المستوى: رابعة متوسط — سلسلة تمارين — أستاذ المادة: بوطبيبة

BEM 2021

النشر و التحليل- المعادلات و المتراجحات

التمرين الأول: [من ش.ت.م 2007] (النشر والتحليل والمعادلات)

لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

1) انشر ثم بسّط E .

2) حلل العبارة $10^2 - (x-2)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E

3) حل المعادلة : $(11-x)(8+x) = 0$

التمرين الثاني [من ش.ت.م 2008] (الحساب على الجذور و النشر والتحليل والمعادلات)

A عدد حيث : $A = (2-\sqrt{3})^2$

1) انشر ثم بسط A .

2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (7-4\sqrt{3})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{7}$.
- حلل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
- حل المعادلة $(x-2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3}) = 0$

التمرين الثالث: [من ش.ت.م 2009] (النشر والتحليل والمعادلات)

لتكن العبارة E حيث : $E = 2x - 10 - (x-5)^2$

1) انشر ثم بسّط العبارة E .

2) حلل العبارة E .

3) حل المعادلة : $(x-5)(7-x) = 0$

التمرين الرابع: [من ش.ت.م 2011] (النشر والتحليل والمعادلات)

1) تحقق بالنشر من أن $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$

2) لتكن العبارة A حيث :

$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x-1)(3x+2)$

- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة $(2x-1)(4x-1) = 0$

التمرين الخامس : [من ش.ت.م 2012] (النشر والتحليل والمعادلات و المتراجحات)

لتكن العبارة E حيث : $E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

1) انشر وبسط العبارة E.

2) حلل العبارة E الى جداء عاملين.

3) حل المعادلة: $(4x-1)(x-3) = 0$

4) حل المتراجحة: $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

التمرين السادس: [من ش.ت.م 2013] (القيمة المقربة والنشر والتحليل والمعادلات و المتراجحات)

1) لتكن العبارة : $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي.

أ- احسب القيمة المقربة الى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من اجل $x = \sqrt{2}$

ب- حل المتراجحة: $A \geq 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.

2) أ)انشر ثم بسط العبارة B حيث : $B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$

ب)استنتج أن : $B = 6x(3x-5)$.

3) حل المعادلة $B = 0$

التمرين السابع: [من ش.ت.م 2014] (النشر والتحليل والمعادلات)

لتكن العبارة $E = (2x+5)^2 - 36$.

1) تحقق بالنشر أن: $E = 4x^2 + 20x - 11$.

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة $(2x+11)(2x-1) = 0$

التمرين الثامن: [من ش.ت.م 2015] (الحساب على الجذور و النشر والتحليل والمعادلات)

تعطى العبارة $F = (2x-3)^2 - 16$

1) تحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 12x - 7$

2) حلل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة $(2x-7)(2x+1) = 0$.

4) احسب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ و أكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان

التمرين التاسع: [من ش.ت.م 2016] (النشر والتحليل والمعادلات + حل متراجحة من الدرجة الأولى)

1) تحقق من صحة المساواة التالية

$5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$:

2) حلل العبارة A بحيث:

$A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$

3) حل المتراجحة: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$

- مثل حلولها بيانيا.

التمرين العاشر: [من ش.ت.م 2017] (النشر والتحليل والمعادلات)

لتكن العبارة P: حيث:

$P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3)$

1) انشر وبسط العبارة P .

2) حلل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(3x+3)(-1-3x) = 0$

التمرين الحادي عشر : [من ش.ت.م 2018] (النشر والتحليل + حل متراجحة من الدرجة الأولى)

1) تحقق من المساواة الآتية :

$(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$.

2) حلل إلى جداء عاملين العبارة :

$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x+1)^2$.

3) حل المتراجحة: $(3x+1)(x-4) \leq 3x^2 + 7$

التمرين الثاني عشر : [من ش.ت.م 2019] (النشر والتحليل و المتراجحات)

لتكن العبارة E حيث : $E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$

1. انشر و بسّط العبارة E.

2. حلّل العبارة E إلى عاملين من الدرجة الأولى.

