التمرين الأول

A ، B و C ثلاث نقط ليست في استقامية.

النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$ و النقطة H المعرفة كما يلي $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

1. أنشئ النقطة G
2. بين أن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$ ثم أنشئ النقطة H
3. بين أن النقط A ، G و H في استقامية
4. نعتبر النقطة K المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}$ ، ماذا تمثل النقطة K بالنسبة للنقطتين A و B.
5. بين أن المستقيمان (AG) و (CK) يتقاطعان في نقطة يطلب تعيينها.
6. (T) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=\frac{1}{2}\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|$ ، عين طبيعة المجموعة (T)
7. $(T^{'})$ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|$ ، عين طبيعة المجموعة $(T^{'})$

التمرين الثاني

I) ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB=AC=5cm$ ، نقطة من المستوي تحقق $4\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

- أثبت أن G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\gamma)\}$ حيث α ، β و γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

II) لتكن M نقطة كيفية من المستوي ، $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث: $\vec{v}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ ، $\vec{u}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$

1) عبر عن الشعاع $\vec{u}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$.
2) اثبت أن $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
3) أنشئ النقطة D حيث $\vec{v}=\overrightarrow{AD}$
4) احسب بال cm كل من AD و AG
5) عين (T) مجموعة النقط M التي تحقق $\|\vec{u}\|-\|\vec{v}\|=0$

III) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، $\alpha\in\mathbb{R}^*$ ، $G^{'}$ مرجح الجملة المثقلة $\{(E;\alpha),(F;1+\alpha),(K;\alpha^2)\}$ حيث $E(-\alpha;\alpha)$ ، $F(\alpha;-\alpha)$ و $K(\alpha;\alpha)$.

1) عين جميع القيم الممكنة للعدد α حتى تكون $G^{'}$ موجودة.
2) نضع $\alpha=1$.

- عبر عن $\overrightarrow{KG^{'}}$ بدلالة $\overrightarrow{KE}$ و $\overrightarrow{KF}$

عين احداثيات النقطة $G^{'}$

التمرين الثالث

ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = 2cm$.

1. لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha+1),(B;2-\alpha)\}$ حيث α عدد حقيقي.

أ) بين أن النقطة H موجودة من أجل كل عدد حقيقي α .

ب) عين قيم α حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعاكسان في الإتجاه.

جـ) عين قيمة α إذا علمت أن H هي نظيرة B بالنسبة إلى A .

2. نضع فيما يلي $\alpha = 5$ و G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1),(C;2)\}$

أ) أنشئ النقطتين H و G.

ب) بين أن النقط G، H و C في إستقامية.

جـ) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\frac{1}{3}\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|-\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right\|=0$$

التمرين الرابع

ABC مثلث كيفي ، G هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3),(C;-1)\}$، I و J نقطتان من المستوي تحققان $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $6\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

1. أنشئ شكلا مناسبا مع التبرير
2. أثبت أن النقطة I مرجح للنقطتين A و B بمعاملين يطلب تعيينهما.
3. أثبت أن النقطة J مرجح للنقطتين B و C بمعاملين يطلب تعيينهما.
4. استنتج أن المستقيمين (IC) و (JA) يتقاطعان في النقطة G
5. (Γ)عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MA}+9\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$

أ. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ).

ب. عين طبيعة المجموعة (Γ) و أنشئها.

التمرين الخامس

ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB = AC = 2$ ، I منتصف $[AB]$ و J نظيرة I بالنسبة إلى B .

1. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m مرجح الجملة $\{(A;m-1),(B;2m-3)\}$
2. عبر عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و m
3. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على I .
4. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على J .
5. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m داخل القطعة $[AB]$.

حل التمرين الأول

A ، B و C ثلاث نقط ليست في استقامية النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$ و النقطة H المعرفة كما يلي $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

1. إنشاء النقطة G : لدينا G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$ ومنه $\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$
2. تبين أن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$ ثم إنشاء النقطة H

لدينا $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$ بإستعما علاقة شال $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\left(\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HC}\right)=\vec{0}$ يكافئ

$\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\overrightarrow{BH}+2\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ يكافئ $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}++2\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ ومنه H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$

- إنشاء النقطة H :

لدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$ و النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$ إذن حسب خاصية التجميع النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(G;3)\}$ ومنه $\overrightarrow{AH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}$.

