فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: أولى ثانوي — الموسم الدراسي: 2025-2024

الشعبة: جذع مشترك علوم وتكنولوجيا — المــدة: ساعتان

تؤخذ بعين الاعتبار فقط لا غير الإجابات الدقيقة و الواضحة . يمنع منعاً باتاً استعمال القلم الماحي " l'effaceur " و القلم الأحمر

التمرين الأول — 08.00 نقاط

$I)$ نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ حيث a و b عددان حقيقيان

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

❶ عيّن a و b علمًا أنّ : $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ — 01.00 ن

$II)$ نعتبر فيما يلي أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 : $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+2$

❶ أ_ احسب $f(2)$ ، $f(-2)$ ، $f(0)$ — 00.75 ن

ب_ ما قولك حول شفعية الدالة f ؟ برر اجابتك — 00.75 ن

❷ احسب السوابق الممكنة للعدد 0 بالدالة f — 00.50 ن

❸ ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$ و على المجال $]-\infty;1[$ — 02.00 ن

❹ شكل جدول تغيرات الدالة f — 00.50 ن

❺ استنتج حصرا للدالة f على المجال $[2;4]$ — 00.50 ن

❻ بالاستعانة بالمنحنى البياني لدالة مرجعية مثّل المنحنى (C_f) مع شرح طريقة التمثيل — 02.00 ن

التمرين الثاني — 08.00 نقاط

في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

نعتبر النقط $A(0;-1)$ ، $B(6;-1)$ ، $C(2;2)$ ، $G(2;-7)$

❶ احسب إحداثيي النقطة I المعرفة كما يلي : $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ وإحداثيي النقطة J المعرفة كما يلي : $\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{BC}$ — 01.00 ن

❷ نضع : $I(2;-1)$ ، $J(-2;5)$

أ_ أثبت أنّ : $3\overrightarrow{GI}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ، ماذا يمكن القول عن النقط C ، I ، G ؟ — 01.00 ن

ب_ أثبت أنّ : $\overrightarrow{GJ}=2\overrightarrow{GA}$ ، ماذا تستنتج ؟ — 01.00 ن

ج_ ماذا تمثل النقط G بالنسبة للمستقيمين (AJ) و (CI) ؟ — 00.50 ن

01.50 ن ❸ أ_ اكتب معادلة للمستقيم (AC)

01.50 ن ب_ اكتب معادلة للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة G ويوازي المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{3}{2}x - 1$

01.50 ن ❹ حل في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ جملة المعادلتين الخطيتين بالمجهولين $(x;y)$: $\begin{cases} 3x - 2y = 20 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيمين (D) و (AC)

التمرين الثالث

04.00 نقاط

k عدد حقيقي، نعتبر الجملة (S) للمجهولين الحقيقيين x و y التالية : $(S) : \begin{cases} kx + 7y = 6 \\ 7x - 3y = 16 \end{cases}$

01.00 ن ❶ عيّن قيم العدد الحقيقي k حتى يكون للجملة (S) حل وحيد

❷ نضع : $k = 1$

02.00 ن أ_ حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة (S)

01.00 ن ب_ استنتج حلول الجملة (S') التالية : $(S') : \begin{cases} \frac{1}{z} + \frac{7}{t-2} = 6 \\ \frac{7}{z} - \frac{3}{t-2} = 16 \end{cases}$ مع $z \neq 0$ و $t \neq 2$

امسح الرمز لمشاهدة الحل

الحل النموذجي للفرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

عناصر الإجابة	العلامة

التمرين الأول (08 نقاط) :

(I

❶ **تعيين a و b :** — $0.5+0.5$

لدينا : $\dfrac{ax-a+b}{x-1}=a+\dfrac{b}{x-1}=f(x)$ و $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ وبالمطابقة نجد :

$$\begin{cases} a=2 \\ -a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$$

(II

❶ أ_ **حساب $f(2)$ ، $f(-2)$ ، $f(0)$:** — 3×0.25

$$f(0=\frac{1}{0-1}+2=1$$
$$f(2)=\frac{1}{2-1}+2=3$$
$$f(-2)=\frac{1}{-2-1}+2=\frac{5}{3}$$

