الخليل للرياضيات

مجلة الخليل في:

الإحتمـــــالات

ثالثة ثانوي: شعبة علوم.ت ، رياضيات وتقني رياضي

تحتوي هذه المجلة على ملخص شامل ووافي لمحور الاحتمالات .
موجهة لتلاميذ السنة الثالثة ثانوي الشعب: علوم تجريبية والرياضي والتقني رياضي، بحيث تساعد هذه المجلة على تهيئة الطلاب لمواجهة تمارين هذا المحور دون توتر من السهل نحو الأصعب.

الأستاذ:
قويسم الخليل

محتويات المجلة:

- ملخص شامل مع أمثلة توضيحية
- تمارين متنوعة مرفقة بحلول مفصلة
- جميع البكالوريات السابقة محلولة

@alkhalil.math

آخر تحديث: [02 مارس 2023]

ملاحظة هامة:

كل محتوى هذه المجلة من ممتلكات **الأستاذ: قويسم الخليل** ويخضع لحماية قوانين حقوق التعديل

لا يُسمح بتعديل المحتوى أو استخدامه لأغراض تجارية | شكرا لكم على تفهمكم

من أعمالي أيضا:

مجلة الخليل في:
الدوال العددية الناقطة

مجلة الخليل في:
الدوال الأسية

مجلة الخليل في:
الدوال اللوغاريتمية

مجلة الخليل في:
المتتاليات العددية

مجلة الخليل في:
الدوال الأصلية والحساب التكاملي

1 • مُلخص شامل في الإحتمالات

#الأستاذ: قويسم_الخليل

01 مصطلحات وتعاريف

التجربة العشوائية

هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة

مجموعة الإمكانيات Ω

هي مجموعة الإمكانيات في تجربة عشوائية ولها تسميات أخرى مثل (الحادثة الأكيدة، المجموعة الشاملة، مجموعة المخارج)

هي جزء من المجموعة Ω، ويوجد عدة أنواع من الأحداث:

- **الحادثة الأولية (البسيطة):** تحتوي على عنصر وحيد.
- **الحادثة الأكيدة:** هي الحادثة التي تحتوي على جميع عناصر Ω
- **الحادثة المستحيلة**
-

02 قانون الاحتمال

احتمال حادثة

(A) هو احتمال الحصول الحادثة A حيث:

$$\begin{cases} P(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)} \\ 0 \leq P(A) \leq 1 \end{cases}$$

- $Card(A)$ هو عدد عناصر المجموعة A
- $Card(\Omega)$ هو عدد عناصر المجموعة Ω
- $P_1 + P_2 + \cdots + P_n = 1$ أي: $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$
- احتمال الحادثة الأكيدة هو 1 أي $P(\Omega) = 1$
- احتمال الحادثة المستحيلة هو 0 أي $P(\emptyset) = 0$

◄ خواص الاحتمال

- $A \cup B$: هي العناصر المشتركة وغير المشتركة بين A و B
- $A \cap B$: هي العناصر المشتركة بين A و B (بدون تكرار)
- A و B غير متلائمتين معناه $A \cap B = \emptyset$
- A و B حادثتان مستقلتان معناه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- إذا كان $A \cap \overline{A} = \emptyset$ و $A \cup \overline{A} = \Omega$ فإنّ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- إذا كانت A و B حادثتين كيفيتين فإنّ: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- إذا كان $A \subset B$ فإنّ $P(A) \leq P(B)$

◄ تساوي الاحتمال

- **تجربة متساوية الإحتمال:** هي تجربة عشوائية حيث كل الحوادث لها نفس الاحتمال
- **مصطلحات تساوي الإحتمال:** "زهرة نرد غير مزيفة" ، "قطعة نقود غير مزيفة" ، "كريات لا نفرق بينها عند اللمس"

ملاحظة!!
لا تكفي هذه المصطلحات لاعتبار تساوي الاحتمال بل يتعلق بالسؤال المطروح أيضا

03 المتغير العشوائي

تعريف

هو دالة معرفة على I حيث $I = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ والتي ترفق بكل قيمة x_i العدد الحقيقي الموجب $P(X = x_i)$، ونعرفه بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	P_1	P_2	...	P_n

الأمل الرياضياتي

الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو العدد الحقيقي المعرف بـ:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$$

التباين

التباين للمتغير العشوائي X هو العدد الحقيقي المعرف بـ:

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2 P_i - E^2(X) = \sum_{i=1}^{n} \big(x_i - E(X)\big)^2 P_i$$

الانحراف المعياري

الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو الجذر التربيعي للتباين أي:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

◄ خواص المتغير العشوائي X

X متغير عشوائي، a و b عددان حقيقيان، لدينا:

- $E(aX+b) = aE(X) + b$
- $V(aX+b) = a^2V(X)$
- $\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$

04 المبدأ الأساسي للعد

مبدأ المجموع

إذا كانت E مجموعة منتهية $A_1، A_2، A_3، \dots، A_k$
فإنّ: $card(E) = card(A_1) + card(A_2) + \cdots + card(A_K)$

نتائج:

A و B جزءان من المجموعة E:

- $card(A \cup B) = card(A) + card(B) - card(A \cap B)$
- إذا كان: $A \cap B = \emptyset$ فإنّ: $card(A \cup B) = card(A) + card(B)$

مبدأ الجداء

إذا كانت تجربة تشمل p مرحلة ذات $P_1، P_2، P_3، \dots، n_p$ إمكانية
فإنّ عدد إمكانيات التجربة هو: $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_p$

◄ **مثال:**

نرمي قطعة نقد متوازنة ثلاث مرات متتالية، عدد الإمكانيات هو: $2 \times 2 \times 2 = 8$

العاملي $n!$

العاملي لعدد طبيعي n ، و الذي يكتب $n!$ والذي يقرأ "عاملي n"، هو جداء الأعداد الطبيعية الموجبة قطعا والأصغر أو تساوي n، ويُكتب:

$$n! = \prod_{i=n}^{1} i = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$$

◄ **مثال:**

$$2! = 2 \times 1 = 2$$
$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$
$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$
$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$
$$6! = 6 \times 5! = 6 \times 120 = 720$$

$$\frac{16!}{14!} = \frac{16 \times 15 \times 14!}{14!} = 16 \times 15 = 240$$
$$\frac{10!}{3! \times 8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{3 \times 2 \times 8!} = \frac{10 \times 9}{3 \times 2} = 15$$

ملاحظة!!
$0! = 1$
ولبرهانها نستعمل العلاقة:
$n! = n(n-1)!$

القائمة n^p

E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي $(p \geq 1)$
نسمي قائمة ذات p عنصر من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا من عناصر E
حيث: عدد قوائم ذات p عنصر من E هو: $\boxed{n^p}$

التفسير
لكل عنصر من عناصر القائمة توجد n إمكانية، إذن عدد القوائم ذات عنصر p من E هو
أي هو: $\underbrace{n \times n \times n \times \ldots \times n}_{p \text{ مرة}}$ n^p

مثال:
- عدد الطرق لتشكيل رقم سري يحتوي على 3 خانات من العناصر التالية: $\{2; 3; 5; 9\}$ هو: $4^3 = 64$
- عدد الطرائق الممكنة لسحب أربع كريات على التوالي مع الإرجاع من كيس به 8 كريات هو: $8^4 = 4096$

الترتيبة A_n^p

E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي $(1 \leq p \leq n)$
نسمي ترتيبة p عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا متمايزة مثنى مثنى من عناصر E.
عدد ترتيبات p عنصرا من E هو العدد الطبيعي: A_n^P ، حيث:

$$\boxed{A_n^p = n(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

التفسير
لتكوين ترتيبة توجد n إمكانية للعنصر الأول ثم $(n-1)$ للعنصر الثاني... وأخيرا $(n-p+1)$ للعنصر الأخير الذي رتبته p

مثال:
- عدد الأعداد المكونة من أربعة أرقام مختلفة مثنى مثنى التي يمكن تشكيلها من هو: $A_5^4 = 120$
- عدد الطرق الممكنة لسحب ثلاث كريات على التوالي دون الإرجاع من كيس به 10 كرية هو: $A_{12}^3 = 720$

ملاحظة!!
الترتيبة هي قائمة عناصرها متمايزة مثنى مثنى

نتيجة

إذا كان لدينا n عنصرا من بينها:
• n_1 عنصرا من النوع A_1 • n_2 عنصرا من النوع A_2 • .... • n_n عنصرا من النوع A_n
فإنّ إمكانيات ترتيب هذه العناصر، أو **معامل الترتيب** هو:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots n_n!}$$

مثال:

إذا كان لدينا أربع رجال و ثلاث نساء، فإنّ عدد اللجان التي يمكن تشكيلها من لجنة تتكون من رئيس ونائب، حيث هذه أعضاء هذه اللجان مختلفون في الجنس، هو: $\left(\frac{(1+1)!}{1!\times 1!}\right)A_4^1A_3^1=(2)(4)(3)=24$

التوفيقة C_n^p

E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي $(0 \le p \le n)$
نسمي توفيقة ذات k عنصرا من E كل جزء من E ذي p عنصرا من عناصر E
نرمز لعدد توفيقات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصر بـ: C_n^p والمعرف بـ:

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

التفسير

من كل توفيقة ذات p عنصر يمكن تشكيل $p!$ ترتيبة ذات p عنصر، ومنه: $A_n^p = p!\,C_n^p$
ومنه: $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!}$

مثال:

- عدد الطرق الممكنة لاختيار تلميذين من بين 36 تلميذ هو $C_{36}^2 = 630$
- عدد الطرائق الممكنة لسحب 3 كريات في آن واحد من كيس يحتوي على 21 كرة هو 1330 طريقة، لأنّ:

$$C_{21}^3 = \frac{21!}{3!\,(21-3)!} = \frac{21!}{3!\,18!} = \frac{21\times 20\times 19\times 18!}{3!\,18!} = \frac{21\times 20\times 19}{3!} = \frac{21\times 20\times 19}{3\times 2\times 1} = 1330$$

خواص:

- من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $n \ge p$، لدينا: $C_n^p = C_n^{n-p}$
- من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $n-1 \ge p \ge 1$، لدينا: $C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p = C_n^p$

ملاحظة!!

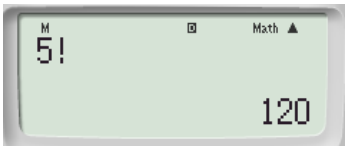
- $C_n^n = 1$
- $C_n^1 = n$
- $C_n^0 = C_n^n = 1$

05 الحساب بالآلة الحاسبة

العاملي $n!$ يوجد رمز $x!$ نصل إليه بالضغط على ثم

مثال:

لحساب $5!$ نتبع ما يلي:



التوفيقة C_n^p يوجد رمز nCr نصل إليه بالضغط على ثم

مثال:

لحساب C_5^2 نتبع ما يلي:

الترتيبة A_n^p يوجد رمز nPr نصل إليه بالضغط على ثم

مثال:

لحساب A_5^2 نتبع ما يلي:

06 طرائق العد

الطريقة	سحب من كيس	تشكيل أعداد	تشكيل لجان
قائمة n^p	على التوالي مع الارجاع	الأرقام يمكن أن تتكرر	/
ترتيبة A_n^p	على التوالي بدون إرجاع	الأرقام لا تتكرر	المهام محددة
توفيقة C_n^p	في آن واحد	/	المهام غير محددة

عدد الطرق لإجراء تجربة:

عند إجراء تجربة معينة بـ n_1 طريقة (إمكانية) وتجربة أخرى بـ n_2 طريقة (إمكانية) فإنّ:

- عدد طرق إجراء التجربتين معا (التجربة الأولى و التجربة الثانية) هو الجداء: $n_1 \times n_2$
- عدد طرق إجراء إحدى التجربتين فقط (التجربة الأولى أو التجربة الثانية) هو المجموع: $n_1 + n_2$

أنواع السحب

سحب p كرة من كيس يحتوي على n كرة

السحب على التوالي مع الإرجاع	السحب على التوالي بدون إرجاع	السحب في آن واحد
قائمة	ترتيبة	توفيقة
n^p	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$
• الترتيب مهم • التكرار مسموح • لا شرط على n و p	• الترتيب مهم • التكرار غير مسموح • $p \leq n$	• الترتيب غير مهم • التكرار غير مسموح • $p \leq n$

اللجان (الجمعيات)

عند تكوين لجنة أو جمعية يجب معرفة أمر أساسي، ألا وهو:
ذكر وظيفة الأشخاص في اللجنة أو عدم ذكرها

تكوين لجنة تتألف من p شخص من بين مجموعة ذات n شخص
حيث: $n \geq 2$

اختيار p شخص

مع ذكر وظيفة كل شخص	عدم ذكر وظيفة كل شخص
ترتيبة	توفيقة
$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$
• الترتيب مهم • التكرار غير مسموح • $p \leq n$	• الترتيب غير مهم • التكرار غير مسموح • $p \leq n$

07 دستور ثنائي الحد

مبرهنة

ليكن a و b عددان حقيقيان، من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا:

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

◄ **مثال:**

$$Q(x) = (x-1)^4 = \sum_{p=0}^{4} C_4^p (x)^{4-p} (1)^p$$
$$= C_4^0 (x)^4 (-1)^0 + C_4^1 (x)^3 (-1)^1 + C_4^2 (x)^2 (-1)^2 + C_4^3 (x)^1 (-1)^3 + C_4^4 (x)^0 (-1)^4$$
$$= \boxed{x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1}$$

مبرهنة ذي الحدين أو **مبرهنة ذات الحدين** أو **مبرهنة ثنائي الحد** أو **ثنائي الحد الكرجي** أو **ثنائي نيوتن**، هي صيغة ساهم في وضعها نيوتن لإيجاد نشر لثنائي مرفوع إلى قوة صحيحة ما. ويطلق على هذه الصيغة **صيغة ثنائي نيوتن**، أو ببساطة **صيغة الثنائي** .

08 الاحتمال الشرطي

تعريف

$(\Omega; p)$ فضاء احتمال الذي نرمز له بـ $p_A(B)$ أو بـ $p(B/A)$ بالإحتمال الشرطي

ونقرأ $p_A(B)$ (احتمال الحصول على B علما أنّ A محققة)، ولدينا:

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{P(A)}$$

◄ **مثال:**

نرمي زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 ، ما احتمال الحصول على رقم فردي علما أنه مضاعف للعدد 3

نضع A: " احتمال الحصول على رقم مضاعف لـ3 "

B: " احتمال الحصول على رقم فردي "

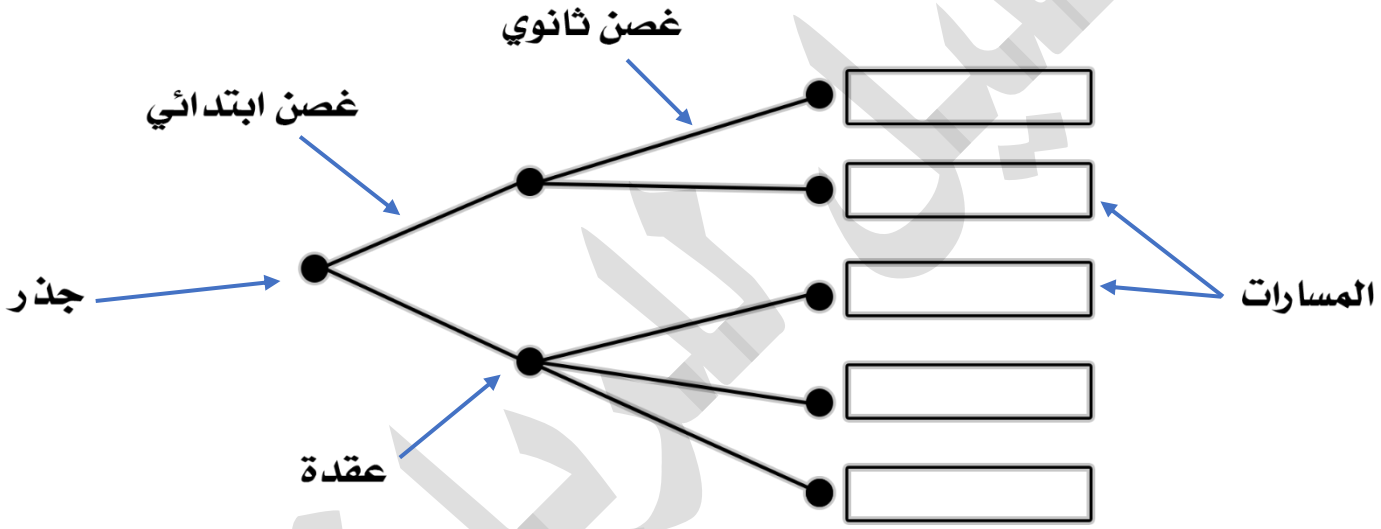
ومنه:

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{6}} = \frac{1}{2}$$

ملاحظة!!

يجب أن نفرق بين العبارتين:
$(A$ و $B)$ و $(A$ علما $B)$
الأولى تعني: تقاطع A وB في آن واحد ، والثانية تعني: تحقق B يتبع تحقق A و A محققة سلفا

09 شجرة الاحتمالات

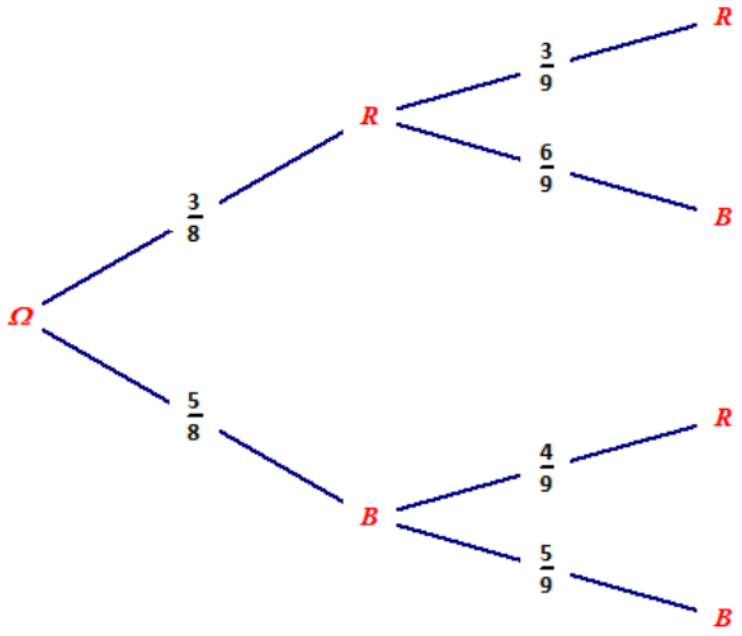


قواعد استعمال شجرة الاحتمالات

- فرع يبدأ من البداية حتى نهاية طرف الشجرة يمثل تقاطعات كل الحوادث الموجودة في مساره
- مجموع الاحتمالات المكتوبة على الفروع المرسومة من نفس العقدة يساوي 1
- احتمال الحادثة الممثلة بطرق تساوي جداء الاحتمالات المكتوبة في فروع هذا المسار
- كل عقدة من الشجرة تمثل مرحلة من التجربة
- مثلا: على مسار A، B و C نكتب الاحتمالات: $p(A)$ ، $p_A(B)$ و $p_{A\cap B}(C)$ وهذا المسار يمثل الحادثة $A \cap B \cap C$ أي: $p(A \cap B \cap C) = p(A) \times p_A(B) \times p_{A\cap B}(C)$

◄ مثال:

صندوق به 5 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)
نسحب من الصندوق كرة واحدة حيث إذا ظهرت كرية حمراء نعيدها إلى الصندوق ونضيف له كرية بيضاء وإذا ظهرت كرية بيضاء نعيدها إلى الصندوق ونضيف له كرة حمراء، ثم نكرر العملية مرة ثانية.
شجرة الاحتمالات التي تمنذج هذه التجربة هي:



10 الأحداث المُستقلة

تعريف

نقول عن الحدثين A و B انهما مستقلان إذا وفقط إذا كان تحقق إحداهما لا يغير من احتمال تحقق الأخرى.

مُبرهنة

نقول عن الحادثتين A و B انهما مستقلان إذا وفقط إذا كان:

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$

◄ مثال:

نرمي زهر غير مزيف وجوهه مرقمة من 1 إلى 6
نضع الحدث: A: "الحصول على رقم زوجي" ، B: "الحصول على رقم مضاعف لـ3"
لدينا:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \quad ; \quad P(A) \times P(B) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

بما أنّ $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$
فإنّ A و B حدثان مستقلان

11 دستور الاحتمالات الكلية

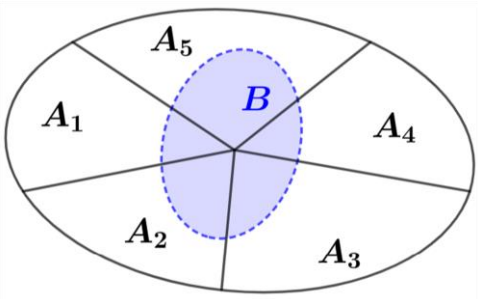
تعريف

ليكن A_1، A_2، ... ، A_n أحداث غير خالية وغير متلائمة مثنى مثنى حيث: $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$

وليكن B حدث كيفي من Ω ، لدينا:

$$p(B) = p(A_3 \cap B) + p(A_2 \cap B) + \cdots + p(A_n \cap B)$$

مع $p(A_k \cap B) = p(A_k) \cdot p_{A_k}(B)$ من أجل كل k حيث: $1 \leq k \leq n$



ملاحظة!!

دستور الاحتمالات الكلية يمكن ترجمته على شجرة الاحتمالات كما يلي:

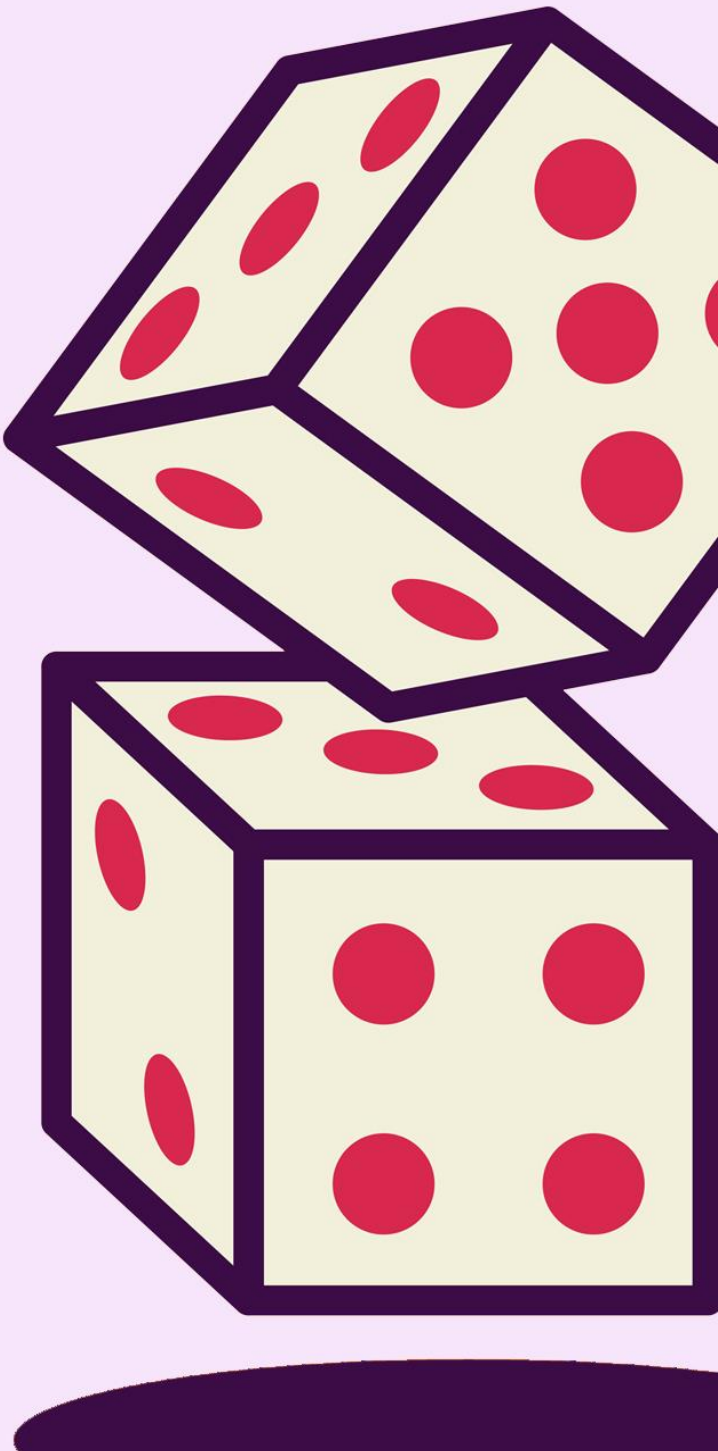
احتمال الحدث E هو مجموع احتمالات المسارات المؤدية للحدث E

{هذا من فضل ربي}

♥ زكاة العلم نشره ♥

الأستاذ: قويسم الخليل

2. تمارين مُتفرقة



#الأستاذ: قويسم_الخليل

01 تمارين متنوعة

الرحيلي الرياضيات

التمرين 01

نرمي زهرة نرد متوازنة، أوجهها مرقمة من 1 إلى 6

1. عين مجموعة الإمكانيات Ω
2. عين الحوادث التالية واحسب احتمالها:

A: "الحصول على رقم فردي"

B: "الحصول على رقم أولي"

C: "الحصول على رقم أكبر تماما من 3"

D: "الحصول على رقم أكبر تماما من 7"

E: "الحصول على رقم أصغر من أو يساوي 6"

3. كيف نسمي الحدثين D و E؟
4. احسب $P(B \cup C)$، $P(A \cap C)$ و $P(\overline{A})$

التمرين 02

لتكن A، B و C ثلاث حوادث من المجموعة Ω حيث:

$P(A) = 0.3$

$P(B) = 0.4$

$P(C) = 0.7$

$P(A \cap B) = 0.2$

$P(A \cup B) = 0.7$

$P(B \cup C) = 0.7$

$P(A \cap C) = 0.2$

- احسب $P(B \cap C)$ و $P(A \cup C)$

التمرين 03

زهرة نرد وجوهها مرقمة من 1 إلى 6، احتمال ظهور الأوجه الستة يحقق العلاقة:

$$P(1) = P(2) = 2P(3) = 3P(4) = P(5) = P(6)$$

- احسب احتمال ظهور كل وجه.

