التحضير لبكالوريا 2020
شعبة: تسيير و اقتصاد

سلسلة 3
الدوال الأصلية و الحساب التكاملي

اعداد الأستاذ: شعبان أسامة

التمارين

:1

f و F دالتان معرفتان على $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ

$$f(x)=\frac{16(x^2-1)}{(2x-1)^2} \quad \text{و} \quad F(x)=\frac{2x+1}{2x-1}+4x$$

بين أن الدالة F أصلية للدالة f على $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.

:2

F و G دالتان معرفتان على $[0;+\infty[$ بـ:

$$F(x)=\frac{x^2+2x-4}{(x+1)^2} \quad \text{و} \quad G(x)=\frac{5}{(x+1)^2}-1$$

تحقق أن الدالتين F و G لنفس الدالة

1) جبريا 2) باستعمال المشتقة

:3

بين أن الدالة F أصلية للدالة f على المجال D في كل حالة من الحالات التالية:

1). $F:x\mapsto x^2-3x+1$ ، $f:x\mapsto 2x-3$ ، $D=\mathbb{R}$

2). $F:x\mapsto x^3-6x^2+9x$ ، $f:x\mapsto 3x^2-12x+9$ ، $D=\mathbb{R}$

3). $F:x\mapsto 2+\frac{x+1}{x-1}$ ، $f:x\mapsto \frac{-2}{(x-1)^2}$

$D=]1;+\infty[$

4). $F:x\mapsto \frac{x+1}{x^2-1}$ ، $f:x\mapsto \frac{-x^2-2x-1}{(x^2-1)^2}$ ،

$D=]1;+\infty[$

5). $F:x\mapsto \frac{x^2+2x-3}{x}$ ، $f:x\mapsto 1+\frac{3}{x^2}$ ،

$D=]0;+\infty[$

:4

I. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=2x+\frac{1}{2}$$

1. أعط دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.
2. أعط كل الدوال الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.
3. جد الدالة الأصلية F للدالة f والتي تحقق: $F(1)=2$

II. f و F دالتان معرفتان على $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{-x^2+2x+2}{(1-x)^2} \quad \text{و} \quad F(x)=\frac{ax^2+bx+c}{1-x}$$

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة F أصلية للدالة f على $]1;+\infty[$ حيث $F(0)=3$.

:5

f و F دالتان معرفتان على $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{3}{(1-x)^2} \quad \text{و} \quad F(x)=\frac{2x+1}{1-x}$$

1. بين أن الدالة F أصلية للدالة f على $]1;+\infty[$.
2. استنتج الدالة الأصلية F للدالة f التي تأخذ القيمة 3 عند $\frac{1}{2}$.

:6

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=x+\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{4x^3}$$

1. تحقق أن الدالة F المعرفة بـ : $F(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2x}+\frac{3}{8x^2}$ أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.
2. عين الدالة الأصلية G للدالة f و التي تنعدم من اجل $\frac{11}{8}$.

:7

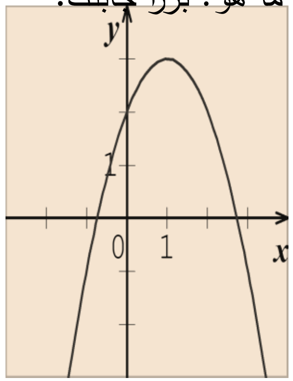
نعتبر الدالتين F و G المعرفتين على $]2;+\infty[$ كما يلي:

$$F(x)=\frac{x^2-2x+3}{x-2} \quad \text{و} \quad G(x)=\frac{2x-1}{x-2}+x$$

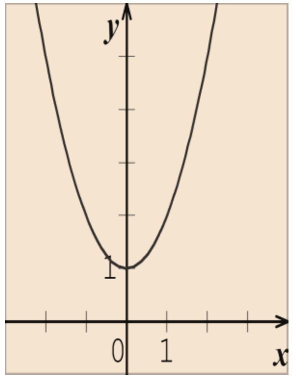
باستعمال طريقتين مختلفتين بين أن F و G دالتان أصليتان لنفس الدالة.