ب_ الدالة f لا زوجية ولا فردية لأن : $f(-2)\neq f(2)$ و $f(-2)\neq -f(2)$ — 3×0.25

❷ **حساب السوابق الممكنة للعدد 0 بالدالة f :** — 0.5

$f(x)=0$ تكافئ : $\dfrac{1}{x-1}+2=0$ ومنه : $\dfrac{1}{x-1}=-2$ ومنه : $x-1=\dfrac{-1}{2}$ إذن : $x=\dfrac{1}{2}$

❸ **دراسة اتجاه تغير الدالة f :** — $01+01$

⋆ **على المجال** $]1;+\infty[$:

نفرض أنّ x_1 و x_2 من $]1;+\infty[$ حيث $x_1<x_2$ ومنه : $x_1-1<x_2-1$ ومنه : $\dfrac{1}{x_1-1}>\dfrac{1}{x_2-1}$

ومنه : $\dfrac{1}{x_2-1}+2>\dfrac{1}{x_1-1}+2$ أي : $f(x_1)>f(x_2)$ ومنه : الدالة f متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$

⋆ **على المجال** $]-\infty;1[$:

نفرض أنّ x_1 و x_2 من $]-\infty;1[$ حيث $x_1<x_2$ ومنه : $x_1-1<x_2-1$ ومنه : $\dfrac{1}{x_1-1}>\dfrac{1}{x_2-1}$

ومنه : $\dfrac{1}{x_2-1}+2>\dfrac{1}{x_1-1}+2$ أي : $f(x_1)>f(x_2)$ ومنه : الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$

❹ **جدول تغيرات الدالة f :** — 0.5

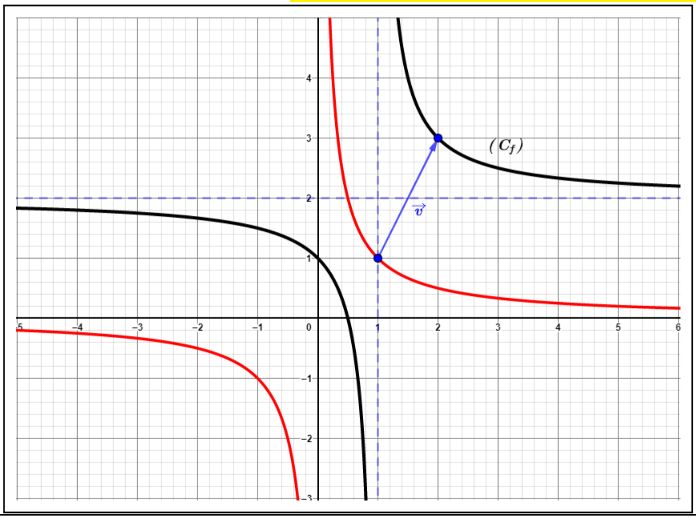
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	‖	$\searrow$	

❺ **استنتاج حصرا للدالة f على المجال $[2;4]$:** — 0.5

بما أن الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن : $f(4)\leq f(x)\leq f(2)$ أي : $\dfrac{7}{3}\leq f(x)\leq 3$

❻ **تمثيل المنحنى (C_f) مع شرح :** 01 + 01

(C_f) صورة بيان الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{V}(1;2)$



التمرين الثاني (08 نقاط) :

❶ **احسب إحداثيي I و J :** 0.5 + 0.5

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ومنه : $\begin{pmatrix} x \\ y+1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ ومنه : $\begin{cases} x = \frac{6}{3} \\ y+1=0 \end{cases}$ إذن : $I(2;-1)$

$\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{BC}$ ومنه : $\begin{pmatrix} x-2 \\ y-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ومنه : $\begin{cases} x-2=-4 \\ y-2=3 \end{cases}$ إذن : $J(-2;5)$

❷ أ_ **اثبات أنّ : $3\overrightarrow{GI} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$:** 0.5

$$3 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} - 2 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

