التمرين (1) :

ABC مثلث متساوي الساقين قاعدته [BC] .

1) أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

بين أن الرباعي ABCD معين .

2) أنشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CM}$

التمرين (2) :

ABC مثلث قائم في A حيث : $AC = 5cm$ ، $BC = 3cm$

1) أحسب الطول AB .

2) عين النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

3) ما نوع الرباعي ABCM ؟

4) عين النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

5) بين أن : $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

التمرين (3) :

بسط المجموعين الشعاعيين التاليين :

$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA}$

التمرين (4) :

SBD مثلث ، E منتصف [SD]

1) أنشئ النقطة C نظيرة B بالنسبة إلى E .

2) بين أن : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{SB}$

التمرين (5)

1) ارسم القطعتين [AB] و [CD] المتقاطعتان في النقطة E .

2) بين أن : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

التمرين (6) :

ليكن ABC مثلث بحيث : $C\hat{A}B = 50°$; $AC = 3,5cm$; $AB = 4cm$

ولتكن M نقطة من [AC] .

1) عين النقطتين E و F بحيث : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BM}$ و $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BM}$

2) أحسب الطول EF .

3) حدد قيس الزاوية $F\hat{E}M$

التمرين (7) :

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4cm .

1) أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$

2) بين أن المثلث ABD قائم .

3) بين أن $AD = 4\sqrt{3}\ cm$

4) أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

5) بين نوع الرباعي ACBE .

6) بسط المجموع الآتي : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{EA}$

Scanned with CamScanner

تمرين تشامل :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) علم النقط $A(3;2)$ ، $B(-6;2)$ و $C(3;4)$

2) أحسب الأطوال AB ، AC ، BC

3) أحسب مركبتي كل الأشعة $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$ ، $\vec{BC}$

4) عين النقطتين M و N بحيث :

$$\vec{CM}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{AN}\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$$

5) أحسب إحداثيتي النقطتين M و N .

6) أثبت أن المثلث ABC قائم .

7) أنشئ النقطة F صورة النقطة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$.

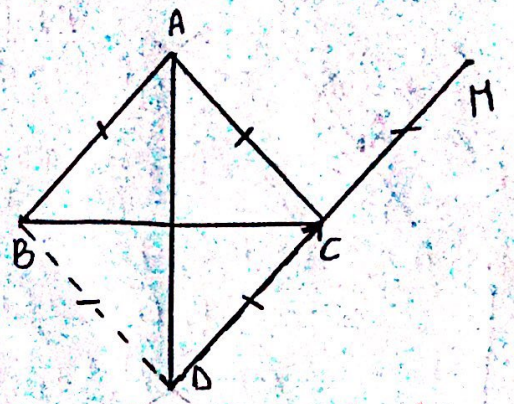
8) ما نوع الرباعي $ABFC$ مع التعليل .

9) أحسب إحداثيتي G بحيث يكون الرباعي $ABCG$ متوازي الأضلاع .

Scanned with CamScanner

حل سلسلة تمارين الأشعة والجداء

حل التمرين (1):



تبيان أن الرباعي ABCD معين:

من العلاقة $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$ فإن ABCD متوازي الأضلاع، ولما أن $AB = AC = CD = BD$

ومنه الرباعي ABCD معين.

حل التمرين (2):

حساب الطول AB:

ABC مثلث قائم في B.

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

$5^2 = 3^2 + AB^2$

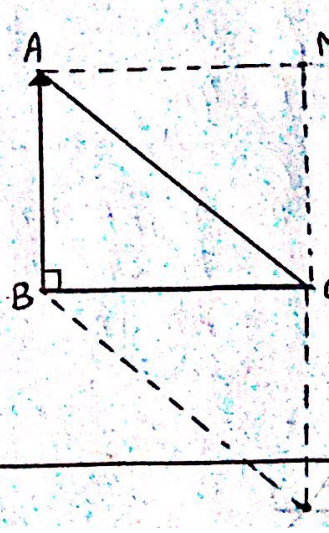
$25 - 9 = AB^2$

$16 = AB^2$

$\sqrt{16} = AB^2$

$4 = AB$

$-\vec{AB} = \vec{BA}$



نوع الرباعي ABCM

لدينا من (س 2) $-\vec{AB} = \vec{BA} = \vec{CM}$

ومنه الرباعي ABCM متوازي الأضلاع

وبما أن $A\hat{B}C = 90°$ فإن الرباعي ABCM مستطيل.