3. حل المتراجحة $3x + 4 \geqslant 6x - 2$.

التمرين الثالث عشر : [من ش.ت.م 2020] (النشر والتحليل والمعادلات)

لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = (3x+1)^2 - (x-2)^2$

1) انشر و بسّط العبارة E .

2) حلل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الاولى

3) حل المعادلة: $(4x-1)(2x+3) = 0$

التمرين الأول:

1- نشر وتبسيط العبارة E:

$$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$$
$$E = 100 - (x^2 + 2^2 - 2\times 2\times x) - x - 8$$
$$E = 100 - (x^2 + 4 - 4x) - x - 8$$
$$E = 100 - x^2 - 4 + 4x - x - 8$$
$$E = -x^2 + 3x + 88$$

2- تحليل العبارة:

$$10^2 - (x-2)^2$$
$$= [10 - (x-2)][10 + (x-2)]$$
$$= [10 - x + 2][10 + x - 2]$$
$$= (12 - x)(8 + x)$$

* تحليل العبارة الجبرية E:

$$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$$
$$E = (12 - x)(8 + x) - (x + 8)$$
$$E = (8 + x)[(12 - x) - 1]$$
$$E = (8 + x)(12 - x - 1)$$
$$E = (8 + x)(11 - x)$$

3- حل المعادلة:

$$(11 - x)(8 + x) = 0$$

إما :

$11 - x = 0$

$-x = -11$

$x = \frac{-11}{-1}$

$x = 11$

أو :

$8 + x = 0$

$x = 0 - 8$

$x = -8$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: 11 و 8 -

التمرين الثاني:

1- نشر وتبسيط العبارة A:

$A = (2 - \sqrt{3})^2$

$A = 2^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3}$

$A = 4 + 3 - 4\sqrt{3}$

$A = 7 - 4\sqrt{3}$

2- حساب القيمة الجبرية المضبوطة للعبارة E من أجل:

$x = \sqrt{7}$

$E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

$E = (\sqrt{7})^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

$E = 7 - 7 + 4\sqrt{3}$

$E = 4\sqrt{3}$

* تحليل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

$E = x^2 - (2 - \sqrt{3})^2$

$$E = [x - (2 - \sqrt{3})][x + (2 - \sqrt{3})]$$

$$E = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$$

* حل المعادلة:

$$(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$$

إما: $x - 2 + \sqrt{3} = 0$ | أو: $x + 2 - \sqrt{3} = 0$

$x = 2 - \sqrt{3}$ | $x = -2 + \sqrt{3}$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: $2 - \sqrt{3}$ و $-2 + \sqrt{3}$

التمرين الثالث:

1- نشر وتبسيط العبارة E:

$$E = 2x - 10 - (x - 5)^2$$

$$E = 2x - 10 - (x^2 + 5^2 - 2 \times x \times 5)$$

$$E = 2x - 10 - (x^2 + 25 - 10x)$$

$$E = 2x - 10 - x^2 - 25 + 10x$$

$$E = -x^2 + 12x - 35$$

2- تحليل العبارة E:

$$E = 2x - 10 - (x - 5)^2$$

$$E = 2x - 2 \times 5 - (x - 5)^2$$

$$E = 2(x - 5) - (x - 5)^2$$

$$E = (x - 5)[2 - (x - 5)]$$

$$E = (x-5)[2-x+5]$$

$$E = (x-5)(7-x)$$

3- حل المعادلة:

$$(x-5)(7-x)=0$$

إما: $x-5=0$

$x = 0+5$

$x = 5$

أو: $7-x=0$

$-x=-7$

$x=\frac{-7}{-1}$

$x=7$

ومنه المعادلة لها حلان وهما 7 و 5

التمرين الرابع:

1- تحقق بالنشر من:

$$(2x-1)(x-3) = 2x^2-7x+3$$

$$(2x-1)(x-3) = 2x^2-6x-x+3$$

$$= 2x^2-7x+3$$

ومنه: $(2x-1)(x-3) = 2x^2-7x+3$

2- تحليل العبارة A الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$A = 2x^2-7x+3+(2x-1)(3x+2)$$

$$A = (2x-1)(x-3)+(2x-1)(3x+2)$$

$$A = (2x-1)[(x-3)+(3x+2)]$$

$$A = (2x-1)[x-3+3x+2]$$

$$A = (2x-1)(4x-1)$$

3- حل المعادلة:

$$(2x-1)(4x-1) = 0$$

إما: $2x - 1 = 0$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

أو: $4x - 1 = 0$

$4x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$

التمرين الخامس:

1- نشر وتبسيط العبارة E:

$$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$$

$$E = (4x)^2 + 1^2 - 2 \times 4x \times 1 - (12x^2 - 3x + 8x - 2)$$

$$E = 16x^2 + 1 - 8x - (12x^2 + 5x - 2)$$

$$E = 16x^2 + 1 - 8x - 12x^2 - 5x + 2$$

$$E = 4x^2 - 13x + 3$$

2- تحليل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$$

$$E = (4x-1)[(4x-1) - (3x+2)]$$

$$E = (4x-1)[4x - 1 - 3x - 2]$$

$E = (4x - 1)(x - 3)$

3- حل المعادلة:

$(4x - 1)(x - 3) = 0$

اما: $4x - 1 = 0$

$4x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

او: $x - 3 = 0$

$x = 0 + 3$

$x = 3$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: 3 و $\frac{1}{4}$

4- حل المتراجحة:

$4x^2 - 13x + 3 \leqslant 4x^2 + 29$

$4x^2 - 4x^2 - 13x \leqslant 29 - 3$

$-13x \leqslant 26$

$x \geqslant \frac{26}{-13}$

كل القيم الاكبر او تساوي 2 - هي حلول للمتراجحة

$x \geqslant -2$

التمرين السادس:

1- حساب القيمة المقربة الى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل:

$x = \sqrt{2}$

$A = 3x - 5$

$A = 3 \times \sqrt{2} - 5$

$$A = 3 \times 1{,}41 - 5$$
$$A = 4{,}23 - 5$$
$$A = -0{,}77$$

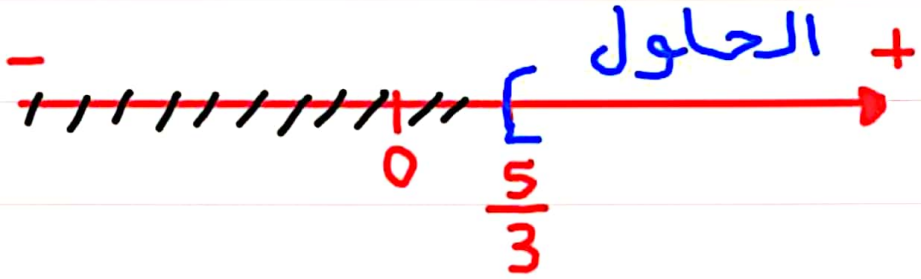
* حل المتراجحة:

$$A \geqslant 0$$

$$3x - 5 \geqslant 0$$
$$3x \geqslant 5$$
$$x \geqslant \frac{5}{3}$$

كل القيم الاكبر او تساوي $\frac{5}{3}$ هي حلول للمتراجحة

* تمثيل حلول المتراجحة بيانيا:



2- نشر و تبسيط العبارة B:

$$B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$$
$$B = (3x)^2 + 5^2 - 2 \times 3x \times 5 + 9x^2 - 25$$
$$B = 9x^2 + 25 - 30x + 9x^2 - 25$$
$$B = 18x^2 - 30x$$

* استنتاج أن:

$$B = 6x(3x - 5)$$

لدينا: $B = 18x^2 - 30x$

ومنه : $B = 6x \times 3x - 6x \times 5$

وهو المطلوب : $B = 6x(3x-5)$

3- حل المعادلة:

$B = 0$

$B = 6x(3x-5) = 0$

إما: $6x = 0$

$x = \frac{0}{6}$

$x = 0$

أو: $3x - 5 = 0$

$3x = 5$

$x = \frac{5}{3}$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: 0 و $\frac{5}{3}$

