https://prof27math.weebly.com/

القوى ذات أسس صحيحة نسبية

تصميم الدرس

- قوى 10 (الأس نسبي)
- العمليات على قوى العدد 10
- كتابة عدد عشري باستعمال قوى 10
- الكتابة العلمية للأعداد العشرية
- قوى عدد (الأسّ عدد صحيح موجب)
- تمارين ومشكلات
- تصحيح التمارين والمشكلات

https://prof27math.weebly.com/

1. قوى 10 (الأس نسبي) :

تعريف

n عدد صحيح أكبر من 1.

نسمّي القوة من الرتبة n للعدد 10 العدد 10^n الذي هو جداء n عاملا، كلّ عامل يساوي 10، نكتب:

$$10^n = \underbrace{10\times 10\times 4\cdots\times 10}_{n} = 1\,00\ldots0$$

n صفرا

حالات خاصة:

- $10^0 = 1$ ؛ $10^1 = 10$
- n عدد صحيح موجب، $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$

10^n ... 10^{-n}

ملاحظة

في كلّ الحالات، 10^n يُقرأ " 10 أسّ n " أو " 10 قوّة n ".

في حالات خاصة، نقرأ 10^2 : " 10 مربع" ونقرأ 10^3 : " 10 مكعب".

أمثلة

الكتابة العشرية	$0,001$	$0,01$	$0,1$	1	10	100	1000
الكتابة الكسرية	$\dfrac{1}{1000}$	$\dfrac{1}{100}$	$\dfrac{1}{10}$				
الكتابة بالأسّ	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3

توضيح

- $10^3 = 10\times 10\times 10 = 1\,000$

3 عوامل
مساواة 10

- $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = 0,001$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2. العمليات على قوى العدد 10 :

قواعد

- $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$
- $\dfrac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$
- $\left(10^m\right)^n = 10^{m\times n}$

m ، n عددان صحيحان نسبيان.

أمثلة

- $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$
- $\dfrac{10^3}{10^5} = 10^{3-5} = 10^{-2}$
- $\left(10^2\right)^3 = 10^{2\times 3} = 10^6$

تنبيه

لا توجد قاعدة خاصة بجمع قوتين للعدد 10 !!!

$10^2 + 10^3 \neq 10^5$ لكن $100 + 1000 = 1100$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

3. كتابة عدد عشري باستعمال قوى 10:

أمثلة	طريقة
1. اكتب العدد 25000000 على الشكل $a\times 10^n$.	• نكتب مثلا: $25000000=25\times 1000000$ • نكتب 1000000 على الشكل 10^n ☚ نجد: $25000000=25\times 10^6$
1. اكتب العدد $0,0015$ على الشكل $a\times 10^n$.	• نكتب مثلا: $0,0015=\dfrac{15}{10000}$ • نكتب $\dfrac{1}{10000}$ على الشكل 10^n. ☚ نجد: 15×10^{-4}
3. عيّن الكتابة العشرية للعدد 75×10^{-5}.	• نحوّل كتابة 10^{-5} : $10^{-5}=0,00001$ • نجري الحساب: $75\times 0,00001=0,00075$ ☚ نجد: $75\times 10^{-5}=0,00075$
4. أكمل الحساب: $548,5\times 10^2=5,485\times 10^{\cdots}$	• نكتب: $548,5=5,485\times 10^2$ • نعوّض في المساواة ونجري الحسابات: $548,5\times 10^2=\left(5,485\times 10^2\right)\times 10^2$ $=5,485\times\left(10^2\times 10^2\right)$ $=5,485\times 10^4$ ☚نجد: $548,5\times 10^2=5,485\times 10^4$
5. أكمل الحساب: $658,28\times 10^{-4}=\ldots\ldots\times 10^{-7}$	• نكتب: $10^{-4}=10^3\times 10^{-7}$ • نعوّض في المساواة ونجري الحسابات: $658,28\times 10^{-4}=658,28\times\left(10^3\times 10^{-7}\right)$ $=\left(658,28\times 10^3\right)\times 10^{-7}$ $=658280\times 10^{-7}$ ☚ نجد: $658,28\times 10^{-4}=658280\times 10^{-7}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

4. الكتابة العلمية للأعداد العشرية :

- **خاصية وتعريف**

يمكن كتابة عدد عشري بكيفيات عديدة على الشكل $a\times 10^n$ حيث a عدد عشري و n عدد صحيح نسبي.
الكتابة العلمية هي تلك الكتابة التي يُكتب فيها a برقم واحد (غير الصفر) قبل الفاصلة.