3. بين أن النقط A ، G و H في استقامية: لدينا النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(G;3)\}$ ومنه النقط A ، G و H في استقامية.
4. نعتبر النقطة K المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}$ ، تمثل النقطة K بالنسبة للنقطتين A و B .

K مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1)\}$ وبما أن المعاملات متساوية فإن النقطة هي منتصف قطعة المستقيم $[AB]$.

5. تبين أن المستقيمان (AG) و (CK) يتقاطعان في نقطة يطلب تعيينها.

لدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$ و النقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1)\}$ إذن حسب خاصية التجميع النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(K;2),(C;2)\}$ ومنه النقط K ، C و H في استقامية ومنه $H\in(CK)$......................(1).

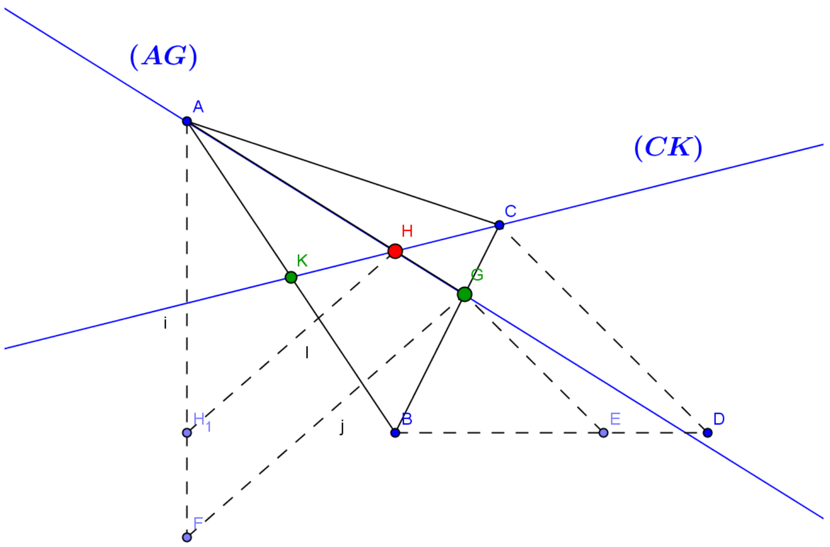
و لدينا النقط A ، G و H في استقامية ومنه $H\in(AG)$......................(2) من (1) و (2) نستنتج أن المستقيمان (AG) و (CK) يتقاطعان في النقطة H .

6. عين طبيعة المجموعة (T) : (T) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$ يكافئ

$\left\|(1+1)\overrightarrow{MK}\right\|=\frac{1}{2}\left\|(1+1+2)\overrightarrow{MH}\right\|$ يكافئ $\left\|2\overrightarrow{MK}\right\|=\frac{1}{2}\left\|4\overrightarrow{MH}\right\|$ يكافئ $2MH=2MK$ يكافئ $MH=MK$ ومنه (T) هي مستقيم محور قطعة المستقيم $[HK]$

7. عين طبيعة المجموعة (T') : (T') مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$ يكافئ

$\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|(1+1+2)\overrightarrow{MH}\right\|$ يكافئ $\left\|\overrightarrow{BA}\right\|=\left\|4\overrightarrow{MH}\right\|$ يكافئ $MH=\frac{1}{4}BA$ ومنه مجموعة النقط (T') هي دائرة مركزها H وطول نصف قطرها $r=\frac{1}{4}BA$



حل التمرين الثاني

ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB = AC = 5cm$ ، نقطة من المستوي تحقق $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

I. إثبات أن G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\gamma)\}$ حيث α ، β و γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

لدينا $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ بإستعمال علاقة شال $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}$ يكافئ $2\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ يكافئ

$2\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$ ومنه G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;1),(C;1)\}$

II. لتكن M نقطة كيفية من المستوي ، $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث: $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ ، $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

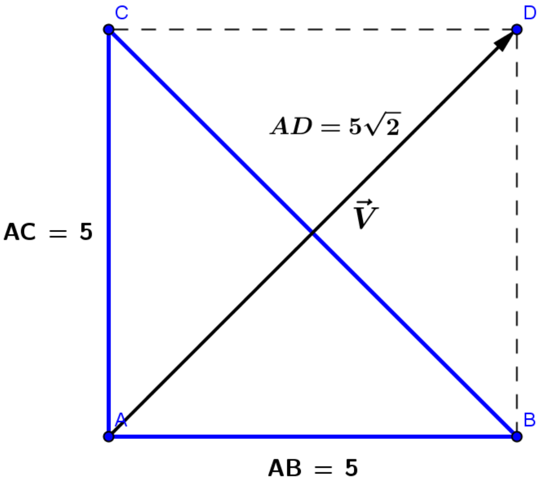
1. اتعبير عن الشعاع $\vec{u}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$.