التمرين 04

الجدول التالي يمثل نتائج امتحان لتلاميذ مؤسسة صديقي النوري بولاية الجلفة حسب صفتهم داخلي أو خارجي

	داخلي	خارجي
ناجح	124	186
راسب	38	76

1. نختار عشوائيا تلميذ من هاته المؤسسة، ما احتمال أن يكون:

أ/ داخلي وناجح؟

ب/ خارجي؟

ج/ راسب؟

2. نختار عشوائيا تلميذا داخليا، ما احتمال أن يكون ناجحا؟
3. نختار عشوائيا تلميذا راسبا، ما احتمال أن يكون خارجيا؟

التمرين 05

يحتوي كيس على 3 قريصات بيضاء و 5 قريصات سوداء، نسحب قريصتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد إلى الكيس القريصة المسحوبة قبل سحب القريصة الثانية.

1. مثل النتائج بمخطط (شجرة)
2. احسب احتمال الحدث A : "الحصول على نفس اللون"
3. أعد نفس الأسئلة السابقة ومع اعتبار أننا لا نعيد القريصة الأولى قبل السحب الثاني.

التمرين 06

n عدد طبيعي غير معدوم، بسّط العبارات التالية:

1. $\dfrac{n!}{(n+1)!}$
2. $\dfrac{(2n+1)!}{(2n-1)!}$
3. $\dfrac{n!}{n} - (n-1)!$

التمرين 07

يحتوي صندوق على 5 كرات لا نفرق بينها باللمس

منها كرتان زرقاوان تحملان الرقم a و 2 ، وكرتان حمراوان تحمل الرقم $a-1$، وكرة واحدة خضراء تحمل الرقم 2 حيث a عدد حقيقي موجب تماما

نسحب كرتين من الصندوق على التوالي وبدون ارجاع:

1. احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الحصول على كرتين من نفس اللون"

B: "الحصول على كرة خضراء"

C: "الحصول على كرة زرقاء أو كرة حمراء"

D: "الحصول على كرة زرقاء و كرة حمراء"

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة جداء الرقمين المتحصل عليهما.

أ/ عين جميع القيم الممكنة للمتغير X، ثم عرّف قانون احتماله

ب/ بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغير X يعطى بالعلاقة التالية:

$$E(X)=\frac{(3a-1)(a+3)}{10}$$

ج/ عيّن قيم العدد الحقيقي a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا.

التمرين 08

جهاز الكتروني يحتوي على شاشة مكونة من 9 خانات مرقمة كما هو في الجدول:

0	10	30
0	20	0
10	0	10

عند وضع الجهاز في حالة تشغيل تضيء إحدى الخانات باللون الأحمر بصفة عشوائية (جميع الخانات لها نفس حظوظ الإضاءة). للعب جولة بالجهاز، على اللاعب أن يضع 10 دينار لتشغيل الجهاز، فيتحصل اللاعب على مبلغ يساوي الرقم الظاهر في الخانة المضيئة

1. نرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يعطينا الربح المالي الصافي بالدينار للاعب في كل جولة

أ/ عيّن القيم الممكنة للمتغير X

ب/ عيّن قانون احتمال X

ج/ احسب $P(X>0)$

د/ احسب $E(X)$

2. نريد تغيير رقم الخانة التي في الأعلى على اليمين بحيث يكون معدل الربح المالي للاعب مساويا لـ 0، ما الرقم الذي يجب وضعه في هذه الخانة.

التمرين 09

يحتوي كيس على n قريصة (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 7)، منها 7 قريصات بيضاء والباقي حمراء. نسحب قريصتين على التوالي وبدون ارجاع.

1. نفرض في هذا السؤال أنّ $n=10$:

• احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "القريصة الأولى بيضاء والثانية حمراء"

B: "قريصة بيضاء وقريصة حمراء"

C: "القريصتان بيضاوان"

D: "القريصتان من نفس اللون"

2. في هذا السؤال n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 8 وP_n هو احتمال أن تكون القريصتان المسحوبتان من لونين مختلفين.

أ/ أثبت أنّ:

$$P_n=\frac{14(n-7)}{n^2-n}$$

ب/ عيّن قيم العدد الطبيعي n الذي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى، ثم عيّن قيمة P_n المناسبة.

التمرين 10

يحتوي كيس على n كرة، منها 5 كرات حمراء (Red) و3 كرات خضراء $(Green)$ و الباقي بيضاء $(White)$، حيث $n>8$، نسحب منه عشوائيا كريتين على التوالي وبدون ارجاع.

1. ما احتمال الحصول على كريتين بيضاوين

2. نرمز لـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون، اثبت أنّ:

$$P(n)=\frac{n^2-17n+98}{n^2-n}$$

التمرين 11

ما هي عدد الطرق الممكنة لإيجاد رقم سري لخزنة باستعمال الأرقام التالية: $\{1; 3; 4; 5; 7; 8\}$ إذا كان الرقم السري مكون من:

1. 3 أرقام
2. 3 أرقام مختلفة
3. 6 أرقام مختلفة

التمرين 12

نعتبر المجموعة $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

1. كم عدد الأعداد المكونة من 4 أرقام مختلفة باستعمال أرقام المجموعة S
2. ماهو عدد الأعداد المشار إليها في السؤال الأول والتي هي زوجية
3. ما هو عدد الأعداد المشار إليها في السؤال الأول والتي هي فردية
4. ما هو عدد الأعداد المشار إليها في السؤال الأول والتي هي من مضاعفات 5

التمرين 13

يتكون رقم الهواتف النقالة لشبكة جيزي من 10 أرقام حيث أول رقمين هما 07 ثابتين

1. ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها؟
2. ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها بحيث الأرقام الثمانية الأخيرة متمايزة مثنى مثنى؟

التمرين 14

يحتوي كيس على 32 كرية لا نفرق بينها عند اللمس، نسحب 5 كرات عشوائيا

ما هو عدد الطرائق الممكنة إذا كان:

1. السحب في آن واحد
2. السحب على التوالي ودون ارجاع
3. السحب على التوالي مع الإرجاع

التمرين 15

1. انشر $P(x)$ و$Q(x)$ حيث:

$$P(x) = (2x + 3)^5$$
$$Q(x) = (x - 1)^4$$

2. عيّن معامل x^4 في نشر كثير الحدود $(x + 2)^6$
3. عيّن معامل x^5y^5 في نشر كثير الحدود $(x - y)^{10}$

التمرين 16

كيس به 20 كرة متماثلة، منها 12 بيضاء مرقمة من 1 إلى 12، و 8 سوداء مرقمة من 13 إلى 20

نسحب ثلاث كرات في آن واحد

1. ما احتمال أن تكون الكرات من نفس اللون؟
2. ما احتمال أن تكون الكرات تحمل أرقاما زوجية؟
3. علما أن الكرات المسحوبة أرقامها زوجية، ما احتمال أن تكون هذه الكرات من نفس اللون؟

التمرين 17

فريق كرة قدم يتكون من 22 لاعبا منهم ثلاثة حراس، المدرّب لا يملك أي معلومة على اللاعبين ويريد تشكيل فريق من 11 لاعب منهم حارس

• ما هي عدد الإمكانيات الممكنة؟

التمرين 18

نرمي زهر نرد متوازنة ذات 6 أوجه مرقمة من 1 إلى 6 ، المرة الأولى نسجل الرقم α ثم نرميها مرة ثانية ونسجل الرقم β

1. احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $\alpha + 1 = \beta$"

B: "الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha - \beta| < 1$"

C: "الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha - \beta| > 5$"

❷ X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رميتين بالعدد $|\alpha - \beta|$

أ/ عيّن القيم الممكنة لـ X، ثم أكتب قانون احتماله

ب/ احسب الأمل الرياضياتي لـ X

❸ نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة (E) حيث:

$(E): x^2 + \alpha x + \beta = 0$

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E)

أ/ عيّن القيم الممكنة لـ Y، ثم أكتب قانون احتماله

ب/ احسب الأمل الرياضياتي لـ Y

التمرين 19

يحتوي كيس على 10 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس،

من بينها خمس كرات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 2، 3، 3

وثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 2، 2، 3 وكريتان سوداء تحمل الرقمين 1، 1. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من هذا الصندوق

❶ ما هو عدد السحبات الممكنة

❷ احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الحصول على كريات بيضاء فقط"

B: "الحصول على كريات تحمل الرقم 2"

C: "الحصول على كريتان تحملان الرقم 1"

D: "الحصول على كريات مجموع أرقامها يساوي 7"

E: "الحصول على كريات جداؤها أقل تماما من 6"

F: "الحصول على كريات ألوانها مختلفة"

❸ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات التي تحمل رقم 2

أ/ عيّن القيم الممكنة لـ X، ثم أكتب قانون احتماله

ب/ احسب الانحراف المعياري لـ X

التمرين 20

تحتوي علبة على كمية من القريصات، حيث أنّ نصف القريصات سوداء (N) وثلث القريصات خضراء (V) وسدس القريصات صفراء (J)، 75% من القريصات السوداء شكلها دائري (O)، و 50% من القريصات الخضراء شكلها دائري و 25% من القريصات الصفراء شكلها دائري، أما باقي القريصات فشكلها مربع (S).

نسحب عشوائيا قريصة واحدة من العلبة

❶ شكّل شجرة الاحتمالات التي تنمذج الوضعية

❷ احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "القريصة المسحوبة خضراء دائرية"

B: "القريصة المسحوبة سوداء مربعة"

C: "القريصة المسحوبة دائرية"

❸ إذا سحبنا قريصة دائرية الشكل، فما هو احتمال أن تكون خضراء؟

❹ نفرض أن مجموع القريصات في العلبة هو 24

أ/ أكمل الجدول التالي:

اللون / الشكل	N	V	J	المجموع
O				
S				
المجموع				24

ب/ نسحب في آن واحد ثلاث قريصات من العلبة:

- احسب $p(E)$ ؛ احتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس الشكل
- احسب $p(F)$ احتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس اللون
- إذا كانت القريصات المسحوبة من نفس الشكل، فما هو احتمال أن تكون من نفس اللون؟

التمرين 21

يحتوي كيس على 9 كريات لا نفرق بينهما باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -3، 2، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ: -1

I) نسحب عشوائيا 3 كريات على التوالي بدون إرجاع
• ما احتمال الحصول على كرات تحمل ألوان العلم الوطني

II) نسحب الآن عشوائيا 4 كريات في آن واحد

1. احسب احتمال الحوادث التالية:
A: "الحصول على أربع كرات من نفس اللون"
B "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر"
C: "الحصول على أربع كرات مجموع أرقامها معدوم"
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس

أ/ عين قيم المتغير العشوائي X، ثمّ عرّف قانون احتماله.
ب/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$
ج/ احسب: $P(X(X-2)=-1)$

التمرين 22

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء، كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس
نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا في آن واحد

1. احسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:
A: "الكرات المسحوبة كلها حمراء"
B: "توجد كرة واحدة حمراء في السحب"
C: "توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب"
D: "الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة"
2. ننزع من الكيس الكرات البيضاء ونضع مكانها n كرات سوداء حيث: $n \geq 2$، ثم نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع
نفرض أن سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة، وسحب كرة سوداء يساوي $(+5)$ نقطة
ليكن X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع النقط المحصل عليها

أ/ أكتب قانون إحتمال المتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$
ب/ عيّن قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة
ج/ كيف نختار عدد الكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة؟

التمرين 23

نريد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من ثلاثة أعضاء من بين أربعة رجال H_1، H_2 ، H_3 وH_4 وامرأتان F_1، F_2
نعتبر الحوادث A، B و C حيث:
A: "أعضاء اللجنة من نفس الجنس"
B: " أعضاء اللجنة من أجناس مختلفة"
C: "H_1 عضو في اللجنة"

1. احسب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$ احتمال A ، B و C على الترتيب
2. المتغير العشوائي X يرفق بكل إمكانية اختيار لثلاثة أعضاء عدد النساء في اللجنة
• أكتب قانون إحتمال المتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين 24

لدينا ثلاث صناديق متماثلة غير شفافة، الصندوق الأول U_1 يحوي كريتين لونهما أحمر وكريتين لونهما أسود ،
الصندوق الثاني U_2 يحوي على أربع كريات حمراء،
الصندوق الثالث U_3 يحوي على أربع كريات سوداء. (كل الكريات متماثلة ولا نميز بيهما باللمس)
نسحب عشوائيا كرية من الصندوق U_1 ثم نضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا كرية من الصندوق U_2 ونضعها في الصندوق U_3 ثم نسحب عشوائيا كرية من الصندوق U_3 ونضعها في U_1 ونتوقف.

1. أنجز مخططا لهذه التجربة العشوائية
2. احسب احتمال الحدث A: "الكرية المسحوبة من U_2 حمراء"
3. نقترح اللعبة التالية:
يربح اللاعب α دينارا إذا بقي الصندوق U_1 على وضعه الأول بعد السحب الثالث، وإلا فإنه يخسر 2α دينارا
نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل ربح اللاعب

خسارته بدلالة α

• أكتب قانون إحتمال المتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$ بدلالة α

التمرين 25

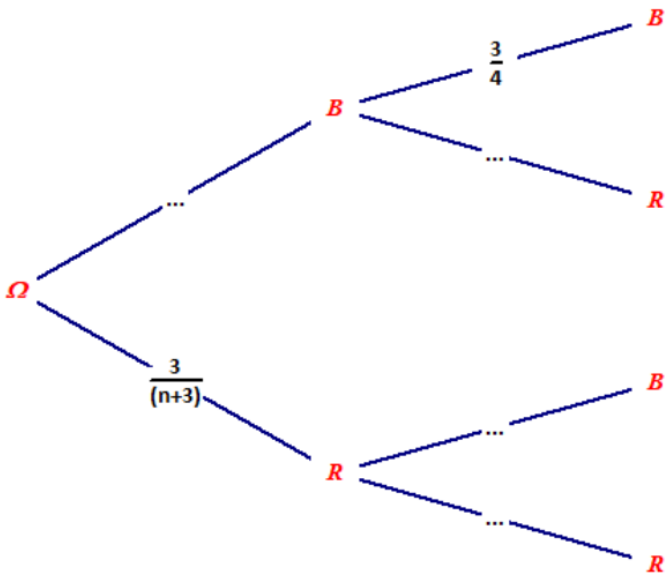
لدينا وعائيين U_1 و U_2 يحتويان على كرات لا نفرق بينهما عند اللمس

• الوعاء U_1 يحتوي على n كرة زرقاء و3 كرات حمراء حيث $n \in \mathbb{N}^*$

• الوعاء U_2 يحتوي على كرتين زرقاوين وكرة واحدة حمراء

نقوم بالتجربة التالية ونسميها (E): "نسحب عشوائيا كرة من U_1 ونضعها في U_2، ثم نسحب كرة من U_2 ونضعها في U_1"

❶ أكمل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه التجربة:



❷ نعتبر الحادثة A: "بعد التجربة (E) يبقى الوعاءان على ما كانا عليه"

أ/ بيّن أن $p(A)$ يُكتب بـ: $p(A)=\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)$

ب/ عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} p(A)$

❸ نعتبر الحادثة C: "بعد التجربة (E) الوعاء U_2 يحتوي على كرة زرقاء فقط"

• تحقق من أنّ $p(C)=\frac{3}{2(n+3)}$

❹ لاعب يدفع 20 دينارا ويقوم بالتجربة (E):

- إذا كان بعد التجربة، الوعاء U_2 يحتوي على كرة زرقاء، اللاعب يكسب $2n$ دينار

- إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على كريتين زرقاوين، فإنّ اللاعب يكسب n دينار

- إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على 3 كرات زرقاء، فإن اللاعب لا يكسب شيئا

• إشرح لماذا لا يكون للاعب أي ربح إذا كان n لا يفوق 10؟

❺ فيما يلي نفرض أن $n > 10$، ونعتبر X المتغير الذي يأخذ قيمة الربح الجبري للاعب

مثلا إذا وجد كرة زرقاء كون الربح الجبري: $X = 2n - 20$

أ/ عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

ج/ بيّن أنّ اللعبة تكون رابحة عندما يكون في الوعاء U_1 25 كرة زرقاء على الأقل

التمرين 26

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 3 وكريتين خضراوين تحملان الرقمان 1، 2 (كل الكريات لا نميز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الكيس.

❶ احسب احتمال الأحداث التالية:

A: "الحصول على كرية بيضاء واحدة"

B: "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر"

C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما أولية"

❷ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق لكل سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما غير أولية

أ/ عيّن قيم المتغير العشوائي X، ثم عرّف قانون احتماله

ب/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

ج/ احسب $p(X^2 + X > 2)$

التمرين 27

يلعب طفل بـ 15 كرية، منها 10 كريات حمراء و5 كريات زرقاء ، يضع 7 كريات حمراء و3 كريات زرقاء في العلبة M، ويضع الباقي في العلبة N

1. في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا وفي آن واحد من العلبة M وينظر كم كرية حمراء ظهرت
ليكن X المتغير العشوائي المتعلق بعدد الكرات الحمراء المسحوبة
• عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$
2. وفي ثاني لعبة يختار الطفل إحدى العلب ويسحب منها كرة واحدة
أ/ مثل هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات
ب/ احسب $p(A)$ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء
ج/ علما أنّ الطفل سحب كرة حمراء، ما احتمال أن تكون من العلبة M؟

التمرين 28

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء تحمل الأرقام -1، 0، 1، -1 وكريتان خضراوان تحمل الأرقام 0 ، -1 وكرة سوداء تحمل الرقم 1 . كل الكرات متماثلة ولا نميز بينها باللمس.

1. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس
ليكن X المتغير العشوائي في يرفق بكل سحبة العدد الحقيقي $e^{|x-y|}$ حيث x و y هما الرقمان الظاهران في الكريتان المسحوبتان من الكيس.
أ/ عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله
ب/ احسب الأمل الرياضاتي $E(X)$
2. نعيد كل الكرات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين على التوالي بدون ارجاع
أ/ احسب عدد الحالات الممكنة للسحب
ب/ احسب احتمال الحدثين التالين:
A: "الكرتان المسحوبتان مختلفتان في اللون"
B: الكرتان المسحوبتان تحمل كل من منهما عدد موجبا تماما"

التمرين 29

زهرة نرد ذو ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6، p_k هو احتمال الحصول على الرقم k حيث $(1 \leq k \leq 6)$
هذه الزهرة مغشوشة بحيث:

- الأعداد p_1 ، p_2 ، p_3 ، p_4 ، p_5 و p_6 تشكل بهذا الترتيب متتالية حسابية أساسها r
- والأعداد: p_1 ، p_2 و p_4 تشكل بهذا الترتيب متتالية هندسية أساسها q

1. برهن أن $p_k = \frac{k}{21}$ من أجل $1 \leq k \leq 6$
2. نرمي هذه الزهرة مرة واحدة، ونعتبر الحوادث التالية:
A: "العدد المحصل عليه زوجي"
B: "العدد المحصل عليه أكبر أو يساوي 3"
C: "العدد المحصل عليه 3 أو 4"
أ/ احسب احتمال كل حادثة
ب/ احسب احتمال الحصول على عدد أكبر من أو يساوي 3، علما أنه زوجي.
ج/ هل الحادثتان A و B مستقلتان؟
3. نستعمل الآن هذه الزهرة لإجراء اللعبة التالية:
لدينا صندوق U_1 يحتوي على كرة حمراء و ثلاث كرات سوداء، وصندوق U_2 يحتوي على كريتين حمراوين وكرة سوداء واحدة، يأتي لاعب ويرمي الزهرة:
• إذا حصل على رقم زوجي يسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_1
• إذا حصل على رقم فردي يسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_2
اللاعب يعتبر رابحا إذا سحب كرة حمراء، ونسمي G الحادثة: "اللاعب رابح"
أ/ عيّن احتمال الحادثة $A \cap G$، ثم احتمال الحادثة G
ب/ علما أن اللاعب رابح، عيّن احتمال أن يكون حصل على عدد زوجي.

التمرين 30

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما، وكانت نتائج الدراسة الإحصائية على هذه الثانوية كما يلي:

احتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقح هو $\frac{1}{16}$

احتمال أن يكون التلميذ ملقحا علما أنه مصاب هو $\frac{3}{14}$

يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية، بطريقة عشوائية

نرمز بـ: V إلى الحادثة "ملقح"

M إلى الحادثة "مصاب"

1. احسب $p(V \cap M)$ احتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصابا بالمرض
2. أثبت أنّ احتمال أن يكون التلميذ مصابا بالمرض هو $p(M)=\frac{7}{80}$
3. احسب $p(\overline{V} \cap M)$ احتمال أن يكون التلميذ غير ملقحا ومصابا بالمرض، ثم استنتج $p_{\overline{V}}(M)$
4. احسب $p(\overline{V} \cap \overline{M})$
5. نمذج هذه التجربة بشجرة الاحتمالات

التمرين 31

جمعية تتكون من 7 رجال و 5 نساء من بينهم رجل واحد اسمه خليل

نريد تشكيل لجنة تتكون من 3 أعضاء

1. أ/ ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تكون اللجنة كالتالي: رئيس، نائب وكاتب

   ب/ احسب احتمال الحادثة التالية: "اللجنة تتكون من رجلين وامرأة"
2. الآن، في حالة أعضاء اللجنة الثلاثة لهم نفس المهام:

   أ/ عين عدد اللجان التي يمكن تشكيلها

   ب/ احسب احتمال الحوادث التالية:

   A: "اللجنة من نفس الجنس"

   B: "اللجنة بها رجل واحد على الأكثر"

   C: "اللجنة تضم خليل"

   ج/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المُكونة

   • عرّف قانون احتماله، ثم احسب أمله الرياضياتي

   د/ احسب $P(X^2-1=0)$

التمرين 32

يحتوي كيس على:

أربع كرات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 0، 1 ، 2

وثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 0 ، 2 ، 2

وكرة واحدة سوداء تحمل الرقم 1

الكرات لا نميز بينهما عند اللمس.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس

نعتبر الحوادث التالية:

A: "الكرات المسحوبة من نفس اللون"

B: " الكرات المسحوبة تحمل أرقاما زوجية "

C: "سحب كرة حمراء على الأقل"

1. احسب احتمال الأحداث A ، B و C
2. احسب احتمال أن تكون الكرات المسحوبة تحمل أرقاما زوجية علما أنها من نفس اللون
3. نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها:

   أ/ بيّن أنّ $p(X=2)=\frac{39}{56}$

   ب/ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

   ج/ احسب $E(2022X+1443)$

التمرين 33

يحتوي صندوق U على خمس كريات منها: ثلاث كريات تحمل الرقم 2 وكريتان تحملان الرقم 3، ويحتوي صندوق V على خمس كريات منها ثلاث كريات خضراء وكريتان حمراوين

نعتبر أنّ كل الكريات متماثلة ولا نميز بينها باللمس
نسحب عشوائيا كرية واحد من U ونسجل رقمها، ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرية من الصندوق V، حيث n هو الرقم الذي تحمله الكرية المسحوبة من U.
نعتبر الحدثين التاليين:

- A : "الكريات المسحوبة خضراء"
- B : "توجد كرية واحدة حمراء من بين الكريات المسحوبة"

1. بيّن أن $p(A)=\frac{11}{50}$ ، ثم احسب $p(B)$
2. احسب احتمال سحب كريتين حمراوين علما أنّ رقم الكرة المسحوبة من الصندوق U هو 3
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة
   - عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$

التمرين 34

يحتوي كيس على أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1
وكرة واحدة زرقاء تحمل الرقم 2، الكرات لا نميز بينها عند اللمس.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتان من الكيس
نعتبر الحوادث التالية:
A: "الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفة"
B: "الكرتان المسحوبتان تحمل رقمين فرديين"
C: "سحب كرة حمراء على الأكثر"

1. احسب احتمال الأحداث A ، B و C
2. بيّن احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتين تحملين رقمين زوجيين علما أنها من نفس اللون هو $\frac{1}{9}$
3. نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب القيمة المطلقة للفرق بين الرقمين المحصل عليها:

أ/ برّر أن قيم X هي: $\{0;1;2\}$
ب/ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$
ج/ احسب $E(1442X+2022)$

التمرين 35

يحتوي كيس على كرات، منها أربع كرات بيضاء مرقمة بـ -1، -1 ، 1 ، 1 وكرتان سوداوان مرقمتان بـ -1 ، 1.
جميع الكرات لا نميز بينهما عند اللمس.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتان من الكيس.
نعتبر الحوادث التالية:

- A : "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون"
- B : "الكرتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم"
- C : "الكرتان المسحوبتان مجموع رقميهما معدوم"

1. احسب احتمال الأحداث A ، B و C
2. احسب $p(D)$، احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللون علما أن مجموعهما معدوم
3. نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين الظاهرين على الكريتين.
   - عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$

التمرين 36

يحتوي صندوق على ثلاث كرات حمراء مرقمة بـ -1، 1، 2
وخمس كرات بيضاء مرقمة بـ 1، 1، 1، 2، 2 وكرتان خضراوان مرقمتان بـ -1 ، -1 (كل الكرات لا نميز بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات
نعتبر الحوادث التالية:
A: "الكرات المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى"
B: "يوجد على الأقل كرة خضراء واحدة"
C: "الكرات المسحوبة مجموع أرقامها معدوم"

1. احسب احتمال الحوادث A، B و C
2. علما أنّ مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوم، ما احتمال أن تكون مختلفة في اللون مثنى مثنى
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد ألوان الكرات المسحوبة

أ/ بيّن أنّ $p(X=2)=\frac{79}{120}$ ، ثم أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم احسب $E(X^2-2X\geq 3)$

التمرين 37

صندوق به ثلاث كريات حمراء وأربع كريات بيضاء و كريتين خضراوين

نسحب عشوائيا كريتان على التوالي بدون إرجاع

نعتبر الحوادث التالية:

A: "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون"

B: "سحب كرية بيضاء في المرة الأولى"

1. احسب احتمال الحوادث A و B
2. استنتج احتمال سحب كريتين من لونين مختلفين
3. علما أنّ الكرة المسحوبة في المرة الأولى بيضاء، احسب احتمال سحب كرتان من نفس اللون
4. ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكرات البيضاء المسحوبة

أ/ عيّن قيم المتغير العشوائي X، ثم أكتب قانون احتماله

ب/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم احسب $E(1443X+2022)$

التمرين 38

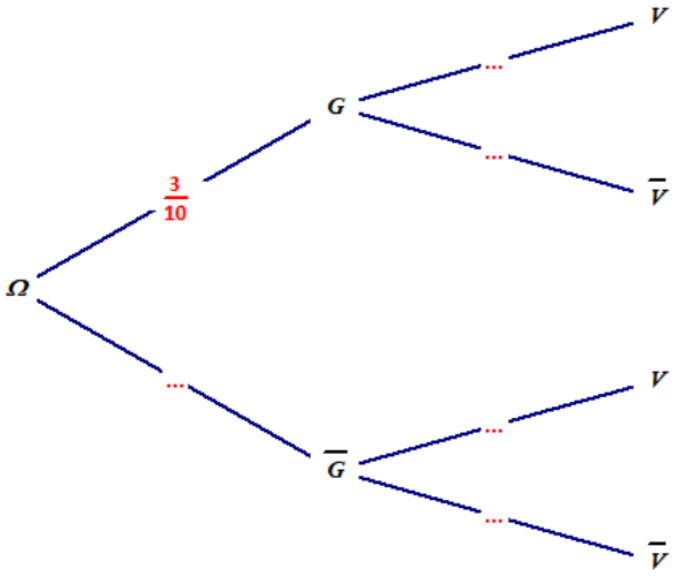
تظهر دراسة إحصائية لمدينة الجلفة أجريت في مطلع سنة 2022 ، أنه تمّ تطعيم 15% من السكان الذين تقل أعمارهم عن 60 عاما و80% من السكان الذين تزيد أعمارهم عن 60 سنة وذلك ضد فيروس كورونا المستجد. ويمثل الأفراد الذين تزيد أعمارهم عن 60 عاما 30% من سكان هذه المدينة.