أمثلة

الكتابة العشرية	الكتابة العلمية
$125\,000$	$1,25\times 10^5$
$-65\,800$	$-6,58\times 10^4$
$0,000015$	$1,5\times 10^{-5}$

ملاحظة

يمكن استغلال الحاسبة لتعيين الكتابة العلمية لعدد عشري باستعمال اللمسة EE التي تعني $\times 10^x$ أو SCI/ENG حسب طبيعة الآلة.

مثال

للحصول على الكتابة العلمية للعدد 25 000، نكتب البرنامج:

2 5 EE 3 ENTER

نحصل على $2,5\times 10^4$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

- استغلال الكتابة العلمية لحصر عدد عشري بقوتين للعدد 10 لهما أسّان متتاليان أو لإيجاد رتبة مقدار عدد

تمرين 1:

1°) عيّن الكتابة العلمية للعدد $245000 =$ ثمّ احصره بقوتين للعدد 10 لهما أسّان متتاليان.

2°) نفس العمل مع العدد $B = 0,000765$

الحلّ

1°) لدينا $A = 245000 = 2,45 \times 10^5$

منه $1 \times 10^5 < A < 10 \times 10^5$

أي أنّ $10^5 < \quad < 10^6$

2°) لدينا $B = 0,000765 = 7,65 \times 10^{-4}$

منه $1 \times 10^{-4} < B < 10 \times 10^{-4}$

أي أنّ $10^{-4} < B < 10^{-3}$

تعريف

رتبة مقدار عدد عشري مكتوب على شكله العلمي $k \times 10^n$ هي العدد $k' \times 10^n$ حيث k' هو المدور إلى الوحدة للعدد k.

مثال:

رتبة مقدار العدد $7,65 \times 10^{-4}$ هي 8×10^{-4} أي $0,0008$ (ثمانية أجزاء من عشرة ألاف).

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمرين 1:

نعتبر العددين $3,75\times10^{6}$ ؛ $5,24\times10^{-4}$.

أعط رتبة مقدار الجداء $A\times B$ وحاصل القسمة $\frac{A}{B}$.

لحلّ

لدينا رتبة مقدار العددين: $A\approx 4\times10^{6}$ ؛ $B\approx 5\times10^{-4}$

- رتبة مقدار $A\times B$

لدينا

$$A\times B\approx 4\times10^{6}\times5\times10^{-4}$$
$$\approx 4\times5\times10^{6}\times10^{-4}$$
$$\approx 20\times10^{2}$$
$$\approx 2\times10^{3}$$

العدد $A\times B$ من رتبة ألفين.

- رتبة مقدار $\frac{A}{B}$

لدينا

$$\frac{A}{B}\approx\frac{4\times10^{6}}{5\times10^{-3}}$$
$$\approx\frac{4}{5}\times10^{6-(-3)}$$
$$\approx 0,8\times10^{9}$$
$$\approx 8\times10^{8}$$

العدد $\frac{A}{B}$ من رتبة ثماني مائة مليون.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

5. قوى عدد (الأسّ عدد صحيح موجب) :

- **تعريف**

a عدد نسبي ، n عدد صحيح موجب غير معدوم.

نسمّي قوة للعدد a ، العدد a^n ، جداء n عاملا مساوية a ونكتب:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n}$$

حيث n هو الأسّ.

a^n يُقرأ: " a أسّ n ".

a^2 يُقرأ: " a مربع" ، a^3 يُقرأ: " a مكعب".

