الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية غليزان

ثانوية واد الجمعة — السنة الدراسية: 2024/2023

المستوى:أولى علمي — الاختبار الثاني في مادة: الرياضيات — المدة:02 سا

التمرين الأوّل:

1. نعتبر العبارة $A(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $A(x)=2x^2-10x+8$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x)=0$ ثم استنتج تحليلا للعبارة $A(x)$.

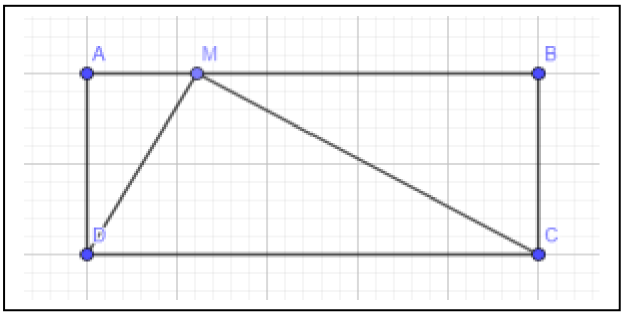
2. نضع $E(x)=\dfrac{A(x)}{x-2}$

أ)عين القيم الممنوعة لـ $E(x)$.

ب)أدرس اشارة $E(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $E(x)\leq 0$.

3. $ABCD$ مستطيل حيث : $AB=5cm$ و $AD=2cm$ و M نقطة من $[AB]$ حيث : $AM=x$

كما هو موضح في الكل



أ) إلى أي مجال ينتمي x .

ب) أكتب MD و MC بدلالة x .

ت) عين قيمة x حتى يكون المثلث DMC قائم في M .

التمرين الثاني:

(C) هي الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. حول إلى الراديان قيس الزاوية : 210° ، ثم إلى الدرجة قيس الزاوية : $\dfrac{14\pi}{3}rad$.

2. لتكن النقط A ، B و C التي صورها : $\dfrac{55\pi}{4}$, $\dfrac{7\pi}{6}$ و $\dfrac{13\pi}{3}$ على الترتيب

أ) ضع على الدائرة المثلثية (C) النقط السابقة .

ب) أحسب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام صور النقط السابقة .

3. x عدد حقيقي حيث : $x\in\left[0:\dfrac{\pi}{2}\right]$ ، إذا علمت أن $\cos x=\dfrac{2}{3}$ أحسب $\sin x$ ، ثم استنتج $\tan x$.

4. بسط العبارة $A(x)$ حيث : $A(x)=\sin(11\pi-x)+2\sin(-x)+\sin(6\pi+x)-\cos(\pi-x)$

التمرين الثالث :

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(-1;2)$; $B(-1;-1)$ و $C(1;0)$

1. علم النقط A ; B و C ثم بين أنها ليست على استقامية

2. عين إحداثي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

3. أكتب معادلة المستقيم (AC) .

4.أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه 2 ويشمل النقطة B

5.بين أن النقطة $E(0;1)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (Δ) .

التمرين الرابع:

I)نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $g(x)=\dfrac{-4x+5}{x-1}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1.أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن $g(x)=-4+\dfrac{1}{x-1}$

2.استنتج أنه يمكن رسم انطلاقا من دالة مرجعية يطلب تعيينها و تعيين شعاع الانسحاب .

3.ارسم منحنى الدالة g

II)لتكن الدالة المعرفة f على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x^2+ax+b$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد و المتجانس

1.عين العددين الحقيقين a و b علما أن (C_f) يقطع محور تراتيب في نقطة ذات ترتيبة 3- ويقطع محور فواصل في نقطة ذات الفاصلة 1- .

2. نضع $f(x)=x^2-2x-3$

أ)أثبت أنه من أجل عدد حقيقي x فإن $f(x)=(x-1)^2-4$

ب)عين نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات .

ج) مثل في نفس المعلم السابق منحنى (C_f) منحنى دالة $f(x)=(x-1)^2-4$

د)حل بيانيا المعادلة و المتراجحة $f(x)=g(x)$; $f(x)\le g(x)$.

