

ميدان التعلم : هندسة

ثانوية : محمد حسين بن زيان - واد الجمعة-

المحور : الزوايا الموجهة

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

الموضوع : زوايا موجهة

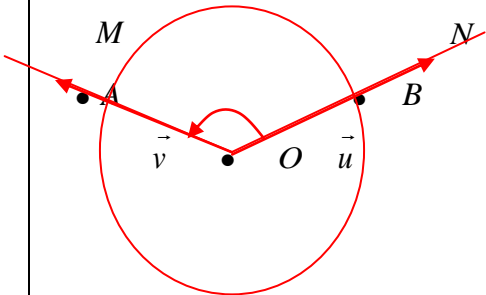
المدة : 2 ساعة

المكتسبات القبلية :

المكتسبات المستهدفة : التعرف على زاوية موجهة لشعاعين

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق	<p>نشاط 1-2 صفحة 210</p> <p>زاوية موجهة لشعاعين غير معدومين</p> <p>تمهيد:</p> <p>- يوجه المستوي توجيهها مباشرا (او توجيهها موجبا) و يسمى الاتجاه الآخر الاتجاه غير المباشر (او الاتجاه السالب)</p> <p>- اصطلاحا نختار الاتجاه المباشر الاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة</p> <p>في المستوي الموجه نسمي دائرة مثلثية كل دائرة موجهة في الاتجاه المباشر و التي نصف قطرها 1</p> <p>تعريف: في المستوي الموجه ليكن \vec{u} و \vec{v} شعاعين غير معدومين . الثنائية $(\vec{u}; \vec{v})$ تسمى زاوية موجهة للشعاعين \vec{u} و \vec{v}</p> <p>قيس زاوية موجهة لشعاعين في المستوي الموجه ليكن \vec{u} و \vec{v} شعاعين غير معدومين.</p> <p>(C) هي الدائرة المثلثية التي مركزها O و لتكن M و N نقطتين من المستوي حيث $\vec{OM} = \vec{u}$ و $\vec{ON} = \vec{v}$.</p> <p>المستقيم (OM) يقطع (C) في A و المستقيم (ON) يقطع (C) في B . قيس الزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ بالراديان هو كذلك قيس للزاوية الموجهة $(\vec{OM}; \vec{ON})$ بالراديان.</p> <p>تعريف: في المستوي الموجه ليكن \vec{u} و \vec{v} شعاعين غير معدومين. اذا كان x قياسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ فان كل الاعداد من الشكل $x + 2\pi k$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ هي اقياس ايضا للزاوية $(\vec{u}; \vec{v})$</p>	



خاصية: من بين اقياس الزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ يوجد قياس وحيد ينتمي الى المجال $[-\pi; \pi]$ يسمى القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$

نتائج: (1) القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ هو 0

(2) القياس الرئيسي للزاوية المستقيمة $(\vec{u}; -\vec{u})$ هو π

(3) القياس الرئيسي للزاوية القائمة المباشرة هو $\frac{\pi}{2}$

(4) القياس الرئيسي للزاوية القائمة غير المباشرة هو $-\frac{\pi}{2}$

(5) اذا كان x هو القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ فان $|x|$ هو قياس الزاوية الهندسية المكونة من \vec{u} و \vec{v}

تمرين 1:

اوجد القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ التي قياسها α في كل حالة :

$$(1) \alpha = 2007 \text{ rad} \quad (2) \alpha = -\frac{189\pi}{4} \quad (3) \alpha = \frac{65\pi}{8}$$

طريقة: إذا كان عدد حقيقي α قياس لزاوية موجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ فإنه يوجد عدد صحيح وحيد k حيث :

$$-\pi < \alpha + 2k\pi \leq \pi \quad \text{يكفي إيجاد } k \text{ إنطلاقا من هذا الحصر لإيجاد القياس الرئيسي لزاوية موجهة } (\vec{u}; \vec{v})$$

تمرين 27 ص 288

خواص الزوايا الموجهة

1. الزوايا الموجهة المتقايسة:

خاصية: \vec{u} و \vec{v} و \vec{u}' و \vec{v}' اشعة غير معدومة من المستوي. ليكن α قياسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ و α' قياسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}'; \vec{v}')$. تكون الزاويتان $(\vec{u}; \vec{v})$ و $(\vec{u}'; \vec{v}')$ متقايستان اذا وفقط اذا وجد عدد صحيح

$$k \text{ بحيث: } \alpha' = \alpha + 2k\pi$$

ملاحظات: (1) $\alpha' = \alpha + 2k\pi$ معناه $\alpha' - \alpha$ مضاعف لـ 2π

(2) اذا كان $\alpha' = \alpha + 2k\pi$ نقول ان α و α' قياسان لنفس الزاوية او قياسان لزاويتين متقايستين

تطبيق: هل العددين $\frac{7\pi}{12}$ و $\frac{127\pi}{12}$ قياسان لنفس الزاوية ؟ هل $\frac{170\pi}{4}$ و $\frac{135\pi}{3}$ قياسان لنفس الزاوية ؟

الزاوية الموجهة و الارتباط الخطي لشعاعين

خاصية: \vec{u} و \vec{v} شعاعان غير معدومين من المستوي. يكون الشعاعين \vec{u} و \vec{v} مرتبطين خطيا اذا وفقط

$$\text{اذا كان } (\vec{u}; \vec{v}) = 2k\pi \text{ او } (\vec{u}; \vec{v}) = \pi + 2k\pi \text{ حيث } k \text{ عدد صحيح}$$

ملاحظة: - اذا كان $(\vec{u}; \vec{v}) = 2k\pi$ يكون للشعاعين \vec{u} و \vec{v} نفس الاتجاه

- اذا كان $(\vec{u}; \vec{v}) = \pi + 2k\pi$ يكون للشعاعين \vec{u} و \vec{v} اتجاهين متعاكسين

علاقة شال:

مبرهنة: من اجل كل ثلاثة اشعة غير معدومة: $\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}$ لدينا: $(\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{v}; \vec{w}) = (\vec{u}; \vec{w})$

نتائج:

من اجل كل شعاعين غير معدومين \vec{u} و \vec{v} لدينا:

$$(1) (\vec{v}; \vec{u}) = -(\vec{u}; \vec{v})$$

$$(2) (\vec{u}; -\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$$

$$(3) (-\vec{u}; \vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$$

$$(4) (-\vec{u}; -\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v})$$

خاصية: \vec{u} و \vec{v} شعاعان غير معدومين من المستوي. ليكن k و k' عددين حقيقيين غير معدومين .

$$(1) \text{ اذا كان } k \text{ و } k' \text{ من نفس الاشارة فان: } (k\vec{u}; k'\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v})$$

$$(2) \text{ اذا كان } k \text{ و } k' \text{ من اشارتين مختلفتين فان } (k\vec{u}; k'\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$$

تمرين(1):

$ABCD$ مربع غير مباشر من المستوي حيث $(\overline{AB}, \overline{AD}) = -\frac{\pi}{2}$. E نقطة خارج المربع $ABCD$ حيث ECD مثلث متقايس الأضلاع و لتكن النقطة F داخل المربع $ABCD$ حيث AFD مثلث متقايس الأضلاع

(1) أثبت أن المثلث ABF متقايس الساقين .

(2) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overline{FB}, \overline{FA})$.

(3) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overline{DE}, \overline{DF})$. استنتج قيسا للزاوية الموجهة $(\overline{FD}, \overline{FE})$.

(4) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overline{FB}, \overline{FE})$.

(5) استنتج أن النقط E, F و B على استقامة واحدة .

تمرين(2):

(C) دائرة مثلثية مرفقة بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. A و B نقطتين من (C) حيث:

$$(\overline{OI}; \overline{OA}) = \frac{\pi}{6} \text{ و } (\overline{OI}; \overline{OB}) = \frac{3\pi}{4} \text{ و } I \text{ و } J \text{ نقطتا تقاطع (C) مع المحورين .}$$

عين قيسا للزاويا الموجهة : (1) $(\overline{OJ}; \overline{OA})$ (2) $(\overline{OJ}; \overline{OB})$ (3) $(\overline{OA}; \overline{OB})$

تمرين 29 ص 288 للحل

تمرين 31 ص 288 منزلي .