اصطلاحا، $a^1 = a$ ، $a^0 = 1$

أمثلة

$$0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25 \quad ; \quad 8^4 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4\,096$$

تنبيه ! ميّز بين:

- " 2 أسّ 3 " و " 3 أسّ 2 " أي أنّ $2^3 \neq 3^2$
- $(-3)^2 \neq -3^2$

ملاحظة

القوة الزوجية لعدد نسبي موجبة دائما.
القوة الفردية لعدد نسبي سالب سالبة.

أمثلة

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9 \quad ; \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

- لحساب قوّة عدد بحاسبة، نستعمل اللمسة $\square$ (أو $\uparrow$ أو $\wedge$).

مثال

لحساب $0,5^6$ ، نكتب البرنامج: $0,5 \;\square\; 6 \;=$

نحصل على: $0,15625$.

- **خواص**

a ، b عددان نسبيان $(a \neq 0)$ و m ، n عددان صحيحان نسبيان.

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad ; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad ; \quad (ab)^n = a^n \times b^n$$

أمثلة

$$(-6)^2 \times (-6)^3 = (-6)^{2+3} = (-6)^5 = -7776$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

$$\frac{5^4}{5^3} = 5^{4-3} = 5^1 = 5$$

$$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

- أولوية العمليات

قاعدة

في غياب الأقواس، تكون الأولوية في الحساب للقوى على عمليات الضرب والقسمة.

تطبيق

$A = -3 + 4 \times 5^2$

الحلّ

في غياب الأقواس، الأولوية للقوى:

$$A = -3 + 4 \times 5^2$$
$$= -3 + 4 \times 25$$

نجري عملية الضرب أولا ثمّ عمليات الجمع والطرح حسب ورودها في الحساب"

$$A = -3 + 4 \times 25$$
$$= -3 + 100$$
$$= 97$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تمارين و مشكلات :

1. كيف نسمّي العدد 3 في الكتابات التالية:

أ) $10+3$ ب) 3×10 ج) 10^3

2. ما هو عدد الأصفار التي تتضمّنها الكتابة العشرية للأعداد:

10^3 ؛ 10^1 ؛ 10^0 ؛ 10^{-5}

3. اكتب الأعداد التالية على الشكل 10^n حيث n عدد صحيح نسبي:

$a=100000$ ؛ $b=$ مليون ؛ $c=$ مليار ؛ $d=0,0001$

4. أكمل بالقوة المناسبة للعدد 10 ما يلي:

أ) $1km=\dots m$ ب) $1t=\dots g$ ج) $1dL=\dots hL$

5. اكتب مقلوب الأعداد التالية على الشكل 10^n حيث n عدد صحيح نسبي:

1000 ؛ 10 ؛ $0,01$ ؛ 10^5 ؛ 10^{-5}.

6. اكتب على الشكل 10^n حيث n عدد صحيح نسبي:

أ) $10^2\times 10^3$ ؛ $10^{-2}\times 10^{-5}$ ؛ $10^3\times 10^{-3}$

ب) $\frac{10^6}{10^2}$ ؛ $\frac{10^{-8}}{10^{-5}}$ ؛ $\frac{10^5}{10^{-4}}$ ؛ $\frac{10^{-5}}{10}$

ج) $\left(10^3\right)^2$ ؛ $\left(10^2\right)^{-3}$ ؛ $\left(10^{-2}\right)^2$ ؛ $\left(10^{-3}\right)^{-4}$

7. عيّن الكتابة الغريبة فيما يلي:

$\left(10^2\right)^3$ ؛ 10^6 ؛ $10^2\times 10^3$ ؛ $10^{-1}\times 10^9\times 10^{-2}$ ؛ $\frac{10^9}{10^3}$

8. بالنسبة إلى كلّ حالة من الحالات التالية، انقل ثمّ أكمل الجملة:

" لتحويل العدد A إلى العدد B ، ننقل الفاصلة بـ ... مراتب نحو ..."

