الأستاذة: ل.آ للرياضيات و الفيزياء

صفحة الفيسبوك: كل مايخص الرياضيات والفيزياء معي

❤️المستوى: 4 متوسط❤️رياضيات ✏️

☁️ المقطع 03: الحساب الحرفي

🌸 ملخص شامل للمقطع 03 🌸

*أولا يجب التذكير بالمكتسبات القبلية للنشر و التبسيط:

1- جمع الحدود المتشابهة:

(أي نجمع أو نطرح x^2 مع x^2 و x مع x و الاعداد مع الاعداد):

مثال: - انشر ثم بسط العبارة التالية:

$$A = 15x^2 + 3x + 2 + 5x^2 - 7x + 3$$

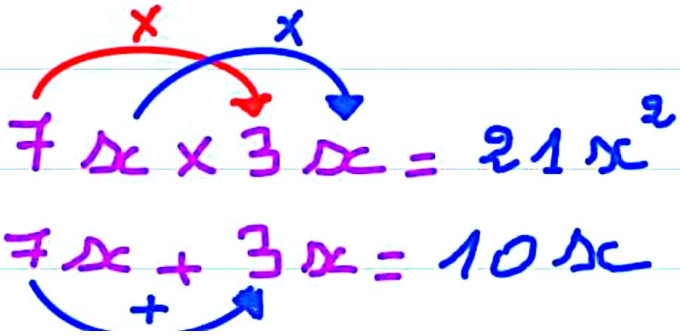
$$A = 15x^2 + 5x^2 + 3x - 7x + 2 + 3$$

$$A = 20x^2 - 4x + 5$$

تنتهي العملية هنا لأنه لا يوجد حدود متشابهة

(قمنا بجمع معاملات x^2 اي الاعداد التي تسبق x^2 اي نجمع 15+5=20 و يبقى x^2 اي $(20x^2)$ثم نجمع 3 + (-7)= (-4) و يبقى x أي (- 4x) ثم نجمع الأعداد مع الأعداد أي 2+3= 5).

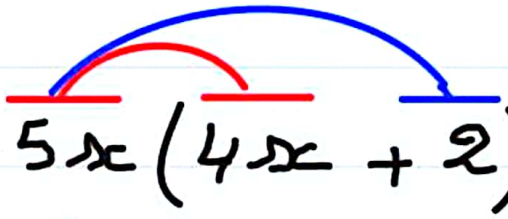
ملاحظة:



Scanné avec CamScanner

2- التوزيع:

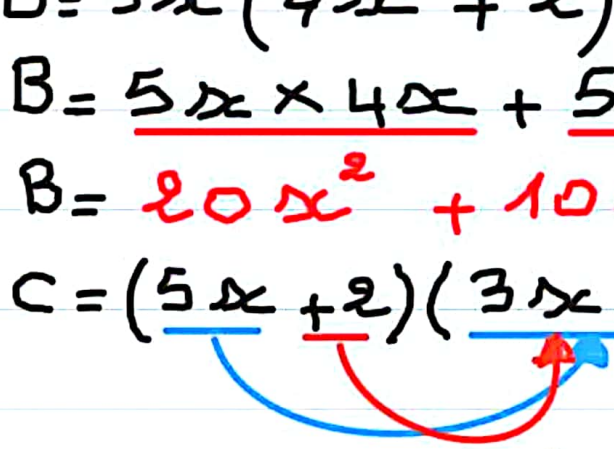
مثال: - انشر ثم بسط العبار التالية:



$$B = 5x(4x + 2)$$

$$B = 5x \times 4x + 5x \times 2$$

$$B = 20x^2 + 10x$$



$$C = (5x + 2)(3x - 5)$$

$$C = 5x(3x - 5) + 2(3x - 5)$$

$$C = 5x \times 3x - 5x \times 5 + 2 \times 3x - 2 \times 5$$

$$C = 15x^2 - 25x + 6x - 10$$

$$C = 15x^2 - 19x - 10$$

3- حذف الأقواس:

لتبسيط عبارة بها أقواس نقوم بحذف الاقواس حيث اذا كان القوس مسبوق باشارة (+)نحذف القوس و الاشارة(+) ولا نغير الاشارات الاعداد التي ما بداخل القوس :

مثال:

$$M = +(2x^2 - 6)$$

$$M = 2x^2 - 6$$

$$N = (3x - 1)$$

$$N = 3x - 1$$

أما اذا كان القوس مسبوق باشارة (-) نحذف القوس و

Scanné avec CamScanner

الاشارة(-)و نغير الاشارات الاعداد التي ما بداخل القوس اذا كان العدد داخل القوس موجب يصبح سالب و اذا كان سالب يصبح موجب:

مثال:

$$M = -(3x^2 - 2x + 1)$$
$$M = -3x^2 + 2x - 1$$
$$N = -(-5x^2 + 3 - 4x)$$
$$N = +5x^2 - 3 + 4x$$

1- المتطابقات الشهيرة: تحفظ

* لدينا 3 متطابقات شهيرة وهي:

● مربع مجموع: يحفظ

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2\times a\times b$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

نكتب $a\times b\times 2$ وهي نفسها $2ab$ لان عملية الضرب تحذف بين عدد و حرف و بين حرفين للتبسيط

● مثال: انشر وبسط العبارات التالية:

$$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 5^2 + 2\times 3x\times 5$$
$$= 9x^2 + 25 + 30x$$
$$(2x + 6)^2 = (2x)^2 + 6^2 + 2\times 2x\times 6$$
$$= 4x^2 + 36 + 24x$$

Scanné avec CamScanner

● مربع فرق: 😟يحفظ😟

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \times a \times b$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

● مثال: انشر وبسط العبارات التالية:

$$(7x - 3)^2 = (7x)^2 + 3^2 - 2 \times 7x \times 3$$
$$= 49x^2 + 9 - 42x$$

$$(3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$
$$= 9x^2 - 30x + 25$$

● مربع مجموع حدين و فرقهما: 😟يحفظ😟

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

● مثال: انشر وبسط العبارات التالية:

$$(5x - 3)(5x + 3) = (5x)^2 - 3^2$$
$$= 25x^2 - 9$$

$$(2x + 4)(2x - 4) = (2x)^2 - 4^2$$
$$= 4x^2 - 16$$

ملاحظة هامة:

اذا كانت لدينا احدى المتطابقات الشهيرة السابقة و مسبوقة بعدد أو بإشارة (-) كيف نتعامل معها؟

<< نقوم بحساب المتطابقة لوحدها ثم نقوم بتوزيع العدد او الاشارة (-) على المتطابقة و نخدم دوما بالأقواس

Scanné avec CamScanner

لتفادي الأخطاء .

■ مثال: انشر وبسط العبارات التالية:

$A = 3(2x+7)^2$

أولا نحسب المتطابقة لوحدها
ثم بعدها نوزع العدد 3

$A = 3[(2x)^2 + 7^2 + 2 \times 2x \times 7]$

$A = 3[4x^2 + 49 + 28x]$

$A = 3 \times 4x^2 + 3 \times 49 + 3 \times 28x$

$A = 12x^2 + 147 + 84x$

$B = -(3x-2)^2$

أولا نحسب المتطابقة لوحدها
ثم بعدها نوزع اشارة (-)

$B = -[(3x)^2 + 2^2 - 2 \times 3x \times 2]$

$B = -[9x^2 + 4 - 12x]$

قوس مسبوق باشارة (-) نحذف الاقواس و اشارة (-) و نغير اشارات الاعداد التي ما بداخل القوس اي :

$B = -9x^2 - 4 + 12x$

■ تطبيق مباشر + الحل:

* قم بنشر وتبسيط العبارات التالية:

$A = (x+4)^2 = x^2 + 4^2 + 2 \times x \times 4$

$= \boxed{x^2 + 16 + 8x}$

Scanné avec CamScanner

$$B = (2-x)^2 = 2^2 + x^2 - 2 \times 2 \times x$$
$$= \boxed{4 + x^2 - 4x}$$

$$C = (x+1)(x-1) = x^2 - 1^2$$
$$= \boxed{x^2 - 1}$$

$$D = (5x+6)(5x-6) = (5x)^2 - 6^2$$
$$= \boxed{25x^2 - 36}$$

$$E = (3+4x)(3+4x)$$

نلاحظ ان القوس $(3+4x)$ مضروب في نفسه مرتين اي

$$E = (3+4x)^2 = 3^2 + (4x)^2 + 2 \times 3 \times 4x$$
$$= \boxed{9 + 16x^2 + 24x}$$

$$F = (2+9x)^2 = 2^2 + (9x)^2 + 2 \times 2 \times 9x$$
$$= \boxed{4 + 81x^2 + 36x}$$

$$G = (11x-12)^2 = (11x)^2 + 12^2 - 2 \times 11x \times 12$$
$$= \boxed{121x^2 + 144 - 264x}$$

ملاحظة: عند نشر عبارة جبرية و تبسيطها نتعامل مع كل حد من حدودها لوحده و سنطبق ذلك في التمرين 👇👇

■ تمرين تطبيقي: انشر وبسط العبارات الجبرية التالية:

$$A = \underbrace{(5x+3)(5x-3)}_{\text{① حد}} + \underbrace{(4x+1)^2}_{\text{② حد}}$$

Scanné avec CamScanner

$A = (5x)^2 - 3^2 + (4x)^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times 4x$

$A = 25x^2 - 9 + 16x^2 + 1 + 8x$

$A = 41x^2 + 8x - 8$

$B = (x+5)^2 + 2(x+5)(2x-1)$

$B = x^2 + 5^2 + 2 \times x \times 5 + 2[x(2x-1) + 5(2x-1)]$

$B = x^2 + 25 + 10x + 2[2x^2 - x + 10x - 5]$

$B = x^2 + 25 + 10x + 2[2x^2 + 9x - 5]$

$B = x^2 + 25 + 10x + [2 \times 2x^2 + 2 \times 9x + 2 \times (-5)]$

$B = x^2 + 25 + 10x + 4x^2 + 18x - 10$

$B = 5x^2 + 28x + 15$

$C = 4x^2 - 25 - (2x+5)(3x+7)$

$C = 4x^2 - 25 - [2x(3x+7) + 5(3x+7)]$

$C = 4x^2 - 25 - [6x^2 + 14x + 15x + 35]$

$C = 4x^2 - 25 - [6x^2 + 29x + 35]$

$C = 4x^2 - 25 - 6x^2 - 29x - 35$

$C = -2x^2 - 29x - 60$

$D = 10^2 - (x-2)^2 - (x+3)$

$D = 100 - (x^2 + 2^2 - 2 \times x \times 2) - x - 3$

$D = 100 - (x^2 + 4 - 4x) - x - 3$

$D = 100 - x^2 - 4 + 4x - x - 3$

$D = -x^2 + 3x + 93$

Scanné avec CamScanner

$E = (2x+1)^2 - (x+3)^2$

$E = (2x)^2 + 1^2 + 2 \times 2x \times 1 - (x^2 + 3^2 + 2 \times x \times 3)$

$E = 4x^2 + 1 + 4x - (x^2 + 9 + 6x)$

$E = 4x^2 + 1 + 4x - x^2 - 9 - 6x$

$E = 3x^2 - 2x - 8$

$F = (x+2)(x-2) - (x-3)^2$

$F = x^2 - 2^2 - (x^2 + 3^2 - 2 \times x \times 3)$

$F = x^2 - 4 - (x^2 + 9 - 6x)$

$F = x^2 - 4 - x^2 - 9 + 6x$

$F = 6x - 13$

$G = (x+1)^2 + (x-3)^2$

$G = x^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times x + x^2 + 3^2 - 2 \times x \times 3$