تقويم

ثانوية : محمد حسين بن زيان - واد الجمعة-

ميدان التعلم : هندسة

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المحور : الزوايا الموجهة

المدة : 2 ساعة

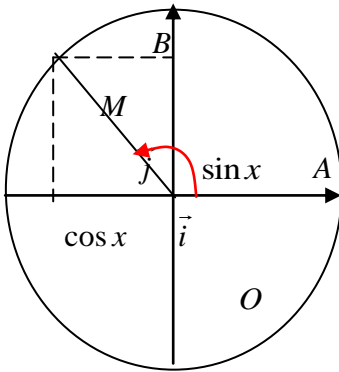
الموضوع : جيب و جيب تمام زوايا مرفقة

المكتسبات القبلية : جيب و جيب تمام زوايا الموجهة

المكتسبات المستهدفة : توظيف دساتير التحويل المتعلقة بجيب تمام و جيب في حل مسائل المثلثية

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق	<p>نشاط 4 صفحة 211</p> <p>حساب المثلثات</p> <p>1. المعلم المتعامد و المتجانس</p> <p>تعريف:</p> <p>* اذا كان $(\vec{i}; \vec{j}) = \frac{\pi}{2}$ نقول ان المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ من المستوي مباشر</p> <p>* اذا كان $(\vec{i}; \vec{j}) = -\frac{\pi}{2}$ نقول ان المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ من المستوي غير مباشر.</p>	
بناء المفاهيم	<p>2. جيب و جيب تمام زاوية موجهة لشعاعين</p> <p>تعريف: (C) دائرة مثلثية مركزها O لتكن A و B نقطتين من (C) بحيث $(O; \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$ معلم متعامد و متجانس مباشر . نضع $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$ و $\overrightarrow{OB} = \vec{j}$</p> <p>- لكل عدد حقيقي x صورة M على الدائرة (C) حيث x قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$</p> <p>1. جيب تمام العدد x هو فاصلة النقطة M و يرمز له بالرمز $\cos x$</p> <p>2. جيب العدد x هو ترتيب النقطة M و يرمز له بالرمز $\sin x$</p> <p>3. اذا كان x قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$ فان كل عدد من الشكل $x + 2\pi k$ حي $k \in \mathbb{Z}$ هو كذلك قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$.</p> <p>و منه x و $x + 2\pi k$ لهما نفس الصورة M على الدائرة (C) و بالتالي:</p>	



$$\sin(x + 2\pi k) = \sin x \text{ و } \cos(x + 2\pi k) = \cos x \text{ مع } k \in \mathbb{Z}$$

4. نقول ان الدائتين \sin و \cos دوريتين و 2π هو دور لهما

نتائج: من اجل كل عدد حقيقي x فان:

$$(1) -1 \leq \cos x \leq 1 \quad (2) -1 \leq \sin x \leq 1 \quad (3) \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

جدول القيم الشهيرة:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

تعريف:

1. جيب تمام زاوية موجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ هو جيب تمام احد اقياسها بالراديان و يرمز له بالرمز $\cos(\vec{u}; \vec{v})$

2. جيب زاوية موجهة $(\vec{u}; \vec{v})$ هو جيب احد اقياسها بالراديان و يرمز له بالرمز $\sin(\vec{u}; \vec{v})$

تمرين (1): بدون استعمال الحاسبة عين القيم المضبوطة لكل من الاعداد التالية:

$$\cos\left(\frac{14\pi}{3}\right) \text{ و } \sin\left(\frac{25\pi}{4}\right) \text{ و } \cos(-2007\pi) \text{ و } \sin\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$$

تمرين (2):

بدون استعمال الحاسبة عين القيمة المضبوطة لـ $\sin x$ اذا علمت ان: $\cos x = \frac{4}{5}$ و $0 < x < \frac{\pi}{2}$

