المفيد في الرياضيات

الإحتمـــــــــالات

BAC 2023

وفق منهاج التربية

لطلبة بكالوريا شعب علمية

الأستاذ

بلجـــودي حمو

✣ملخص

✣ 16تمرين محلول

.

✣ تمرين شامل مقترح.

المفيد في الرياضيات

الأستاذ: حمو بلـجودي

الإحتمـــــــــــالات

❖ تجربة عشوائية :

نقول عن تجربة أنها عشوائية عندما لا يمكن أن نجزم بصفة قطعية نتيجتها قبل إنجازها.

✓ محاكاة تجربة عشوائية :

نقول أننا قمنا بمحاكاة تجربة عشوائية ، عندما نختار نموذجا لها وسندا ماديا نحققها باستعماله.

✓ قانون إحتمال لتجربة عشوائية :

Ω مجموعة امكانيات متعلقة بتجربة عشوائية حيث $\Omega=\{x_1;x_2;....;x_n\}$ حيث $x_1;x_2;....;x_n$ هي إمكانيات (مخارج) هذه التجربة و $P_1;P_2;....;P_n$ هي احتمالات هذه الإمكانيات على الترتيب .
قانون الاحتمال معرف بالجدول التالي :

x_i	x_1	....	x_n
P_i	P_1	....	P_n

حيث $0\le p_i \le 1$ و $\sum_{i=1}^{n} P_i=1$

❖ الأمل الرياضياتي و التباين لقانون احتمال و الانحراف المعياري

- الأمل الرياضياتي $E(x)$ لقانون احتمال : $\boxed{E(x)=\sum_{i=1}^{n} x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+....+x_nP_n}$
- التباين لقانون احتمال هو العدد $V(x)$حيث ، $\boxed{V(x)=\sum_{i=1}^{n} P_i(x_i-E(x))^2=P_1(x_1-E(x))^2+P_2(x_2-E(x))^2+....+P_n(x_n-E(x))^2}$
- الانحراف المعياري هو $\boxed{\sigma=\sqrt{V}}$.

❖ الاحتمالات الشرطية:

A و B حادثتين من مجموعة شاملة Ω حيث $P(A)\neq 0$ إحتمال وقوع B بشرط أن يتحقق A هو العدد الحقيقي الموجب $P_A(B)$ والمعرف بـ : $\boxed{P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}}$.

❖ دستور الاحتمالات الكلية :

- نقول أن الحوادث A_1،A_2،...،A_n تشكل تجزئة للمجموعة E عندما تكون هذه الحوادث غير متلائمة مثنى مثنى و اتحادها هو E و كلها ليست خالية .
- لتكن الحوادث A_1،A_2،...،A_n تشكل تجزئة لـ E و لتكن B حادثة من E لدينا :

$$\boxed{p(B)=p(A_1\cap B)+p(A_2\cap B)+....+p(A_n\cap B)}$$

❖ الحوادث المستقلة

E مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية قانون احتمالها p ، A و B حادثتان احتمالاهما غير معدومين . A و B مستقلتان معناه أن . $\boxed{p(A\cap B)=p(A)\times p(B)}$

❖ قانون برنولي

نسمي تجربة برنولي كل تجربة عشوائية ذات مخرجان فقط (نجاح أو اخفاق) نرمز لاحتمال النجاح بالرمز p و لاحتمال الإخفاق بالرمز q حيث $\boxed{q=1-p}$

❖ العـــــــــــــــــد

✓ **قوائم عناصر مجموعة منتهية :**

E مجموعة منتهية ذات n عنصرا $(n \geq 1)$ و p عدد طبيعي $(p \geq 1)$. نسمي قائمة ذات p عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا من عناصر E و عددها هو $\boxed{n^p}$.

✓ **الترتيبـــــــة :**

هي قائمة عناصرها متمايزة مثنى مثنى ،يرمز لعدد الترتيبات ذات p عنصرا من بين n عنصرا بالرمز A_n^p و نكتب $\boxed{A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}}$ حيث $1 \leq P \leq n$.

حالة خاصة:

ترتيبة ذات n عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا تسمى تبديلة ذات n عنصرا.