﴾ بالتوفيق للجميع ﴿

المستوى:أولى علمي تصحيح الاختبار الثاني في مادة: الرياضيات الأستاذة : جلام

التمرين الأوّل:

1. نعتبر العبارة $A(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $A(x)=2x^2-10x+8$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x)=0$

نحل المعادلة $2x^2-10x+8=0$

نحسب المميز Δ

لدينا $a=2;b=-10;c=8$ و منه

$$\Delta=b^2-4ac=(-10)^2-4\times2\times8=10-64=36$$

بماأن $\Delta>0$ فإن للمعادلة حلين مختلفين هما

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\times a}=\dfrac{10-6}{2\times2}=\dfrac{4}{4}=1 \\ x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\times a}=\dfrac{10+6}{2\times2}=\dfrac{16}{4}=4 \end{cases}$$

ومنه مجموعة حلول المعادلة $A(x)=0$ هي: $\{1\ ;\ 4\}$

التحليل: $A(x)=2x^2-10x+8=2(x-1)(x-4)$

2. نضع $E(x)=\dfrac{A(x)}{x-2}$

أ) تعيين القيم الممنوعة لـ $E(x)$.

القيم الممنوعة لـ $E(x)=\dfrac{A(x)}{x-2}$ هي $x-2\neq0$ ومنه $x\neq2$

ب) دراسة إشارة $E(x)$

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
$A(x)$		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$x-2$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$E(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

ومنه حلول المتراجحة $E(x)\le0$ هي $x\in]-\infty;1]\cup]2;4]$

3. $ABCD$ مستطيل حيث: $AB=5cm$ و $AD=2cm$ و M نقطة من $[AB]$ حيث: $AM=x$

ث) مجال الذي ينتمي x هو $x\in[0;5]$.

ج) أكتب MD و MC بدلالة x .

كتابة MD بدلالة x

لدينا المثلث DMA قائم في A فحسب خاصية فيتاغورس

$AD^2+AM^2=DM^2$ فإن $DM^2=2^2+x^2$ و منه $DM^2=4+x^2$

إذن $DM=\sqrt{4+x^2}$

كتابة MC بدلالة x

لدينا المثلث BMC قائم في B فحسب خاصية فيتاغورس

$BC^2+BM^2=CM^2$ فإن $CM^2=2^2+(5-x)^2$ و منه

$CM^2=x^2-10x+29$ إذن $CM=\sqrt{x^2-10x+29}$

ح) تعيين قيمة x حتى يكون المثلث DMC قائم في M .

حتى يكون المثلث DMC قائم في M يجب أن تحقق خاصية فيتاغورس أي أن $CM^2+DM^2=DC^2$ و منه

$4+x^2+x^2-10x+29=25$ ومنه $2x^2-10x+8=0$

ومنه قيم x حتى يكون المثلث قائم DMC في M يجب $2x^2-10x+8=0$ فإن قيم x هي $\{1\ ;\ 4\}$

التمرين الثاني:

(C) هي الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

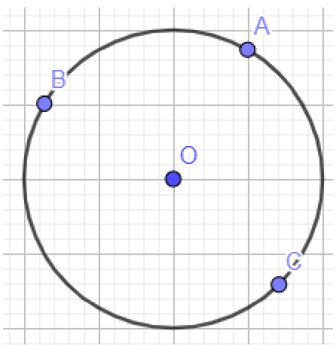
1. تحويل إلى الراديان قيس الزاوية: 210° ،

لدينا $\begin{matrix}\pi\to180^\circ\\ x\to210^\circ\end{matrix}$ ومنه $x=\dfrac{210^\circ\times\pi}{180^\circ}rad=\dfrac{7\pi}{6}rad$

تحويل إلى الدرجة قيس الزاوية: $\dfrac{14\pi}{3}rad$.

لدينا $\begin{matrix}\pi\to180^\circ\\ \dfrac{14\pi}{3}\to210^\circ\end{matrix}$ ومنه $x=\dfrac{\frac{14\pi}{3}\times180^\circ}{\pi}=\dfrac{14}{3}\times180^\circ=840^\circ$

2. لتكن النقط A ، B و C التي صورها: $\dfrac{55\pi}{4},\dfrac{7\pi}{6}$ و $\dfrac{13\pi}{3}$ على الترتيب



لدينا

$$\frac{13\pi}{3}=4\pi+\frac{\pi}{3}$$

$$\frac{7\pi}{6}=\pi+\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{55\pi}{4}=13\pi+\frac{3\pi}{4}$$

ب) حساب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام صور النقط السابقة.

$$\cos\left(\frac{13\pi}{3}\right)=\cos\left(4\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{13\pi}{3}\right)=\sin\left(4\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{55\pi}{4}\right)=\cos\left(13\pi+\frac{3\pi}{4}\right)=\cos\left(12\pi+\pi+\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$=-\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)=-\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{55\pi}{4}\right)=\sin\left(13\pi+\frac{3\pi}{4}\right)=\sin\left(12\pi+\pi+\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$=-\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=-\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. x عدد حقيقي حيث: $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ ، إذا علمت أن

$\cos x=\frac{2}{3}$ أحسب $\sin x$ ، ثم استنتج $\tan x$.