لدينا $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بإستعمال علاقة شال $\vec{u} = 2\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}$ يكافئ

$\vec{u} = 4\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ وبما أن G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;1),(C;1)\}$ أي $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ومنه

$\vec{u} = 4\overrightarrow{MG}$.

2. اثبت أن $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$



لدينا $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بإستعمال علاقة شال نجد

$\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$ ومنه $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

3. إنشاء النقطة D حيث $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$

4. احسب بال cm كل من AD و AG

$AD = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$

لدينا $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ أي $\left\|4\overrightarrow{AG}\right\| = \left\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right\|$ يكافئ

$\left\|4\overrightarrow{AG}\right\| = \left\|\overrightarrow{AD}\right\|$ يكافئ $4AG = AD$ يكافئ $AG = \dfrac{AD}{4}$ ومنه $AG = \dfrac{5\sqrt{2}}{4}$.

5. تعيين (T) مجموعة النقط M التي تحقق $\left\|\vec{u}\right\| - \left\|\vec{v}\right\| = 0$:

$\left\|\vec{u}\right\| - \left\|\vec{v}\right\| = 0$ يكافئ $\left\|\vec{u}\right\| = \left\|\vec{v}\right\|$ يكافئ $\left\|4\overrightarrow{MG}\right\| = \left\|\overrightarrow{AD}\right\|$ يكافئ $4MG = AD$ يكافئ $MG = \dfrac{AD}{4}$ يكافئ $MG = \dfrac{5\sqrt{2}}{4}$ ومنه (T)

مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G و طول نصف قطرها $r = \dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

III. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، $\alpha \in \mathbb{R}^*$ ، G' مرجح الجملة المثقلة $\{(E;\alpha),(F;1+\alpha),(K;\alpha^2)\}$ حيث $E(-\alpha;\alpha)$ ، $F(\alpha;-\alpha)$ و $K(\alpha;\alpha)$.

1. تعين جميع القيم الممكنة للعدد α حتى تكون G' موجودة.

G' موجودة ووحيدة لما $(\alpha) + (1+\alpha) + (\alpha^2) \neq 0$ أي $\alpha^2 + 2\alpha + 1 \neq 0$ أي $\alpha \neq -1$ وعليه $\alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$

2. نضع $\alpha = 1$.

- التعبير عن $\overrightarrow{KG'}$ بدلالة $\overrightarrow{KE}$ و $\overrightarrow{KF}$

لدينا G' مرجح الجملة المثقلة $\{(E;1),(F;2),(K;1)\}$ أي $\overrightarrow{G'E}+2\overrightarrow{G'F}+\overrightarrow{G'K}=\vec{0}$ بإستعمال علاقة شال نجد أن

$$\overrightarrow{KG'}=\frac{2}{4}\overrightarrow{KF}+\frac{1}{4}\overrightarrow{KE}$$

- تعين احداثيات النقطة G'

لدينا G' مرجح الجملة المثقلة $\{(E;1),(F;2),(K;1)\}$ و $E(-1;1)$ ، $F(1;-1)$ و $K(1;1)$.

$$\begin{cases} x_{G'}=\dfrac{1x_E+2x_F+1x_K}{1+2+1}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2} \\ y_{G'}=\dfrac{1y_E+2y_F+1y_K}{1+2+1}=\dfrac{0}{4}=0 \end{cases}$$ ومنه $G'\left(\frac{1}{2};0\right)$

حل التمرين الثالث

ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB=2cm$

3. لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha+1),(B;2-\alpha)\}$ حيث α عدد حقيقي.

أ) تبيين أن النقطة H موجودة من أجل كل عدد حقيقي α .

H موجودة ووحيدة لما $(\alpha+1)+(2-\alpha)\neq 0$ أي $3\neq 0$ ومنه النقطة H موجودة من أجل كل عدد حقيقي α .