$G = x^2 + 1 + 2x + x^2 + 9 - 6x$

$G = 2x^2 - 4x + 10$

$H = (x-2)^2 + 2(x+4)(x-4)$

$H = x^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times x + 2(x^2 - 4^2)$

$H = x^2 + 4 - 4x + 2x^2 - 32$

$H = 3x^2 - 4x - 28$

Scanné avec CamScanner

2- التحليل: لدينا طريقتان و هما التحليل باستخدام العامل المشترك و التحليل باستخدام المتطابقات الشهيرة:

*ملاحظة:

*عناصر المجموع تسمى: حدود (حد) أي:

(مجموع به 3 حدود
يفصل بين كل حد و آخر
اشارة + او -)

$A = \underbrace{3x^2}_{\text{1 حد}} + \underbrace{5x}_{\text{2 حد}} \underbrace{- 2}_{\text{3 حد}}$

*عناصر الجداء تسمى: عوامل (عامل) أي:

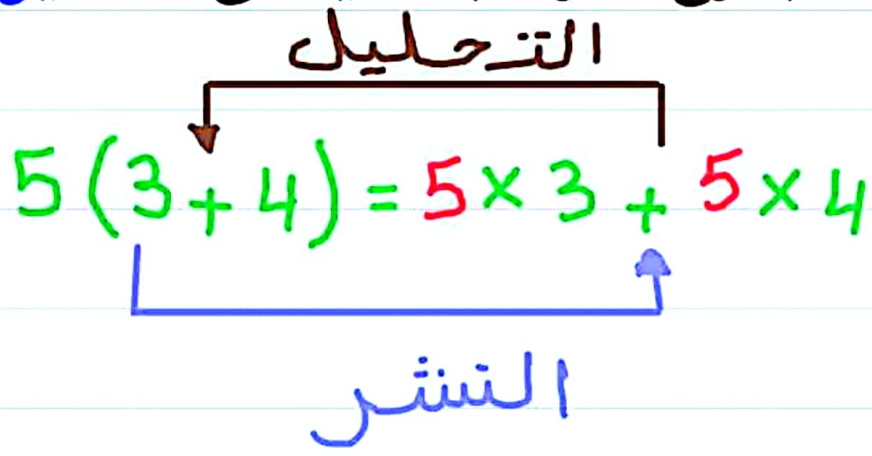
(جداء به 3 عومل
يفصل بين كل عامل و آخر
اشارة ×)

$B = \underbrace{5}_{\text{عامل 1}} \times \underbrace{(3x+2)}_{\text{عامل 2}} \times \underbrace{4}_{\text{عامل 3}}$

● التحليل باستخدم العامل المشترك:

-الانتقال من الجداء نحو المجموع يسمى: النشر أما العكس يعني الانتقال من اللمجموع نحو الجداء يسمى: التحليل

*مثال:



في التحليل باستخدام العامل المشترك يجب ان نجد العامل الذي يتكرر في الحد الاول و الثاني مثال:

Scanné avec CamScanner

$$A = \underbrace{4}_{\text{عامل}} \times \underbrace{5}_{\text{عامل}} + \underbrace{4}_{\text{عامل}} \times \underbrace{2}_{\text{عامل}}$$

1 حد — 2 حد

نلاحظ ان العامل 4 هو الذي يتكرر في كلا الحدين اذن 4 هو العامل المشترك هنا ومنه:

التحليل: $\boxed{A = 4(5+2)}$

■ أمثلة:

حلل العبارات التالية:

$B = 10 + 8$

$B = 2\times5 + 2\times4$

$\boxed{B = 2(5+4)}$

قبل التحليل يجب ان تكون الحدود مكتوبة على شكل جداء يظهر فيها العامل المشترك

$C = 12x + 8$

$C = 4\times3x + 4\times2$

$\boxed{C = 4(3x+2)}$

قبل التحليل يجب ان تكون الحدود مكتوبة على شكل جداء يظهر فيها العامل المشترك

$D = 12x^2 + 8x$

$D = 4x\times3x + 4x\times2$

$\boxed{D = 4x(3x+2)}$

Scanné avec CamScanner

$$E = 15x + 5$$
$$E = 5 \times 3x + 5 \times 1$$
$$E = 5(3x + 1)$$

تطبيق مباشر: حلل العبارات التالية باستخدام العامل المشترك

$$A = \underbrace{(x-2)(x+3)}_{1} + \underbrace{(x-2)(3x+5)}_{2}$$
$$A = (x-2)[(x+3)+(3x+5)]$$
$$A = (x-2)(x+3+3x+5)$$
$$A = (x-2)(4x+8)$$

$$B = (2x-1)^2 - (3x+2)(2x-1)$$

ملاحظة:

$$(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1)$$

$$B = (2x-1)(2x-1) - (3x+2)(2x-1)$$
$$B = (2x-1)[(2x-1)-(3x+2)]$$
$$B = (2x-1)(2x-1-3x-2)$$
$$B = (2x-1)(-x-3)$$

Scanné avec CamScanner

تطبيق 2:

بيّن العبارات :

$A = x^2 - 5x$ ، $B = (x+3)(1-2x) + 5(1-2x)$

$C = (1+x)(x-5) - (1+2x)(1+x)$.

الحل: 1- تحليل العبارات:

$A = x^2 - 5x$

$A = x \times x - 5 \times x$

$A = x(x-5)$

$B = (x+3)(1-2x) + 5(1-2x)$

$B = (1-2x)[x+3+5]$

$B = (1-2x)(x+8)$

$C = (1+x)(x-5) - (1+2x)(1+x)$

$C = (1+x)[x-5-(1+2x)]$

$C = (1+x)(x-5-1-2x)$

$C = (1+x)(-x-6)$

- **التحليل باستخدم المتطابقات الشهيرة:**

- يجب أن تحفظ المتطابقات الشهيرة السابقة 👇👇:

Scanné avec CamScanner

متطابقة 1

تحليل

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2\times a\times b$$

نشر

متطابقة 2

تحليل

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2\times a\times b$$

نشر

متطابقة 3

تحليل

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

نشر

■ خطوات التحليل باستخدام المتطابقات الشهيرة:

- تحديد نوع المتطابقة و ذلك عن طريق معرفة عدد الحدود و الاشارات حيث المتطابقة 1 و 2 لها 3 حدود و تختلف في اشارة فقط أما المتطابقة الاخيرة بها حدين فقط
- تحديد طريقة التحليل المناسبة

● أمثلة: حلل العبارات التالية:

$A = 25x^2 + 9 + 30x$

1 حد 2 حد 3 حد

Scanné avec CamScanner

- لدينا 3 حدود و الاشارات موجبة اذن اختار المتطابقة 1

- ومنه طريقة التحليل هي: $(a+b)^2$ لأن : 👇

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2\times a\times b$$

$$A = 25x^2 + 9 + 30x = (a+b)^2$$

يجب أن نحدد a و b و هم الأعداد التي يمكن كتابتها على شكل عدد مربع اي a^2 و b^2:

$$A = 25x^2 + 9 + 30x$$
$$A = (5x)^2 + 3^2 + 2\times 5x \times 3$$

اذن a= 5x و b= 3

$$A = (5x+3)^2$$

$$B = 4 + 28x + 49x^2$$
$$B = 2^2 + 2\times 7x \times 2 + (7x)^2$$
$$B = (2+7x)^2$$