و عددها هو $\boxed{n!}$ (n عاملي) حيث $n! = n(n-1)(n-2)\times....\times 2\times 1$ مع $0! = 1$

✓ **التوفيقات :**

E مجموعة منتهية ذات n عنصرا و p عدد طبيعي حيث $(n \geq P \geq 0)$ نسمي توفيقـــة ذات p عنصرا من عناصر E كل جزء من E ذي p عنصرا و نرمز لعددها بالرمز C_n^p ونكتب $\boxed{C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}}$

خواص و نتائـــــــــج: n و p عددان طبيعيان

$C_n^0 = C_n^n = 1$ ، $(0 \leq p \leq n)$	$C_n^1 = C_n^{n-1} = n$ ، $(0 \leq p \leq n)$	$C_n^p = 0$ إذا كان $n \prec P$
$C_n^p = C_n^{n-p}$ ، $(0 \leq p \leq n)$	$C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ ، $(0 \leq p \leq n-1)$	

❖ دستور ثنائي الحد :

a و b و n اعداد طبيعية مع $n \geq 1$ لدينا:

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} C_n^i a^{n-i} b^i = a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + ... + C_n^{n-1} a\ b^{n-1} + b^n}$$

طرائق للعد :

	قائمة	ترتيبة	توفيقة
تشكيل أعداد	الأرقام تتكرر	الأرقام لا تتكرر	
تشكيل لجان		محددة المهام	غير محددة المهام
سحب من كيس	على التوالي وبإرجاع	على التوالي ودون بإرجاع	في آن واحد

تماريـــــــــــن محلولــــــــــــــة

التمرين -1-

يحتوي كيس على كرة (لا نفرق بينها عند اللمس) مرقمة من1إلى15.
نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق:
لتكن الحادثة A " الكرة المسحوبة تحمل رقما فرديا" و الحادثة B " الكرة المسحوبة تحمل رقما زوجيا "
الحادثة C " الكرة المسحوبة تحمل رقما مضاعفا لــ3" و الحادثة D " الكرة المسحوبة تحمل رقما مضاعفا لــ5"،الحادثة E " الكرة المسحوبة تحمل رقما أكبر تماما من 15" و الحادثة F " الكرة المسحوبة تحمل رقما اقل من 16".

1. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(D)$ ، $P(E)$ ، $P(F)$ احتمال الحوادث F, E, D, C, B, A على الترتيب.
2. أحسب $P(A\cap B)$ ، أحسب $P(A\cup B)$ ، $P(\overline{A})$ ،
3. أحسب $P(A\cap C)$ ، أحسب $P(A\cup C)$.
4. احسب $P_A(B)$.

التمرين -2-

يحوي كيس 3 كريات حمراء و 4 كريات سوداء و كرية بيضاء.
يسحب لاعب عشوائيا كرية واحدة من الكيس و نعتبر اللعبة التالية: يخسر اللاعب 10 دينار إذا سحب كرية حمراء و يخسر 5 دينار اذا سحب كرية سوداء.
في حالة سحب كرية بيضاء لا ربح و لا خسارة و ليكن Xالمتغير العشوائي المساوي للربح الذي يتحصل عليه هذا اللاعب.

1. حدد مجموعة القيم الممكنة لـ X .
2. عرف قانون الإحتمال لـ X.
3. أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$
4. أحسب التباين $V(X)$

التمرين -3-

يعرف قانون احتمال لتجربة عشوائية كما يلي :

X_i	-5	0	3	β
p_i	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	a

1. حدد قيمة العدد الحقيقي a.
2. حدد قيمة العدد الحقيقي β حتي يكون $E(x)=0$ ثم احسب في هذه الحالة:
$P(X\leq 0)$ و $P(X^2-3X=0)$.

التمرين -4-

يتوزع تلاميذ ثانوية كما يلي:

المستوى	الأولى ثانوي	الثانية ثانوي	الثالثة ثانوي	المجموع
شعب علمية	40	35	25	100
شعب أدبية	50	45	25	120
شعبة التسيير	45	30	35	110

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية . لتكن الحوادث التالية:
S " التلميذ من شعبة علمية " ، L " التلميذ من شعبة أدبية " ، G " التلميذ من شعبة التسيير " .
A " التلميذ يدرس أولى ثانوي "، B " التلميذ يدرس ثانية ثانوي " ، C " التلميذ يدرس ثالثة ثانوي ".

