

فرض الفصل الثاني في الرياضيات

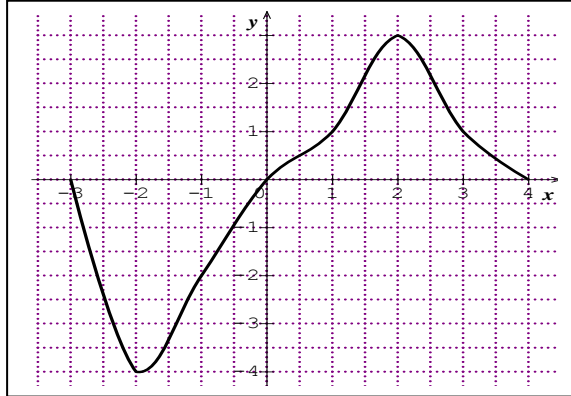
التمرين الأول :

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ .

- (1) عين صور الأعداد 1، 5، (-2) بالدالة  $f$ .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $f(x) = (x+2)^2 - 1$ .
- (3) عين السوابق الممكنة للأعداد 3، (-1)، 0، (-3) بالدالة  $f$  إن وجدت.
- (4) باستعمال البرهان بمثال مضاد أثبت أن الدالة  $f$  ليست زوجية وليست فردية على  $\mathbb{R}$ .
- (5) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) + 1 \geq 0$ . ماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني:

الشكل المقابل هو بيان الدالة  $g$ .



- (1) عين مجموعة تعريف الدالة  $g$ .
- (2) عين صور الأعداد : 1، 4 و -2 بالدالة  $g$ .
- (3) عين السوابق الممكنة للأعداد : 1، 5 و 3 بالدالة  $g$  إن وجدت.
- (4) شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .
- (5) قارن بين :  $g(3,1)$  و  $g(3,2)$  ثم بين  $g(0,1)$  و  $g(0,2)$ . برّر.
- (6) عين إشارة  $g(x)$  على مجموعة تعريفها.
- (7) في مستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس ، أنشئ منحنى  $f$  علما أنها فردية على المجال  $[-4;4]$  وأن :  $f(x) = g(x)$  لما  $x \in [0;4]$

بالتوفيق

الحل المتكامل في المبرهن الثاني

التحريك الاول

$f(x) = x^2 + 4x + 3$

(1) حساب الثوابت:

$f(1) = 1^2 + 4(1) + 3 = 8$

$f(5) = 5^2 + 4(5) + 3 = 37$

$f(5) = 37$

$f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = -1$

$f(-2) = -1$

(2) تبين ان  $f$  هي الدالة  $x$  في  $\mathbb{R}$ :

$f(x) = (x+2)^2 - 1$

-  $f$  هي الدالة  $x$  في  $\mathbb{R}$  لان:

$(x+2)^2 - 1 = x^2 + 2x + 4 - 1 = x^2 + 2x + 3 = f(x)$

$= f(x)$

(3) تبين السويات:  
- سويات العدد 3:

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 3$

أي:  $x^2 + 4x + 3 = 3$

ومنه:  $x^2 + 4x = 0$

أذن:  $x(x+4) = 0$

لذا:  $x = 0$  أو  $x + 4 = 0$

ومنه:  $x = 0$  أو  $x = -4$

ومنه للعدد 3 سويتين بالدالة  $f$  هما 0 و (-4)

- سويات العدد (-1):

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = -1$  أي:

$(x+2)^2 - 1 = -1$

ومنه:  $(x+2) = 0$  أي  $x = -2$

ومنه للعدد (-1) سوية واحدة بالدالة  $f$  هي (-2)

- سويات العدد 0:  
حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  أي:

$(x+2)^2 - 1 = 0$

ومنه:  $(x+2)^2 = 1$  أي:

$x+2 = \sqrt{1}$  أو  $x+2 = -\sqrt{1}$

ومنه:  $x = -1-2$  أو  $x = 1-2$

$x = -3$  أو  $x = -1$

ومنه للعدد 0 سويتين بالدالة  $f$  هما -3 و -1

- سويات العدد (-3):  
حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = -3$  أي:

$(x+2)^2 - 1 = -3$

ومنه:  $(x+2)^2 = -2$  مستحيل

ومنه  $f(x) = -3$  ليس لها حلول في  $\mathbb{R}$

لذا العدد (-3) ليس له سوية بالدالة  $f$

(4) باستعمال البرهان بمتناقض

تثبت ان  $f$  ليست زوجية، وليست

فردية على  $\mathbb{R}$ :

لذا:  $f(1) = 8$

$f(-1) = (-1)^2 + 4(-1) + 3 = 0$

ومنه:  $f(-1) = 0$

$f(1) \neq f(-1)$  إذن  $f$  ليست زوجية على  $\mathbb{R}$

$f(1) \neq -f(-1)$  إذن  $f$  ليست فردية على  $\mathbb{R}$

(5) إثبات ان  $f$  هي دالة زوجية

$f(x) + 1 \geq 0$

لذا:  $f(x) + 1 = [(x+2)^2 - 1] + 1$

$= (x+2)^2$

بيان:  $0 \leq (x+1)^2$  بيان:

$$f(x) + 1 \geq 0$$

- الاستنتاج:

لأننا:  $0 \leq f(x) + 1$  ومنه:  $f(x) \geq -1$

ومن هنا نستنتج أن  $(-1)$  قيمة حدية

صغرى للدالة  $f$

التعريف الثاني:

$$D_f = [-3; 4]$$

$$(2) \quad f(4) = 0, \quad f(1) = 2$$

$$f(-2) = -4$$

(3) حوايق: 1, 1, 3

حوايق: 5: لا يوجد

حوايق: 3: 8

(4) جدول التغيرات:

x	-3	-2	2	4
f(x)	0		3	0
		(-4)		

(5) المقارنة بين  $f(3,1)$  و  $f(3,2)$

لأننا:  $3,1 < 3,2$

$g$  متزايدة تمامًا على المجال

$[2; 4]$  ومنه:

$$f(3,1) > f(3,2)$$

- المقارنة بين  $f(0,1)$  و  $f(0,2)$ :

لأننا:  $0,1 < 0,2$

$g$  متزايدة تمامًا على المجال

$[-2; 2]$  ومنه:

$$f(0,1) < f(0,2)$$

(6) إشارة  $g(x)$ :

x	-3	0	4
g(x)	-	-	+

(7) اشتداد متزايد للدالة  $f$ :

لأننا:  $f(x) = g(x)$  على  $[0; 4]$

وهي متزايدة  $f$  يتحقق على محتوى  $g$

على المجال  $[0; 4]$

وبما أن  $f$  فردية على  $[-4; 4]$  بيان

متزايدة تمامًا بالاشتداد إلى حد معين