اذن a= 2 و b= 7x

$$C = x^2 + 1 - 2x = (a-b)^2$$

- لدينا 3 حدود وتوجد اشارة سالبة اذن اختار المتطابقة 2

- ومنه طريقة التحليل هي: $(a-b)^2$ لأن : 👇

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2\times a\times b$$

Scanné avec CamScanner

$C = x^2 + 1 - 2x$

$C = x^2 + 1^2 - 2 \times x \times 1$

$C = (x - 1)^2$

اذن a= x و b= 1

$D = 4x^2 + 9 - 12x$

$D = (2x)^2 + 3^2 - 2 \times 2x \times 3$

$D = (2x - 3)^2$

اذن a= 2x و b= 3

$E = 16x^2 - 9 = (a+b)(a-b)$

- لدينا حدين اذن اختار المتطابقة 3 ومنه طريقة التحليل هي: $(a+b)(a-b)$ لأن : 👇

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$E = 16x^2 - 9$

$E = (4x)^2 - 3^2$

$E = (4x+3)(4x-3)$

اذن a= 4x و b= 3

$F = 4 - 25x^2$

$F = 2^2 - (5x)^2$

$F = (2-5x)(2+5x)$

اذن a= 2 و b= 5x

سنقدم كل الحالات التي تأتي عليها المتطابقة 3 👇👇:

Scanné avec CamScanner

- لدينا حدين اذن اختار المتطابقة 3:

$$G = \underbrace{(2x+3)^2}_{1\text{ حد}} - \underbrace{25}_{2\text{ حد}}$$

$$G = (2x+3)^2 - 5^2$$

اذن: a= (2x+3) و b= 5

$$G = \underbrace{[(2x+3)}_{(a-b)} - \underbrace{5]}_{} \underbrace{[(2x+3)}_{(a+b)} + \underbrace{5]}_{}$$

نبسط ما بداخل الاقواس:

$$G = [2x+3-5][2x+3+5]$$

$$G = (2x-2)(2x+8)$$

- لدينا حدين اذن اختار المتطابقة 3:

$$H = \underbrace{36}_{1\text{ حد}} - \underbrace{(x-1)^2}_{2\text{ حد}}$$

اذن a= 6 و b= (x-1):

$$H = 6^2 - (x-1)^2$$

$$H = [\underbrace{6}_{(a-b)} - \underbrace{(x-1)}_{}][\underbrace{6}_{(a+b)} + \underbrace{(x-1)}_{}]$$

نبسط ما بداخل الاقواس:

$$H = [6-x+1][6+x-1]$$

$$H = (7-x)(5+x)$$

Scanné avec CamScanner

- لدينا حدين اذن اختار المتطابقة 3:

$$I = \underbrace{(2x+1)}_{1\,حد}^2 - \underbrace{(x-3)}_{2\,حد}^2$$

اذن: $a=(2x+1)$ و $b=(x-3)$:

$$I = [\underbrace{(2x+1)}-\underbrace{(x-3)}][\underbrace{(2x+1)}+\underbrace{(x-3)}]$$
$$(a-b)\quad(a+b)$$

نبسط ما بداخل الاقواس:

$$I = [2x+1-x+3][2x+1+x-3]$$
$$I = (x+4)(3x-2)$$

تطبيق مباشر+ الحل:

- حلل العبارات التالية باستخدام المتطابقات الشهيرة :

$$A = 16x^2 + 49 + 56x$$
$$A = (4x)^2 + 7^2 + 2\times 4x \times 7$$
$$A = (4x+7)^2$$

$$B = 4x^2 + 25 - 20x$$
$$B = (2x)^2 + 5^2 - 2\times 2x \times 5$$
$$B = (2x-5)^2$$

$$C = 9x^2 - 4$$
$$C = (3x)^2 - 2^2$$
$$C = (3x+2)(3x-2)$$

Scanné avec CamScanner

$$D = (5x-3)^2 - 16$$
$$D = (5x-3)^2 - 4^2$$
$$D = [(5x-3)-4][(5x-3)+4]$$
$$D = [5x-3-4][5x-3+4]$$
$$D = (5x-7)(5x+1)$$

$$E = (2x+7)^2 - (x-2)^2$$
$$E = [(2x+7)-(x-2)][(2x+7)+(x-2)]$$
$$E = [2x+7-x+2][2x+7+x-2]$$
$$E = (x+9)(3x+5)$$

3- إثبات صحة مساواة:

المساواة هي: طرف2 = طرف 1 واثبات صحتها يعني نقوم بنشر و تبسيط او تحليل طرف 1 حتى نصل للطرف2 أو العكس نبدأ بالطرف 2 لنصل للطرف 1 أو أحيانا نبسط كل طرف لوحده حتى نجد نفس النتيجة

*مثال: أثبت صحة المساواة التالية:

$$\underbrace{(2x+3)(5x+4)}_{\text{طرف 1}} = \underbrace{10x^2+12+23x}_{\text{طرف 2}}$$

نقوم بنشر و تبسيط الطرف 1 حتى نصل للطرف 2:

Scanné avec CamScanner

$(2x+3)(5x+4) = 2x(5x+4)+3(5x+4)$

$= 2x \times 5x + 2x \times 4 + 3 \times 5x + 3 \times 4$

$= 10x^2 + 8x + 15x + 12$

$= 10x^2 + 23x + 12$ وهو المطلوب

ومنه:

$$(2x+3)(5x+4) = 10x^2 + 23x + 12$$

* فيماذا تفيدنا اثبات صحة مساواة و فيما تستعمل؟

- تساعدنا في عملية التحليل و سنقدم أمثلة عن ذلك 👇👇

تمرين + الحل:

-أثبت صحة المساواة:

$$(3x+1)(5x-3) = 15x^2 - 4x - 3$$

- إليك العبارة التالية:

$$A = 15x^2 - 4x - 3 - (-x+1)(3x+1)$$

-حلل العبارة A الى جداء عاملين

الحل:

-اثبات صحة المساواة: نقوم بنشر و تبسيط الطرف 1 حتى نصل للطرف 2:

$(3x+1)(5x-3) = 3x(5x-3) + 1(5x-3)$

$= 3x \times 5x - 3x \times 3 + 1 \times 5x - 1 \times 3$

Scanné avec CamScanner

$= 15x^2 - 9x + 5x - 3$

$= 15x^2 - 4x - 3$

ومنه: $(3x+1)(5x-3) = 15x^2 - 4x - 3$

-تحليل العبارة A:

$A = 15x^2 - 4x - 3 - (-x+1)(3x+1)$

نقوم بتعويض: $15x^2 - 4x - 3$ بالجداء: $(3x+1)(5x-3)$

حتى نستطيع ان نقوم بالتحليل للعبارة A:

$A = 15x^2 - 4x - 3 - (-x+1)(3x+1)$

$A = (3x+1)(5x-3) - (-x+1)(3x+1)$

العامل المشترك هو: $(3x+1)$

$A = (3x+1)[(5x-3) - (-x+1)]$

$A = (3x+1)[5x - 3 + x - 1]$

$A = (3x+1)(6x-4)$

تمرين:

- بين صحة المساواة التالية:

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x-1)(x-3)$$

- إليك العبارة B حيث:

$$B = (2x-1)(3x+2) + 2x^2 - 7x + 3$$

- حلل B إلى جداء عاملين.

Scanné avec CamScanner

الحل:

-اثبات صحة المساواة: نقوم بنشر و تبسيط الطرف 2 حتى نصل للطرف 1:

$$(2x-1)(x-3)=2x(x-3)-1(x-3)$$
$$=2x\times x-2x\times 3-1\times x+1\times 3$$
$$=2x^2-6x-x+3$$
$$=2x^2-7x+3$$

ومنه: $2x^2-7x+3=(2x-1)(x-3)$

-تحليل العبارة B:

$$B=(2x-1)(3x+2)+2x^2-7x+3$$

نقوم بتعويض: $2x^2-7x+3$ **بالجداء:** $(2x-1)(x-3)$

حتى نستطيع ان نقوم بالتحليل للعبارة B:

$$B=(2x-1)(3x+2)+2x^2-7x+$$
$$B=(2x-1)(3x+2)+(2x-1)(x-3)$$

العامل المشترك هو: $(2x-1)$

$$B=(2x-1)[(3x+2)+(x-3)]$$
$$B=(2x-1)[3x+2+x-3]$$
$$B=(2x-1)(4x-1)$$

Scanné avec CamScanner