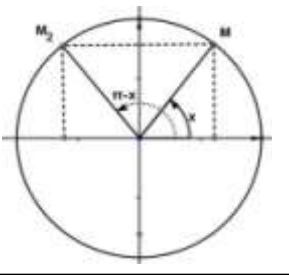
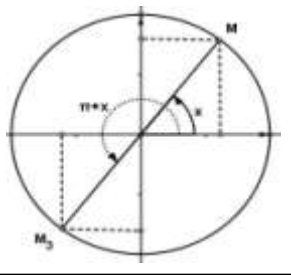
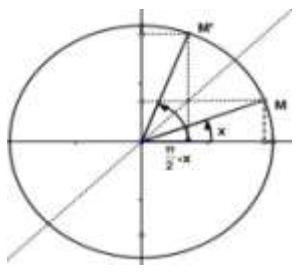
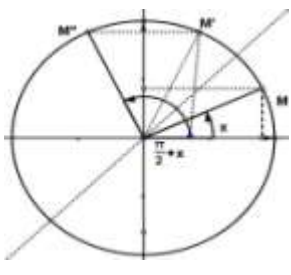
جيب تمام و جيب الزوايا المرفقة:

تعريف: نسمي الزوايا المرفقة بزاوية موجهة حيث x قيس لها، الزوايا الموجهة التي أحد أقياسها $-x$ ،

$$\frac{\pi}{2} + x, \frac{\pi}{2} - x, \pi + x, \pi - x$$

مبرهنة: من أجل كل عدد حقيقي x :

	M و M_4 متناظرتان بالنسبة إلى محور الفواصل		M و M_1 متطابقتان ذلك بعد عدة دورات k
$\begin{cases} \cos(-x) = \cos(x) \\ \sin(-x) = -\sin(x) \end{cases}$		$\begin{cases} \cos(2k\pi + x) = \cos(x) \\ \sin(2k\pi + x) = \sin(x) \end{cases}$	

	<p>M و M_2 متناظرتان بالنسبة إلى محور الترتيب</p>		<p>M و M_3 متناظرتان بالنسبة إلى المبدأ</p>
$\begin{cases} \cos(\pi - x) = -\cos(x) \\ \sin(\pi - x) = \sin(x) \end{cases}$		$\begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos(x) \\ \sin(\pi + x) = -\sin(x) \end{cases}$	
	<p>M و M'' متناظرتان بالنسبة إلى المنصف الأول</p>		<p>M' و M'' متناظرتان بالنسبة إلى محور الترتيب</p>
$\begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x) \\ \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x) \end{cases}$		$\begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x) \\ \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x) \end{cases}$	

تمرين(1):

بسّط العبارة التالية: $A = \sin(\pi + x) - 2\cos(\frac{\pi}{2} + x) + \cos(\pi - x) + \sin(\frac{\pi}{2} + x)$

تمرين(2):

(1) تحقق ان $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}+2}{4}$

(2) علما ان $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ عين القيمة المضبوطة لـ $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

(3) تحقق ان $\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$ ثم استنتج $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