لدينا $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ ومنه $\left(\frac{2}{3}\right)^2+\sin^2 x=1$ أي

$\sin^2 x=\frac{5}{9}$ ومنه $|\sin x|=\frac{\sqrt{5}}{3}$ أي $\sin x=\frac{\sqrt{5}}{3}$ أو

$\sin x=-\frac{\sqrt{5}}{3}$

وبماأن $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ فإن $\sin x\geq 0$ إذن $\sin x=\frac{\sqrt{5}}{3}$

4. تبسيط العبارة $A(x)$

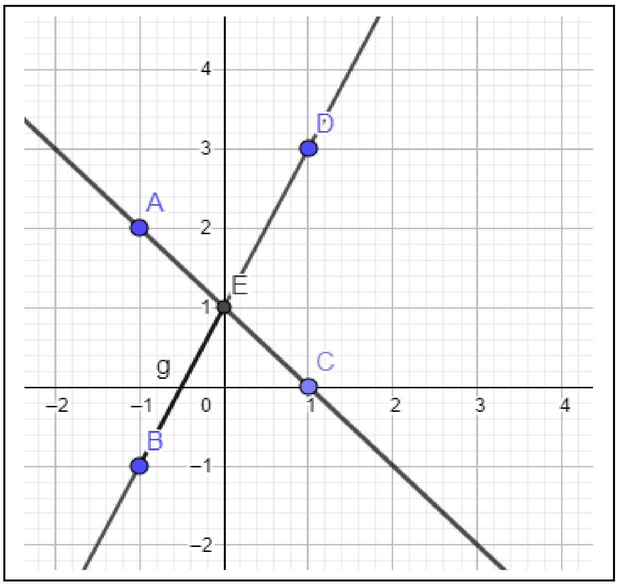
$$\begin{aligned}A(x)&=\sin(11\pi-x)+2\sin(-x)+\sin(6\pi+x)-\cos(\pi-x)\\&=\sin(10\pi+\pi-x)-2\sin(x)+\sin(x)+\cos(x)\\&=\sin(\pi-x)-\sin(x)+\cos(x)\\&=\sin(x)-\sin(x)+\cos(x)\\&=\cos(x)\end{aligned}$$

التمرين الثالث:

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر

النقط $A(-1;2)$; $B(-1;-1)$ و $C(1;0)$

1. تعلية النقط A; B و C



لدينا $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix};\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$ ومنه $0\times(-2)-(-3)\times 2=6\neq 0$

وبماأن شرط الارتباط الخطي ليس محقق فإن النقط A; B و C

ليست على استقامية.

2. تعيين إحداثي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ ومنه

$\begin{pmatrix}x_D+1\\y_D-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ إذن $D(1;3)$

3. معادلة المستقيم (AC) .

بما أن $x_A\neq x_C$ فإن (AC) لايوازي محور التراتيب له معادلة

من الشكل $y=ax+b$.

حساب معامل التوجيه a

$$a=\frac{y_A-y_C}{x_A-x_C}=\frac{2-0}{-1-1}=-1$$

ومنه معادلة المستقيم (AC) هي $y=-x+b$

حساب b

لدينا $A\in(AC)$ و منه $y_A=-x_A+b$ إذن $b=1$

ومنه معادلة المستقيم (AC) هي $y=-x+1$

4. معادلة المستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه 2 ويشمل النقطة B

المستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه 2 له معادلة من الشكل $y=2x+b$

حساب b

لدينا $B\in(\Delta)$ و منه $y_B=2x_B+b$ إذن $b=1$

ومنه معادلة المستقيم (Δ) هي $y=2x+1$

5. اثبات أن النقطة $E(0;1)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (Δ)

نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (Δ) هي حل الجملة

$$\begin{cases} y-2x=1 \\ y+x=1 \end{cases}$$

بما أن $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1+2=3\neq 0$ فإن الجملة لها حل وحيد .