ننقل الفاصلة بـ ... مراتب نحو	B	
	$1,5$	15000
	25400000	$25,4$
	$0,00028$	$2,8$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

9. أكتب كلّ عدد على الشكل $a \times 10^n$ بثلاث كيفيات مختلفة:

$100\,200$ ؛ $0,000\,12$ ؛ -1002

10. عيّن الكتابة العشرية للأعداد:

$3,8 \times 10^3$ $\quad$ $8,75 \times 10^4$ $\quad$ 2×10^6

$3,8 \times 10^{-3}$ $\quad$ $8,75 \times 10^{-4}$ $\quad$ 2×10^{-6}

11. عيّن الكتابة العلمية للأعداد:

$22\,000$ $\quad$ $25,3 \times 10^3$ $\quad$ $-50\,300$ $\quad$ $-45,7 \times 10^{-4}$

12. من بين الأعداد التالية، توجد أعداد مكتوبة على شكل غير الكتابة العلمية. المطلوب تعيينها ثمّ كتابتها على الشكل العلمي ؟

$a = 2,74 \times 10^{-8}$ ؛ $b = 0,2 \times 10^6$ ؛ $c = 65,5 \times 10^{-2}$ ؛ $d = 2005$

13. احصر كلّ عدد من الأعداد الآتية بقوتين للعدد عشرة لهما أسان متتاليان:

5×10^3 ؛ $6,87 \times 10^4$ ؛ $1,5 \times 10^{-2}$

14. أجر الحسابات التالية:

$A = \dfrac{28 \times 10^3}{0,4 \times 10^4}$ ؛ $B = \dfrac{15 \times 10^2}{0,3 \times 10^5}$ ؛ $C = \dfrac{240\,000}{0,000\,02}$

15. أعط رتبة مقدار الجداء $A \times B$ وحاصل القسمة $\dfrac{A}{B}$:

$A = 7,9 \times 10^9$ ؛ $B = 2,04 \times 10^6$

تعطى النتيجتان على الشكل العلمي.

16. إذا علمت أنّ كتلة الأرض هي $6 \times 10^{24}\ k$ وأنّ كتلة الشمس هي $2 \times 10^{30}\ k$.

هل يصحّ القول أنّ كتلة الشمس تُقدّر بحوالي $333\,000$ مرّة كتلة الأرض ؟ علّل.

17. احسب ما يلي:

$A = 5 \times 2^3 - 4 \times 6$ ؛ $B = 2 \times (5-4)^2$ ؛ $C = (20 + 5 \times 4^2) \times (10^2 - 5^2)$

18. 1°) ما هي إشارات الأعداد: -5^3 ؛ -5^2 ؛ $(-5)^4$

2°) طلب من ثلاثة تلاميذ حساب 3^5 ، فكانت إجاباتهم كما يلي:

عمر: 15 ؛ سعاد: 243 ؛ إيمان: 125

من أعطى الإجابة الصحيحة. فسّر أخطاء الآخرين.

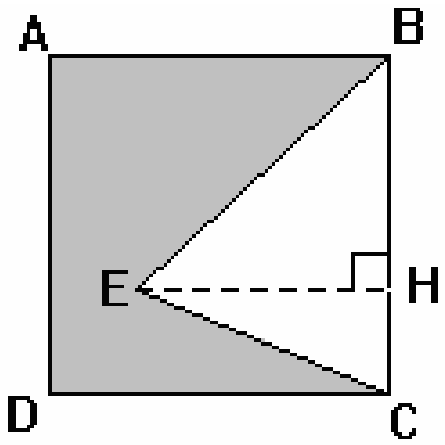
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

19. أجر الحسابات التالية: $(7^3)\times(7^2)$ ؛ $(6^{-5})\times(6^{7})$ ؛ $\dfrac{2,5^2}{2,5^3}$

تعطى النتائج على شكل قوة عدد نسبي.

20.



على الشكل المقابل، $ABCD$ مربع،

BEC مثلث ارتفاعه $[EH]$ حيث:

$AB = 15\,cm$ ؛ $EH = 10,5\,cm$

أكتب برنامج حساب مساحة الجزء الملوّن. أجر الحسابات.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

• تصحيح التمارين والمشكلات :

1.
أ) حدّ مجموع ب) عامل جداء ح) أسّ قوّة

2. $10^3 = 1000$ $10^0 = 1$
$10^1 = 10$ $10^{-5} = 0,00001$

3. $a = 10^5$ ؛ $b = 10^6$ ؛ $c = 10^9$ ؛ $d = 10^{-4}$

4. أ) $1km = 10^3\ m$ ب) $1\ t = 10^6$ ح) $1dL = 10^{-2}\ hL$

5. 10^{-3} ؛ 10^{-1} ؛ 10^2 ؛ 10^{-5} ؛ 10^5.