1. شكل شجرة الاحتمالات .
2. أحسب الاحتمالات التالية (تعطى النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال) :

- $P(S)$ احتمال أن يكون التلميذ من شعبة علمية .
- $P(C)$ احتمال أن يكون التلميذ من يدرس ثالثة ثانوي .
- احتمال أن يكون التلميذ يدرس ثالثة ثانوي و من شعبة علمية.
- احتمال أن يكون التلميذ من شعبة علمية علما أنه يدرس ثالثة ثانوي.
- هل الحادثتان C و L مستقلتان ؟ علل .

التمرين -5-

1. بسط العددين A و B حيث : $A=\frac{10!}{7!}$ و $B=\frac{8!}{3!\times 5!}$

2. بسط العددين C و D حيث : $C=\frac{(n+1)!}{n!}$ و $D=\frac{(3n+2)!}{(3n+1)!}-3n-2$

(n عدد طبيعي اكبر او يساوي 1)

3. انشر كلا من E و F باستعمال دستور ثنائي الحد : $E=(x+2)^4$ ، $F=\left(x+\frac{2}{3}\right)^5$ (x عدد حقيقي)

4. أوجد العدد الطبيعي n في الحالتين التاليتين : $C_{2n+1}^2=2-3n$ ، $C_{2n}^2+C_n^2=n$

التمرين -6-

1. بكم طريقة يمكن تكوين لجنة من ثلاث تلاميذ في قسم يتكون من 30 تلميذ .
2. بكم طريقة يمكن تكوين لجنة من ثلاث تلاميذ وتكليفهم بمهام رئيس ونائب و أمينفي قسم يتكون من 30 تلميذ .
3. كم عددا يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام من 1 الى 5 اذا كانت هذه الأعداد تتكون من :
   - 4 أرقام ؟ • 4 أرقام مختلفة ؟ • أرقام مختلفة ؟
4. بكم طريقة يمكن ترتيب 5 كتب في 5 رفوف .
5. بكم طريقة يمكن لــ 5 اشخاص الجلوس في صف مستقيم .
6. بكم طريقة يمكن لــ 5 اشخاص الجلوس حول طاولة مستديرة .
7. بكم طريقة يمكن لــ 5 اشخاص الجلوس في صف مستقيم علما أن احد التلاميذ يريد الجلوس امام النافذة .
8. بكم طريقة يمكن لــ 5 اشخاص الجلوس في صف مستقيم علما أن شخصين يريدان الجلوس خلف بعضهما.
9. كم كلمة يمكن تشكيلها باستعمال الحروف التالية: $P.R.O.B.A.B.I.L.I.T.E$
10. بكم طريقة يمكن سحب 3 كريات من كيس به 10 كرات إذا كان :
   - السحب على التوالي و بإرجاع ؟ • السحب على التوالي بدون إرجاع؟ • السحب في آن واحد ؟

التمرين -7-

يحتوي كيس على كرة بيضاء ،و4 كرات حمراء و 3 كرات سوداء.(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :
- ثلاث كرات من نفس اللون . • ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
- الحصول على لونين.
- الحصول على كرة سوداء على الأقل.

2- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة عدد الكراتالسوداء المسحوبة .

أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي x و أحسب أمله الرياضي.

ب- أحسب التباين والانحراف المعياري .

التمرين -8-

يحتوي كيس على كرة بيضاء ،و4 كرات حمراء و 3 كرات سوداء.(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا 3 كرات من الكيس على التوالي و بدون إرجاع .

1. أحسب احتمال الحصول على :
   - ثلاث كرات من نفس اللون .
   - ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
   - الحصول على لونين.
   - الحصول على كرة سوداء على الأقل.
2. ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء المسحوبة .

أ. عين قانون احتمال المتغير العشوائي x و أحسب أمله الرياضي.

ب.أحسب التباين والانحراف المعياري .

التمرين -9-

كيس به 4 كرات بيضاءتحمل الأرقام 2،2،1،1 و 3 كرات سوداء تحمل الأرقام2،2،3 وكرة حمراء تحمل الرقم 3.
نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد .

1. أحسب احتمال الحصول على :
   - كرتين من نفس اللون .