2.استنتاج حلول الجملة (S) .

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{1-1}{3}=0$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{1+2}{3}=1$$

ومنه نقطة $E(0;1)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (Δ)

التمرين الرابع:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $g(x)=\dfrac{-4x+5}{x-1}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. اثبات أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن $g(x)=-4+\dfrac{1}{x-1}$

$$\frac{-4(x-1)}{1(x-1)}+\frac{1}{x-1}=\frac{-4x+4+1}{x-1}=\frac{-4x+5}{x-1}=g(x)$$

2. استنتج أنه يمكن رسم انطلاقا من دالة مرجعية يطلب تعيينها و تعيين شعاع الانسحاب .

(C_g) هو انسحاب لتمثيل دالة مقلوب بشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

II) لتكن الدالة المعرفة f على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x^2+ax+b$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد و المتجانس

1. تعيين العددين الحقيقين a و b علما أن (C_f) يقطع محور تراتيب في نقطة ذات ترتيبة -3 ويقطع محور فواصل في نقطة ذات الفاصلة -1 .

(C_f) يقطع محور تراتيب في نقطة ذات ترتيبة -3 معناه $f(0)=-3$

ولدينا $f(0)=b$ ومنه $b=-3$

ومنه $f(x)=x^2+ax-3$ ولدينا (C_f) يقطع محور فواصل في نقطة ذات الفاصلة -1 معناه $f(-1)=0$ ولدينا

$f(-1)=1-a-3$ ومنه $a=-2$ ومنه $f(x)=x^2-2x-3$

2. نضع $f(x)=x^2-2x-3$

أ) اثبات أنه من أجل عدد حقيقي x فإن $f(x)=(x-1)^2-4$

$$(x-1)^2-4=x^2-2x+1-4=x^2-2x-3=f(x)$$

ب) تعيين نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات .

مع محور التراتيب : معناه $x=0$ و $y=f(0)=-3$ إذن نقطة تقاطع (C_f) مع محور تراتيب هي $A(0;3)$

مع محور الفواصل : معناه $y=0$ نحل المعادلة $f(x)=0$ أي $x^2-2x-3=0$

نحسب المميز Δ

لدينا $a=1;b=-2;c=-3$ و منه

$$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-3)=4+12=16$$

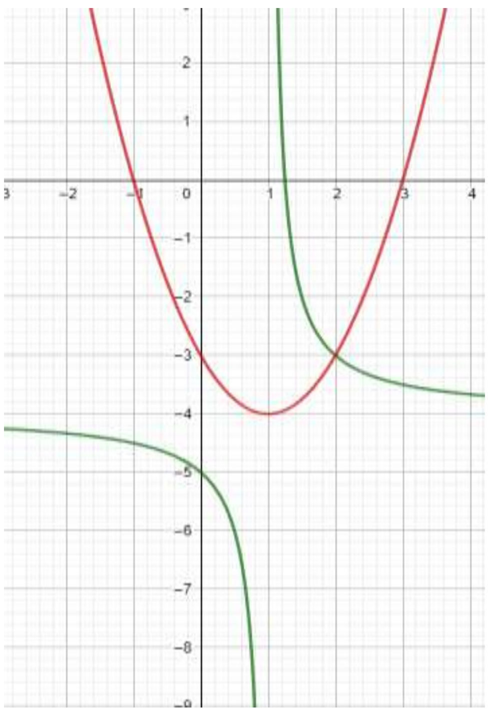
بماأن $\Delta>0$ فإن للمعادلة حلين مختلفين هما

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\times a}=\dfrac{2-4}{2\times1}=\dfrac{-2}{2}=-1 \\ x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\times a}=\dfrac{2+4}{2\times1}=\dfrac{6}{2}=3 \end{cases}$$

إذن نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي $B(-1;0)\ ;\ C(3;0)$

التمثيل البياني

(C_f) هو انسحاب لتمثيل دالة مربع بشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$



د) حل بيانيا المعادلة و المتراجحة $f(x)=g(x)$ **:** $f(x)\le g(x)$

حل المعادلة $f(x)=g(x)$ **بيانيا هي فواصل نقط تقاطع** (C_f) **و** (C_g)
أي $b=2$

حلول المتراجحة $f(x)\le g(x)$ **هي فواصل نقط التي يكون فيها المنحنى** (C_f) **تحت المنحنى** (C_g) **أي** $x\in]1;2]$