ب) تعيين قيم α حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعاكسان في الإتجاه.

H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha+1),(B;2-\alpha)\}$ معناه $\overrightarrow{AH}=\frac{2-\alpha}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعاكسان في الإتجاه لما $\frac{2-\alpha}{3}<0$ أي $2-\alpha<0$ أي $\alpha>2$ ومنه $\alpha\in\left]2;+\infty\right[$

جـ) تعيين قيمة α إذا علمت أن H هي نظيرة B بالنسبة إلى A .

لدينا $\overrightarrow{AH}=\frac{2-\alpha}{3}\overrightarrow{AB}$ و H هي نظيرة B بالنسبة إلى A معناه $\overrightarrow{AH}=-\overrightarrow{AB}$ أي $\frac{2-\alpha}{3}=-1$ ومنه $2-\alpha=-3$ وعليه $\alpha=5$.

4. نضع فيما يلي $\alpha=5$ و G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1),(C;2)\}$

أ) أنشئ النقطتين H و G .

لدينا $\overrightarrow{AH}=\frac{2-\alpha}{3}\overrightarrow{AB}$ أي $\overrightarrow{AH}=-\overrightarrow{AB}$

G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1),(C;2)\}$ ولدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;6),(B;-3)\}$ أي H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1)\}$ بإستعمال خاصية التجميع نجد G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(H;1),(C;2)\}$ ومنه $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CH}$

ب) تبين أن النقط G ، H و C في إستقامية

لدينا G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(H;1),(C;2)\}$ ومنه بين أن النقط G ، H و C في إستقامية

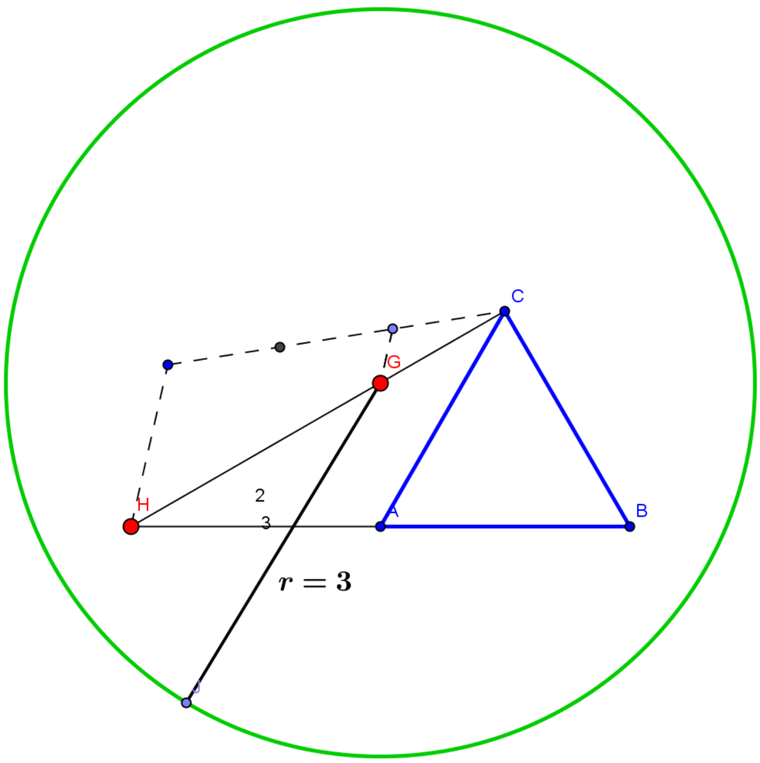
جـ) تعين ثم إنشاء مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\frac{1}{3}\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|-\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right\|=0$

$\frac{1}{3}\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|-\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right\|=0$ تكافئ $\frac{1}{3}\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right\|$ تكافئ

$\frac{1}{3}\left\|(-2+1-2)\overrightarrow{MG}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)-\overrightarrow{MA}\right\|$ يكافئ $\frac{1}{3}\left\|-3\overrightarrow{MG}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ يكافئ $MG=\frac{1}{2}AB$ يكافئ $MG=\frac{1}{2}AB$

أي $MG=\frac{1}{2}(2)$ ومنه $MG=1$

ومنه مجموعة النقط M من المستوي هي الدائرة التي مركزها G و طول نصف قطرها $r=1cm$



حل التمرين الرابع

ABC مثلث كيفي ، G هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3),(C;-1)\}$ ، I و J نقطتان من المستوي تحققان $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $6\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

1. أنشئ شكلا مناسبا مع التبرير:

لدينا $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ يكافئ $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$.