تمرين : من رقم 36 إلى رقم 41 صفحة 229

تمرين: من رقم 51 إلى رقم 53 صفحة 230

تمرين رقم 56+57 صفحة 230

تقويم

ثانوية : محمد حسين بن زيان - واد الجمعة -

ميدان التعلم : هندسة

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المحور : الزوايا الموجهة

المدة : 2 ساعة

الموضوع : حل المعادلات المثلثية

المكتسبات القبلية : جيب و جيب تمام زوايا الشهيرة

المكتسبات المستهدفة : القدرة على المعادلات المثلثية و مثلها على الدائرة

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق	<p>تمهيد</p> <p>المعادلات المثلثية</p> <p>1. الأعداد الحقيقية التي لها نفس الجيب و نفس جيب التمام</p> <p>a, b عددين حقيقيين</p> <p>(1) $\cos a = \cos b$ معناه $(a = b + 2\pi k)$ أو $(a = -b + 2\pi k)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$</p> <p>(2) $\sin a = \sin b$ معناه $(a = b + 2\pi k)$ أو $(a = \pi - b + 2\pi k)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$</p> <p>مثال</p> <p>$\cos x = \cos \frac{\pi}{6}$ و منه $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$</p> <p>$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ و منه $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ و نستنتج $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$</p> <p>2. المعادلات المثلثية الأساسية</p> <p>المعادلات من الشكل: $\cos x = a$ حيث a عدد حقيقي</p> <p>1. إذا $a < -1$ أو $a > 1$ فإن المعادلة لا تقبل حلول</p> <p>2. إذا كان $-1 \leq a \leq 1$ فإنه يوجد عدد حقيقي c بحيث $a = \cos c$ و حلول المعادلة هي الاعداد الحقيقية من الشكل $x = c + 2\pi k$ أو $x = -c + 2\pi k$ حيث $k \in \mathbb{Z}$</p> <p>مثال</p> <p>$\cos x = \frac{1}{2}$ و منه $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ و منه $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ أو $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$</p>	

المعادلات من الشكل: $\sin x = a$ حيث a عدد حقيقي

3. اذا $a < -1$ او $a > 1$ فان المعادلة لا تقبل حلول

4. اذا كان $-1 \leq a \leq 1$ فانه يوجد عدد حقيقي c بحيث $a = \cos c$ و حلول المعادلة هي الاعداد

الحقيقية من الشكل $x = c + 2\pi k$ او $x = \pi - c + 2\pi k$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

تمرين(1):

حل في R المعادلات التالية ذات المجهول x :

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1) \quad \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

مثل صور حلول كل معادلة على دائرة مثلثية

تمرين(2):

حل في R المعادلة التالية ذات المجهول x :

$$\cos x \sin^2 x + \cos x \sin x - 2 \cos x = 0$$

حل المعادلات من الشكل $\cos u = \sin v$

تمرين: حل في المجموعة \mathbb{R} المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية .

إرشادات للحل: لحل معادلة من الشكل $\cos u = \sin v$ يجب تحويل \sin إلى \cos أو العكس علما أن:

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \end{cases}$$

لتمثيل الحلول على الدائرة المثلثية نعتد على أقياس الزوايا الشهيرة . نشير إلى أن القيم التي يأخذها k

في العبارة $\frac{2k\pi}{n}$ هي من 0 إلى $n-1$ (k عدد صحيح و n عدد طبيعي غير معدوم

تمرين 56.57 صفحة 230

تقويم

ثانوية : محمد حسين بن زيان - واد الجمعة -

ميدان التعلم : هندسة

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

المحور : الزوايا الموجهة

المدة : 2 ساعة

الموضوع : حل متراجحات مثلثية

المكتسبات القبلية : جيب و جيب تمام زوايا الشهيرة

المكتسبات المستهدفة : القدرة على حل متراجحات المثلثية و تمثيلها

المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع أنترنت ، المنهاج

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة انطلاق	<p>تمهيد</p> <p><u>حل المتراجحات المثلثية:</u></p> <p>1. المتراجحات من الشكل: $\cos x < a$.</p> <p>تمرين: في المجموعة $[0, 2\pi]$ لتكن المتراجحة ذات المجهول الحقيقي $x: \cos x < a \dots (1)$ (a عدد حقيقي) .</p> <p>(1) أثبت أنه إذا كان $a \leq -1$ فإن المتراجحة (1) ليس لها حلول في $[0, 2\pi]$.</p> <p>(2) أثبت أنه إذا كان $a \geq 1$ فإن $[0, 2\pi]$ هي مجموعة الحلول للمتراجحة (1) .</p> <p>(3) أثبت أنه إذا كان $-1 < a < 1$ فإنه يوجد عددين متعاكسان α و β من المجال $[0, 2\pi]$ حيث أن $\cos \alpha = \cos \beta = a$. نسمي M صورة α على الدائرة المثلثية و نسمي M' صورة β على الدائرة المثلثية ، أثبت أن M و M' متناظرتان بالنسبة إلى محور الفواصل .</p> <p>استنتج مجموعة نقاط الدائرة المثلثية التي فواصلها أصغر من a .</p> <p>استنتج حلول المتراجحة (1) على المجال $[0, 2\pi]$.</p> <p>ملاحظة: في المتراجحات من الشكل $\cos x \leq a$ الحالتان $a = 1$ و $a = -1$ تدرس على حدى .</p> <p>تطبيق: حل في المجموعة $[0, 2\pi]$ المتراجحات ذات المجهول الحقيقي x ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية .</p> <p>في كل حالة من الحالات الآتية:</p> <p>(1) $2 \cos x < 1$ (2) $\sqrt{2} \cos 3x + 2 \leq 0$</p> <p>(3) $2 \cos 2x - \sqrt{3} \geq 0$ (4) $\cos 4x - \frac{1}{2} > 0$</p>	
بناء المفاهيم	<p>2. المتراجحات من الشكل: $\sin x < b$.</p> <p>تمرين: في المجموعة $]-\pi, \pi]$ لتكن المتراجحة ذات المجهول الحقيقي $x: \sin x < b \dots (1)$ (b عدد حقيقي) .</p> <p>(1) أثبت أنه إذا كان $b \leq -1$ فإن المتراجحة (1) ليس لها حلول في $]-\pi, \pi]$.</p>	