نختار عشوائيا شخصا من هذه المجموعة ونعتبر الأحداث التالية:

G: "الشخص المختار أكبر من 60 عاما"

V: "الشخص المختار تم تطعيمه"

1. انقل شجرة الاحتمالات التالية وأكملها



2. بيّن أنّ $p(V)$، احتمال أن يكون الشخص قد تمّ تطعيمه يساوي $p(V)=\frac{69}{200}$
3. إذا كان الشخص المختار تمّ تطعيمه، ما احتمال أن يكون أقل من 60 عاما؟
4. احسب $p_{\overline{V}}(G)$ ، احتمال أن يكون الشخص أكبر من 60 عاما علما أنه لم يتم تطعيمه.

التمرين 39

يحتوي كيس على 7 كريات بيضاء و 3 سوداء، لا نفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا كرتين من الكيس مع الارجاع (حيث نسحب الكرية الأولى نسجل لونها ثم نعيدها إلى الكيس ثم نسحب الكرة الموالية)

نعتبر الحدثين التاليين:

A: "الحصول على كريتين بيضاوين"

B: "الحصول على كريتين من نفس اللون"

1. احسب احتمال الحوادث A و B
2. نعرف لعبة حظ كما يلي:

تمنح لكل كرية بيضاء المبلغ α ولكل كرية سوداء المبلغ $-\alpha$، حيث α عدد حقيقي موجب

وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كريتين، مجموع المبلغ المحصل عليه

أ/ عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$، ثم عيّن قيمة α حتى تكون اللعبة مربحة

ج/ احسب الاحتمال $p(e^{2X}+e^{X}=2)$

❸ نضيف إلى الكيس $(n-3)$ كرية سوداء ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه

• ما هو عدد الكريات السوداء التي تم إضافتها، علما أنّ احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$

التمرين 40

نعتبر صندوقين متماثلين U و V بحيث U يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 1 ، 2 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 . و V يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 وكرتان خضراوان تحملان الرقمان 0 ، 1 (كل الكرات متماثلة ولا نميز بينها باللمس).

I) نختار عشوائيا أحد الصندوقين، فإذا كان الصندوق U نسحب منه كرتان على التوالي دون إرجاع وإذا كان الصندوق V نسحب منه كرتان على التوالي بالإرجاع

❶ احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "سحب كرتان من نفس اللون"

B: "سحب كرتان تحملان نفس الرقم"

C: "سحب كرة حمراء على الأقل"

❷ هل الحادثتان A و B مستقلتان؟

❸ إذا علمت أن الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين، فما هو احتمال أن تكون من الصندوق U

II) نأخذ كل الكرات الموجودة في الصندوق V ونضعها في الصندوق U. ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتان من الصندوق U. وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الأرقام التي تحملها الكرتان المسحوبتان.

• عيّن قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

{هذا من فضل ربي}

♥ زكاة العلم نشره ♥

الأستاذ: قويسم الخليل

02 بكالوريات سابقة (شعبة علوم تجريبية)

الأستاذ الرياضيات

بكالوريا 2018 01

علوم تجريبية | الموضوع الأول

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينهما باللمس.

منها:

4 كرات بيضاء مرقمة بـ: 1، 2، 2، 3

وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2، 2، 3

و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 2، 3، 3

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الصندوق

نعتبر الحادثتين:

A: "الكريات الثلاث المسحوبة تمثل ألوان العلم الوطني"

B: "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم"

1

أ/ احسب: $p(A)$ و $p(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب

ب/ بيّن أنّ $p(A\cap B)=\frac{1}{20}$ ، ثم استنتج $p_A(B)$ و $p(A\cup B)$

2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا

• عرّف قانون الاحتمال المتغير العشوائي X، واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

بكالوريا 2019 02

علوم تجريبية | الموضوع الأول

يحتوي كيس على:

خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1

وواحدة تحمل الرقم 2

وسبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 وثلاث كريات تحمل الرقم 2،

(كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كريتين من الكيس في آن واحد ونعتبر الحادثتين A و B حيث:

A: "سحب كريتين من نفس اللون"

B: "سحب كريتين تحملان نفس الرقم"

1 بيّن أن احتمال الحادثة A هو $p(A)=\frac{31}{66}$ ، واحسب احتمال الحادثة B

2 علما أن الكريتين المسحوبيتين من نفس اللون، ما احتمال أن تحملا نفس الرقم؟

3 ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس

• عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي

بكالوريا 2019 03

علوم تجريبية | الموضوع الثاني

يحتوي صندوق على عشر كريات لا نفرق بينها عند اللمس، منها:

كريتان تحملان الرقم 0

وثلاث تحمل الرقم 1

و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة

1. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$
2. بيّن أنّ احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$
3. نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون ارجاع
   - ما احتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أنّ جداؤهما زوجي؟

بكالوريا 2020 04

علوم تجريبية | الموضوع الأول

يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء.

ويحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء .

كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس

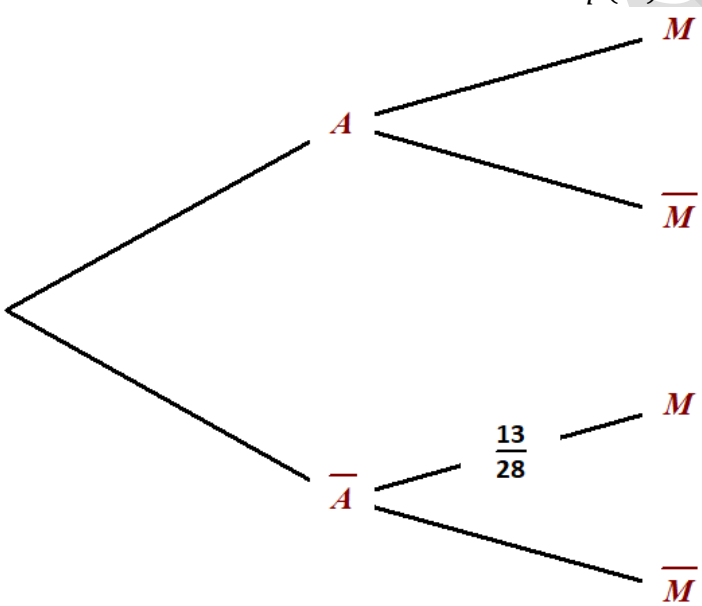
نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد ، من أحد الوعاءين بالكيفية التالية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 6، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريتين من U وفي باقي الحالات نسحب الكريتين من V

نسمي: الحدث A: "الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5"

الحدث M: "الحصول على كريتين من نفس اللون"

1. تحقق أنّ $p(\overline{A})$ احتمال السحب من الوعاء V هو $\frac{2}{5}$
2. علما أن الكريتين المسحوبتين من U، بيّن أنّ احتمال أن تكونا من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$
3. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $p(M)$



4. احسب $p_{\overline{M}}(A)$ احتمال السحب من الوعاء U علما أنّ الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون؟

بكالوريا 220 05

علوم تجريبية | الموضوع الثاني

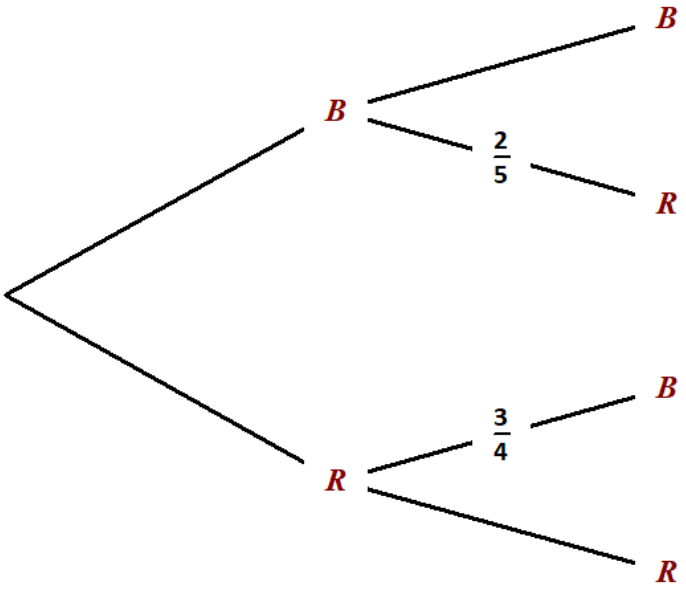
كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميز بينهما عند اللمس.

نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية:

إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس وإذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس

❶

أ/ انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها (B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء، و R الحصول على كرية حمراء)



ب/ احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء

❷ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة

أ/ عيّن مجموعة المتغير العشوائي X

ب/ بيّن أن $p(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثم عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ج/ احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

بكالوريا 2021 06

علوم تجريبية | الموضوع الأول

نريد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1، H_2 و H_3 وامرأتان F_1 و F_2

نعتبر الحوادث A، B و C حيث:

A: "عضوا اللجنة من نفس الجنس"

B: " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين"

C: "H_1 عضو في اللجنة"

❶

أ/ احسب $p(A)$ ، $p(B)$ احتمال A و B على الترتيب

ب/ بيّن أنّ $p(C)$ احتمال الحادث C يساوي $\frac{2}{5}$

❷ المتغير العشوائي X يرفق بكل إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة

أ/ برّر أن مجموعة قيم X هي $\{0;1;2\}$

ب/ عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

بكالوريا 2021 07

علوم تجريبية | الموضوع الثاني

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس، مكتوب على كل منها سؤال واحد:

ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ: 1، 2 و 3

أربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ: 1، 2، 3 و 4

وسؤالين في التحليل مرقمين بـ: 1 و 2

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:

A: "سحب سؤال في الهندسة"

B: "سحب سؤال في التحليل"

C: "سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا"

1. احسب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$ احتمال A ، B و C على الترتيب
2. احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1
3. المتغير العشوائي X يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها

أ/ برّر أن مجموعة قيم X هي $\{1; 2; 3; 4\}$

ب/ عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ج/ استنتج قيمة $E(2021X + 1442)$

03 بكالوريات سابقة (شعبة تقني رياضي)

الأخضر الرياضيات

بكالوريا 2018 01

تقني رياضي | الموضوع الثاني

كيس به 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس.
منها 3 بيضاء و 4 خضراء
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس

I)

1. احسب احتمال الحادثة A:
"سحب كريتين مختلفتين في اللون"
2. احسب احتمال الحادثة B:
"سحب كريتين من نفس اللون"

II) نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$
(α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري)
فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ واذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$، واذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه، وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل الربح أو خسارة اللاعب بدلالة α

1. برّر أن قيم المتغير العشوائي هي
$\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$
ثمّ عرّف قانون احتماله
2. بيّن أن الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$
ثمّ جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب

بكالوريا 2019 02

تقني رياضي | الموضوع الأول

توجد إجابة صحيحة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، إختر الإجابة الصحيحة مبررا إختيارك:

كيس به ثلاث كرات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 3
وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1، 2
(الكرات لا نفرق بينهما عند اللمس)
نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا وفي آن واحد
X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات المسحوبة السوداء

1. قيم المتغير العشوائي X هي:
أ/ $\{1; 2; 3\}$
ب/ $\{0; 2; 3\}$
ج/ $\{0; 1; 2\}$
2. الأمل الرياضياتي لـ X هو:
أ/ $E(X)=\frac{4}{5}$
ب/ $E(X)=\frac{6}{5}$
ج/ $E(X)=\frac{11}{10}$
3. احتمال الحصول على كرية سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة يساوي:
أ/ $\frac{7}{10}$
ب/ $\frac{9}{10}$
ج/ $\frac{3}{5}$
4. احتمال باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1، يساوي:
أ/ $\frac{2}{5}$
ب/ $\frac{3}{10}$
ج/ $\frac{1}{5}$

بكالوريا 2019 03

تقني رياضي | الموضوع الثاني

يحتوي كيس على:

أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4

وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 3

وكريتين سوداوين تحملان الرقمان 1، 2

(كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الكيس.

1. احسب احتمال الأحداث التالية:

A: "الحصول على كرية بيضاء واحدة"

B: "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر"

C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية"

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق لكل سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية

أ/ عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله

ب/ احسب $p(X^2 - X \leq 0)$

بكالوريا 2020 04

تقني رياضي | الموضوع الأول

يحتوي كيس على:

أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 2، 2، 2 ، 2

وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 2، 3، 3

الكريات لا نفرق بينها باللمس

نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من هذا الكيس

1. نعتبر الحدثين:

A: الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم"

B: " الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"

أ/ احسب احتمال كل من الحدثين A و B

ب/ بيّن أنّ احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم ومختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$

ج/ استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون.

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جُداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين

• عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

3. في لعبة، يقوم لاعب بسحب كريتين: إذا كان جداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار، وإذا كان جداء رقميهما 6 يخسر y^2 وإذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار.

(x و y عددان طبيعيان غير معدومين)

• عيّن قيمة كل من x و y حتى تكون اللعبة عادلة

بكالوريا 2020 05

تقني رياضي | الموضوع الثاني

يحتوي كيس على:

كريتين خضراوين تحملان الرقمين 1 و 2

وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2

وأربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 2، 3، 3، 4

(الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس)

I) نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد

❶ أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين:

A: الحصل على 3 كريات من نفس اللون"

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأقل"

❷ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها

أ/ بيّن أن $p(X=3)=\frac{3}{7}$ ، ثم عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب/ احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

II) نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع

ليكن C الحدث: "الحصول على 3 أرقام جداؤها عدد زوجي"

• احسب احتمال C

04 بكالوريات سابقة (شعبة رياضيـــات)

الأخبار الرياضيات

بكالوريا 2009 01

شعبة رياضيات | الموضوع الأول

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء

1. نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد
   أ/ احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء
   ب/ احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة
   • عرف قانون احتمال المتغير للعشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$
3. نسحب من الكيس في آن واحد 3 كريات خمس مرات على التوالي مع الإعادة (الإرجاع)
   • احسب احتمال الحصول على 3 كريات مرتين بالضبط

بكالوريا 2018 02

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

يحتوي كيس على 9 كريات لا نفرق بينهما باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: $1، 1، 2، 2، 2$

وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: $-3، 2، 3$

وكرية بيضاء مرقمة بـ: -1

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد

1. احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الحصول على أربع كرات من نفس اللون"

B "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر"

C: "الحصول على أربع كرات مجموع أرقامها معدوم"

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس

أ/ عين قيم المتغير العشوائي X، ثمّ عرّف قانون احتماله.

ب/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

ج/ احسب احتمال الحادثة: "$X^2 - X > 0$"

بكالوريا 2019 03

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

صندوقان غير شفافان U_1 و U_2.

يحتوي الصندوق U_1 على أربع كريات حمراء وثلاث كريات سوداء

ويحتوي الصندوق U_2 على ثلاث كريات حمراء وكريتين سوداوين

(كل الكريات متشابهة عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذو ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6

إذا ظهر الرقمان 2 و 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2

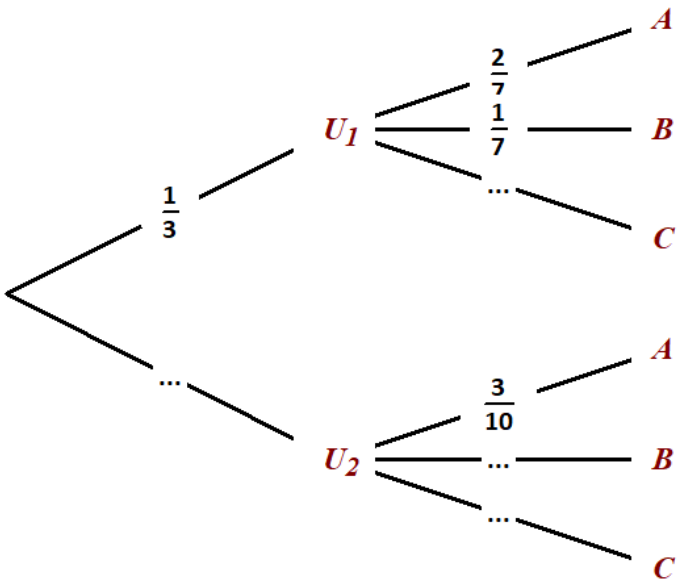
نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ:

A: "سحب كريتين حمراوين"

B " سحب كريتين سوداوين"

C: " سحب كريتين من لونين مختلفين"

❶ أنقل وأكمل شجرة الاحتمالات:



❷ احسب احتمالات الأحداث A، B و C

❸ نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة

أ/ عين قيم المتغير العشوائي X

ب/ عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ج/ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

بكالوريا 2020 04

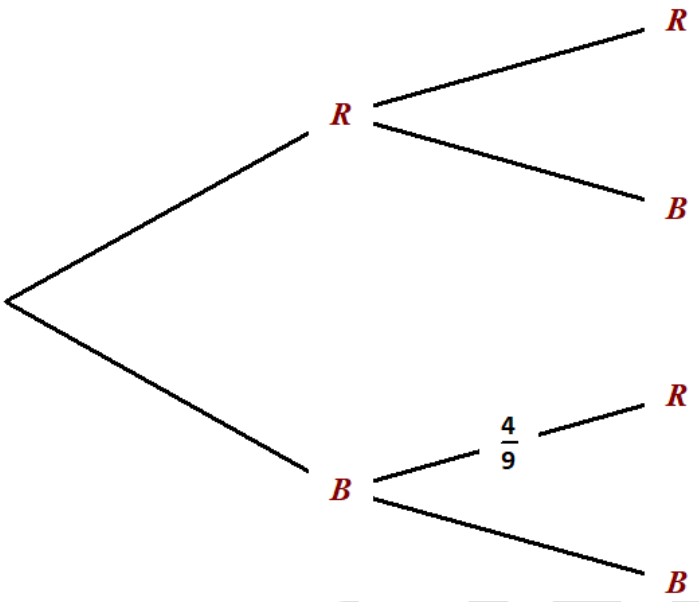
شعبة رياضيات | الموضوع الأول

صندوق به 5 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء

(كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)

نسحب من الصندوق كرة واحدة حيث إذا ظهرت كرية حمراء نعيدها إلى الصندوق ونضيف له كرية بيضاء وإذا ظهرت كرية بيضاء نعيدها إلى الصندوق ونضيف له كرة حمراء، ثم نكرر العملية مرة ثانية.

❶ أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تنمذج هذه التجربة ثم أكملها



❷ بيّن أنّ احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$

❸ احسب احتمال أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الأقل

❹ ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكريات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية

أ/ برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: $\{5; 6; 7\}$

ب/ عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

بكالوريا 2020 05

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

يحتوي صندوق على كريات متماثلة منها:

n كرية بيضاء تحمل العدد π حيث: $(n \geq 2)$

و 4 كريات حمراء تحمل الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و π

وكريتين خضراوين تحملان العددان $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من هذا الصندوق

1. أ/ احسب احتمال كل من A و B حيث:

A: "سحب كريتين من نفس اللون"

B: "سحب كريتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون"

ب/ عين العدد الطبيعي n حتى يكون $p(A)=\frac{17}{55}$

2. نفرض فيما يلي: $n=5$ ونسمي α و β العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبيتين

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد $\cos(\alpha)\cos(\beta)$

أ/ برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: $-\frac{1}{2}$ ، 0، $\frac{1}{4}$ ، 1

ب/ بيّن أنّ $p(X=0)=\frac{27}{55}$

بكالوريا 2021 06

شعبة رياضيات | الموضوع الأول

كيس به 12 كرية متماثلة لا نفرق بينها باللمس

كل من الكريات الاثني عشر تحمل رقما من بين الأعداد التالية: 1، 2، 3، 4

نحسب عشوائيا كرة واحدة من الكيس

نرمز بـ: p_i إلى احتمال سحب كرية رقمها i

حيث: $p_1=\frac{1}{3}$ ، $p_2=\frac{1}{6}$ ، $p_3=\frac{1}{4}$ ، $p_4=\frac{1}{4}$

1. وزع الكريات الاثني عشر حسب الأرقام 1، 2، 3، 4
2. احسب احتمال كل من الحوادث A، B و C حيث:

A: "سحب كرية تحمل رقما فرديا"

B: "سحب كرية تحمل رقما من أرقام نظام التعداد ذي الأساس 4"

C: "سحب كرية رقمها حل للمعادلة $x^2=2^x$"

3. نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرية الرقم الذي تحمله

• عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

بكالوريا 2021 07

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

يُراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 ، H_3 وأربع نساء F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4

1. بيّن أنّ عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42
2. نعتبر الحوادث الآتية:

A: "اللجنة من نفس الجنس"

B: "اللجنة من جنسين مختلفين"

C: "H_1 هو الرئيس"

E: "اللجنة لا تضم كل من H_1 و F_1"

أ/ احسب $p(A)$ احتمال الحدث A، ثم استنتج $p(B)$

ب/ احسب $p(C)$ و $p(E)$

3. المتغير العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها.

• عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضياتي

{هذا من فضل ربي}

♥ زكاة العلم نشره ♥

الأستاذ: قويسم الخليل

{سيكون هناك إصدار جديد فيه بكالوريات أجنبية وبكالوريات أشبال الأمة}

-إن شاء الله-

3. حلول التمارين

#الأستاذ: قويسم_الخليل

05 حلول التمارين المتنوعة

الرحيلي الرياضيات

حل التمرين 01

❶ تعيين مجموعة الإمكانيات Ω:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

❷ تعيين الحوادث وحساب احتمالها:

$$A = \{1; 3; 5\} \ ; \quad P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{2; 3; 5\} \ ; \quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$C = \{4; 5; 6\} \ ; \quad P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$D = \emptyset \ ; \quad P(D) = \frac{0}{6} = 0$$

$$E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \ ; \quad P(E) = \frac{6}{6} = 1$$

❸

نسمي الحدث D: بالحدث المستحيل

والحدث E بالحدث الأكيد

❹ حساب $P(B \cup C)$، $P(A \cap C)$ و $P(\overline{A})$:

لدينا: $B \cup C = \{2; 3; 4; 5; 6\}$

ومنه:

$$P(B \cup C) = \frac{5}{6}$$

لدينا: $A \cap C = \{5\}$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{6}$$

ولدينا:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

حل التمرين 02

- حساب $P(B \cap C)$:

$$\begin{aligned} P(B \cap C) &= P(B) + P(C) - P(B \cup C) \\ &= 0.4 + 0.7 - 0.7 \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

- حساب $P(A \cup C)$:

$$\begin{aligned} P(A \cup C) &= P(A) + P(C) - P(A \cap C) \\ &= 0.3 + 0.7 - 0.2 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

حل التمرين 03

- حساب احتمال ظهور كل وجه:

نضع $P(1) = x$ ومنه:

$$P(1) = x \qquad P(2) = x \qquad P(3) = \frac{1}{2}x$$

$$P(4) = \frac{1}{3}x \qquad P(5) = x \qquad P(6) = x$$

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{6} p_i = 1 \Rightarrow x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + x + x = 1$$

$$\Rightarrow 4x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 1$$

$$\Rightarrow 4x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{29}{6}x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{29}$$

إذن:

$$P(1) = \frac{6}{29} \qquad P(2) = \frac{6}{29} \qquad P(3) = \frac{3}{29}$$

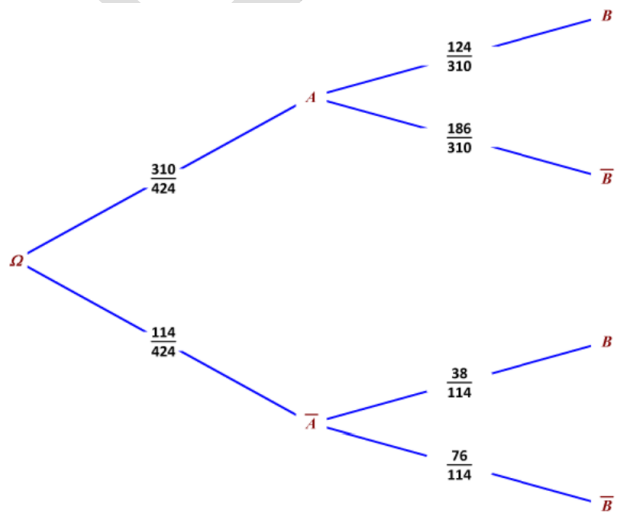
$$P(4) = \frac{2}{29} \qquad P(5) = \frac{6}{29} \qquad P(6) = \frac{6}{29}$$

حل التمرين 04

ننمذج التجربة بشجرة الاحتمالات:

نضع: A: ناجح $\quad \overline{A}$: راسب

B: داخلي $\quad \overline{B}$: خارجي



لدينا:

$$p(A)=\frac{310}{424}\cdot\frac{124}{310}+\frac{310}{424}\cdot\frac{186}{310}=\frac{186}{424}$$

❶ نختار عشوائيا تلميذ من هاته المؤسسة، ما احتمال أن يكون:

أ/ داخلي وناجح:

$$p(A\cap B)=\frac{310}{424}\cdot\frac{124}{310}=\boxed{\frac{124}{424}}$$

ب/ خارجي:

$$p(\overline{B})=p(A\cap\overline{B})+p(\overline{A}\cap\overline{B})$$
$$=\frac{310}{424}\cdot\frac{186}{310}+\frac{114}{424}\cdot\frac{76}{114}=\frac{186+76}{424}=\boxed{\frac{262}{424}}$$

ج/ راسب:

$$p(\overline{A})=p(\overline{A}\cap B)+p(\overline{A}\cap\overline{B})$$
$$=\frac{114}{424}\cdot\frac{38}{114}+\frac{114}{424}\cdot\frac{76}{114}=\frac{38+76}{424}=\boxed{\frac{114}{424}}$$

❷ نختار عشوائيا تلميذا داخليا، ما احتمال أن يكون ناجحا؟

$$p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{\frac{124}{424}}{\frac{310}{424}\cdot\frac{124}{310}+\frac{114}{424}\cdot\frac{38}{114}}$$
$$=\frac{124}{124+38}=\boxed{\frac{124}{162}}$$

❸ نختار عشوائيا تلميذا راسبا، ما احتمال أن يكون خارجيا؟

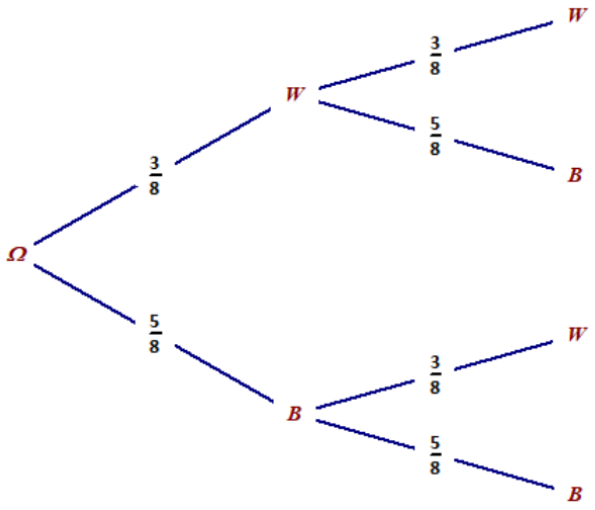
$$p_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{p(\overline{A}\cap\overline{B})}{p(\overline{A})}=\frac{\frac{114}{424}\cdot\frac{76}{114}}{\frac{114}{424}}=\boxed{\frac{76}{114}}$$

ملاحظة: يمكن حل التمرين بدون استعمال قوانين الاحتمالات الشرطية

حل التمرين 05

❶ تمثيل النتائج بمخطط (شجرة):

نضع: W: القريصات البيضاء، B: القريصات السوداء

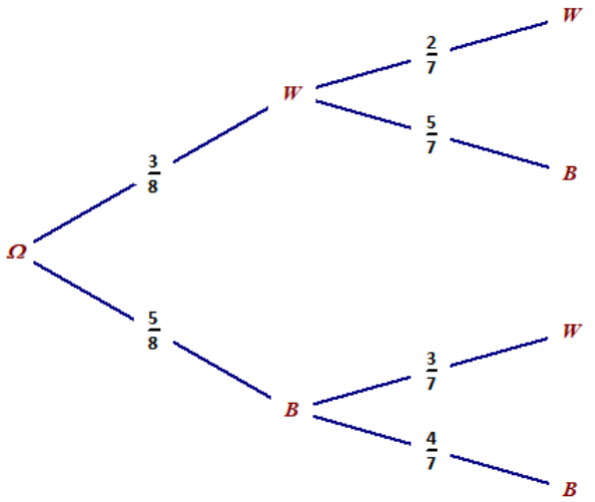


❷ A: " الحصول على نفس اللون":

$$P(A)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{34}{64}=\boxed{\frac{17}{32}}$$

❸

أ/ تمثيل النتائج بمخطط (شجرة):



ب/ B: "احتمال الحصول على نفس اللون":

$$P(B)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\boxed{\frac{13}{28}}$$

حل التمرين 06

تبسيط العبارات التالية:

❶
$$\frac{n!}{(n+1)!}=\frac{n!}{(n+1)n!}=\boxed{\frac{1}{n+1}}$$

❷
$$\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}=\frac{(2n+1)(2n)(2n-1)!}{(2n-1)!}$$
$$=\boxed{2n(2n+1)}$$

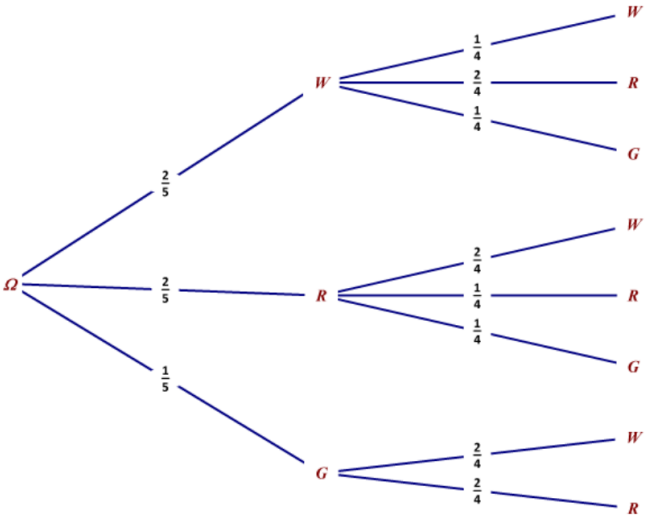
$$\frac{n!}{n}-(n-1)!=\frac{n(n-1)!}{n}-(n-1)$$ ❸
$$=(n-1)!-(n-1)!=\boxed{0}$$

حل التمرين 07

(I

❶ تمثيل التجربة بمخطط -شجرة الامكانيات-:

نضع: R: الكرة الحمراء، W: الكرة البيضاء، G: الكرة الخضراء



❷ تعيين مجموع الإمكانيات Ω:

$$\Omega=\{WW;WR;WG;RW;RR;RG;GW;GR\}$$

- تعريف قانون احتمال التجربة:

x_i	WW	WR	WG	RW	RR	RG	GW	GR
p_i	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$

❸ حساب احتمال الحوادث التالية:

أ/ A: "الحصول على كرتين من نفس اللون":

$$P(A)=P(W\cap W)+P(R\cap R)$$
$$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{4}{20}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

ب/ B: "الحصول على كرة خضراء":

$$P(B)=P(W\cap G)+P(R\cap G)+P(G\cap W)+P(G\cap R)$$
$$=\frac{2}{5}\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\frac{2}{4}+\frac{1}{5}\frac{2}{4}=\frac{8}{20}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

ج/ C: "الحصول على كرة بيضاء أو كرة حمراء":

$$P(C)=P(\Omega)=\boxed{1}$$

(II

❶ تعيين جميع القيم الممكنة للمتغير X:

x_i	a^2	$a(a-1)$	$2a$	$(a-1)^2$	$2(a-1)$
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$

❷ تبيين أنّ الأمل لـ X يعطى بـ $E(X)=\frac{6a^2+2a-3}{10}$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i$$
$$=\frac{2a^2}{20}+\frac{8a(a-1)}{20}+\frac{8a}{20}+\frac{2(a-1)^2}{20}+\frac{8(a-1)}{20}$$
$$=\frac{2a^2+8a^2-8a+8a+2a^2+2-4a+8a-8}{20}$$
$$=\frac{12a^2+4a-6}{20}$$
$$=\boxed{\frac{6a^2+2a-3}{10}}$$

❸ تعيين قيم a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا:

يكون الأمل الرياضياتي عادلا لما $E(X)=0$:

$$E(X)=0\Longrightarrow\frac{6a^2+2a-3}{10}=0$$
$$\Longrightarrow 6a^2+2a-3=0$$

لدينا: $\Delta=4-4(6)(-3)=79=\left(2\sqrt{19}\right)^2$

ومنه:

$$a_1=\frac{-2+2\sqrt{19}}{12}=-\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{19}}{6}$$
$$a_1=\frac{-2-2\sqrt{19}}{12}=-\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{19}}{6}$$

a_2 مرفوض لأن $a\in\mathbb{R}_+^*$

إذن قيم a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا هي $\{a_1\}$

حل التمرين 08

❶

أ/ تعيين القيم الممكنة للمتغير X:

$$X(\Omega)=\{(0-10);(10-10);(20-10);(30-10)\}$$

أي: $X(\Omega)=\{-10;0;10;20\}$

ب/ تعيين قانون احتمال X:

x_i	-10	0	10	20
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

ج/ حساب $P(X>0)$:

$$P(X>0)=P(X=10)+P(X=20)=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\boxed{\frac{2}{9}}$$

د/ حساب $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}P_ix_i=-10\frac{4}{9}+0\frac{3}{9}+10\frac{1}{9}+20\frac{1}{9}$$
$$=\boxed{\frac{-10}{9}}$$

❷ تعيين الرقم الذي يجب وضعه في هذه الخانة:

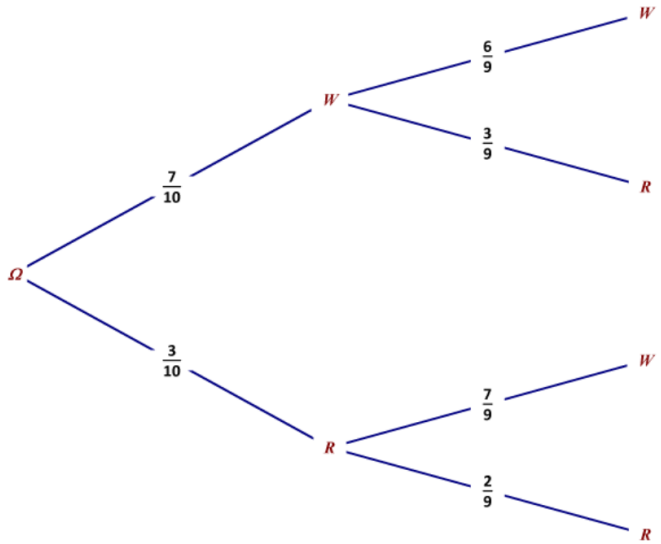
الربح المالي للاعب مساوي لـ 0 معناه $E(X)=0$

نضع m هو رقم الخانة التي نبحث عن قيمتها

$$E(X)=0\Rightarrow -10\frac{4}{9}+0\frac{3}{9}+10\frac{1}{9}+(m-10)\frac{1}{9}=0$$
$$\Rightarrow \frac{-40}{9}+\frac{10}{9}+\frac{m}{9}-\frac{10}{9}=0$$
$$\Rightarrow \frac{m}{9}=\frac{40}{9}$$
$$\Rightarrow \boxed{m=40}$$

حل التمرين 09

❶ نضع: W: قريصة بيضاء، R قريصة حمراء



- A: "القريصة الأولى بيضاء والثانية حمراء":

$$P(A)=P(W\cap R)=\frac{7}{10}\frac{3}{9}=\frac{21}{90}=\boxed{\frac{7}{30}}$$

- B: "قريصة بيضاء وقريصة حمراء":

$$P(B)=P(W\cap R)+P(R\cap W)=\frac{7}{10}\frac{3}{9}+\frac{3}{10}\frac{7}{9}$$
$$=\frac{21+21}{90}=\boxed{\frac{7}{15}}$$

- C: "القريصتان بيضاوان":

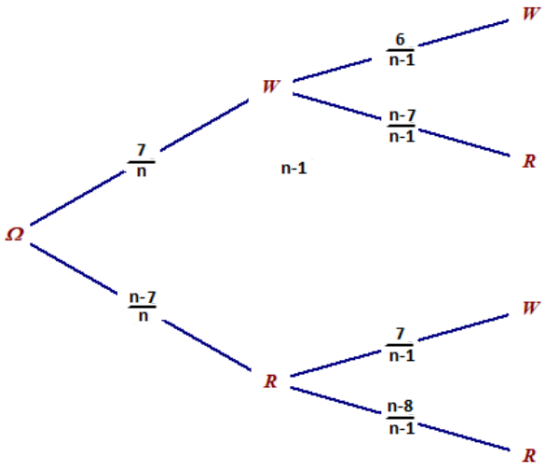
$$P(C)=P(W\cap W)=\frac{7}{10}\frac{6}{9}=\frac{21}{90}=\boxed{\frac{7}{15}}$$

- D: "القريصتان من نفس اللون":

$$P(A)=P(W\cap W)+P(R\cap R)=\frac{7}{10}\frac{6}{9}+\frac{3}{10}\frac{2}{9}$$
$$=\frac{42+6}{90}=\boxed{\frac{8}{15}}$$

❷

أ/ اثبات أنّ $P_n=\frac{14(n-7)}{n^2-n}$:



$$P_n=P(W\cap R)+P(R\cap W)$$
$$=\frac{7}{n}\times\frac{n-7}{n-1}+\frac{n-7}{n}\times\frac{7}{n-1}$$
$$=\frac{7(n-7)+7(n-7)}{n(n-1)}=\boxed{\frac{14(n-7)}{n^2-n}}$$

ب/ قيم n التي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى:

نضع

$$f(x)=\frac{14(x-7)}{x^2-x}$$

لدينا:

$$f'(x)=\frac{14x^2-14x-(2x-1)14(x-7)}{(x^2-x)^2}$$
$$=\frac{14x^2-14x-14(2x^2-15x+7)}{(x^2-x)^2}$$
$$=\frac{14(x^2-x-2x^2+15x-7)}{(x^2-x)^2}$$
$$=\frac{14(-x^2+14x-7)}{(x^2-x)^2}$$

لدينا: $(x^2-x)^2>0$ إذن إشارة $f'(x)$ من البسط:

$$-x^2+14x-7=0$$

لدينا:

$$\Delta=168=\left(2\sqrt{42}\right)^2$$

ومنه:

$$x_1 = \frac{-14-2\sqrt{42}}{-2} = 7+\sqrt{42} \approx 13.48$$

أو

$$x_2 = \frac{-14+2\sqrt{42}}{-2} = 7-\sqrt{42} \approx 0.5$$

الدالة تبلغ قيمة حدية عظمة لما $x \approx 13.48$

وبما أن $n \in \mathbb{N}$ إذن قيم n لتي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى هي $n \in \{13;14\}$

- تعيين قيمة P_n المناسبة:

$$P_{13} = \frac{14(13-7)}{13^2-13} = \frac{7}{13}$$

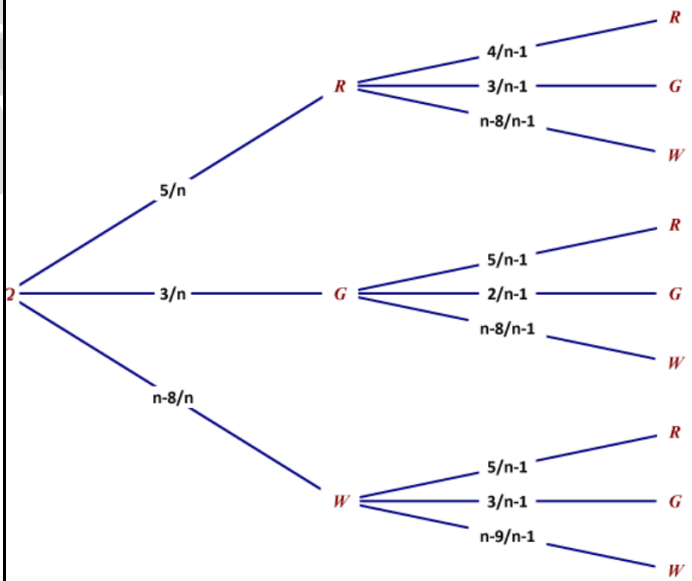
$$P_{14} = \frac{14(14-7)}{14^2-14} = \frac{7}{13}$$

إذن قيمة P_n المناسبة هي: $\boxed{\frac{7}{13}}$

حل التمرين 10

❶ حساب احتمال الحصول على كريتين بيضاوين:

نستعين بشجرة الاحتمالات:



$$P(W \cap W) = \frac{n-8}{n}\frac{n-9}{n-1} = \boxed{\frac{(n-8)(n-9)}{n^2-n}}$$

❶ اثبات أنّ: $P(n) = \frac{n^2-17n+98}{n^2-n}$:

$$P(n) = P(R \cap R) + P(G \cap G) + P(W \cap W)$$
$$= \frac{5}{n}\frac{4}{n-1} + \frac{3}{n}\frac{2}{n-1} + \frac{n-8}{n}\frac{n-9}{n-1}$$
$$= \frac{20+6+n^2-17n+72}{n^2-n} = \boxed{\frac{n^2-17n+98}{n^2-n}}$$

حل التمرين 11

❶ 3 أرقام:

الرقم السري مكون من 3 أرقام يعني أنه يوجد ترتيب مع إمكانية تكرار الرقم ومنه:

6	6	6

$$6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = \boxed{216}$$

❷ 3 أرقام مختلفة:

الرقم السري مكون من 3 أرقام مختلفة يعني أنه يوجد ترتيب مع عدم إمكانية تكرار الرقم ومنه:

$6-2$	$6-1$	6

$$6(6-1)(6-2) = 6 \cdot 5 \cdot 4 = \boxed{120}$$

❸ 6 أرقام مختلفة

الرقم السري مكون من 6 أرقام مختلفة يعني أنه يوجد ترتيب مع عدم إمكانية تكرار الرقم ومنه:

$6-5$	$6-4$	$6-3$	$6-2$	$6-1$	6

$$6(6-1)(6-2)(6-3)(6-4)(6-5)$$
$$= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = \boxed{720}$$

حل التمرين 12

❶ تعيين عدد الأعداد المكونة من 4 أرقام مختلفة باستعمال أرقام المجموعة S:

4	5	6	7

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 = \boxed{840}$$

❷ تعيين عدد الأعداد المشار إليها في السؤال الأول والتي هي زوجية:

عدد الأعداد الزوجية في المجموعة S هو: 3

ونعلم أن العدد الزوجي رقم آحاده زوجي، ومنه:

4	5	6	3

$$3 \times 6 \times 5 \times 4 = \boxed{360}$$

❸ ما هو عدد الأعداد المشار إليها في السؤال الأول والتي هي فردية:

عدد الأعداد الفردية في المجموعة S هو: 4

ونعلم أنّ العدد الفردي رقم آحاده فردي، ومنه:

4	5	6	4

$$4 \times 6 \times 5 \times 4 = \boxed{480}$$

❹ تعيين عدد الأعداد المشار إليها في السؤال الأول والتي هي من مضاعفات 5:

نعلم أن مضاعفات العدد 5 هي الأعداد التي آحادها 5

ومنه:

4	5	6	1

$1 \times 6 \times 5 \times 4 = \boxed{120}$

حل التمرين 13

❶ تعيين عدد الخطوط الممكن تكوينها:

لدينا مجموع الأرقام $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ هو 10

0	7	10	10	10	10	10	10	10	10

ومنه عدد الخطوط الممكن تكوينها: هو $\boxed{10^8}$

❷ تعيين عدد الخطوط الممكن تكوينها بحيث الأرقام الثمانية الأخيرة متمايزة مثنى مثنى:

0	7	10	9	8	7	6	5	4	3

عدد الخطوط الممكن تكوينها بحيث الأرقام الثمانية الأخيرة متمايزة مثنى مثنى هو:

$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \boxed{1814400}$

حل التمرين 14

- تعيين عدد الطرائق الممكنة إذا كان:

❶ السحب في آن واحد:

$$C_{32}^5 = \frac{32!}{5!\,(32-5)!} = \frac{32!}{5! \times 27!}$$
$$= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27!}{5! \times 27!}$$
$$= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28}{5 \times 4 \times 3 \times 2}$$
$$= \frac{32 \times 31 \times 29 \times 28}{4}$$
$$= 8 \times 31 \times 29 \times 28$$
$$= \boxed{201376}$$

❷ السحب على التوالي ودون ارجاع:

$$A_{32}^5 = \frac{32!}{(32-5)!} = \frac{32!}{27!}$$
$$= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27!}{27!}$$
$$= 32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28$$
$$= \boxed{241651120}$$

❸ السحب على التوالي مع الإرجاع

$32^5 = \boxed{33554432}$

حل التمرين 15

❶ نشر $P(x)$ و$Q(x)$:

$$P(x) = (2x+3)^5 = \sum_{p=0}^{5} C_5^p (2x)^{5-p}(3)^p$$
$$= C_5^0(2x)^5(3)^0 + C_5^1(2x)^4(3)^1 + C_5^2(2x)^3(3)^2$$
$$+ C_5^3(2x)^2(3)^3 + C_5^4(2x)^1(3)^4$$
$$+ C_5^5(2x)^0(3)^5$$
$$= 32x^5 + 5(16x^4)(3) + 10(8x^3)(9)$$
$$+ 10(4x^2)(27) + 5(2x)(81) + 243$$
$$= \boxed{32x^5 + 240x^4 + 720x^3 + 1080x^2 + 810x + 243}$$

$$Q(x) = (x-1)^4 = \sum_{p=0}^{4} C_4^p (x)^{4-p}(1)^p$$
$$= C_4^0(x)^4(-1)^0 + C_4^1(x)^3(-1)^1 + C_4^2(x)^2(-1)^2$$
$$+ C_4^3(x)^1(-1)^3 + C_4^4(x)^0(-1)^4$$
$$= \boxed{x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1}$$

❷ تعيين معامل x^4 في نشر كثير الحدود $(x+2)^6$:

$$(x+2)^6 = \sum_{p=0}^{6} C_6^p x^{6-p}2^p$$

من أجل $p = 2$ لدينا:

$$C_6^p x^{6-p}2^p = \frac{6!}{2!\,4!}x^4 2^2 = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!}x^4 4$$
$$= \frac{6 \times 5}{2}x^4 4 = 15x^4 4 = 60x^4$$

إذن معامل x^4 في نشر كثير الحدود $(x+2)^6$ هو $\boxed{60}$

❸ تعيين معامل x^5y^5 في نشر كثير الحدود $(x-y)^{10}$:

$$(x-y)^{10} = \big(x+(-y)\big)^{10}$$
$$= \sum_{p=0}^{10} C_{10}^p x^{10-p}(-y)^p$$
$$= \sum_{p=0}^{10} (-1)^p C_{10}^p x^{10-p}y^p$$

من أجل $p = 5$ لدينا:

$$(-1)^5 C_{10}^5 x^5y^5 = -1\frac{10!}{5!\,5!}x^5y^5 = -252x^5y^5$$

ومنه معامل x^5y^5 في نشر كثير الحدود $(x-y)^{10}$ هو

$\boxed{-252}$

حل التمرين 16

❶ A: "احتمال أن تكون الكرات من نفس اللون":

$$p(A)=\frac{C_{12}^3+C_8^3}{C_{20}^3}=\frac{220+56}{1140}=\boxed{\frac{23}{95}}$$

