}-\frac{1}{b}$ يعني $\frac{d-a}{ad}=\frac{b-c}{bc}$

ويعني $\frac{1}{a}-\frac{1}{c}=\frac{1}{d}-\frac{1}{b}$ يعني $\frac{c-a}{ac}=\frac{b-d}{bd}$ يعني $\frac{bd}{b-d}=\frac{ac}{c-a}$

إذن $\frac{bd}{b-d}\times\frac{d-a}{ad}=\frac{ac}{c-a}\times\frac{b-c}{bc}$ يعني $\frac{b(d-a)}{a(b-d)}=\frac{a(b-c)}{b(c-a)}$ يعني $\boxed{\frac{b^2(d-a)}{b-d}=\frac{a^2(b-c)}{c-a}}$

تمرين 79

$x+\frac{1}{x}-2=\frac{x^2-2x+1}{2}=\frac{(x-1)^2}{x}$ بما أن $\frac{(x-1)^2}{x}\ge 0$ فإن $x+\frac{1}{x}\ge 2$.

$$(1+a)(1+b)(1+c)=(1+a)\left(1+\frac{1}{ac}\right)(1+c)=\left(1+\frac{1}{ac}+a+\frac{1}{c}\right)(1+c)$$

$$=2+\left(c+\frac{1}{c}\right)+\left(ac+\frac{1}{ac}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$$

ومنه فإن $(1+a)(1+b)(1+c)\ge 8$

تمرين 76

لدينا $a^2-b^2=1$ إذن $\left(\frac{1}{a+b}\right)^n+\left(\frac{1}{a-b}\right)^n=\frac{1}{(a+b)^n}+\left(\frac{a^2-b^2}{a-b}\right)^n=\frac{1}{(a+b)^n}+(a+b)^n$

نعلم أن $x+\frac{1}{x}\ge 2$ $(x>0)$. إذن $\left(\frac{1}{a+b}\right)^n+\left(\frac{1}{a-b}\right)^n\ge 2$

تمرين 77

1. $x^2-6x+7=(x-3)^2-2$
2. $x^2-6x+7=0$ يعني $(x-3)^2=2$ يعني $x=3+\sqrt{2}$ أو $x=3-\sqrt{2}$.

$$=2+\left(c+\frac{1}{c}\right)+\left(ac+\frac{1}{ac}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$$

ومنه فإن $(1+a)(1+b)(1+c)\geq 8$

تمرين 76

لدينا $a^2-b^2=1$ إذن $\left(\frac{1}{a+b}\right)^n+\left(\frac{1}{a-b}\right)^n=\frac{1}{(a+b)^n}+\left(\frac{a^2-b^2}{a-b}\right)^n=\frac{1}{(a+b)^n}+(a+b)^n$

نعلم أن $x+\frac{1}{x}\geq 2$ $(x>0)$. إذن $\left(\frac{1}{a+b}\right)^n+\left(\frac{1}{a-b}\right)^n\geq 2$

تمرين 77

1. $x^2-6x+7=(x-3)^2-2$
2. $x^2-6x+7=0$ يعني $(x-3)^2=2$ يعني $x=3+\sqrt{2}$ أو $x=3-\sqrt{2}$.
3. $\begin{cases}A+B=6\\A^2+B^2=22\end{cases}$ يعني $\begin{cases}A^2+B^2+2AB=36\\A^2+B^2=22\end{cases}$ يعني $AB=7$

نحصل على المعادلة: $A^2-6A+7=0$

وحلولها حسب 2 $A=3+\sqrt{2}$ أو $A=3-\sqrt{2}$

و منه نجد أن $B=3+\sqrt{2}$ أو $B=3-\sqrt{2}$

وبالتالي فإن حلول النظمة $\begin{cases}A+B=6\\A^2+B^2=22\end{cases}$ هي :

$\left(3-\sqrt{2};3-\sqrt{2}\right)$ ؛ $\left(3-\sqrt{2};3+\sqrt{2}\right)$ ؛ $\left(3+\sqrt{2};3-\sqrt{2}\right)$ ؛ $\left(3+\sqrt{2};3+\sqrt{2}\right)$.

said elbdai