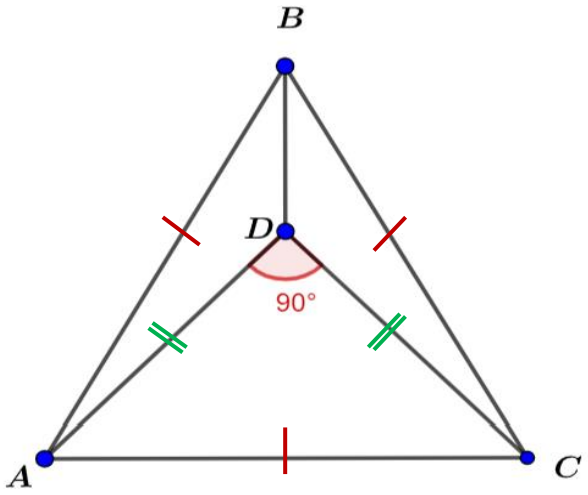
الواجب المنزلي رقم ⑦
[محور: الزوايا الموجهة]

المستوى: ثانية ثانوي — الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

سلم يوم: 19 أفريل 2022 — يعاد يوم: 26 أفريل 2022

التمرين الأول [07 نقاط]

ABC مثلث متقايس الأضلاع و D نقطة داخل المثلث ABC بحيث ADC قائم في D ومتساوي الساقين كما هو موضع في الشكل التالي:



❶ عيّن قيسا للزوايا الموجهة التالية: $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)$ ، $\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB}\right)$ ، $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD}\right)$ و $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DA}\right)$

❷ ما هو مجموع هذه الأقياس

التمرين الثاني: [07 نقطة]

$P(x)$ كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ:

$$P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$$

❶ احسب $P(1)$، ماذا تستنتج؟

❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

❸ استنتج حلول المعادلة $Q(x) = 0$ حيث:

$$Q(x) = 2\sin^3 x - 7\sin^2 x + 7\sin x - 2$$

ثم مثل صور حلولها على الدائرة المثلثية

التمرين الثالث [06 نقطة]

I) حل في المجال $]-\pi;\pi]$ المتراجحات التالية:

❶ $2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 1 \geq 0$

❷ $-2\sin x - \sqrt{3} \geq 0$

❸ $-\frac{1}{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq \sqrt{2}$

II) x عدد حقيقي، إذا علمت أنّ $2\cos x \cdot \sin x = 1$، أحسب كلا من:

❶ $\cos x + \sin x$

❷ $\cos x - \sin x$

❸ $\cos^2 x - \sin^2 x$

تصحيح مقترح للواجب المنزلي:
[محور: النهايات والسلوك التقاربي]

المستوى: ثانية ثانوي – شعبة رياضيات — الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

تصحيح التمرين الأول [07 نقاط]

❶ تعيين قيسا للزوايا الموجهة التالية: $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$ ، $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})$ ، $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD})$ و $(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DA})$:

- $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$: [1.5ن]

$$\boxed{(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})=\frac{\pi}{3}}$$

- $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})$: [1.5ن]

لدينا:

$$2(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})+(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC})=\pi \Longrightarrow (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})=\frac{\pi-(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC})}{2}$$
$$\Longrightarrow (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})=\frac{\pi-\frac{\pi}{2}}{2}$$
$$\Longrightarrow (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{4}$$

ولدينا:

$$(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})+(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB}) \Longrightarrow (\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})=(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})-(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})$$
$$\Longrightarrow (\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$$
$$\Longrightarrow \boxed{(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})=\frac{\pi}{12}}$$

- $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD})$: [1.5ن]

$$(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})=\boxed{(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD})=\frac{\pi}{12}}$$

- $(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DA})$: [1.5ن]

$$\boxed{(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DA})=-\frac{\pi}{2}}$$

❷ حساب مجموع هذه الأقياس: [01ن]

$$(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})+(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DA})=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{2}=\boxed{0}$$

تصحيح التمرين الثاني: [07 نقاط]

1)

❶ حساب $P(1)$: [01ن]

$$P(1)=2(1)^3-7(1)^2-7(1)-2=\boxed{0}$$

نستنتج أنّ 1 **جذر** لـ P [01ن]

❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$:

$$P(x)=0 \Longrightarrow 2x^3-7x^2+7x-2=0$$
$$\Longrightarrow (x-1)(ax^2+bx+c)=0$$
$$\Longrightarrow ax^3+bx^2+cx-ax^2-bx-c=0$$
$$\Longrightarrow ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c=0$$

[01ن]

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} a=2 \\ b-a=-7 \\ c-b=7 \\ -c=-2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-5 \\ c=2 \end{cases}$$

[01ن]

ومنه:

$$P(x)=0 \Rightarrow (x-1)(2x^2-5x+2)=0$$
$$\Rightarrow (x-1)(2x^2-5x+2)$$
$$\Rightarrow 2(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ \text{أو} \\ x-\frac{1}{2}=0 \\ \text{أو} \\ x-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ \text{أو} \\ x=\frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ x=2 \end{cases}$$

إذن:

$$\boxed{S=\left\{\frac{1}{2};1;2\right\}}$$ [01ن]

❸ **استنتاج حلول المعادلة:** $Q(x)=0$

$$Q(x)=0 \Rightarrow P(\sin x)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x=1 \\ \text{أو} \\ \sin x=\frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ \sin x=2 \end{cases}$$ [0.5ن]

لدينا: $\sin x=2$ **لا تقبل حلولا في** $\mathbb{R}$ **لأن** $2 \notin [-1;1]$

ومنه:

$$Q(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x=1 \ldots (*) \\ \text{أو} \\ \sin x=\frac{1}{2} \ldots (**) \end{cases}$$

نحل المعادلة $(*)$**:**

$$\sin x=1 \Rightarrow \sin x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right) \ ; k\in\mathbb{Z}$$
$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \ ; k\in\mathbb{Z}$$

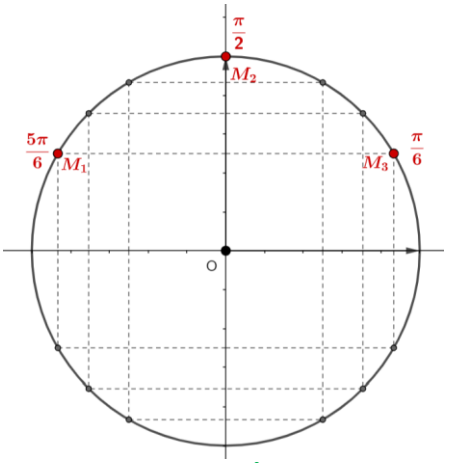
نحل المعادلة $(**)$**:**

$$\sin x=\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \ ; k\in\mathbb{Z}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ \text{أو} \quad ; k\in\mathbb{Z} \\ x=\pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi \end{cases}$$

إذن:

$$\boxed{S=\left\{\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right);\left(\frac{\pi}{6}+2k\pi\right);\left(\frac{5\pi}{6}+2k\pi\right) / k\in\mathbb{Z}\right\}}$$ [0.5ن]

- **تمثيل صور الحلول على الدائرة المثلثية:**



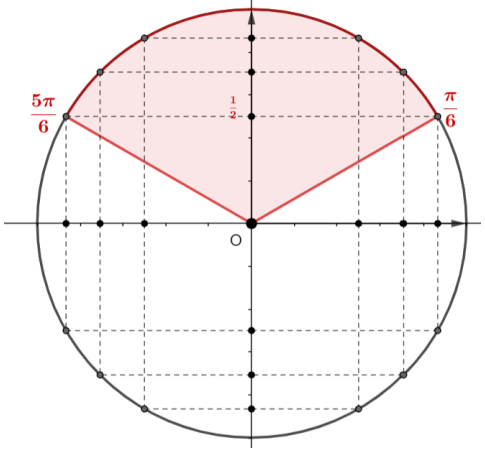
[01ن]

تصحيح التمرين الثالث [06 نقاط]

1) **حل في المجال** $]-\pi;\pi]$ **المتراجحات التالية:**

❶ $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-1\geq 0$ [01ن]

$$2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-1\geq 0\Rightarrow\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\geq\frac{1}{2}\Rightarrow\sin x\geq\frac{1}{2}$$