:8

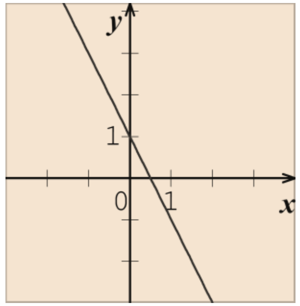
f دالة تآلفية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و F دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$. أحد المنحنيات التالية هو للدالة F ما هو؟ برر اجابتك.



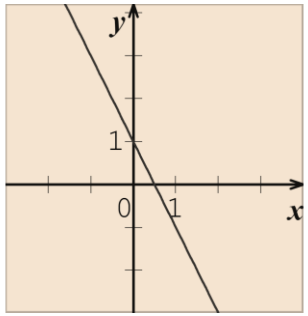
الشكل(1)



الشكل(2)



الشكل(3)



الشكل(4)

:9

f و F دالتان معرفتان على $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{-x^2+2x+2}{(1-x)^2} \quad \text{و} \quad F(x)=\frac{ax^2+bx+c}{1-x}$$

عين الأعداد الحقيقية a، b و c حتى تكون الدالة F أصلية للدالة f على $]1;+\infty[$ حيث $F(0)=3$.

:10

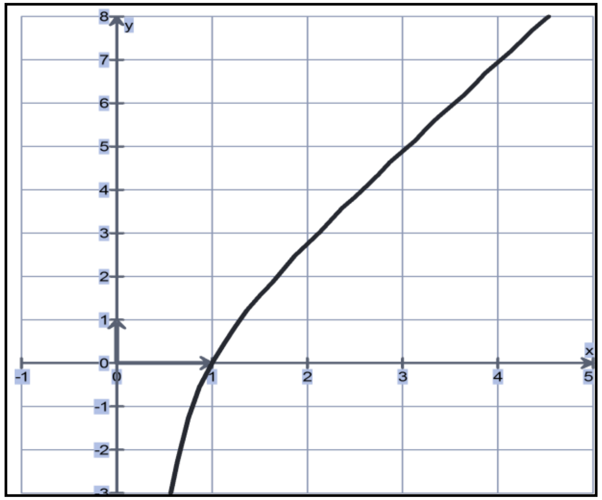
f دالة معرفة على $]2;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{x^3-6x^2+12x-4}{(x-2)^2}$$

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي $x>2$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{(x-2)^2}$
2. استنتج دالة أصلية F للدالة f على $]2;+\infty[$ تحقق $F(3)=-1$.

:11

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-1-\frac{1}{x^2}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ (أنظر الشكل المقابل).



الجزء الأول:

1. باستعمال المنحني (C) ضع تخمينا حول اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.
   أثبت صحة التخمين.
2. استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$. كيف يترجم ذلك على التمثيل البياني المقابل ؟
3. باستعمال المنحني (C) ضع تخمينا حول نهاية f عند0.
   أثبت صحة التخمين.
4. بين أن المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

الجزء الثاني

لتكن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ بحيث $F(1)=-2$.

1. استنتج من الجزء الأول اتجاه تغير الدالة F على المجال $]0;+\infty[$.
2. عين عبارة $F(x)$ بدلالة x.
3. أدرس نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
4. شكل جدول تغيرات الدالة F.
5. أرسم في معلم متعامد و متجانس التمثيل (Γ) البياني للدالة F

:12

جد دالة أصلية F للدالة f في كل حالة والتي تحقق الشرط المعطى:

أ) $f(x)=2x+3$ ؛ $F(1)=0$

ب) $f(x)=1-3x$ ؛ $F(2)=-3$

ج) $f(x)=0,1x+100$ ؛ $F(-1)=0$

د) $f(x)=3-6x^2$ ؛ $F(3)=15$

هـ) $f(q)=\frac{4}{3}q^3$ ؛ $F(1)=-1$

و) $f(t)=\frac{1}{3}t^3-5t^2+\frac{7}{2}$ ؛ $F(0)=0$

:13

أحسب التكاملات التالية:

1) $\int_0^3 (2x+3)\,dx$ 2) $\int_{-2}^1 x^2\,dx$

3) $\int_{-5}^5 (4-x)\,dx$ 4) $\int_0^2 (1-x^2)\,dx$

5) $\int_1^2 (x^2+x-2)\,dx$ 6) $\int_{-1}^0 (-3x^2+2x)\,dx$

7) $\int_{-2}^2 -x^3\,dx$ 8) $\int_1^3 (x^3+2x+2)\,dx$

9) $\int_1^2 \left(\frac{x^2-2}{x^2}\right)dx$ 10) $\int_{-2}^{-1} \left(\frac{1-t^3+t^4}{t^2}\right)dt$