ولدينا $6\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{JC}=\vec{0}$ يكافئ $\overrightarrow{BC}=\frac{4}{6}\overrightarrow{JC}$ يكافئ $\overrightarrow{CJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$.

G هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3),(C;-1)\}$ ، ولدينا I هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3)\}$ بإستعمال خاصية التجميع نجد G هي مرجح الجملة $\{(I;4),(C;-1)\}$ ومنه $\overrightarrow{CG}=\frac{4}{3}\overrightarrow{CI}$

2. أثبت أن النقطة I مرجح للنقطتين A و B بمعاملين يطلب تعيينهما.

لدينا $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ بإستعمال علاقة شال نجد $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}\right)$ يكافئ $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AI}+\frac{1}{4}\overrightarrow{IB}$ يكافئ

$\overrightarrow{IB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AI}-\frac{1}{4}\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ يكافئ $\frac{3}{4}\overrightarrow{IB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AI}=\vec{0}$ يكافئ $\frac{3}{4}\overrightarrow{IB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{IA}=\vec{0}$ يكافئ $3\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA}=\vec{0}$ ومنه I هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3)\}$

3. أثبت أن النقطة J مرجح للنقطتين B و C بمعاملين يطلب تعيينهما.

لدينا $6\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{JC}=\vec{0}$ بإستعمال علاقة شال نجد $6\left(\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{JC}\right)-4\overrightarrow{JC}=\vec{0}$ يكافئ $6\overrightarrow{BJ}+6\overrightarrow{JC}-4\overrightarrow{JC}=\vec{0}$ يكافئ $6\overrightarrow{BJ}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$ يكافئ $6\overrightarrow{BJ}-2\overrightarrow{CJ}=\vec{0}$ ومنه J $\{(B;6);(C;-2)\}$

4. استنتاج أن المستقيمين (IC) و (JA) يتقاطعان في النقطة G:

G هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3),(C;-1)\}$، ولدينا I هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3)\}$ بإستعمال خاصية التجميع نجد G هي مرجح الجملة $\{(I;4),(C;-1)\}$ ومنه النقط G، C و I في إستقامية ومنه $G\in(IC)$.................(1)

ومن جهة :

G هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3),(C;-1)\}$، ولدينا J هي مرجح الجملة $\{(B;6);(C;-2)\}$ أي J هي مرجح الجملة $\{(B;3);(C;-1)\}$ بإستعمال خاصية التجميع نجد G هي مرجح الجملة $\{(A;1),(J;2)\}$ ومنه النقط G، J و A في إستقامية ومنه $G\in(JA)$.................(2)

من (1) و (2) نستنتج أن النقطة هي نقطة تقاطع المستقيمين (IC) و (JA)

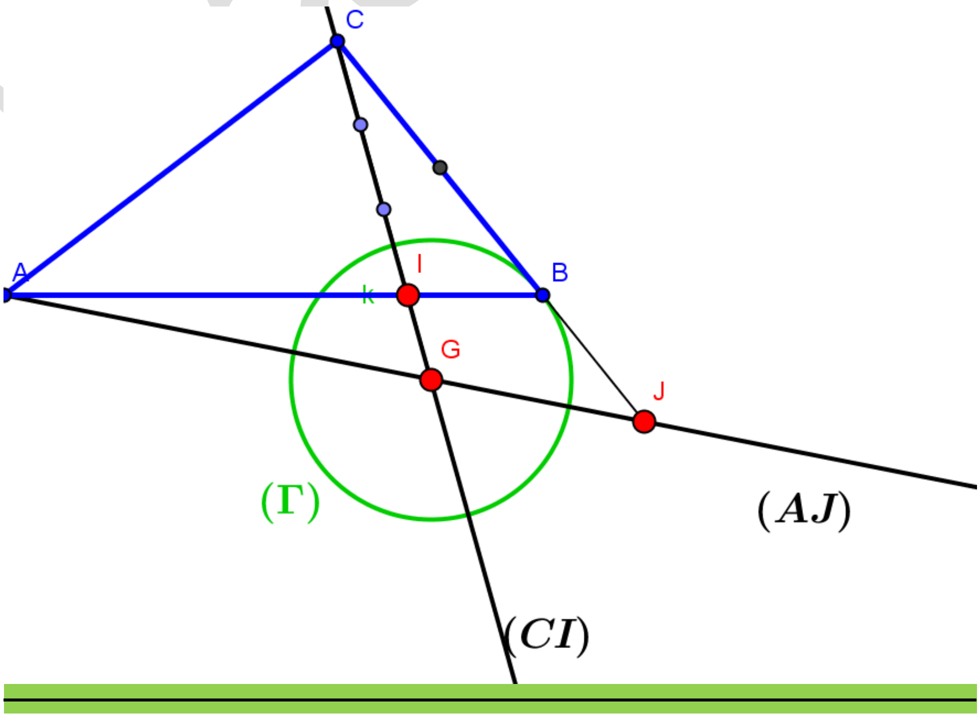
5. (Γ) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MA}+9\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$