❷ B: "احتمال أن تكون الكرات تحمل أرقاما زوجية"

$$p(B)=\frac{C_{10}^3}{C_{20}^3}=\frac{120}{1140}=\boxed{\frac{2}{19}}$$

❸ علما أنّ الكرات المسحوبة أرقامها زوجية، ما احتمال أن تكون هذه الكرات من نفس اللون؟

$$p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$$

لدينا: $A\cap B$ هو الكرات المسحوبة تحمل أرقاما زوجية ومن نفس اللون، أي بيضاء وأرقامها زوجية أو سوداء وأرقامها زوجية ومنه:

$$p(A\cap B)=\frac{C_6^3+C_4^3}{C_{20}^3}=\frac{20+4}{1140}=\boxed{\frac{2}{95}}$$

ومنه:

$$p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{\frac{2}{95}}{\frac{2}{19}}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

حل التمرين 17

- تعيين الإمكانيات الممكنة:

يختار حارسا من ثلاثة حراس، و 10 لاعبين من التسعة عشر لاعبا الباقين

ومنه عدد الإمكانيات هي $C_3^1\times C_{19}^{10}$ أي 277134 إمكانية

حل التمرين 18

β \ α	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(2;1)	(3;1)	(4;1)	(5;1)	(6;1)
2	(1;2)	(2;2)	(3;2)	(4;2)	(5;2)	(6;2)
3	(1;3)	(2;3)	(3;3)	(4;3)	(5;3)	(6;3)
4	(1;4)	(2;4)	(3;4)	(4;4)	(5;4)	(6;4)
5	(1;5)	(2;5)	(3;5)	(4;5)	(5;5)	(6;5)
6	(1;6)	(2;6)	(3;6)	(4;6)	(5;6)	(6;6)

عدد الإمكانيات هو 36

❶ حساب احتمال الحوادث التالية:

- A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $2\alpha+1=\beta$":

يمكن الاعتماد على الجدول ونملأه بـ: $2\alpha+1$

β \ α	1	2	3	4	5	6
1	3	5	7	9	11	13
2	3	5	7	9	11	13
3	**3**	5	7	9	11	13
4	3	5	7	9	11	13
5	3	**5**	7	9	11	13
6	3	5	7	9	11	13

$$p(A)=\frac{2}{36}=\boxed{\frac{1}{18}}$$

- B: "الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|<1$"

يمكن الاعتماد على الجدول ونملأه بـ: $|\alpha-\beta|$

β \ α	1	2	3	4	5	6
1	**0**	1	2	3	4	5
2	1	**0**	1	2	3	4
3	2	1	**0**	1	2	3
4	3	2	1	**0**	1	2
5	4	3	2	1	**0**	1
6	5	4	3	2	1	**0**

$$p(B)=\frac{6}{36}=\boxed{\frac{1}{6}}$$

- C: "الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|>1$":

نلاحظ من الجدول أنه لا توجد أي حالة تحقق $|\alpha-\beta|>1$

ومنه:

$$p(C)=\boxed{0}$$

❷

أ/ تعيين القيم الممكنة لـ X، وكتابة قانون احتماله:

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2;3;4;5\}$ حيث:

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي لـ X:

$$E(X)=\frac{(0)6}{36}+\frac{(1)10}{36}+\frac{(2)8}{36}+\frac{(3)6}{36}+\frac{(4)4}{36}+\frac{(5)2}{36}$$
$$=\boxed{\frac{72}{36}}$$

❸

أ/ تعيين القيم الممكنة لـ Y، وكتابة قانون احتماله:

لدينا: $\Delta=\alpha^2-4\beta$

لما $\Delta>0$ للمعادلة حلين، لما $\Delta=0$ للمعادلة حل وحيد،

لما $\Delta<0$ المعادلة لا تقبل حلولا

ومنه قيم Y هي: $Y(\Omega)=\{0;1;2\}$

نملأ الجدول السابق بقيم $\alpha^2-4\beta$:

β \ α	1	2	3	4	5	6
1	-3	0	5	12	21	32
2	-7	-4	1	8	17	28
3	-11	-3	-3	4	13	24
4	-15	-12	-7	0	9	20
5	-19	-16	-11	-4	5	16
6	-23	-20	-15	-8	1	12

ومنه:

x_i	0	1	2
$p(Y=x_i)$	$\frac{17}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{17}{36}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي لـ Y:

$$E(Y)=(0)\frac{17}{36}+(1)\frac{2}{36}+(2)\frac{17}{36}=\frac{36}{36}=\boxed{1}$$

حل التمرين 19

❶ تعيين عدد السحبات الممكنة:

$$C_{10}^3=\frac{10!}{3!\,7!}=\frac{10\times9\times8\times7!}{3\times2\times7!}=10\times3\times4$$
$$=10\times12=\boxed{120}$$

❷ حساب احتمال الحوادث التالية:

- A: "الحصول على كريات بيضاء فقط"

$$p(A)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}=\boxed{\frac{1}{12}}$$

- B: "الحصول على كريات تحمل الرقم 2"

$$p(B)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}=\boxed{\frac{1}{30}}$$

- C: "الحصول على كريتان تحملان الرقم 1"

$$p(C)=\frac{C_3^2C_4^1+C_3^2C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{3\times4+3\times3}{120}=\boxed{\frac{7}{40}}$$

- D: "الحصول على كريات مجموع أرقامها يساوي 7"

$$p(D)=\frac{C_3^1C_3^2}{C_{10}^3}=\frac{3\times3}{120}=\boxed{\frac{3}{40}}$$

- E: "الحصول على كريات جداؤها أقل تماما من 6"

$$p(E)=\frac{C_3^3+C_3^2C_4^1+C_3^1C_4^2}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{31}{120}}$$

- F: "الحصول على كريات ألوانها مختلفة"

$$p(F)=\frac{C_5^1C_3^1C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{5\times3\times2}{120}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

❸

أ/ تعيين القيم الممكنة لـ X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$$

- كتابة قانون احتمال X:

$$p(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{20}{120}=\boxed{\frac{5}{30}}$$
$$p(X=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{4\times15}{120}=\boxed{\frac{15}{30}}$$
$$p(X=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{6\times6}{120}=\boxed{\frac{9}{30}}$$
$$p(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}=\boxed{\frac{1}{30}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{5}{30}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{1}{30}$

ب/ حساب الانحراف المعياري لـ X

لدينا:

$$E(X)=0\frac{5}{30}+1\frac{15}{30}+2\frac{9}{30}+3\frac{1}{30}$$
$$=\frac{0+15+18+3}{30}=\frac{6}{5}$$

ومنه:

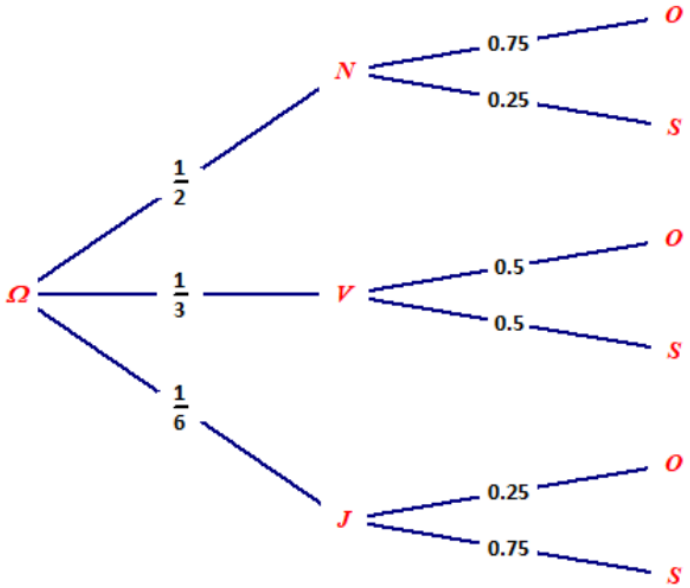
$$V(X)=0^2\frac{5}{30}+1^2\frac{15}{30}+2^2\frac{9}{30}+3^2\frac{1}{30}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{14}{25}$$

ومنه:

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{14}{25}}=\boxed{\frac{\sqrt{14}}{5}}$$

حل التمرين 20

❶ تشكيل شجرة الاحتمالات التي تنمذج الوضعية:



❷ حساب احتمال الحوادث التالية:

- A: "القريصة المسحوبة خضراء دائرية"

$$p(A)=p(V\cap O)=\frac{1}{3}\times 0.25=\boxed{\frac{1}{6}}$$

- B: "القريصة المسحوبة سوداء مربعة"

$$p(B)=p(N\cap S)=\frac{1}{2}\times 0.25=\boxed{\frac{1}{8}}$$

- C: "القريصة المسحوبة دائرية"

$$p(C)=p(N\cap O)+p(V\cap O)+p(J\cap O)$$
$$=\frac{1}{2}\times 0.75+\frac{1}{3}\times 0.5+\frac{1}{6}\times 0.25$$
$$=\boxed{\frac{7}{12}}$$

❸ سحبنا قريصة دائرية الشكل، فما هو احتمال أن تكون خضراء؟

نضع: D: " القريصة المسحوبة خضراء" ومنه:

$$p_C(D)=\frac{p(D\cap C)}{p(C)}=\frac{p(A)}{p(C)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{12}}=\boxed{\frac{2}{7}}$$

❹

أ/ اكمال الجدول:

الشكل \ اللون	N	V	J	المجموع
O	9	4	1	14
S	3	4	3	10
المجموع	12	8	4	24

ب/

- حساب $p(E)$: احتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس الشكل:

$$p(E)=\frac{C_{14}^3+C_{10}^3}{C_{24}^3}=\frac{364+120}{2024}=\boxed{\frac{11}{46}}$$

- حساب $p(F)$ احتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس اللون:

$$p(F)=\frac{C_{12}^3+C_8^3+C_4^3}{C_{24}^3}=\frac{220+56+4}{2024}=\boxed{\frac{35}{253}}$$

- حساب احتمال أن تكون القريصات من نفس اللون، علما أنها من نفس الشكل:

$$p_E(F)=\frac{p(E\cap F)}{p(E)}=\frac{\frac{C_9^3+C_3^3+C_4^3+C_4^3+C_3^3}{C_{24}^3}}{\frac{11}{46}}$$
$$=\boxed{\frac{47}{242}}$$

حل التمرين 21

I) احتمال الحصول على كرات تحمل ألوان العلم الوطني:

$$\frac{A_5^1A_3^1A_1^1}{A_9^3}=\frac{\left(\frac{(1+1+1)!}{1!\times 1!\times 1!}\right)\times 5\times 3\times 1}{504}=\frac{45}{504}=\boxed{\frac{5}{56}}$$

II)

❶ حساب احتمال الحوادث التالية:

- A: "الحصول على أربع كرات من نفس اللون":

$$p(A)=\frac{C_5^4}{C_9^4}=\boxed{\frac{5}{126}}$$

- B "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر":

$$p(B)=\frac{C_1^1C_8^3+C_8^4}{C_9^4}=\frac{126}{126}=\boxed{1}$$

- C: "الحصول على أربع كرات مجموع أرقامها معدوم":

الحصول على أربع كرات مجموع أرقامها معدوم معناه:

$\{-3;-1;2;2\}$ أو $\{-3;-1;1;3\}$

$$p(C)=\frac{C_1^1C_1^1C_2^1C_1^1+C_1^1C_1^1C_4^2}{C_9^4}=\frac{2+6}{126}=\frac{8}{126}=\boxed{\frac{4}{63}}$$

❷

أ/ تعيين قيم المتغير العشوائي X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$$

- تعريف قانون احتمال X:

$$p(X=0)=\frac{C_3^3C_6^1}{C_9^4}=\boxed{\frac{6}{126}}$$
$$p(X=1)=\frac{C_3^2C_6^2}{C_9^4}=\boxed{\frac{45}{126}}$$
$$p(X=2)=\frac{C_3^1C_6^3}{C_9^4}=\boxed{\frac{60}{126}}$$
$$p(X=3)=\frac{C_6^4}{C_9^4}=\boxed{\frac{15}{126}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\frac{6}{129}+1\frac{45}{126}+2\frac{60}{126}+3\frac{15}{126}$$
$$=\frac{45+120+45}{126}=\frac{210}{126}=\boxed{\frac{5}{3}}$$

ج/ حساب احتمال الحادثة: "$X^2-2X+1=0$"

لدينا: $X^2-2X+1=0$

ومنه: $(X-1)^2=0$

ومنه: $X-1=0$

ومنه: $X=1$

$$p(X^2-2X+1=0)=p(X=1)=\boxed{\frac{45}{126}}$$

حل التمرين 22

❶ حساب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

- A: "الكرات المسحوبة كلها حمراء"

$$p(A)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\boxed{\frac{10}{56}}$$

- B: "توجد كرة واحدة حمراء في السحب"

$$p(B)=\frac{C_5^1\times C_3^2}{C_8^3}=\frac{5\times 3}{56}=\boxed{\frac{15}{56}}$$

- C: "توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب"

$$p(C)=\frac{C_3^1C_5^2+C_3^2C_5^1+C_3^3}{C_8^3}=\boxed{\frac{46}{56}}$$

- D: "الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة"

الحادثة D حادثة مستحيلة، ومنه:

$$p(D)=\boxed{0}$$

❷

أ/ كتابة قانون إحتمال المتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{-20;-5;10\}$

ولدينا:

$$A_{n+5}^2=\frac{(n+5)!}{(n+5-2)!}=\frac{(n+5)(n+4)(n+3)!}{(n+3)!}$$
$$=(n+5)(n+4)$$

ومنه:

$$p(X=-20)=\frac{A_5^2}{A_{n+5}^2}=\boxed{\frac{20}{(n+5)(n+4)}}$$

$$p(X=-5)=\frac{2A_5^1A_n^1}{A_{n+5}^2}=\frac{2\times 5\times n}{(n+5)(n+4)}$$
$$=\boxed{\frac{10n}{(n+5)(n+4)}}$$

$$p(X=10)=\frac{A_n^2}{A_{n+5}^2}=\frac{\frac{n!}{(n-2)!}}{(n+5)(n+4)}$$
$$=\frac{\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}}{(n+5)(n+4)}$$
$$=\boxed{\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}}$$

ومنه:

x_i	-20	-5	10
$p(X=x_i)$	$\frac{20}{(n+5)(n+4)}$	$\frac{10n}{(n+5)(n+4)}$	$\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=\frac{(-20)20}{(n+5)(n+4)}+\frac{(-5)10n}{(n+5)(n+4)}+\frac{(10)n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$$
$$=\frac{-400-50n+10n^2-10n}{(n+5)(n+4)}$$
$$=\boxed{\frac{10n^2-60n-400}{(n+5)(n+4)}}$$

ب/ تعيين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة:

تكون اللعبة عادلة لما $E(X)=0$ ومنه:

$$E(X)=0\Rightarrow\frac{10n^2-60n-400}{(n+5)(n+4)}=0$$
$$\Rightarrow 10n^2-60n-400=0$$
$$\Rightarrow n^2-6n-40=0$$
$$\Rightarrow (n-10)(n+4)=0$$
$$\Rightarrow n=10 \text{ أو } n=-4$$

$n=-4$ مرفوض لأن n عدد طبيعي، ومنه: $\boxed{n=10}$

ج/ كيف نختار عدد الكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة:

تكون اللعبة مربحة لما $E(X)>0$ ومنه $n>10$

أي يجب أن نضع $\boxed{11}$ كرة

حل التمرين 23

❶ حساب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$:

$$p(A)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{4}{20}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

$$p(B)=\frac{C_4^1C_2^2+C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{4\times 1+6\times 2}{20}=\boxed{\frac{4}{5}}$$

أو

$$p(B)=1-p(A)=1-\frac{4}{20}=\boxed{\frac{4}{5}}$$

$$p(C)=\frac{C_1^1C_5^2}{C_6^3}=\frac{10}{20}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

❷ كتابة قانون إحتمال المتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2\}$ حيث:

$$p(X=0)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

$$p(X=1)=\frac{C_2^1C_4^2}{C_6^3}=\frac{2\times 6}{20}=\boxed{\frac{3}{5}}$$

$$p(X=2)=\frac{C_2^2C_4^1}{C_6^3}=\frac{1\times 4}{20}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

ومنه:

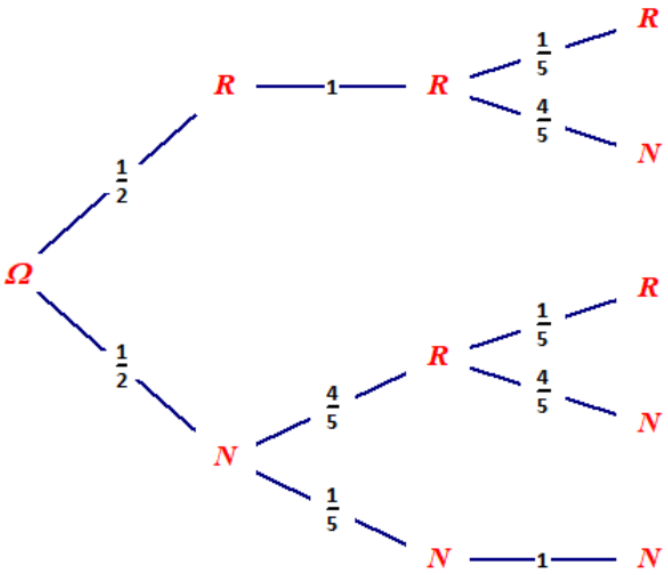
x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

- حساب $E(X)$

$$E(X)=0\frac{1}{5}+3\frac{1}{5}+2\frac{1}{5}=\boxed{1}$$

حل التمرين 24

❶ انجاز مخطط لهذه التجربة العشوائية:



❶ حساب احتمال الحدث A :

$$p(A)=p(R\cap R)+p(N\cap R)=\boxed{\frac{9}{10}}$$

❷ كتابة قانون إحتمال المتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{-2\alpha;\alpha\}$

حيث:

$$p(X=-2\alpha)=p(R\cap R\cap N)+p(N\cap R\cap R)$$
$$=\left(\frac{1}{2}1\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{1}{5}\right)=\boxed{\frac{12}{25}}$$

$$p(X=\alpha)=$$
$$=p(R\cap R\cap R)+p(N\cap R\cap N)+p(N\cap N\cap N)$$
$$=\left(\frac{1}{2}1\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\frac{1}{5}1\right)$$
$$=\boxed{\frac{13}{25}}$$

ومنه:

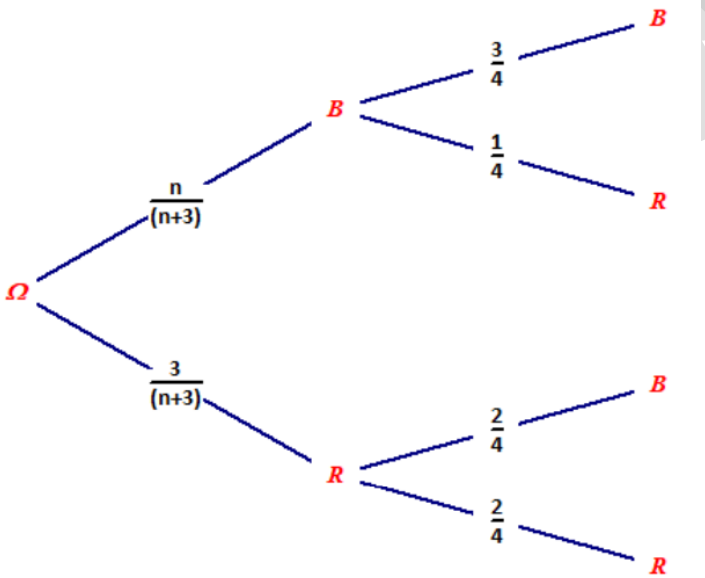
x_i	-2α	α
$P(X=x_i)$	$\frac{12}{25}$	$\frac{13}{25}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=-2\alpha\frac{12}{25}+\alpha\frac{13}{25}=\boxed{-\frac{11}{25}\alpha}$$

حل التمرين 25

❶ اكمال شجرة الاحتمالات:



❷

أ/ تبيين أن $p(A)$ يكتب: $p(A)=\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)$:

يبقى الوعاءان على ما كانا عليه معناه:

نسحب كرة زرقاء من U_1 ونضعها في U_2 ثم نسحب كرة زرقاء من U_2 ونضعها في U_1

أو

نسحب كرة حمراء من U_1 ونضعها في U_2 ثم نسحب كرة حمراء من U_2 ونضعها في U_1

ومنه:

$$p(A) = p(B \cap B) + p(R \cap R)$$
$$= \left(\frac{n}{n+3} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{n+3} \times \frac{2}{4}\right) = \frac{3n+6}{4(n+3)}$$
$$= \boxed{\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)}$$

ب/ تعيين $\lim\limits_{n\to+\infty} p(A)$:

$$\lim_{n\to+\infty} p(A) = \lim_{n\to+\infty}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)\right] = \lim_{n\to+\infty}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{n}{n}\right)\right] = \boxed{\frac{3}{4}}$$

❸ التحقق من أنّ: $p(C) = \frac{3}{2(n+3)}$

بعد التجربة (E) الوعاء U_2 يحتوي على كرة زرقاء فقط

معناه:

نسحب كرة حمراء من U_1 ونضعها في U_2 ثم نسحب كرة زرقاء من U_2 ونضعها في U_1

ومنه:

$$p(C) = p(R \cap B) = \frac{3}{n+3} \times \frac{2}{4} = \boxed{\frac{3}{2(n+3)}}$$

❹ شرح لماذا لا يكون للاعب أي ربح إذا كان $n < 10$

يدفع اللاعب 20 دينار، ولدينا أكبر ربح يمكن أن يحصل عليه هو $2n$

لذا لكي يربح يجب أن يكون $2n > 20$ ، ومنه: $2 > 10$

❺

أ/ تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega) = \{-20; n-20; 2n-20\}$

حيث:

$$p(X=-20) = p(B \cap R) = \frac{n}{n+3} \times \frac{1}{4} = \boxed{\frac{n}{4(n+3)}}$$
$$p(X=n-20) = p(B \cap B) + p(R \cap R) = p(A)$$
$$= \boxed{\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)}$$
$$p(X=2n-20) = p(R \cap B) = p(C) = \boxed{\frac{3}{2(n+3)}}$$

ومنه:

x_i	-20	$n-20$	$2n-20$
$p(X=x_i)$	$\frac{n}{4(n+3)}$	$\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)$	$\frac{3}{2(n+3)}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = -20\,\frac{n}{4(n+3)} + (n-20)\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right) + (2n-20)\frac{3}{2(n+3)}$$
$$= \frac{3n^2-62n-240}{4(n+3)}$$

ج/ تبيين أنّ اللعبة تكون رابحة عندما يكون في الوعاء U_1 ، 25 كرة زرقاء على الأقل:

تكون رابحة عندما يكون $E(X) > 0$

$$E(X) > 0 \Rightarrow \frac{3n^2-62n-240}{4(n+3)} > 0$$
$$\Rightarrow 3n^2-62n-240 > 0$$
$$\Rightarrow 3\left(n+\frac{10}{3}\right)(n-24) > 0$$
$$\Rightarrow \left(n+\frac{10}{3}\right)(n-24) > 0$$

n	$-\infty$	$-\frac{10}{3}$		24	$+\infty$
$E(X)$	$+$	0	$-$	0	$+$

n عدد طبيعي ومنه يكون $E(X) > 0$ لما $n > 24$

إذن اللعبة تكون رابحة عندما يكون في الوعاء U_1 ، 25 كرة زرقاء على الأقل

حل التمرين 26

❶ حساب احتمال الأحداث التالية:

A: "الحصول على كرية بيضاء واحدة":

$$p(A) = \frac{C_4^1 C_5^2}{C_9^3} = \frac{4 \times 10}{84} = \frac{40}{84} = \boxed{\frac{10}{21}}$$

B: "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر":

$$p(B) = \frac{C_5^3 + C_4^1 C_5^2 + C_4^2 C_5^1}{C_9^3} = \frac{10 + 4 \times 10 + 6 \times 5}{84}$$
$$= \frac{80}{84} = \boxed{\frac{20}{21}}$$

C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما أولية":

$$p(A) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{10}{84} = \boxed{\frac{5}{42}}$$

❶

أ/ تعيين قيم المتغير العشوائي X :

$X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3\}$

- تعريف قانون احتمال X:

لدينا:

$$p(X=0)=\frac{C_5^3}{C_9^3}=\boxed{\frac{10}{84}}$$

$$p(X=1)=\frac{C_4^1C_5^2}{C_9^3}=\frac{4\times 10}{84}=\boxed{\frac{40}{84}}$$

$$p(X=2)=\frac{C_4^2C_5^1}{C_9^3}=\frac{6\times 5}{84}=\boxed{\frac{30}{84}}$$

$$p(X=3)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\boxed{\frac{4}{84}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\frac{10}{84}+1\frac{40}{84}+2\frac{30}{84}+3\frac{4}{84}=\frac{40+60+12}{84}$$

$$=\boxed{\frac{4}{3}}$$

ج/ حساب $p(X^2-X\leq 0)$:

$$p(X^2-X\leq 0)=p(X=0)+p(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}$$

$$=\boxed{\frac{34}{84}}$$

لدينا: $X^2-X>0$ **ومنه:** $X(X-1)>0$

$$X^2+X>2\Rightarrow X^2+X-2>0$$

$$\Rightarrow (X-1)(X+2)>0$$

X	$-\infty$	-2		1	$+\infty$
$X(X-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$p(X^2+X>2)=p(X=2)+p(X=3)=\frac{30}{84}+\frac{4}{84}$$

$$=\boxed{\frac{17}{42}}$$

حل التمرين 27

❶ **تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X:**

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$ **حيث:**

$$p(X=0)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{1}{120}}$$

$$p(X=1)=\frac{C_7^1C_3^2}{C_{10}^3}=\frac{7\times 3}{120}=\boxed{\frac{21}{120}}$$

$$p(X=2)=\frac{C_7^2C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{21\times 3}{120}=\boxed{\frac{63}{120}}$$

$$p(X=3)=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{35}{120}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{120}$	$\frac{21}{120}$	$\frac{63}{120}$	$\frac{35}{120}$