تبيان أن:

$\vec{MC} - \vec{AB} + \vec{DC} + \vec{AB} = \vec{0}$

(تشاعه العاكس)

$\vec{MC} + \vec{BA} + \vec{DC} + \vec{AB} = \vec{0}$

(ع. شال) $\vec{BB} = \vec{0}$

$\vec{MC} + \vec{BB} + \vec{DC} = \vec{0}$

$\vec{MC} + \vec{DC} = \vec{0}$

(شعاعان متعاكسان ومنه المطلوب)

حل التمرين (3):

تبسيط المجموعين الشعاعيين:

(1

$\vec{AB} + \vec{EC} + \vec{BE} + \vec{CA}$

(ع. شال) (ع. شال)

$= \vec{AE} + \vec{EA} = \vec{AA} = \vec{0}$

(2

$2\vec{BA} - \vec{CA} - \vec{BC}$ ، $-\vec{CA} = \vec{AC}$

$= 2\vec{BA} + \vec{AC} + \vec{CB}$ ، $-\vec{BC} = \vec{CB}$

(ع. شال) $= 2\vec{BA} + \vec{AB}$

$= \vec{BA} + \vec{BA} + \vec{AB}$

(شعاعان متعاكسان)

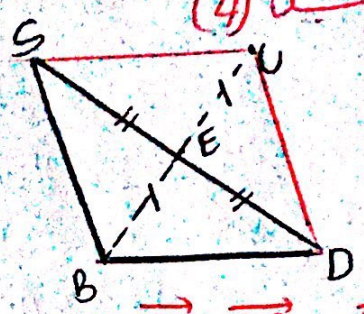
$= \vec{BA} + \vec{0}$

$= \vec{BA}$

Scanned with CamScanner

حل سلسلة تمارين الأشعة والإنسحاب

حل التمرين (4)



تبيان أنّ $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{SB}$

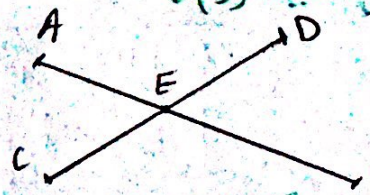
حتى نبين هذه المساواة يكفي أن نبين أنّ الرباعي SCDB متوازي الأضلاع.

لدينا: E منتصف [SD] ومنه SE=ED

و E منتصف [BC] (التناظر المركزي)

ومنه القطران [SD] و [BC] متناصفان إذا الرباعي SCDB متوازي الأضلاع ومنه $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{SB}$

حل التمرين (5):



1/ تبيان أنّ:

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}$

$-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DC}$ و $-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

(علاقة شال) (علاقة شال)

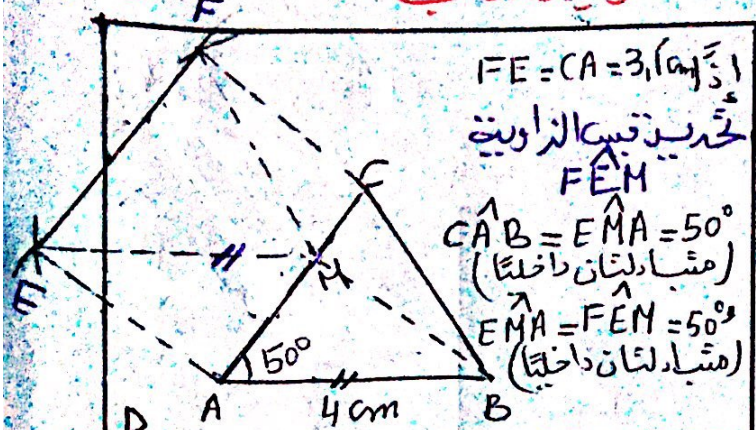
$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}$

حل التمرين 6:

حساب EF:

من س (1) نستنتج أنّ $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}$

ومنه الرباعي FCAE متوازي الأضلاع



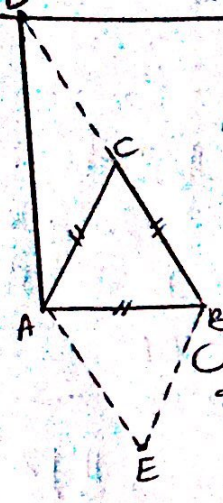
إذن FE=CA=3,1(cm)

تحديد قيس الزاوية $\widehat{FEM}$

$\widehat{CAB}=\widehat{EMA}=50°$ (متبادلتان داخليا)

$\widehat{EMA}=\widehat{FEM}=50°$ (متبادلتان داخليا)

حل التمرين (7)



1- تبيان أنّ المثلث ABD قائم:

[AC] هو المتوسط المتعلق بالضلع [BD]

(لأنّ [AC] يشمل الرأس المقابل للضلع [DB] وهو منتصف [DB] في النقطة C)

ولدينا: $AC=\frac{1}{2}BD$

ومنه حسب خاصية المتوسط المتعلق بالضلع فإنّ المثلث ABD قائم

3- تبيان أنّ $AD=4\sqrt{3}$:

ABD مثلث قائم في A حسب خاصية فيثاغورس:

$DB^2=AB^2+AD^2$

$64=4^2+AD^2$

$AD=\sqrt{48}$

$AD=4\sqrt{3}$

5- نوع الرباعي ACBE:

ACBE متوازي الأضلاع (من س 4)

وبالتحديد معين لأنّ:

$CA=CB=BE=AE=4cm$

6- تبسيط المجموع:

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{EA}$

(علاقة شال)

$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}$

$=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB}$

$=\vec{0}$

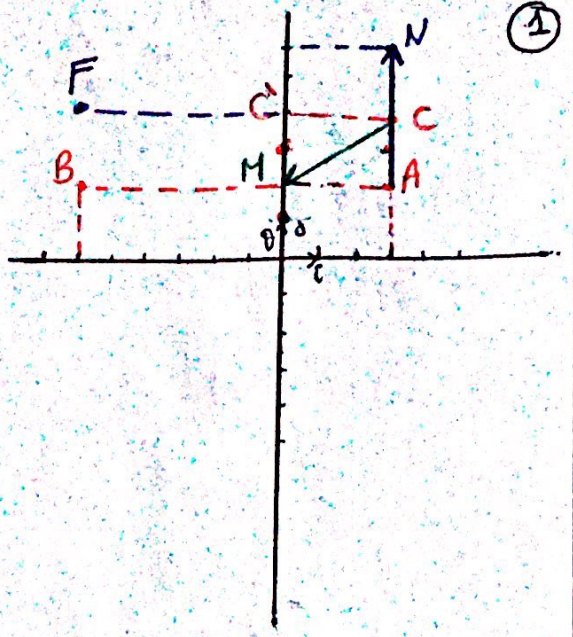
$-\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{AE}$

بوخاري منال

Scanned with CamScanner

حل تمارين المعالم

حل التمرين الشامل :

① 

② حساب الأطوال :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{(-6-3)^2 + (2-2)^2}$

$AB = \sqrt{(-9)^2}$

$AB = \sqrt{81}$

$AB = 9\,cm$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$AC = \sqrt{(3-3)^2 + (4-2)^2}$

$AC = \sqrt{2^2}$

$AC = \sqrt{4}$

$AC = 2\,cm$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$BC = \sqrt{(3+6)^2 + (4-2)^2}$

$BC = \sqrt{9^2 + 2^2}$

$BC = \sqrt{81+4}$

$BC = \sqrt{85}\,cm$

③ حساب مركبتي كل الأشعة :

$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ | $\vec{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} -6-3 \\ 2-2 \end{pmatrix}$ | $\vec{AC}\begin{pmatrix} 3-3 \\ 4-2 \end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} -9 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\vec{AC}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$

$\vec{BC}\begin{pmatrix} 3+6 \\ 4-2 \end{pmatrix}$

$\vec{BC}\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$

④ تعيين النقطتين N و M (بيانيا) من خلال تمثيل الشعاعين $\vec{AN}$ و $\vec{CM}$

$M(0;\ )$ و $N(3;6)$

⑤ حساب احداثيتي النقطتين M و N

$\vec{AN}\begin{pmatrix} x_N - x_A \\ y_N - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ | $\vec{CM}\begin{pmatrix} x_M - x_C \\ y_M - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{AN}\begin{pmatrix} x_N - 3 \\ y_N - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ | $\vec{CM}\begin{pmatrix} x_M - 3 \\ y_M - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

حل المعادلتين : | حل المعادلتين

$x_N - 3 = 0$ | $x_M - 3 = -3$

$y_N - 2 = 4$ | $y_M - 4 = -2$

ومنه : | ومنه

$x_N = 3$ | $x_M = 0$

$y_N = 6$ | $y_M = 2$

$N(3;6)$ | $M(0;2)$

Scanned with CamScanner

⑥ إثبات أن المثلث ABC قائم

لدينا:

$BC^2 = (\sqrt{85})^2 = 85$

$AC^2 + AB^2 = 2^2 + 9^2 = 4 + 81 = 85$

ومنه

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

وعليه حسب خاصية فيثاغورس العكسية المثلث ABC قائم في A

⑦ الإنشاء على المعلم.

⑧ نوع الرباعي ABFC

لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$ (من س 7)

إذا الرباعي ABFC متوازي الأضلاع.

ولدينا $C\hat{A}B = 90°$ (من س 6)

إذا الرباعي ABFC مستطيل.

⑨ حساب أحداثيتي G بحيث الرباعي ABCG متوازي أضلاع

أي

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CG}$$

$$\begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_G - x_C \\ y_G - y_C \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+6 \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_G - 3 \\ y_G - 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_G - 3 \\ y_G - 4 \end{pmatrix}$$

نطابق ونحل المعادلتين

$9 = x_G - 3$

$0 = y_G - 4$

ومنه

$x_G = 12$

$y_G = 4$

$G(12; 4)$

Scanned with CamScanner