(2) أثبت أنه إذا كان $b \geq 1$ فإن $[-\pi, \pi]$ هي مجموعة الحلول للمترابحة (1).

(3) أثبت أنه إذا كان $-1 < b < 1$ فإنه يوجد عدنان α و β من المجال $[-\pi, \pi]$ حيث أن $\sin \alpha = \sin \beta = b$

نسمي M صورة α على الدائرة المثلثية و نسمي M' صورة β على الدائرة المثلثية ، أثبت أن

M و M' متناظران بالنسبة إلى محور الترتيب.

استنتج مجموعة نقط الدائرة المثلثية التي ترتيبها أصغر من b .

استنتج حلول المترابحة (1) على المجال $[-\pi, \pi]$.

ملاحظة: في المترابحات من الشكل $\sin x \leq b$ الحالتين $b = 1$ و $b = -1$ تدرس على حدى .

تطبيق: حل في المجموعة $[0, 2\pi[$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية .

في كل حالة من الحالات الآتية :

تقويم

$$(1) \sin x < -\frac{1}{2} \quad (2) \sqrt{2} \sin 4x - 1 \leq 0$$

$$(3) 2 \sin 5x + \sqrt{3} \geq 0 \quad (4) 2 \sin 4x - \sqrt{2} > 0$$

الحل

$$(1) \sin x < -\frac{1}{2} \text{ ومنه : } \sin x < -\sin \frac{\pi}{6} = \sin \frac{7\pi}{6} \quad \text{أي: } S_1 =]\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}[\text{ ومنه : } x \in]\frac{7\pi}{6}; 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}[$$

$$(2) \sqrt{2} \sin 4x - 1 \leq 0 \text{ ومنه : } \sin 4x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \text{ أي: } 4x \in [0; \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}; 2\pi]$$

$$\text{ومنه: } x \in [0; \frac{\pi}{16}] \cup [\frac{3\pi}{16}; \frac{\pi}{2}] \text{ ومنه: } S_2 = [0; \frac{\pi}{16}] \cup [\frac{3\pi}{16}; \frac{\pi}{2}]$$

$$(3) 2 \sin 5x + \sqrt{3} \geq 0 \text{ أي: } \sin 5x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2} = -\sin \frac{\pi}{3} = \sin \frac{4\pi}{3} \text{ أي: } 5x \in [0; \frac{4\pi}{3}] \cup [\frac{5\pi}{3}; 2\pi]$$

$$\text{ومنه: } x \in [0; \frac{4\pi}{15}] \cup [\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{5}] \text{ ومنه: } S_3 = [0; \frac{4\pi}{15}] \cup [\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{5}]$$

$$(4) 2 \sin 4x - \sqrt{2} > 0 \text{ ومنه : } \sin 4x > \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \text{ أي: } 4x \in]\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}[\text{ ومنه: } x \in]\frac{\pi}{16}; \frac{3\pi}{16}[$$

$$\text{ومنه: } S_4 =]\frac{\pi}{16}; \frac{3\pi}{16}[$$