11) $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)^3}\,dx$ 12) $\int_0^1 \frac{-2}{(x-2)^3}\,dx$

13) $\int_0^1 (x-1)^4\,dx$ 14) $\int_1^2 2x(x^2-1)\,dt$

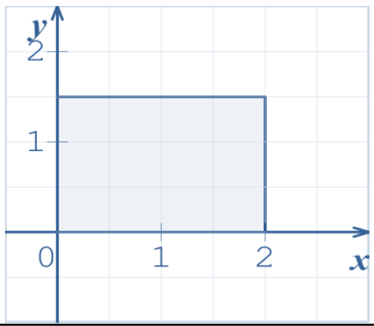
15) $\int_0^1 x^2(x^3+2)\,dx$ 16) $\int_3^4 \frac{x}{(x^2-2)^3}\,dx$

:14

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\frac{3}{2}$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=1cm$

1. أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز الملون في الشكل المقابل



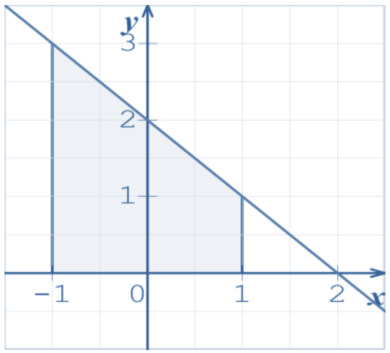
2. عين دالة أصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$ ثم أحسب $F(2)-F(0)$.

:15

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=2-x$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=1cm$

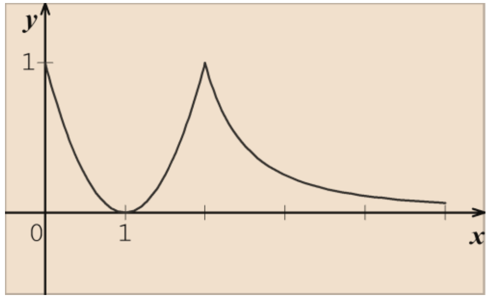
- أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز الملون في الشكل المقابل
- عين دالة أصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$ ثم أحسب $F(1)-F(-1)$



:16

(C) هو المنحني البياني الممثل لدالة f في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=1cm$ الممثل لدالة f معرفة على $[0;5]$ حيث :

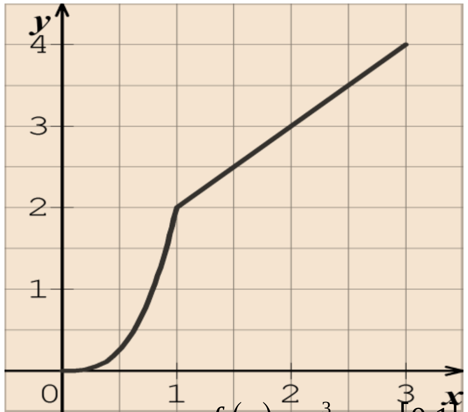
$$f(x)=\begin{cases}(x-1)^2\ ;0\le x\le 2\\ f(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}\ ;2\le x\le 5\end{cases}$$



احسب المساحة تحت المنحني (C) بين 0 و 5 مقدرة بـ cm^2 .

:17

التمثيل البياني لتالي هو لدالة f معرفة مستمرة على $[0;3]$ كما يلي:



من أجل $f(x)=x^3$ ، $x\in[0;1]$

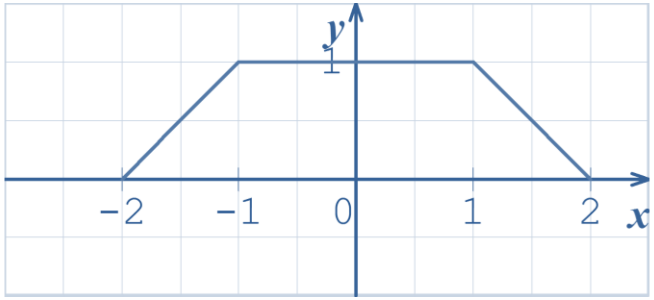
من أجل $f(x)=x+1$ ، $x\in[1;3]$

1. احسب $\int_0^1 f(x)dx$ ثم $\int_1^3 f(x)dx$

2. استنتج $\int_0^3 f(x)dx$

:18

التمثيل البياني التالي هو لدالة f معرفة على $[-2;2]$ في معلم متعامد ومتجانس.