التمرين السابع:

1- تحقق بالنشر أن:

$(2x+5)^2 - 36 = 4x^2 + 20x - 11$

$E = (2x+5)^2 - 36$

$E = (2x)^2 + 5^2 + 2 \times 2x \times 5 - 36$

$E = 4x^2 + 25 + 20x - 36$

$E = 4x^2 + 20x - 11$

ومنه : $(2x+5)^2 - 36 = 4x^2 + 20x - 11$

2- تحليل العبارة E الى جداء عاملين:

$E = (2x+5)^2 - 36$

$$E = (2x+5)^2 - 6^2$$

$$E = [(2x+5)-6][(2x+5)+6]$$

$$E = (2x+5-6)(2x+5+6)$$

$$E = (2x-1)(2x+11)$$

3- حل المعادلة:

$$(2x+11)(2x-1) = 0$$

إما: $2x-1=0$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

أو: $2x+11=0$

$2x = -11$

$x = \frac{-11}{2}$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: $\frac{-11}{2}$ و $\frac{1}{2}$

التمرين الثامن:

1- تحقق بالنشر ان: $(2x-3)^2 - 16 = 4x^2 - 12x - 7$

$$(2x-3)^2 - 16 = (2x)^2 + 3^2 - 2 \times 2x \times 3 - 16$$

$$= 4x^2 + 9 - 12x - 16$$

$$= 4x^2 - 12x - 7$$

ومنه: $(2x-3)^2 - 16 = 4x^2 - 12x - 7$

2- تحليل العبارة F:

$$F = (2x-3)^2 - 16$$
$$F = (2x-3)^2 - 4^2$$
$$F = [(2x-3)-4][(2x-3)+4]$$
$$F = (2x-3-4)(2x-3+4)$$
$$F = (2x-7)(2x+1)$$

3- حل المعادلة:

$$(2x-7)(2x+1)=0$$

إما: $2x-7=0$

$2x=7$

$x=\frac{7}{2}$

أو: $2x+1=0$

$2x=-1$

$x=\frac{-1}{2}$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: $\frac{-1}{2}$ و $\frac{7}{2}$

4- حساب F من أجل $x=1+\sqrt{2}$ وكتابة النتيجة على شكل $a+b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان:

$$F = 4x^2 - 12x - 7$$
$$F = 4(1+\sqrt{2})^2 - 12(1+\sqrt{2}) - 7$$
$$F = 4(1^2 + \sqrt{2}^2 + 2\times1\times\sqrt{2}) - 12 - 12\sqrt{2} - 7$$
$$F = 4(1+2+2\sqrt{2}) - 19 - 12\sqrt{2}$$
$$F = 4(3+2\sqrt{2}) - 19 - 12\sqrt{2}$$
$$F = 12 + 8\sqrt{2} - 19 - 12\sqrt{2}$$

$$F = -7 - 4\sqrt{2}$$

التمرين التاسع:

1- تحقق من صحة المساواة :

$$5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$$

$$5(2x+1)(2x-1) = (10x+5)(2x-1)$$

$$= 20x^2 - 10x + 10x - 5$$

$$= 20x^2 - 5$$

و منه : $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$

2- تحليل العبارة A:

$$A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$$

$$A = (2x+1)(3x-7) - 5(2x+1)(2x-1)$$

$$A = (2x+1)[(3x-7) - 5(2x-1)]$$

$$A = (2x+1)(3x - 7 - 10x + 5)$$

$$A = (2x+1)(-7x-2)$$

3- حل المتراجحة:

$$-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$$

$$-14x^2 - 11x - 2 < 20 - 14x^2$$

$$-11x < 20 + 2$$

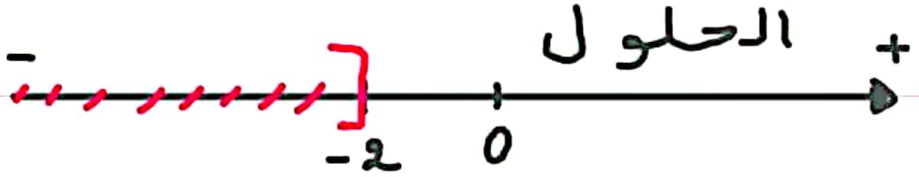
$-11x < 22$

$x > \frac{22}{-11}$

$x > -2$

كل القيم الاكبر تماما من 2 - هي حلول للمتراجحة

* تمثيل حلول المتراجحة بيانيا:



التمرين العاشر:

1- نشر وتبسيط العبارة P:

$P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3)$

$P = 3x + 3 - 9x^2 - 9x - 6x - 6$

$P = -9x^2 - 12x - 3$

2- تحليل العبارة P الى جداء عاملين من الدرجة الاولى:

$P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3)$

$P = (3x+3)[(1-3x) - 2]$

$P = (3x+3)(1-3x-2)$

$P = (3x+3)(-1-3x)$

3- حل المعادلة:

$(3x+3)(-1-3x) = 0$

إما: $3x+3=0$ | أو: $-1-3x=0$

$3x=-3$ | $-3x=1$

$x=\frac{-3}{3}$ | $x=\frac{1}{-3}$

$x=-1$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: -1 و $\frac{1}{-3}$

التمرين الحادي عشر:

1- تحقق من المساواة:

$(3x+1)(x-4)=3x^2-11x-4$

$(3x+1)(x-4)=3x^2-12x+x-4$

$=3x^2-11x-4$

2- تحليل الى جداء عاملين:

$E=3x^2-11x-4+(3x+1)^2$

$E=(3x+1)(x-4)+(3x+1)^2$

$E=(3x+1)[(x-4)+(3x+1)]$

$E=(3x+1)[x-4+3x+1]$

$E=(3x+1)(4x-3)$

3- حل المتراجحة:

$(3x+1)(x-4)\leqslant 3x^2+7$

$3x^2-12x+x-4\leqslant 3x^2+7$

$$-12x + x \leqslant 7 + 4$$

$$-11x \leqslant 11$$

$$x \geqslant \frac{11}{-11}$$

$$x \geqslant -1$$

كل القيم الاكبر او تساوي 1 - هي حلول للمتراجحة

التمرين الثاني عشر:

1- نشر وتبسيط العبارة E:

$$E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$$

$$E = x^2 + 1^2 + 2 \times x \times 1 - (2x^2 - 3x + 2x - 3)$$

$$E = x^2 + 1 + 2x - (2x^2 - x - 3)$$

$$E = x^2 + 1 + 2x - 2x^2 + x + 3$$

$$E = -x^2 + 3x + 4$$

2- تحليل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$$

$$E = (x+1)[(x+1) - (2x-3)]$$

$$E = (x+1)(x+1-2x+3)$$

$$E = (x+1)(-x+4)$$

3- حل المتراجحة:

$$3x + 4 \geqslant 6x - 2$$

$$3x - 6x \geq -2 - 4$$

$$-3x \geq -6$$

$$x \leq \frac{-6}{-3}$$

$$x \leq 2$$

كل القيم الاصغر او تساوي 2 هي حلول للمتراجحة

التمرين الثالث عشر:

1- نشر وتبسيط العبارة E:

$$E = (3x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$E = (3x)^2 + 1^2 + 2 \times 3x \times 1 - (x^2 + 2^2 - 2 \times x \times 2)$$

$$E = 9x^2 + 1 + 6x - (x^2 + 4 - 4x)$$

$$E = 9x^2 + 1 + 6x - x^2 - 4 + 4x$$

$$E = 8x^2 + 10x - 3$$

2- تحليل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E = (3x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$E = [(3x+1) - (x-2)][(3x+1) + (x-2)]$$

$$E = [3x + 1 - x + 2][3x + 1 + x - 2]$$

$$E = (2x+3)(4x-1)$$

3- حل المعادلة:

$$(4x-1)(2x+3) = 0$$

أما: $4x - 1 = 0$

$4x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

أو: $2x + 3 = 0$

$2x = -3$

$x = \frac{-3}{2}$

ومنه المعادلة لها حلان وهما: $\frac{1}{4}$ و $\frac{-3}{2}$