6. أ) 10^5 ؛ 10^{-7} ؛ 10^0.
ب) 10^4 ؛ 10^{-3} ؛ 10^9 ؛ 10^6.
ح) 10^6 ؛ 10^{-6} ؛ 10^{-4} ؛ 10^{12}.

7. $\left(10^2\right)^3$ ؛ 10^6 ؛ $\boxed{10^2 \times 10^3}$ ؛ $10^{-1} \times 10^9 \times 10^{-2}$ ؛ $\frac{10^9}{10^3}$

8.

للانتقال من A إلى B :	B	A
ننقل الفاصلة بـ 4 مراتب نحو اليسار .	1,5	15000
ننقل الفاصلة بـ 6 مراتب نحو اليمين .	25400000	25,4
ننقل الفاصلة بـ 4 مراتب حو اليسار .	0,00028	2,8

9. $100200 = 1002 \times 10^2 = 100,2 \times 10^3 = 1,002 \times 10^5$
$0,00012 = 1,2 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-5} = 0,012 \times 10^{-2}$
$-1002 = -1,002 \times 10^3 = -10,02 \times 10^2 = -0,1002 \times 10^4$

10. 3800 ؛ 87500 ؛ 2000000
$0,0038$ ؛ $0,000875$ ؛ $0,000002$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

11. $22000 = 2,2 \times 10^4$ ؛ $25,3 \times 10^3 = 2,53 \times 10^4$

$-50300 = -5,03 \times 10^4$ ؛ $-45,7 \times 10^{-4} = -4,57 \times 10^{-3}$

12. $c = 65,5 \times 10^{-2} = 6,55 \times 10^{-1}$ ؛ $d = 2005 = 2,005 \times 10^3$

13. $10^4 < 0,5 \times 10^4 < 10^5$ ؛ $10^4 < 6,87 \times 10^4 < 10^5$ ؛

$10^{-2} < 1,5 \times 10^{-2} < 10^{-1}$

14. $A = \dfrac{28 \times 10^3}{0,4 \times 10^4} = \dfrac{28}{0,4} \times 10^{-1} = 70 \times 10^{-1} = 7 \times 10^1 \times 10^{-1} = 7$

$B = \dfrac{15 \times 10^2}{0,3 \times 10^5} = \dfrac{15}{0,3} \times 10^{-3} = 50 \times 10^{-3} = 5 \times 10^1 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-2}$

$C = \dfrac{240000}{0,00002} = \dfrac{24 \times 10^4}{2 \times 10^{-5}} = \dfrac{24}{2} \times 10^9 = 12 \times 10^9$

15. $\times B \approx 2 \times 10^{15}$ ؛ $\dfrac{A}{B} \approx 4 \times 10^3$

16. نعم. لأنّ رتبة مقدار العدد $333000 \times 6 \times 10^{24}$ هي 2×10^{30}.

17. $A = 16$ ؛ $B = 1$ ؛ $C = 7500$

18. 1°) إشارات الأعداد: $(-5)^3 = -125$ ؛ $-5^2 = -25$ ؛ $(-5)^4 = 625$

2°) الإجابة الصحيحة لسعاد: 243

تفسير الأخطاء:

عمر: 15 (اعتبر $3^5 = 3 \times 5$)

إيمان: 125 (اعتبرت $3^5 = 5 \times 5 \times 5$)

19. $\dfrac{2,5^2}{2,5^3} = (2,5)^{-1}$ ؛ $(6^{-5}) \times (6^7) = 6^2$ ؛ $(7^3) \times (7^2) = 7^5$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

20. لتكن مساحة الجزء الملوّن A ، نجد $A = 146,25\ cm^2$.

لأنّ: $A = 15^2 - \frac{1}{2}(15 \times 10,5) = 225 - 78,75 = 146,25$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/