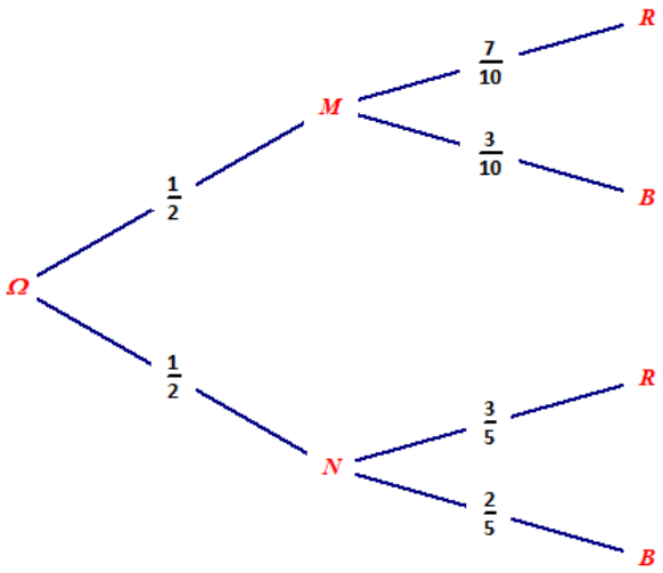
- **حساب $E(X)$:**

$$E(X)=0\frac{1}{120}+1\frac{21}{120}+2\frac{63}{120}+3\frac{35}{120}$$

$$=\frac{21+72+105}{120}=\boxed{\frac{33}{20}}$$

❷

أ/ تمثيل هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات:



ب/ حساب $p(A)$:

$$p(A)=p(M\cap R)+p(N\cap R)=\left(\frac{1}{2}\times\frac{7}{10}\right)\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\right)$$

$$=\boxed{\frac{13}{20}}$$

ج/ علما أنّ الطفل سحب كرة حمراء، ما احتمال أن تكون من العلبة M؟

$$p_R(M)=\frac{p(M\cap R)}{p(R)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{7}{10}}{\frac{13}{20}}=\boxed{\frac{7}{13}}$$

حل التمرين 28

❶

أ/ تعيين قيم المتغير العشوائي X ، وتعريف قانون احتماله:

قيم X هي: $\{1; e; e^2\}$ حيث:

$$p(X=1)=\frac{C_3^2+C_2^2+C_2^2}{C_7^2}=\boxed{\frac{5}{21}}$$

$$p(X=e)=\frac{C_3^1C_2^1+C_2^1C_2^1}{C_7^2}=\boxed{\frac{10}{21}}$$

$$p(X=e^2)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_7^2}=\boxed{\frac{6}{21}}$$

ومنه:

x_i	1	e	e^2
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{21}$

ب/ حساب الأمل الرياضاتي $E(X)$:

$$E(X)=1\frac{5}{21}+e\frac{10}{21}+e^2\frac{6}{21}=\boxed{\frac{5+10e+6e^2}{21}}$$

❷

أ/ حساب عدد الحالات الممكنة للسحب:

$$A_7^2=\frac{7!}{(7-2)!}=\frac{7\times6\times5!}{5!}=\boxed{42}$$

ب/ حساب احتمال الحدثين A و B:

$$p(A)=\frac{2A_4^1A_2^1+2A_4^1A_1^1+2A_2^1A_1^1}{42}=\boxed{\frac{29}{42}}$$

$$p(B)=\frac{A_4^2+A_2^2}{42}=\boxed{\frac{13}{42}}$$

حل التمرين 29

❶ برهان أن $p_k=\frac{k}{21}$:

لدينا:

الأعداد p_1 ، p_2 ، p_3 ، p_4 ، p_5 و p_6 تشكل بهذا الترتيب متتالية حسابية أساسها r

أي:

$$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6=\frac{6}{2}(p_1+p_6)$$

ولدينا من جهة أخرى:

$$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6=1$$

ومنه:

$$\frac{6}{2}(p_1+p_6)=1\Rightarrow p_1+p_6=\frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow p_1+p_6=\frac{1}{3}\dots(1)$$

ولدينا:

الأعداد: p_1 ، p_2 و p_4 تشكل بهذا الترتيب متتالية هندسية أساسها q

أي:

$$\boxed{p_1\times p_4=p_2^2\dots(2)}$$

ولدينا:

$$p_2=p_1+r\Rightarrow\boxed{p_1=p_2-r}$$

ولدينا:

$$\boxed{p_4=p_2+2r}$$

ولدينا:

$$\boxed{p_6=p_2+4r}$$

بتعويض قيمة p_1 و p_6 في (1) نجد:

$$p_1+p_6=\frac{1}{3}\Rightarrow p_2-r+p_2+4r=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow\boxed{2p_2+3r=\frac{1}{3}\dots(3)}$$

بتعويض قيمة p_1 و p_4 في (2) نجد:

$$p_1\times p_4=p_2^2\Rightarrow(p_2-r)(p_2+2r)=p_2^2$$
$$\Rightarrow p_2^2+rp_2-2r^2=p_2^2$$
$$\Rightarrow rp_2-2r^2=0$$
$$\Rightarrow p_2-2r=0$$
$$\Rightarrow\boxed{p_2=2r}$$

بتعويض قيمة p_2 في (3) نجد:

$$2p_2+3r=\frac{1}{3}\Rightarrow2(2r)+3r=\frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow7r=\frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow\boxed{r=\frac{1}{21}}$$

ومنه:

$$p_1=p_2-r\Rightarrow p_1=2r-r$$
$$\Rightarrow p_1=r$$
$$\Rightarrow\boxed{p_1=\frac{1}{21}}$$
$$p_2=2r\Rightarrow\boxed{p_2=\frac{2}{21}}$$

وهكذا من أجل $1\le k\le6$ سيكون لدينا:

$$\boxed{p_k=\frac{k}{21}}$$

إذن:

k	1	2	3	4	5	6
p_k	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$

❶

أ/ حساب احتمال كل حادثة:

$$p(A)=\frac{2}{21}+\frac{4}{21}+\frac{6}{21}=\frac{12}{21}=\boxed{\frac{4}{7}}$$
$$p(B)=\frac{3}{21}+\frac{4}{21}+\frac{5}{21}+\frac{6}{21}=\frac{18}{21}=\boxed{\frac{6}{7}}$$
$$p(C)=\frac{3}{21}+\frac{4}{21}=\frac{7}{21}=\boxed{\frac{1}{3}}$$

ب/ حساب احتمال الحصول على عدد أكبر من أو يساوي 3، علما أنه زوجي:

$$p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{\frac{4}{21}+\frac{6}{21}}{\frac{12}{21}}=\frac{10}{12}=\boxed{\frac{5}{6}}$$

ج/ هل الحادثتان A و B مستقلتان؟:

$p(A)+p(B)=\frac{4}{7}+\frac{6}{7}=\boxed{\frac{10}{7}}$ و $p(A)\times p(B)$

$=\frac{4}{7}\times\frac{6}{7}=\boxed{\frac{24}{49}}$

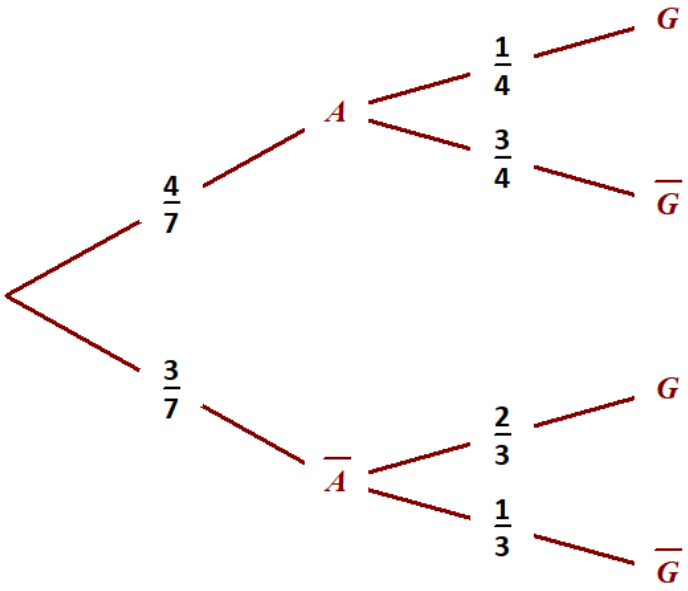
لدينا: $p(A)+p(B)\neq p(A)\times p(B)$

إذن A و B ليستا مستقلتان

❷

أ/ تعيين احتمال الحادثة $A\cap G$:

نمذج التجربة بشجرة الاحتمالات



$$p(A\cap G)=\frac{4}{7}\times\frac{1}{4}=\boxed{\frac{1}{7}}$$

- **تعيين احتمال الحادثة G:**

$$p(G)=p(A\cap G)+p(\overline{A}+G)$$
$$=\left(\frac{4}{7}\times\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{3}{7}\times\frac{2}{3}\right)=\boxed{\frac{3}{7}}$$

ب/ تعيين احتمال أن يكون حصل على عدد زوجي علما أن اللاعب رابح:

$$p_G(A)=\frac{p(A\cap G)}{p(G)}=\frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}}=\boxed{\frac{1}{3}}$$

حل التمرين 30

معطيات التمرين:

نرمز بـ: V إلى الحادثة "ملقح"

M إلى الحادثة "مصاب"

لقح 30% من تلاميذ ثانوية معناه:

$$p(V)=\frac{30\%}{100\%}=\frac{3}{10}$$

احتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقح هو $\frac{1}{16}$ معناه:

$$p_V(M)=\frac{p(V\cap M)}{p(V)}=\frac{1}{16}$$

احتمال أن يكون التلميذ ملقحا علما أنه مصاب هو $\frac{3}{14}$ معناه:

$$p_M(V)=\frac{p(V\cap M)}{p(M)}=\frac{3}{14}$$

❶ **حساب $p(V\cap M)$:**

$$\frac{p(V\cap M)}{p(V)}=\frac{1}{16}\Rightarrow p(V\cap M)=p(V)\times\frac{1}{16}$$
$$\Rightarrow p(V\cap M)=\frac{3}{10}\times\frac{1}{16}=\boxed{\frac{3}{160}}$$

❷ **اثبات أن $p(M)=\frac{7}{80}$:**

لدينا:

$$\frac{p(V\cap M)}{p(M)}=\frac{3}{14}\Rightarrow p(M)=\frac{p(V\cap M)}{\frac{3}{14}}$$
$$\Rightarrow p(M)=\frac{\frac{3}{160}}{\frac{3}{14}}$$
$$\Rightarrow \boxed{p(M)=\frac{7}{80}}$$

❸ **حساب $p(\overline{V}\cap M)$:**

لدينا:

$$p(M)=p(V\cap M)+p(\overline{V}\cap M)$$
$$\Rightarrow p(\overline{V}\cap M)=p(M)-p(V\cap M)$$
$$\Rightarrow p(\overline{V}\cap M)=\frac{7}{80}-\frac{3}{160}$$

$$\Rightarrow \boxed{p(\overline{V}\cap M)=\frac{11}{160}}$$

- استنتاج $p_{\overline{V}}(M)$:

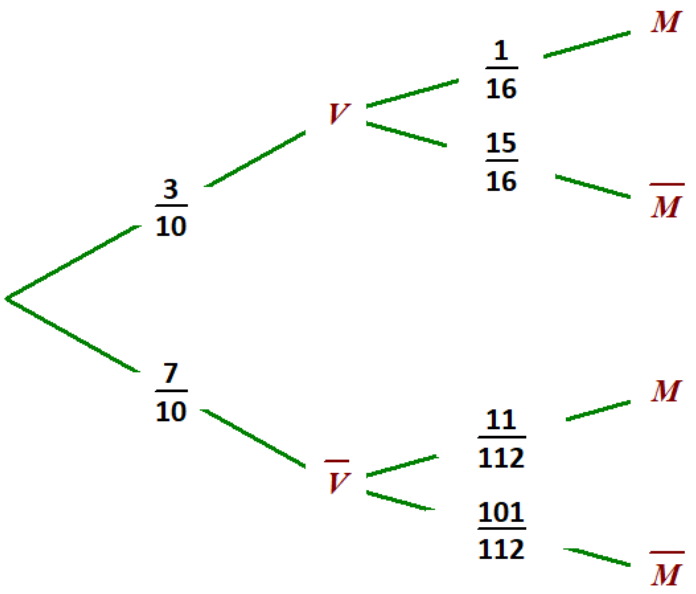
$$p_{\overline{V}}(M)=\frac{p(\overline{V}\cap M)}{p(\overline{V})}=\frac{p(\overline{V}\cap M)}{1-p(V)}=\frac{\frac{11}{160}}{\frac{7}{10}}=\boxed{\frac{11}{112}}$$

❹ حساب $p(\overline{V}\cap\overline{M})$:

لدينا:

$$p_{\overline{V}}(M)+p_{\overline{V}}(\overline{M})=1$$
$$\Rightarrow p_{\overline{V}}(\overline{M})=1-p_{\overline{V}}(M)$$
$$\Rightarrow \frac{p(\overline{V}\cap\overline{M})}{p(\overline{V})}=1-p_{\overline{V}}(M)$$
$$\Rightarrow p(\overline{V}\cap\overline{M})=\left(1-p_{\overline{V}}(M)\right)p(\overline{V})$$
$$\Rightarrow p(\overline{V}\cap\overline{M})=\left(1-\frac{11}{112}\right)\left(\frac{7}{10}\right)$$
$$\Rightarrow \boxed{p(\overline{V}\cap\overline{M})=\frac{101}{160}}$$

❺ نمذجة شجرة الاحتمالات:



حل التمرين 31

❶

أ/ حساب عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تكون اللجنة كالتالي: رئيس، نائب وكاتب:

$$A_{12}^3=\frac{12!}{(12-3)!}=\frac{12\times11\times10\times9!}{9!}=\boxed{1320}$$

ب/ حساب احتمال الحادثة التالية: "اللجنة تتكون من رجلين وامرأة"

$$\frac{\left(\frac{(2+1)!}{2!\,1!}\right)A_7^2A_5^1}{A_{12}^3}=\frac{3A_7^2A_5^1}{A_{12}^3}=\frac{630}{1320}=\boxed{\frac{21}{44}}$$

❶

أ/ تعيين عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في حالة أعضاء الجنة الثلاثة لهم نفس المهام:

$$C_{12}^3=\frac{12!}{3!\,(12-3)!}=\frac{12\times11\times10\times9!}{3\times2\times9!}=\boxed{220}$$

ب/ احسب احتمال الحوادث التالية:

$$p(A)=\frac{C_7^3+C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{45}{220}=\boxed{\frac{9}{44}}$$
$$p(B)=\frac{C_5^3+C_7^1C_5^2}{C_{12}^3}=\frac{80}{220}=\boxed{\frac{4}{11}}$$
$$p(C)=\frac{C_1^1C_{11}^2}{C_{12}^3}=\frac{55}{220}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

ج/ تعريف قانون احتمال X:

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$ حيث:

$$p(X=0)=\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\boxed{\frac{2}{44}}$$
$$p(X=1)=\frac{C_7^1C_5^2}{C_{12}^3}=\boxed{\frac{14}{44}}$$
$$p(X=2)=\frac{C_7^2C_5^1}{C_{12}^3}=\boxed{\frac{21}{44}}$$
$$p(X=3)=\frac{C_7^3}{C_{12}^3}=\boxed{\frac{7}{44}}$$

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{2}{44}$	$\frac{14}{44}$	$\frac{21}{44}$	$\frac{7}{44}$

ومنه:

$$E(X)=0\left(\frac{2}{44}\right)+1\left(\frac{14}{44}\right)+2\left(\frac{21}{44}\right)+3\left(\frac{7}{44}\right)=\boxed{\frac{7}{4}}$$

حساب $P(X^2-1=0)$:

$$P(X^2-4X+3=0)=P(X=1)+P(X=3)$$
$$=\frac{14}{44}+\frac{7}{44}$$
$$=\frac{21}{44}$$

حل التمرين 32

❶ حساب احتمال الأحداث A ، B و C:

$$p(A)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_8^3}=\boxed{\frac{5}{56}}$$

$$p(B)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\boxed{\frac{10}{56}}$$

$$p(C)=\frac{C_3^1C_5^2+C_3^2C_5^1+C_3^3}{C_8^3}=\boxed{\frac{46}{56}}$$

❷ حساب احتمال أن تكون الكرات المسحوبة تحمل أرقاما زوجية علما أنها من نفس اللون:

$$p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{\frac{C_4^3+C_3^3}{C_8^3}}{\frac{5}{56}}=\frac{\frac{5}{56}}{\frac{5}{56}}=\boxed{1}$$

❶

أ/ تبيين أنّ $p(X=2)=\frac{39}{56}$

$$p(X=2)=\frac{C_4^1C_3^2+C_4^2C_3^1+C_4^2C_1^1+C_3^2C_1^1}{C_8^3}=\boxed{\frac{39}{56}}$$

ب/ تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X وحساب $E(X)$:

لدينا: $X(\Omega)=\{1;2;3\}$ حيث:

$$p(X=1)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_8^3}=\boxed{\frac{5}{56}}$$

$$p(X=3)=\frac{C_4^1C_3^1C_1^1}{C_8^3}=\boxed{\frac{12}{56}}$$

x_i	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{5}{56}$	$\frac{39}{56}$	$\frac{12}{56}$

ومنه:

$$E(X)=1\frac{5}{56}+2\frac{39}{56}+3\frac{12}{56}=\boxed{\frac{17}{8}}$$

ج/ حساب $E(2022X+1443)$:

$$E(2022X+1443)=2022E(X)+1443$$
$$=2022\frac{17}{8}+1443=\boxed{\frac{22959}{4}}$$

حل التمرين 33

❶ تبيين أن $p(A)=\frac{11}{50}$:

$$p(A)=\left(\frac{3}{5}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{2}{5}\times\frac{C_3^3}{C_5^3}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}$$
$$=\boxed{\frac{11}{50}}$$

- حساب $p(B)$:

$$p(B)=\left(\frac{3}{5}\times\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{2}{5}\times\frac{C_2^1C_3^2}{C_5^3}\right)$$
$$=\frac{3}{5}\times\frac{2\times3}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{2\times3}{10}=\boxed{\frac{30}{50}}$$

❶ حساب احتمال سحب كريتين حمراوين علما أنّ رقم الكرة المسحوبة من الصندوق U هو 3:

نضع: R: سحب كرتين حمراوين

C: سحب كرة من U تحمل الرقم 3

ومنه:

$$p_R(C)=\frac{p(C\cap R)}{p(R)}=\frac{\left(\frac{2}{5}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)}{\left(\frac{3}{5}\times\frac{C_2^2C_3^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{2}{5}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)}$$
$$=\frac{\left(\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}\right)}{\left(\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}\right)+\left(\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}\right)}=\boxed{\frac{2}{11}}$$

❷ تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X :

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2\}$ حيث:

$$p(X=0)=\left(\frac{3}{5}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{2}{5}\times\frac{C_3^3}{C_5^3}\right)=\boxed{\frac{11}{50}}$$

$$p(X=1)=\left(\frac{3}{5}\times\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}\right)+\frac{2}{5}\left(\times\frac{C_2^1C_3^2}{C_5^3}\right)=\boxed{\frac{30}{50}}$$

$$p(X=2)=\left(\frac{3}{5}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{2}{5}\times\frac{C_2^2C_3^1}{C_5^3}\right)=\boxed{\frac{9}{50}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{11}{50}$	$\frac{30}{50}$	$\frac{9}{50}$

- حساب $\sigma(X)$:

لدينا:

$$E(X)=0\frac{11}{50}+1\frac{30}{50}+2\frac{9}{50}=\frac{48}{50}$$

ومنه:

$$V(X)=0^2\frac{11}{50}+1^2\frac{30}{50}+2^2\frac{9}{50}-\left(\frac{48}{50}\right)^2=\frac{246}{625}$$

ومنه:

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\boxed{\frac{\sqrt{246}}{25}}$$

حل التمرين 34

❶ حساب احتمال الأحداث A ، B و C:

$$p(A)=\frac{C_4^1C_1^1+C_3^1C_1^1+C_3^1C_4^1}{C_8^2}=\boxed{\frac{19}{28}}$$

$$p(B)=\frac{C_4^2}{C_8^2}=\boxed{\frac{6}{28}}$$

$$p(C)=\frac{C_4^2+C_4^1C_4^1}{C_8^2}=\boxed{\frac{22}{28}}$$

❷ حساب احتمال أن تكون الكرات المسحوبة تحملين رقمين زوجيين علما أنها من نفس اللون:

$$p_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{p(\overline{A}\cap\overline{B})}{p(\overline{A})}=\frac{\frac{C_2^2}{C_8^2}}{1-p(A)}=\frac{\frac{1}{28}}{1-\frac{19}{28}}=\boxed{\frac{1}{9}}$$

❸

أ/ تبرير أن قيم X هي: $\{0;1;2\}$:

لدينا القيم الممكنة للكرات هي: $\{0;1;2\}$

لما الكرتان تحملان نفس الرقم

نجد $X=0$

لما كرة تحمل الرقم 1 والكرة الأخرى تحمل الرقم 0 أو 2

نجد $X=1$

لما كرة تحمل الرقم 0 والكرة الأخرى تحمل الرقم 2

نجد $X=2$

ب/ تعريف قانون احتمال X وحساب $E(X)$:

لدينا: $X(\Omega)=\{1;2;3\}$ حيث:

$$p(X=0)=\frac{C_2^2+C_4^2+C_2^2}{C_8^3}=\boxed{\frac{8}{28}}$$

$$p(X=1)=\frac{C_4^1C_4^1}{C_8^3}=\boxed{\frac{16}{28}}$$

$$p(X=2)=\frac{C_2^1C_2^1}{C_8^3}=\boxed{\frac{4}{28}}$$

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{8}{28}$	$\frac{16}{28}$	$\frac{4}{28}$

$$E(X)=0\frac{8}{28}+1\frac{16}{28}+2\frac{4}{28}=\boxed{\frac{6}{7}}$$

ج/ حساب $E(1443X+2022)$:

$$E(1442X+2022)=1442E(X)+2022$$
$$=1442\frac{6}{7}+2022=\boxed{3258}$$

حل التمرين 35

❶ حساب احتمال الأحداث A ، B و C:

$$p(A)=\frac{C_4^2+C_2^2}{C_6^2}=\boxed{\frac{7}{15}}$$

$$p(B)=\frac{C_3^2+C_3^2}{C_6^2}=\boxed{\frac{6}{15}}$$

$$p(C)=1-p(B)=\boxed{\frac{9}{15}}\ \text{أو}\ p(C)=\frac{C_3^1C_3^1}{C_6^2}=\boxed{\frac{9}{15}}$$

❶ حساب $p(D)$:

$$p(D)=p_C(A)=\frac{p(A\cap C)}{p(C)}=\frac{\frac{C_2^1C_2^1+C_2^2}{C_6^2}}{\frac{9}{15}}=\boxed{\frac{5}{9}}$$

❷ تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{-2;0;2\}$ حيث:

$$p(X=-2)=\frac{C_3^2}{C_6^2}=\boxed{\frac{3}{15}}$$

$$p(X=0)=p(C)=\boxed{\frac{9}{15}}$$

$$p(X=2)=\frac{C_3^2}{C_6^2}=\boxed{\frac{3}{15}}$$

ومنه:

x_i	-2	0	2
$p(X=x_i)$	$\frac{3}{15}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{3}{15}$

- حساب $\sigma(X)$:

لدينا:

$$E(X)=-2\frac{3}{15}+0\frac{9}{15}+2\frac{3}{15}=0$$

ومنه:

$$V(X)=(-2)^2\frac{3}{15}+0^2\frac{9}{15}+2^2\frac{3}{15}-(0)^2=\frac{8}{5}$$

ومنه:

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\boxed{\frac{2\sqrt{10}}{5}}$$

حل التمرين 36

❶ حساب احتمال الحوادث A، B و C:

$$p(A)=\frac{C_3^1C_5^1C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{3\times5\times2}{120}=\boxed{\frac{1}{4}}$$
$$p(B)=\frac{C_2^1C_8^2+C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{2\times28+1\times8}{120}=\boxed{\frac{8}{15}}$$
$$p(C)=\frac{C_3^2C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{3\times3}{120}=\boxed{\frac{3}{40}}$$

❷ حساب احتمال أن تكون مختلفة في اللون مثنى مثنى علما أنّ مجموع أرقامها معدوم:

$$p_C(A)=\frac{p(A\cap C)}{p(C)}=\frac{\frac{C_2^1C_2^1C_1^1}{C_{10}^3}}{\frac{3}{40}}=\frac{\frac{2\times2\times1}{120}}{\frac{3}{40}}=\boxed{\frac{4}{9}}$$

❸

أ/ تبيين أنّ $p(X=2)=\frac{79}{120}$:

$$p(X=2)=\frac{C_3^2C_7^1+C_5^2C_5^1+C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{79}{120}}$$

- كتابة قانون احتمال X:

لدينا: $X(\Omega)=\{1;2;3\}$ حيث:

$$p(X=1)=\frac{C_3^3+C_5^3}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{11}{120}}$$
$$p(X=2)=\boxed{\frac{79}{120}}$$
$$p(X=3)=\frac{C_3^1C_5^1C_2^1}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{30}{120}}$$