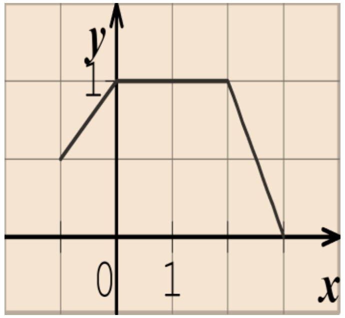
أحسب التكاملات التالية:

1) $\int_{-2}^{-1} f(x)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

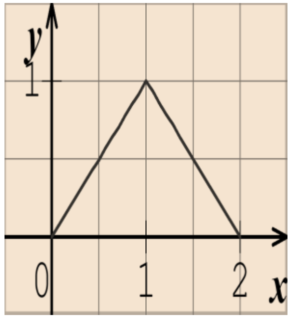
3) $\int_{1}^{2} f(x)dx$ 4) $\int_{-2}^{2} f(x)dx$

:19

في كل شكل من الشكلين التاليين ، $\mathscr{C}$ هو المنحني الممثل لدالة f . احسب تكامل f على مجموعة تعريفها مستعملا المساحة .



الشكل (1)



الشكل (2)

:20

f دالة معرفة على $[-1;1]$ بـ :

$$f(x)=\begin{cases}-2x\ ;\ x\in[-1;0]\\ x^2\ ;\ x\in[0;1]\end{cases}$$

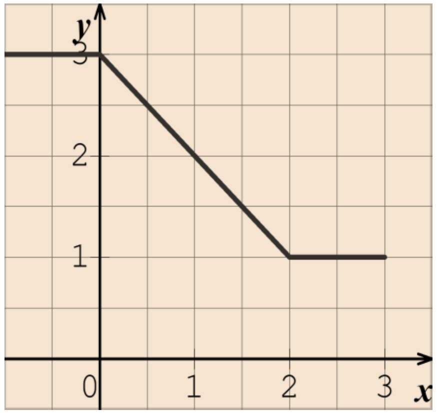
1. أنشئ المنحني $\mathscr{C}$ الممثل للدالة f .

2. هل الدالة f مستمرة على $[-1;1]$.

3. احسب مساحة الحيز تحت المنحني $\mathscr{C}$.

:21

f هي الدالة المعرفة بتمثيلها البياني في الشكل المقابل.



1.احسب $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$ ، $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$ ، $\int_{0}^{2} f(x)\,dx$

2.احسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;2]$.

:22

لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x حيث:

$$f(x)=\frac{2x^3+3x^2+4}{x^2}$$

نرمز بـ(C) إلى التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1.عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x^2}$

2. احسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحني (C) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=\lambda$ حيث λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

:23

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ:

$$f(x)=\frac{-x^3-2x^2-x-4}{(x+1)^2}$$

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1:

$$f(x)=ax+\frac{b}{(x+1)^2}$$

2.أ− احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

ب− بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f'(x)=\frac{-(x-1)(x^2+4x+7)}{(x+1)^3}$$

ج− ادرس إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f

3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث $-2,5<\alpha<-2$

4. بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=-x$ مقارب للمنحني (C) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

5. أرسم D و المنحني (C) الممثل للدالة f في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$،الوحدة: $2cm$ على محور الفواصل و $1cm$ على محور التراتيب.

6. أ− احسب ، بوحدة المساحات ، المساحة $S(\alpha)$ لحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، المستقيم D الذين معادلتاهما $x=-2$ و $x=\alpha$.

ب− تحقق من النقطتين $A(-3;2)$ و $B(-2;-2)$ تنتميان إلى المنحني (C).

ج− احسب بـ cm^2 المساحة S لحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) و القطعة $[AB]$.

بالتوفيق للجميع

تجدون هذا الملف في