★ لدينا : $\overrightarrow{GI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$ ومنه : $\overrightarrow{GI}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطان خطيا إذن نقول أنّ : النقط C ، I ، G في استقامية 0.5

ب_ **اثبات أنّ : $\overrightarrow{GJ} = 2\overrightarrow{GA}$:** 0.5

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix} = 2 \times \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix}$$

★ لدينا : $\overrightarrow{GJ} = 2\overrightarrow{GA}$ ومنه : $\overrightarrow{GJ}$ و $\overrightarrow{GA}$ مرتبطان خطيا إذن نستنتج أنّ : النقط A ، J ، G في استقامية 0.5

ج_ **تمثل النقط G بالنسبة للمستقيمين (AJ) و (CI) :** نقطة تقاطع المستقيمين (AJ) و (CI) 0.5

❸ أ_ **كتابة معادلة المستقيم (AC) :** 1.5

$a = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{-1-2}{0-2} = \frac{3}{2}$ ومنه : $y = \frac{3}{2}x + b$ بما أن $A \in (AC)$ فإن : $-1 = \frac{3}{2} \times 0 + b$ ومنه : $b = -1$

إذن : $y = \frac{3}{2}x - 1$

ب ـ **كتابة معادلة المستقيم (D) :** — 1.5

بما أنّ المستقيم (D) يوازي المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{3}{2}x-1$ فإن لهما نفس معامل التوجيه أي : $a=\frac{3}{2}$

ومنه : $y=\frac{3}{2}x+b$ بما أن $G\in(D)$ فإن : $-7=\frac{3}{2}\times 2+b$ ومنه : $b=-10$ إذن : $y=\frac{3}{2}x-10$

❹ **حل الجملة** $\begin{cases}3x-2y=20\\3x-2y=2\end{cases}$ **في** $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$: — 01

$\begin{vmatrix}3 & -2\\3 & -2\end{vmatrix}=3\times(-2)-3\times(-2)=0$ و بما أنّ المعادلتين غير متكافئتين فإنّ : الجملة ليس لها حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

⋆ **استنتاج الوضع النسبي للمستقيمين** (D) و (AC) : متوازيان تماما — 0.5

التمرين الثالث (04 نقاط) :

❶ **تعيين قيم العدد الحقيقي k حتى يكون للجملة (S) حل وحيد :** — 01

(S) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}^2$ إذا كان وفقط إذا كان $\begin{vmatrix}k & 7\\7 & -3\end{vmatrix}\neq 0$ ومنه : $-3k-7\times 7\neq 0$ ومنه : $-3k\neq 49$

ومنه : $k\neq-\frac{49}{3}$ إذن : $k\in\mathbb{R}-\left\{-\frac{49}{3}\right\}$

❷ أ ـ **حل الجملة (S) في $\mathbb{R}^2$:** — 01 + 01

$\begin{vmatrix}1 & 7\\7 & -3\end{vmatrix}=1\times(-3)-7\times 7=-3-49=-52$ ومنه الجملة (S) تقبل حل وحيد هو :

$$\begin{cases}x=\dfrac{\begin{vmatrix}6 & 7\\16 & -3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 7\\7 & -3\end{vmatrix}}=\dfrac{6\times(-3)-16\times 7}{-52}=\dfrac{-130}{-52}=\dfrac{5}{2}\\[2ex] y=\dfrac{\begin{vmatrix}1 & 6\\7 & 16\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 7\\7 & -3\end{vmatrix}}=\dfrac{1\times 16-6\times 7}{-52}=\dfrac{-26}{-52}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

ب ـ **استنتاج حلول الجملة (S') :** — 0.5 + 0.5

نضع : $x=\frac{1}{z}$ و $y=\frac{1}{t-2}$ نجد أنّ الجملة (S') تكافئ الجملة (S) ومنه حلول الجملة (S') هي :

$$\begin{cases}z=\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\frac{5}{2}}=\dfrac{2}{5}\\[2ex] t=\dfrac{1}{y}+2=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}+2=2+2=4\end{cases}$$

ملاحظة هامة ! تقبل جميع الإجابات الصحيحة –رياضيا–