ومنه:

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{11}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{30}{120}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=1\frac{11}{179}+2\frac{79}{120}+3\frac{30}{120}=\boxed{\frac{259}{120}}$$

- حساب $E(X^2-2X\geq3)$

$$E(X^2-2X\geq3)=E(X^2-2X-3\geq0)$$
$$=E\big((X+1)(X-3)\geq0\big)$$

لدينا:

X	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$(X+1)(X-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن:

$$E(X^2-2X\geq3)=P(X=3)=\boxed{\frac{30}{120}}$$

حل التمرين 37

❶ حساب احتمال الحوادث A و B:

$$p(A)=\frac{A_3^2+A_4^2+A_2^2}{A_9^2}=\boxed{\frac{20}{72}}$$
$$p(B)=\frac{2A_4^1A_8^1}{A_9^2}=\boxed{\frac{64}{72}}$$

❷ استنتاج احتمال سحب كريتين من لونين مختلفين:

$$p(C)=1-P(A)=1-\frac{20}{72}=\boxed{\frac{52}{72}}$$

❸ حساب احتمال سحب كرتان من نفس اللون علما أنّ الكرة المسحوبة في المرة الأولى بيضاء:

$$p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{\frac{A_4^2}{A_9^2}}{\frac{64}{72}}=\boxed{\frac{12}{64}}$$

❷

أ/ تعيين قيم المتغير العشوائي X، وكتابة قانون احتماله:

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2\}$ حيث:

$$p(X=0)=\frac{A_5^2}{A_9^2}=\boxed{\frac{20}{72}}$$
$$p(X=1)=\frac{2A_4^1A_5^1}{A_9^2}=\boxed{\frac{40}{72}}$$
$$p(X=2)=\frac{A_4^2}{A_9^2}=\boxed{\frac{12}{72}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{20}{72}$	$\frac{40}{72}$	$\frac{12}{72}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

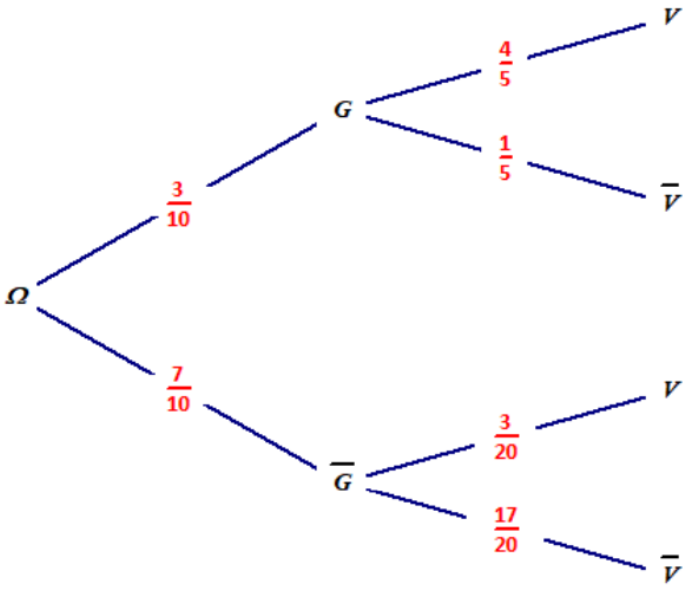
$$E(X)=0\frac{20}{72}+1\frac{40}{72}+2\frac{12}{72}=\frac{8}{9}$$

- حساب $E(1443X+2022)$:

$$E(1443X+2022)=1443E(X)+2022=\boxed{\frac{9914}{3}}$$

حل التمرين 38

❶ اكمال شجرة الاحتمالات:



❷ تبيين أنّ $p(V)=\frac{69}{200}$:

$$p(V)=p(G\cap V)+p(\overline{G}\cap V)$$
$$=\left(\frac{3}{10}\times\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{7}{10}\times\frac{3}{20}\right)=\boxed{\frac{69}{200}}$$

❸ إذا كان الشخص المختار تمّ تطعيمه، ما احتمال أن يكون أقل من 60 عاما؟

$$p_V(\overline{G})=\frac{p(\overline{G}\cap V)}{p(V)}=\frac{\frac{7}{10}\times\frac{3}{20}}{\frac{69}{200}}=\boxed{\frac{21}{69}}$$

❹ احسب $p_{\overline{V}}(G)$ ، احتمال أن يكون الشخص أكبر من 60 عاما علما أنه لم يتم تطعيمه.

$$p_{\overline{V}}(G)=\frac{p(G\cap\overline{V})}{p(\overline{V})}=\frac{\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}}{1-p(V)}=\frac{\frac{3}{50}}{\frac{131}{200}}=\boxed{\frac{12}{131}}$$

حل التمرين 39

❶ حساب احتمال الحوادث A و B:

$$p(A)=\frac{7^2}{10^2}=\boxed{\frac{49}{100}}$$
$$p(B)=\frac{7^2+3^2}{10^2}=\boxed{\frac{58}{100}}$$

❷

أ/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{-2\alpha;0;2\alpha\}$ حيث:

$$p(X=-2\alpha)=\frac{3^2}{10^2}=\boxed{\frac{9}{100}}$$
$$p(X=0)=\frac{2\times7^1\times3^1}{10^2}=\boxed{\frac{42}{100}}$$
$$p(X=2\alpha)=p(A)=\boxed{\frac{49}{100}}$$

x_i	-2α	0	2α
$p(X=x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=-2\alpha\frac{9}{100}+0\frac{42}{100}+2\alpha\frac{49}{100}=\boxed{\frac{4}{5}\alpha}$$

- تعيين قيمة α حتى تكون اللعبة مربحة

اللعبة مربحة لما $E(X)>0$ ومنه $\boxed{\alpha>0}$

ج/ حساب الاحتمال $p(e^{2X}+e^X=2)$:

لدينا:

$$e^{2X}+e^X=2\Rightarrow e^{2X}+e^X-2=0$$

نضع: $e^x=t$

$$e^{2X}+e^X-2=0\Rightarrow t^2+t-3=0$$
$$\Rightarrow(t-1)(t+2)=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}t=1\\ \text{أو}\\ t=-2\end{cases}$$

لدينا: $e^x=t$ ومنه: $x=\ln t$

إذن: $t=-2$ مرفوض

ومنه: $t=1$ إذن $x=0$

وعليه:

$$p(e^{2X}+e^X=2)=p(X=0)=\boxed{\frac{42}{100}}$$

❸ تعيين عدد الكريات السوداء التي تمّ إضافتها، علما أنّ احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$:

$$p(A)=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{7^2}{(10+n-3)^2}=\frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow\frac{49}{(n+7)^2}=\frac{1}{4}\Rightarrow(n+7)^2=196$$
$$\Rightarrow n^2+14n-147=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}n=7\\ \text{أو}\\ n=-21\end{cases}$$

إذن: $n=7$ لأنّ $n\in\mathbb{N}$

وعليه: تمت إضافة $7-3$ كرة أي 4 كرات

حل التمرين 40

(I

❶ حساب احتمال الحوادث A ، B و C:

لدينا الصندوقان U و V متماثلان ومنه: $p(U)=p(V)=\frac{1}{2}$

عدد حالات السحب من الصندق U هو $A_8^2=56$

عدد حالات السحب من الصندق V هو $5^2=25$

إذن:

$$p(A)=\left(\frac{1}{2}\times\frac{A_5^2+A_3^2}{A_8^2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{3^2+2^2}{5^2}\right)=\boxed{\frac{689}{1400}}$$

$$p(B)=\left(\frac{1}{2}\times\frac{A_5^2+A_2^2}{A_8^2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1^2+3^2+1^2}{5^2}\right)$$

$$=\boxed{\frac{583}{1400}}$$

$$p(C)=\left(\frac{1}{2}\frac{2A_5^1A_3^1+A_5^2}{A_8^2}\right)+\left(\frac{1}{2}\frac{2(3^1)(2^1)+(3^2)}{5^2}\right)$$

$$=\boxed{\frac{1213}{1400}}$$

❷ هل الحادثتان A و B مستقلتان؟

لدينا: $p(A)\times p(B)\approx 0.205$

ولدينا:

$$p(A\cap B)=\left(\frac{1}{2}.\frac{A_3^2+A_2^2}{A_8^2}\right)+\left(\frac{1}{2}.\frac{1^2+2^2+1^2+1^2}{5^2}\right)$$

$$=\frac{37}{175}\approx 0.21$$

لدينا: $p(A)\times p(B)\neq p(A\cap B)$

إذن: الحادثتان A و B غير مستقلتان

❸ حساب احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من الصندوق U، علما أنهما من لونين مختلفين

$$=\frac{\frac{15}{56}}{\frac{711}{1400}}=\boxed{\frac{125}{137}}$$

II) تعيين قانون احتمال X :

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2;3;4\}$ حيث:

$$p(X=0)=\frac{C_3^2}{C_{13}^2}=\boxed{\frac{3}{78}}$$

$$p(X=1)=\frac{C_8^1\times C_3^1}{C_{13}^2}=\boxed{\frac{24}{78}}$$

$$p(X=2)=\frac{C_8^2+C_3^1\times C_2^1}{C_{13}^2}=\boxed{\frac{34}{78}}$$

$$p(X=3)=\frac{C_8^1\times C_2^1}{C_{13}^2}=\boxed{\frac{16}{78}}$$

$$p(X=4)=\frac{C_2^2}{C_{13}^2}=\boxed{\frac{1}{78}}$$

إذن:

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$	$\frac{3}{78}$	$\frac{24}{78}$	$\frac{34}{78}$	$\frac{16}{78}$	$\frac{1}{78}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=\sum_0^5 x_ip_i=0\frac{3}{78}+1\frac{24}{78}+2\frac{34}{78}+3\frac{16}{78}+4\frac{1}{78}$$

$$=\frac{144}{78}=\boxed{\frac{24}{13}}$$

{هذا من فضل ربي}

❤ زكاة العلم نشره ❤

الأستاذ: قويسم الخليل

06 حلول البكالوريات السابقة (علوم تجريبية)

أستاذ الرياضيات

بكالوريا 2018 01

شعبة علوم. ت | الموضوع الأول

❶

أ/ حساب: $p(A)$ و $p(B)$:

$$p(A)=\frac{C_4^1C_3^1C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{4\times3\times3}{120}=\boxed{\frac{3}{10}}$$

$$p(B)=\frac{C_5^3+C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{10+4}{120}=\boxed{\frac{7}{60}}$$

ب/ تبيين أنّ $p(A\cap B)=\frac{1}{20}$:

$$p(A\cap B)=\frac{C_2^1C_2^1C_1^1+C_1^1C_1^1C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{4+2}{120}=\boxed{\frac{1}{20}}$$

- استنتاج $p_A(B)$ و $p(A\cup B)$:

$$p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}}=\boxed{\frac{1}{6}}$$

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=\frac{3}{10}+\frac{7}{60}-\frac{1}{20}=\boxed{\frac{11}{30}}$$

❷ تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$ حيث:

$$p(X=0)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

$$p(X=1)=\frac{C_5^1C_5^2}{C_{10}^3}=\frac{50}{120}=\frac{5}{12}$$

$$p(X=2)=\frac{C_5^2C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{50}{120}=\frac{5}{12}$$

$$p(X=3)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_ip_i=0\frac{1}{12}+1\frac{5}{12}+2\frac{5}{12}+3\frac{1}{12}=\frac{5+10+3}{12}=\frac{18}{12}=\boxed{\frac{3}{2}}$$

بكالوريا 2019 02

شعبة علوم. ت | الموضوع الأول

❶ تبيين أن احتمال الحادثة A هو $p(A)=\frac{31}{66}$

$$p(A)=\frac{C_5^2+C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{10+21}{66}=\boxed{\frac{31}{66}}$$

- حساب احتمال الحادثة B:

$$p(B)=\frac{C_8^2+C_4^2}{C_{12}^2}=\frac{28+6}{66}=\boxed{\frac{17}{33}}$$

❷ علما أن الكريتين المسحوبيتين من نفس اللون، ما احتمال أن تحملا نفس الرقم:

$$p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{\frac{C_4^2+C_3^2+C_4^2}{C_{12}^2}}{\frac{31}{66}}=\frac{\frac{6+3+6}{66}}{\frac{31}{66}}=\boxed{\frac{15}{66}}$$

❸ تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

لدينا القيم الممكنة لـ X هي: $X(\Omega)=\{3;4;5\}$ حيث:

$$p(X=3)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{21}{66}$$

$$p(X=4)=\frac{C_7^1C_5^1}{C_{12}^2}=\frac{7\times5}{66}=\frac{35}{66}$$

$$p(X=5)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{10}{66}$$

x_i	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{21}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{10}{66}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=3\frac{21}{66}+4\frac{35}{66}+5\frac{10}{66}=\boxed{\frac{275}{66}}\approx4.1$$

بكالوريا 2019 03

شعبة علوم.ت | الموضوع الثاني

❶ تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

لدينا القيم الممكنة لـ X هي: $X(\Omega)=\{0;1;2;4;8\}$ **حيث:**

$$p(X=0)=\frac{C_2^1C_8^2+C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{64}{120}$$

$$p(X=1)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$$

$$p(X=2)=\frac{C_3^2C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{5}{120}$$

$$p(X=4)=\frac{C_3^1C_5^2}{C_{10}^3}=\frac{30}{120}$$

$$p(X=8)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}$$

x_i	0	1	2	4	8
$P(X=x_i)$	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{5}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

- **حساب $E(X)$:**

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0\frac{64}{120}+1\frac{1}{120}+2\frac{5}{120}+4\frac{30}{120}+8\frac{10}{120}=\boxed{\frac{231}{120}}\approx 1.92$$

❷ تبيين أنّ احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$:

نسمي الحدث E: " احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$"

$$p(E)=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{35}{120}=\boxed{\frac{7}{24}}$$

❸ حساب احتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أنّ جداؤهما زوجي

نسمي: الحدث A: " الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي "

والحدث B: "الحصول على كريتين تحملان رقمين جداؤهما زوجي "

لدينا:

$$p(B)=\frac{A_7^2+2A_7^1A_3^1}{A_{10}^2}=\frac{84}{90}\quad \text{و} \quad p(A\cap B)=\frac{2A_2^1A_3^1+2A_3^1A_5^1}{A_{10}^2}=\frac{42}{90}$$

ومنه:

$$p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{\frac{42}{90}}{\frac{84}{90}}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

بكالوريا 2020 04

شعبة علوم. ت | الموضوع الأول

❶ التحقق أنّ $p(\overline{A})$ احتمال السحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$:

لدينا 6 بطاقات ومنه:

$$p(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

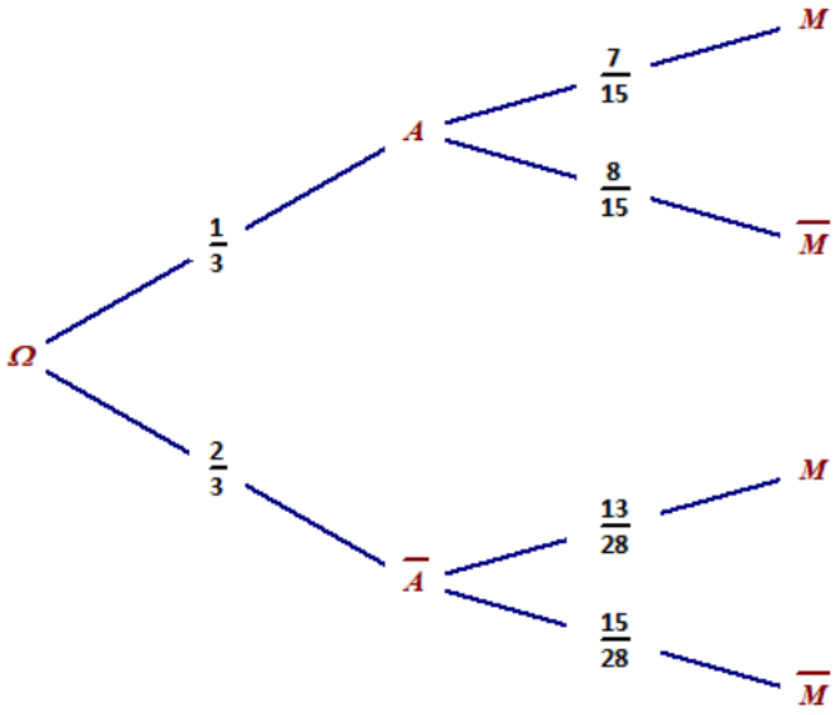
ومنه:

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

❷ علما أن الكريتين المسحوبتين من U، تبيين أنّ احتمال أن تكونا من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$:

$$p_U(M) = \frac{C_4^2 + C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{6 + 15}{45} = \frac{21}{45} = \boxed{\frac{7}{15}}$$

❸ اكمال شجرة الاحتمالات:



- استنتاج $p(M)$:

$$p(M) = p(A \cap M) + p(\overline{A} \cap M) = \frac{1}{3} \times \frac{7}{15} + \frac{2}{3} \times \frac{13}{28} = \frac{7}{45} + \frac{13}{42} = \frac{293}{630}$$

❹ حساب $p_{\overline{M}}(A)$ احتمال السحب من الوعاء U علما أنّ الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون:

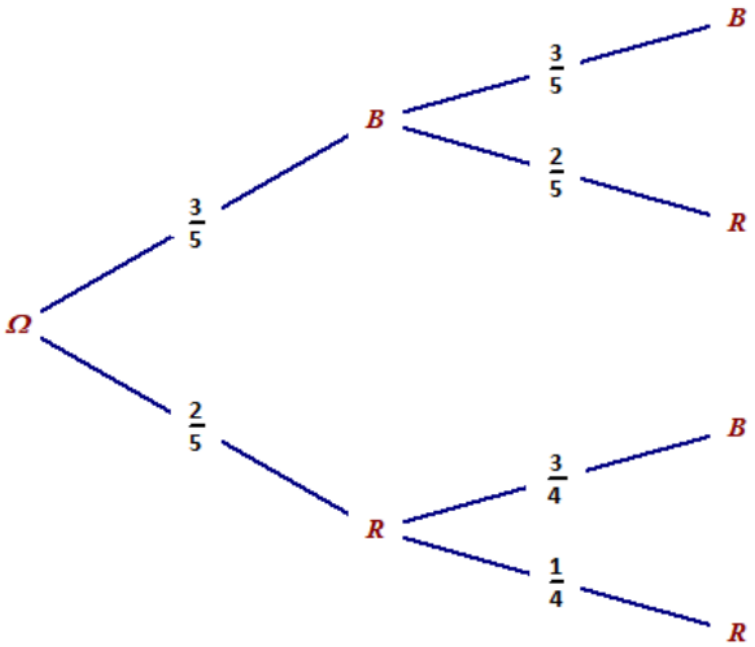
$$p_{\overline{M}}(A) = \frac{p(A \cap \overline{M})}{p(\overline{M})} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{8}{15}}{1 - p(M)} = \frac{\frac{8}{45}}{1 - \frac{293}{630}} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{337}{630}} = \boxed{\frac{112}{337}}$$

بكالوريا 2020 05

شعبة علوم.ت | الموضوع الثاني

❶

أ/ اكمال شجرة الاحتمالات :



ب/ حساب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء:

نسمي: الحدث A: " احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء"

$$p(A)=p(B\cap R)+p(R\cap R)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{6}{25}+\frac{2}{20}=\boxed{\frac{17}{50}}$$

❷

أ/ تعيين مجموعة المتغير العشوائي X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2\}$$

ب/ تبيين أنّ $p(X=1)=\frac{27}{50}$:

$$p(X=1)=p(B\cap R)+p(R\cap B)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{25}+\frac{6}{20}=\boxed{\frac{27}{50}}$$

- تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X:

$$p(X=0)=p(B\cap B)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\boxed{\frac{9}{25}}$$

$$p(X=2)=p(R\cap R)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\boxed{\frac{1}{10}}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{27}{50}$	$\frac{1}{10}$

- حساب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=0\frac{9}{25}+1\frac{27}{50}+2\frac{1}{10}=\boxed{\frac{37}{50}}\approx 0.74$$

بكالوريا 2021 06

شعبة علوم. ت | الموضوع الأول

1

أ/ حساب $p(A)$ ، $p(B)$:

$$p(A)=\frac{C_3^2+C_2^2}{C_5^2}=\frac{3+1}{10}=\boxed{\frac{4}{10}}$$

$$p(B)=1-p(A)=1-\frac{4}{10}=\boxed{\frac{6}{10}} \quad \text{أو} \quad p(B)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3\times 2}{10}=\boxed{\frac{6}{10}}$$

ب/ تبيين أنّ $p(C)$ احتمال الحادث C يساوي $\frac{2}{5}$:

$$p(C)=\frac{C_1^1\times C_4^1}{C_5^2}=\frac{4}{10}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

2

أ/ تبرير أن مجموعة قيم X هي $\{0;1;2\}$:

اللجنة تتكون من عضوين فقط، ولدينا عدد الرجال هو 3 ومنه يمكن اختيار اللجنة من:

رجل ورجل $=2$ رجل أو رجل وامرأة $=1$ رجل أو إمراة وامراة $=0$ رجل

ومنه: $X(\Omega)=\{0;1;2\}$

ب/ عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

- $P(X=0)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{1}{10}}$
- $P(X=1)=\frac{C_3^1\times C_2^1}{C_5^2}=\boxed{\frac{6}{10}}$
- $P(X=2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{3}{10}}$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

ج/ حساب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=0\frac{1}{10}+1\frac{6}{10}+2\frac{3}{10}=\boxed{\frac{6}{5}}\approx 1.2$$

بكالوريا 2021 07

شعبة علوم. ت | الموضوع الثاني

❶ حساب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$:

$$p(A) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$p(B) = \boxed{\frac{2}{9}}$$

$$p(C) = \boxed{\frac{2}{9}}$$

❷ حساب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1:

نضع: الحدث D: " سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1":

$$p(D) = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

❸

أ/ التبرير أنّ مجموعة قيم X هي $\{1; 2; 3; 4\}$:

لدينا أسئلة الهندسة مرقمة من 1 إلى 3 وأسئلة الجبر مرقمة من 1 إلى 3 وأسئلة التحليل مرقمة من 1 إلى 2

إذن مجموعة قيم X هي: $\{1; 2; 3; 4\}$

ب/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i p_i = 1\frac{3}{9} + 2\frac{3}{9} + 3\frac{2}{9} + 4\frac{1}{9} = \frac{3+6+6+4}{9} = \boxed{\frac{19}{9}} \approx 2.1$$

ج/ استنتاج قيمة $E(2021X + 1442)$:

$$\begin{aligned} E(2021X + 1442) &= E(2021X) + 1442 \\ &= 2021E(X) + 1442 \\ &= 2021\frac{19}{9} + 1442 \\ &= \frac{51377}{9} \approx \boxed{5708.5} \end{aligned}$$

{هذا من فضل ربي}

❤ زكاة العلم نشره ❤

الأستاذ: قويسم الخليل

07 حلول البكالوريات السابقة (تقني رياضي)

الأخضر الرياضيات

بكالوريا 2018 01

شعبة تقني ر | الموضوع الثاني

I)

❶ حساب احتمال الحادثة A: "سحب كريتين مختلفتين في اللون":

$$p(A)=\frac{C_3^1C_4^1}{C_7^2}=\frac{3\times 4}{21}=\boxed{\frac{4}{7}}$$

❷ حساب احتمال الحادثة B: "سحب كريتين من نفس اللون":

$$p(B)=\frac{C_3^2+C_4^2}{C_7^2}=\frac{3+6}{21}=\boxed{\frac{3}{7}}$$

أو:

$$p(B)=1-p(A)=1-\frac{4}{7}=\boxed{\frac{3}{7}}$$

II)

❶ تبرير أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\}$:

اللاعب يدفع $a(DA)$ ثم يسحب كريتين:

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ومنه: $X=100-\alpha$

اذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ومنه: $X=50-\alpha$

واذا سحب سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه ومنه: $X=-\alpha$

وعليه قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\}$

- تعريف قانون احتمال X:

$$p(X=100-\alpha)=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{3}{21}=\boxed{\frac{1}{7}}$$

$$p(X=50-\alpha)=\frac{C_3^1C_4^1}{C_7^2}=\frac{3\times 4}{21}=\boxed{\frac{4}{7}}$$

$$p(X=-\alpha)=\frac{C_4^2}{C_7^2}=\frac{6}{21}=\boxed{\frac{2}{7}}$$

x_i	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

❷ تبيين أن الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو: $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=(100-\alpha)\frac{1}{7}+(50-\alpha)\frac{4}{7}+(-\alpha)\frac{2}{7}=\frac{300-7\alpha}{7}=\boxed{-\alpha+\frac{300}{7}}$$

- إيجادأكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب:

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون: $E(X)>0$

$$E(X)>0\Longrightarrow -\alpha+\frac{300}{7}>0\Longrightarrow \alpha<\frac{300}{7}\Longrightarrow \alpha<42.85$$

ومنه $\boxed{\alpha=42DA}$

بكالوريا 2019 02

شعبة تقني ر | الموضوع الأول

❶ قيم المتغير العشوائي X هي:

أ/ $\{1;2;3\}$

ب/ $\{0;2;3\}$

ج/ $\{0;1;2\}$

لدينا كريتين سوداوين، ونسحب 3 كرات في آن واحد ، إذن يمكن سحب إما:
كريتين سوداوين وكرة بيضاء، أو كرة سوداء وكريتين بيضاوين، أو ثلاث كريات بيضاء
وعليه قيم X هي: $\boxed{\{0;1;2\}}$