ت. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ).

نضع M تنطبق على B نتحصل على $\left\|3\overrightarrow{BA}+9\overrightarrow{BB}-3\overrightarrow{BC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right\|$ يكافئ $\left\|3\overrightarrow{BA}-3\overrightarrow{BC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right\|$ يكافئ $\left\|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right\|=\left\|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right\|$ وهذه العلاقة محققة إذن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ).

- تعين طبيعة المجموعة (Γ) و أنشئها.

$\left\|3\overrightarrow{MA}+9\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$ يكافئ $\left\|(3+9-3)\overrightarrow{MG}\right\|=3\left\|\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CA}\right)-\overrightarrow{MC}\right\|$ يكافئ $\left\|9\overrightarrow{MG}\right\|=3\left\|\overrightarrow{CA}\right\|$ يكافئ $9MG=3CA$ يكافئ $MG=\frac{1}{3}CA$ ومنه المجموعة (Γ) هي الدائرة التي مركزها G وطول نصف قطرها $r=\frac{1}{3}CA$. وتشمل النقطة B.



حل التمرين الخامس

ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB = AC = 2$ ، I منتصف $[AB]$ و J نظيرة I بالنسبة إلى B .

1. تعيين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m مرجح الجملة $\{(A;m-1),(B;2m-3)\}$

G_m موجودة ووحيدة لما $(m-1)+(2m-3)\neq 0$ أي $3m-4\neq 0$ أي $m\neq \frac{4}{3}$ ومنه $m\in \mathbb{R}-\left\{\frac{4}{3}\right\}$

2. تعبير عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و m:

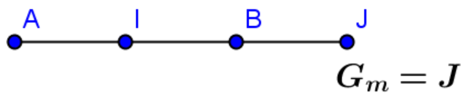
لدينا من أجل $m\in \mathbb{R}-\left\{\frac{4}{3}\right\}$: G_m مرجح الجملة $\{(A;m-1),(B;2m-3)\}$ معناه $(m-1)\overrightarrow{AG_m}+(2m-3)\overrightarrow{BG_m}=\vec{0}$

معناه $(m-1)\overrightarrow{AG_m}+(2m-3)\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG_m}\right)=\vec{0}$ معناه $(3m-4)\overrightarrow{AG_m}+(2m-3)\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ معناه $\overrightarrow{AG_m}=\frac{2m-3}{3m-4}\overrightarrow{AB}$

3. تعين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على I .

النقطة G_m منطبقة على I معناه $m-1=2m-3$ (المعاملات متساوية لأن I منتصف $[AB]$) أي $m=2$.

4. تعين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على J .



النقطة G_m منطبقة على J معناه G_m نظيرة I بالنسبة إلى B و I منتصف $[AB]$ ومنه $\overrightarrow{AG_m}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ ولدينا $\overrightarrow{AG_m}=\frac{2m-3}{3m-4}\overrightarrow{AB}$ بالمطابقة نجد

$\frac{2m-3}{3m-4}=\frac{3}{2}$ أي $4m-6=9m-12$ أي $m=\frac{6}{5}$.

5. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m داخل القطعة $[AB]$.

النقطة G_m داخل القطعة $[AB]$ معناه $\frac{2m-3}{3m-4}>0$ و $2m-3>3m-4$ أي لما $m\in \left]-\infty;1\right[$