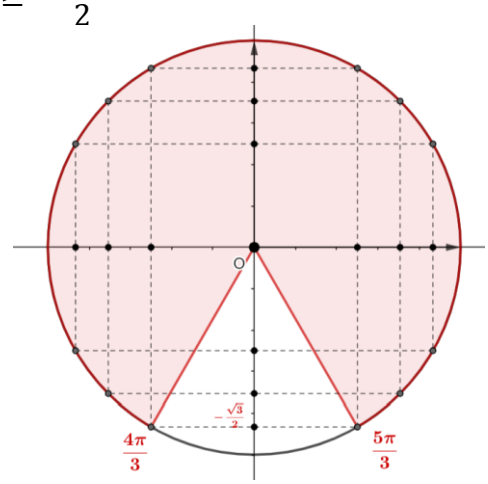


ومنه:

$$\boxed{S=\left]\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]}$$

❷ $-2\sin x-\sqrt{3}\geq 0$ [01ن]

$$-2\sin x-\sqrt{3}\geq 0\Rightarrow\sin x\geq-\frac{\sqrt{3}}{2}$$



ومنه:

$$\boxed{S=\left]-\pi;\frac{4\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{3};\pi\right]}$$

[ن01] ❸ $-\frac{1}{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\geq\sqrt{2}$

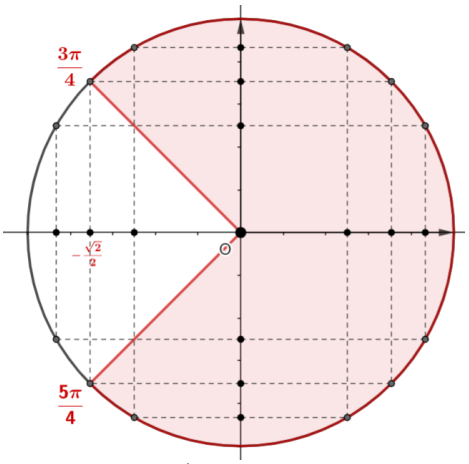
$$-\frac{1}{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\geq\sqrt{2}\Rightarrow\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\geq-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

نضع: $y=x-\frac{\pi}{3}$

ومنه:

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\geq-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\cos(y)\geq-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

لدينا: $x\in]-\pi;\pi]$ ومنه: $\underbrace{\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}_{y}\in\left]-\pi-\frac{\pi}{3};\pi-\frac{\pi}{3}\right]$ أي: $y\in\left]-\frac{4\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right]$



$$S'_{]-\frac{5\pi}{3};\frac{2\pi}{3}]}=\left[-\frac{4\pi}{3};\frac{3\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{4};\frac{2\pi}{3}+2\pi\right]=\left[-\frac{4\pi}{3};\frac{3\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{4};\frac{8\pi}{3}\right]$$

ومنه:

$$S_{]-\pi;\pi]}=\left[-\frac{4\pi}{3}+\frac{\pi}{3};\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{3};\frac{8\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right]$$

$$=\boxed{\left[-\pi;\frac{13\pi}{12}\right]\cup\left[\frac{19\pi}{12};3\pi\right]}$$

II) حساب كلا من:

[ن01] ❶ $\cos x+\sin x$

لدينا:

$$(\cos x+\sin x)^2=\underbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}_{1}+\underbrace{2\cos x\sin x}_{1}=2$$

ومنه:

$$(\cos x+\sin x)^2=2\Rightarrow\boxed{\begin{cases}\cos x+\sin x=\sqrt{2}\\ \text{أو}\\ \cos x+\sin x=-\sqrt{2}\end{cases}}$$

[ن01] ❷ $\cos x-\sin x$

لدينا:

$$(\cos x-\sin x)^2=\underbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}_{1}-\underbrace{2\cos x\sin x}_{1}=0$$

أي:

$$(\cos x+\sin x)^2=0\Rightarrow\boxed{\cos x+\sin x=0}$$

[ن01] ❸ $\cos^2 x-\sin^2 x$

$$\cos^2 x-\sin^2 x=(\cos x+\sin x)\underbrace{(\cos x-\sin x)}_{0}=$$

إذن:

$$\boxed{\cos^2 x-\sin^2 x=0}$$