❷ الأمل الرياضياتي لـ X هو:

أ/ $E(X)=\frac{4}{5}$

ب/ $E(X)=\frac{6}{5}$

ج/ $E(X)=\frac{11}{10}$

لدينا:

$$p(X=0)=\frac{C_2^2\times C_3^1}{C_5^3}=\frac{3}{10}\ ;\ p(X=1)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^3}=\frac{6}{10}\ ;\ p(X=0)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$$

ومنه:

x_i	0	1	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

إذن:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=0\frac{1}{10}+1\frac{6}{10}+2\frac{3}{10}=\frac{6+6}{10}=\frac{12}{10}=\boxed{\frac{6}{5}}$$

❸ احتمال الحصول على كرية سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة يساوي:

أ/ $\frac{7}{10}$

ب/ $\frac{9}{10}$

ج/ $\frac{3}{5}$

نضع: A: " الحصول على كرية سوداء تحمل الرقم 1"

$$p(A)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^3}=\frac{2\times 3}{10}=\frac{6}{10}=\boxed{\frac{3}{5}}$$

❹ احتمال باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1، يساوي:

أ/ $\frac{2}{5}$

ب/ $\frac{3}{10}$

ج/ $\frac{1}{5}$

نضع: B: " احتمال باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1"

لدينا: $14\equiv 1[13]$

ولدينا: $1^2+2^2+3^2=14$

وعليه يكون باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 إذا كانت الكرات المسحوبة تحمل الأرقام 1، 2 ، 3

ومنه:

$$p(B)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1}{C_5^3}=\frac{2\times 2\times 1}{10}=\frac{4}{10}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

بكالوريا 2019 — 03

شعبة تقني ر | الموضوع الثاني

❶ حساب احتمال الأحداث التالية:

- A: "الحصول على كرية بيضاء واحدة":

$$p(A)=\frac{C_4^1C_5^2}{C_9^3}=\frac{4\times 10}{84}=\frac{40}{84}=\boxed{\frac{10}{21}}$$

- B: "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر":

$$p(B)=\frac{C_5^3+C_4^1C_5^2+C_4^2C_5^1}{C_9^3}=\frac{10+4\times 10+6\times 5}{84}=\frac{80}{84}=\boxed{\frac{20}{21}}$$

- C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية":

$$p(A)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{4}{84}=\boxed{\frac{1}{21}}$$

❷ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق لكل سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية

أ/ تعيين قيم المتغير العشوائي X :

$$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$$

- تعريف قانون احتمال X:

لدينا:

$$p(X=0)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\boxed{\frac{4}{84}}$$

$$p(X=1)=\frac{C_4^2C_5^1}{C_9^3}=\frac{6\times 5}{84}=\boxed{\frac{30}{84}}$$

$$p(X=2)=\frac{C_4^1C_5^2}{C_9^3}=\frac{4\times 10}{84}=\boxed{\frac{40}{84}}$$

$$p(X=3)=\frac{C_5^3}{C_9^3}=\boxed{\frac{10}{84}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

- حساب $p(X^2-X\leq 0)$:

لدينا:

$$p(X^2-X\leq 0)=p(X=0)+p(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\boxed{\frac{34}{84}}$$

بكالوريا 2020 04

شعبة تقني ر | الموضوع الأول

❶

أ/ حساب احتمال كل من الحدثين A و B:

$$p(A)=\frac{C_5^2+C_2^2}{C_7^2}=\frac{10+1}{21}=\boxed{\frac{11}{21}} \quad ; \quad p(B)=\frac{C_4^1C_3^1}{C_7^2}=\frac{4\times 3}{21}=\boxed{\frac{12}{21}}$$

ب/ تبيين أنّ احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم ومختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$:

$$p(A\cap B)=\frac{C_4^1C_1^1}{C_7^2}=\frac{4\times 1}{21}=\boxed{\frac{4}{21}}$$

ج/ استنتاج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون:

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=\frac{11}{21}+\frac{12}{21}-\frac{4}{21}=\boxed{\frac{19}{21}}$$

❷ تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا: $X(\Omega)=\{4;6;9\}$ حيث:

$$p(X=4)=\frac{C_5^2}{C_7^2}=\boxed{\frac{10}{21}} \; ; \; p(X=6)=\frac{C_5^1C_2^1}{C_7^2}=\boxed{\frac{10}{21}} \; ; \; p(X=9)=\frac{C_2^2}{C_7^2}=\boxed{\frac{1}{21}}$$

x_i	4	6	9
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

❸ تعيين قيمة كل من x و y حتى تكون اللعبة عادلة:

نعيد ملأ الجدول السابق وفق اللعبة الجديدة:

x_i	x^2	$-y^2$	-130
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

تكون اللعبة عادلة لما $E(X)=0$، أي:

$$E(X)=0\Rightarrow\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=0$$
$$\Rightarrow x^2\frac{10}{21}-y^2\frac{10}{21}-130\frac{1}{21}=0$$
$$\Rightarrow \frac{1}{21}(10x^2-10y^2-130)=0$$
$$\Rightarrow x^2-y^2-13=0$$
$$\Rightarrow x^2-y^2=13$$
$$\Rightarrow (x+y)(x-y)=13$$
$$\Rightarrow (x+y)(x-y)=13\times 1$$
$$\Rightarrow \begin{cases}x+y=13\\x-y=1\end{cases} \text{ أو } \begin{cases}x+y=1\\x-y=13\end{cases}$$

نحل الجملة $\begin{cases}x+y=13\\x-y=1\end{cases}$: بالجمع نجد: $2x=14$ ومنه: $x=7$ و $y=6$

نحل الجملة $\begin{cases}x+y=1\\x-y=13\end{cases}$: بالجمع نجد: $2x=14$ ومنه: $x=7$ و $y=-6$

وبما أن x و y عددان طبيعيان غير معدومين فإن: $y=-6$ مرفوض، وعليه: $(x;y)=\{(7;6)\}$

بكالوريا 2020 02

شعبة تقني ر | الموضوع الأول

I)

❶ حساب احتمال كل من الحدثين A و B:

$$p(A)=\frac{C_3^3+C_4^3}{C_9^3}=\frac{1+4}{84}=\boxed{\frac{5}{84}}$$

$$p(B)=\frac{C_4^1C_5^2+C_4^2C_5^1+C_4^3}{C_9^3}=\frac{4\times 10+6\times 5+4}{84}=\frac{74}{84}=\boxed{\frac{37}{42}}$$

أو:

$$p(B)=1-p(\overline{B})=1-\frac{C_5^3}{C_9^3}=1-\frac{10}{84}=\boxed{\frac{37}{42}}$$

❷

أ/ تبيين أن $p(X=3)=\frac{3}{7}$:

$$p(X=3)=\frac{C_2^1C_6^2+C_2^2C_6^1}{C_9^3}=\frac{2\times 15+1\times 6}{84}=\frac{36}{84}=\boxed{\frac{3}{7}}$$

- تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

قيم X هي: $\{2;3;4\}$

$$p(X=2)=\frac{C_4^1C_2^2+C_4^2C_2^1+C_4^3}{C_9^3}=\frac{4\times 1+6\times 2+4}{84}=\frac{20}{84}=\boxed{\frac{5}{21}}$$

$$p(X=3)=\frac{3}{7}=\boxed{\frac{9}{21}}$$

$$p(X=4)=\frac{C_1^1C_8^2}{C_9^3}=\frac{1\times 28}{84}=\frac{28}{84}=\boxed{\frac{7}{21}}$$

ومنه:

x_i	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{21}$	$\frac{9}{21}$	$\frac{7}{21}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=2\frac{5}{21}+3\frac{9}{21}+4\frac{7}{21}=\boxed{\frac{65}{21}}$$

II) حساب احتمال C:

$$p(C)=1-p(\overline{A})=1-\frac{A_4^3}{A_9^3}=1-\frac{24}{504}=\boxed{\frac{20}{21}}$$

{هذا من فضل ربي}

♥ زكاة العلم نشره ♥

الأستاذ: قويسم الخليل

08 حلول البكالوريات السابقة (رياضيات)

الأخضر الرياضيات

بكالوريا 2009 01

شعبة رياضيات | الموضوع الأول

❶

أ/ حساب احتمال الحدث A: "الحصول على 3 كريات بيضاء":

$$p(A)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}=\boxed{\frac{1}{30}}$$

ب/ حساب احتمال الحدث B: "الحصول على الأقل على كرية حمراء":

$$p(B)=\frac{C_6^1C_4^2+C_6^2C_4^1+C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{116}{120}=\boxed{\frac{29}{30}}$$

❷ تعريف قانون احتمال المتغير للعشوائي X :

لدينا: $X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$

حيث:

$$p(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{1}{6}}$$
$$p(X=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{1}{2}}$$
$$p(X=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{3}{10}}$$
$$p(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\boxed{\frac{1}{30}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_ip_i=0\frac{1}{6}+1\frac{1}{2}+2\frac{3}{10}+3\frac{1}{30}=\boxed{\frac{6}{5}}$$

❸ حساب احتمال الحصول على 3 كريات مرتين بالضبط:

لدينا سابقا: الحدث A: " الحصول على 3 كريات بيضاء"

و سحب 3 كريات في آن واحد خمس مرات على التوالي مع الإعادة هي تجربة برنولي حيث أن المخرج هو الحدث A

وعليه:

$$\begin{aligned}P(Y=2)&=C_5^2p^2(A)\big(1-p(A)\big)^{5-2}\\&=C_5^2\left(\frac{1}{30}\right)^2\left(1-\frac{1}{30}\right)^3\\&=0.01\end{aligned}$$

بكالوريا 2018 02

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

1 حساب احتمال الحوادث التالية:

- A: "الحصول على أربع كرات من نفس اللون":

$$p(A)=\frac{C_5^4}{C_9^4}=\boxed{\frac{5}{126}}$$

- B "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر":

$$p(B)=\frac{C_1^1C_8^3+C_8^4}{C_9^4}=\frac{126}{126}=\boxed{1}$$

- C: "الحصول على أربع كرات مجموع أرقامها معدوم":

الحصول على أربع كرات مجموع أرقامها معدوم معناه: $\{-3;-1;1;3\}$ أو $\{-3;-1;2;2\}$

$$p(C)=\frac{C_1^1C_1^1C_2^1C_1^1+C_1^1C_1^1C_4^2}{C_9^4}=\frac{2+6}{126}=\frac{8}{126}=\boxed{\frac{4}{63}}$$

2

أ/ تعيين قيم المتغير العشوائي X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$$

- تعريف قانون احتمال X:

$$p(X=0)=\frac{C_3^3C_6^1}{C_9^4}=\boxed{\frac{6}{126}}$$
$$p(X=1)=\frac{C_3^2C_6^2}{C_9^4}=\boxed{\frac{45}{126}}$$
$$p(X=2)=\frac{C_3^1C_6^3}{C_9^4}=\boxed{\frac{60}{126}}$$
$$p(X=3)=\frac{C_6^4}{C_9^4}=\boxed{\frac{15}{126}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_ip_i=0\frac{6}{129}+1\frac{45}{126}+2\frac{60}{126}+3\frac{15}{126}=\frac{45+120+45}{126}=\frac{210}{126}=\boxed{\frac{5}{3}}$$

ج/ حساب احتمال الحادثة: "$X^2-X>0$"

لدينا: $X^2-X>0$ ومنه: $X(X-1)>0$

X	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$X(X-1)$		+	0	−	0	+	

$$p(X^2-X>0)=p(X=2)+p(X=3)=\frac{60}{126}+\frac{15}{126}=\frac{75}{126}=\boxed{\frac{25}{42}}$$

بكالوريا 2019 — 03

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

❶ اكمال شجرة الاحتمالات:

لدينا:

$$p(U_1)+p(U_2)=1$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3}+p(U_2)=1$$
$$\Rightarrow p(U_2)=1-\frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow p(U_2)=\frac{2}{3}$$

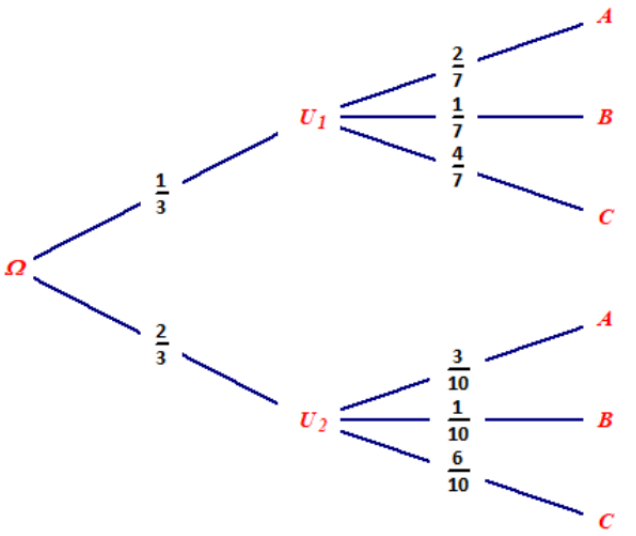
ولدينا:

$$p(U_1\cap A)+p(U_1\cap B)+p(U_1\cap C)=1$$
$$\Rightarrow \frac{2}{7}+\frac{1}{7}+p(U_1\cap C)=1$$
$$\Rightarrow p(U_1\cap C)=1-\frac{2}{7}-\frac{1}{7}$$
$$\Rightarrow p(U_1\cap C)=\frac{4}{7}$$

ولدينا: $p(U_2\cap B)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$

ولدينا: $p(U_2\cap C)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3\times 2}{10}=\frac{6}{10}$

وعليه:



❷ حساب احتمالات الأحداث A، B و C:

$$p(A)=p(U_1\cap A)+p(U_2\cap A)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}=\frac{2}{21}+\frac{6}{30}=\boxed{\frac{31}{105}}$$
$$p(B)=p(U_1\cap B)+p(U_2\cap B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{21}+\frac{2}{30}=\boxed{\frac{12}{105}}$$
$$p(C)=p(U_1\cap C)+p(U_2\cap C)=\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{6}{10}=\frac{4}{21}+\frac{12}{30}=\boxed{\frac{62}{105}}$$

❸

أ/ تعيين قيم المتغير العشوائي X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2\}$$

ب/ تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

$$p(X=0)=p(B)=\boxed{\frac{12}{105}}\quad;\quad p(X=1)=p(C)=\boxed{\frac{62}{105}}\quad;\quad p(X=2)=p(A)=\boxed{\frac{31}{105}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$

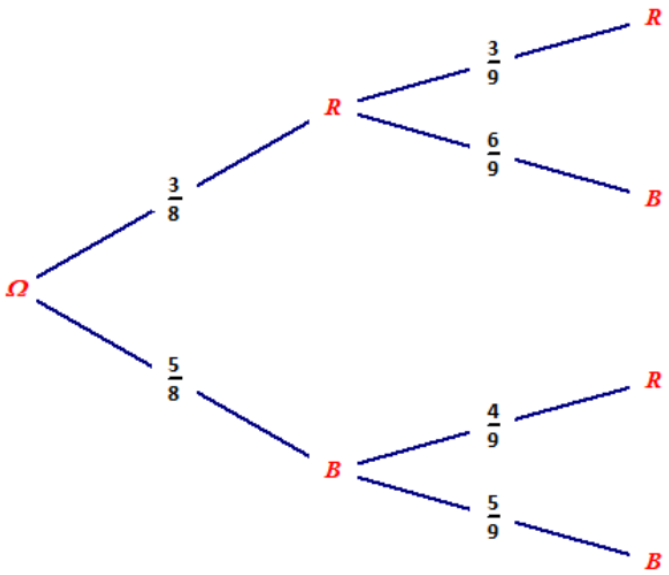
ج/ حسب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=0\frac{12}{105}+1\frac{62}{105}+2\frac{31}{105}=\frac{62+62}{105}=\boxed{\frac{124}{105}}$$

بكالوريا 2020 04

شعبة رياضيات | الموضوع الأول

❶ اكمال شجرة الاحتمالات:



❷ تبيين أنّ احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$:

$$p(R \cap R) = \frac{3}{8} \times \frac{3}{9} = \frac{9}{8 \times 9} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

❸ حساب احتمال أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الأقل:

$$p(R \cap B) + p(B \cap R) + p(B \cap B) = \frac{3}{8} \times \frac{6}{9} + \frac{5}{8} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} \times \frac{5}{9} = \frac{18 + 20 + 25}{8 \times 9} = \boxed{\frac{7}{8}}$$

❹

أ/ تبرير أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: $\{5; 6; 7\}$:

عند سحب كرية حمراء ثم كرية حمراء فإنّ عدد الكرات البيضاء الموجودة في الصندوق هو 7

عند سحب كرية حمراء ثم كرية بيضاء فإنّ عدد الكرات البيضاء الموجودة في الصندوق هو 6

عند سحب كرية بيضاء ثم كرية حمراء فإنّ عدد الكرات البيضاء الموجودة في الصندوق هو 6

عند سحب كرية بيضاء ثم كرية بيضاء فإنّ عدد الكرات البيضاء الموجودة في الصندوق هو 5

وعليه قيم X هي: $\{5; 6; 7\}$

ب/ تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

$$p(X = 5) = p(B \cap B) = \boxed{\frac{25}{72}} \quad ; \quad p(X = 6) = p(R \cap B) + p(B \cap R) = \boxed{\frac{38}{72}} \quad ; \quad p(X = 7) = p(R \cap R) = \boxed{\frac{9}{72}}$$

ومنه:

x_i	5	6	7
$P(X = x_i)$	$\frac{25}{72}$	$\frac{38}{72}$	$\frac{9}{72}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i = 5\frac{25}{72} + 6\frac{38}{72} + 7\frac{9}{72} = \frac{416}{72} = \boxed{\frac{52}{9}}$$

بكالوريا 2020 05

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

❶

أ/ حساب احتمال كل من A و B:

$$p(A)=\frac{C_n^2+C_4^2+C_2^2}{C_{n+4+2}^2}=\frac{C_n^2+C_4^2+C_2^2}{C_{n+6}^2}$$

حيث:

$$C_n^2=\frac{n!}{2!\,(n-2)!}=\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!\,(n-2)!}$$
$$=\frac{n(n-1)}{2}=\frac{n^2-n}{2}$$
$$C_{n+6}^2=\frac{(n+6)!}{2!\,(n+4)!}$$
$$=\frac{(n+6)(n+5)(n+4)!}{2!\,(n+4)!}=\frac{(n+6)(n+5)}{2}$$

ومنه:

$$p(A)=\frac{C_n^2+C_4^2+C_2^2}{C_{n+6}^2}$$
$$=\frac{\frac{n^2-n}{2}+6+1}{\frac{(n+6)(n+5)}{2}}=\frac{\frac{n^2-n}{2}+7}{\frac{(n+6)(n+5)}{2}}$$
$$=\frac{\frac{n^2-n+14}{2}}{\frac{(n+6)(n+5)}{2}}=\boxed{\frac{n^2-n+14}{(n+6)(n+5)}}$$

ولدينا:

$$p(B)=p_A(C)=\frac{p(A\cap C)}{p(A)}$$

حيث: C: " سحب كريتين تحملان نفس العدد"

لدينا:

$$p(A\cap C)=\frac{C_n^2+C_2^2}{C_{n+6}^2}=\frac{\frac{n^2-n}{2}+1}{\frac{(n+6)(n+5)}{2}}$$
$$=\frac{\frac{n^2-n+2}{2}}{\frac{(n+6)(n+5)}{2}}=\frac{n^2-n+2}{(n+6)(n+5)}$$

ومنه:

$$p(B)=\frac{p(A\cap C)}{p(A)}=\frac{\frac{n^2-n+2}{(n+6)(n+5)}}{\frac{n^2-n+14}{(n+6)(n+5)}}=\boxed{\frac{n^2-n+2}{n^2-n+14}}$$

ب/ تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون: $p(A)=\frac{17}{55}$

$$p(A)=\frac{17}{55}\Rightarrow\frac{n^2-n+14}{(n+6)(n+5)}=\frac{17}{55}$$
$$\Rightarrow 55n^2-55n+770=17n^2+187n+510$$
$$\Rightarrow 38n^2-242n+260=0$$
$$\Rightarrow (38n-52)(n-5)=0$$
$$\Rightarrow 38n-52=0 \text{ أو } n-5=0$$
$$\Rightarrow n=\frac{52}{38} \text{ أو } n=5$$

وبما أن n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 فإن $\boxed{n=5}$

❷

أ/ تبرير أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: $-\frac{1}{2}$ ، 0، $\frac{1}{4}$ ، 1:

يمكن أن نسحب كريتين تحملان الرقمين π و π

ومنه: $\cos(\pi)\times\cos(\pi)=(-1)\times(-1)=1$

يمكن أن نسحب كريتين تحملان الرقمين π و $\frac{\pi}{2}$

ومنه: $\cos(\pi)\times\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=(-1)\times(0)=0$

يمكن أن نسحب كريتين تحملان الرقمين π و $\frac{\pi}{3}$

ومنه: $\cos(\pi)\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=(-1)\times\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$

يمكن أن نسحب كريتين تحملان الرقمين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$

ومنه: $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=(0)\times(0)=0$

يمكن أن نسحب كريتين تحملان الرقمين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$

ومنه: $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=(0)\times\left(\frac{1}{2}\right)=0$

يمكن أن نسحب كريتين تحملان الرقمين $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{3}$

ومنه: $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

إذن: $X(\Omega)=\left\{-\frac{1}{2};0;\frac{1}{4};4\right\}$

ب/ تبيين أنّ $p(X=0)=\frac{27}{55}$:

$$p(X=0)=\frac{C_3^1C_8^1+C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{3\times8+3}{55}=\boxed{\frac{27}{55}}$$

بكالوريا 2021 06

شعبة رياضيات | الموضوع الأول

❶ توزيع الكريات الاثني عشر حسب الأرقام 1، 2، 3 ، 4:

$p_1 = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ معناه: يوجد 4 كرات تحمل الرقم 1

$p_2 = \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ معناه: يوجد 2 كرات تحمل الرقم 2

$p_3 = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ معناه: يوجد 3 كرات تحمل الرقم 3

$p_4 = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ معناه: يوجد 3 كرات تحمل الرقم 4

❷ حساب احتمال كل من الحوادث A، B و C :

$$p(A) = \boxed{\frac{7}{12}}$$

لدينا: أرقام النظام التعداد ذا الأساس 4 هي: $\{0; 1; 2; 3\}$ ومنه:

$$p(B) = \frac{9}{12} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

لدينا:

$$\begin{aligned} x^2 = 2^x &\Rightarrow x^2 = e^{\ln 2^x} \\ &\Rightarrow x^2 = e^{x \ln 2} \\ &\Rightarrow \ln x^2 = x \ln 2 \\ &\Rightarrow 2 \ln x = x \ln 2 \\ &\Rightarrow \frac{\ln x}{x} = \frac{\ln 2}{2} \\ &\Rightarrow x = 2 \text{ أو } x = 4 \end{aligned}$$

ومنه:

$$p(C) = \boxed{\frac{5}{12}}$$

❸ تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي X:

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i p_i = 1\frac{4}{12} + 2\frac{2}{12} + 3\frac{3}{12} + 4\frac{3}{12} = \frac{4+4+9+12}{12} = \boxed{\frac{29}{12}}$$

بكالوريا 2021 07

شعبة رياضيات | الموضوع الثاني

1 تبيين أنّ عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42:

لدينا:

$$A_7^2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \boxed{42}$$

2

أ/ حساب $p(A)$:

$$p(A) = \frac{A_3^2 + A_4^2}{A_7^2} = \frac{6+12}{42} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

- استنتاج $p(B)$:

$$p(B) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{7} = \boxed{\frac{4}{7}}$$

ب/ حساب $p(C)$ و $p(E)$:

$$p(C) = \frac{A_1^1 A_6^1}{A_7^2} = \frac{1 \times 6}{42} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

$$p(E) = \frac{A_5^2}{A_7^2} = \frac{20}{42} = \boxed{\frac{10}{21}}$$

3 تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

لدينا: $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$ ومنه:

$$p(X=0) = \frac{A_4^2}{A_7^2} = \frac{12}{42} = \boxed{\frac{2}{7}} \quad ; \quad p(X=1) = \frac{2A_3^1 A_4^1}{A_7^2} = \frac{24}{42} = \boxed{\frac{4}{7}} \quad ; \quad (X=2) = \frac{A_3^2}{A_7^2} = \frac{6}{42} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i = 0\frac{2}{7} + 1\frac{4}{7} + 2\frac{1}{4} = \frac{0+4+2}{7} = \boxed{\frac{6}{7}}$$

{هذا من فضل ربي}

♥ زكاة العلم نشره ♥

الأستاذ: قويسم الخليل

ملاحظة هامة:

كل محتوى هذه المجلة من ممتلكات الأستاذ: قويسم الخليل ويخضع لحماية قوانين حقوق التعديل

لا يُسمح بتعديل المحتوى أو استخدامه لأغراض تجارية | شكرا لكم على تفهمكم

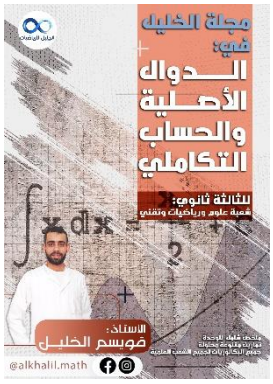
من أعمالي أيضا:

مجلة الخليل في:
الدوال العددية الناقطة

مجلة الخليل في:
الدوال الأسية

مجلة الخليل في:
الدوال اللوغاريتمية

مجلة الخليل في:
المتتاليات العددية



مجلة الخليل في:
الدوال الأصلية والحساب التكاملي