- كرتين تحملان نفس الرقم
- كرتين من لونين مختلفين
- كرتين تحملان رقمين زوجيين
- كرتين تحملان رقمين مجموعهما عدد فردي .

2. ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما في الكرتين.

أ. عين قانون احتمال المتغير العشوائي x و أحسب أمله الرياضي.

ب. أحسب التباين والانحراف المعياري .

التمرين -10-

يحتوي كيس على كرة بيضاء ،و4 كرات حمراء و 3 كرات سوداء.(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا 3 كرات من الكيس على التوالي و بدون إرجاع .

1- أحسب احتمال الحصول على :
- ثلاث كرات من نفس اللون .
- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
- الحصول على لونين.
- الحصول على كرة سوداء على الأقل.

2- ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء المسحوبة .

أ. عين قانون احتمال المتغير العشوائي x و أحسب أمله الرياضي.

ب. أحسب التباين والانحراف المعياري .

التمرين -11-

ثلاث صناديق متماثلة U_1، U_2، U_3 يحتوي $U1$ على 3 كرات حمراء و كرتين سوداوين و كرة خضراء ، و الصندوق U_2 يحتوي على كرة حمراء و كرة سوداء و 3 كرات خضراء، و الصندوق U_3 على 4 كرات حمراء.(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس).

I) نختار عشوائيا صندوقا و نسحب منه كرة واحدة .

1. احسب $p(V)$ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء.
2. احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء من الصندوق U_2.
3. احسب احتمال أن تكون الكرة مسحوبة من الصندوق U_2 علما أنهاخضراء.

II) نجعل محتوي الصناديق الثلاثة في كيس ثم نسحب منه عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات .

1. احسب $p(A)$ احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون .
2. احسب $p(B)$ احتمال سحب 3 كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى .
3. احسب $p(C)$ احتمال سحب 3 كرات ألوانها مختلفة.
4. احسب $p(D)$ احتمال الحصول على كرة واحدة سوداء على الأقل .

III) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات في آن واحد من الكيس ، عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس .

-عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين -12-

يحتوي كيس على 10 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام : 2 ، α،2 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 2 ، 1،1 ، 2α و 3 سوداء تحمل الأرقام : 2 , $(\alpha+1)$, 1 (حيث a عدد طبيعي موجب تماما)نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد :

I) α عدد طبيعي موجب تماما، عين ما يلي :

1. احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا .
2. احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين عددا زوجيا .

II) في بقية التمرين نضع $\alpha=1$:

1. أ- احسب $p(A)$ احتمال سحب كرتين من نفس اللون.

ب- احسب $p(B)$ احتمال سحب كرتين تحملان نفس الرقم .

ج- احسب $p(A\cap B)$. د-هل الحادثتان A و B مستقلتان .

2. ليكن Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين في آن واحد من الكيس ، مجموع الرقمين الظاهرين .
-عرف قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب أمله الرياضي .

التمرين -13-

تحتوي علبة على 10 قريصات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 3 حمراء اللون 3بيضاء اللون 4 سوداء.

I) نسحب عشوائيا قريصتين من العلبة في ان واحد.

1. احسب $p(A)$ احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون .

II)نرمي زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 ، إذا ظهر الرقم 1 نسحب عشوائيا 3 قريصات من العلبة في آن واحد ، وإذا ظهر رقم اكبر تماما من 3 نسحب عشوائيا من العلبة 3 كرات على التوالي و بدون إرجاع و إذا ظهر الرقم 2 أو 3 نسحب عشوائيا من هذه العلبة 3 كرات على التوالي و بارجاع .

1.احسب $p(B)$ احتمال الحصول على 3 قريصاتمن نفس اللون .

2. احسب $p(C)$ احتمال الحصول على 3 قريصات ألوانها مختلفة مثنى مثنى .

III)نضيف إلى الكيس nكرة بيضاء حيث n عدد طبيعي اكبر أو يساوي 1 ،ثم نسحب عشوائيا 3 قريصات من العلبة في ان واحد.

- احسب $p(n)$ بدلالة n احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

التمرين -14-

يتكون قسم من 25 تلميذ منهم 15 ولد و 10 بنات من بينهم ولد A و بنت B.

1. نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة تلاميذ لهم نفس المهام .

ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث:

أ-اللجنة تضم 3 أولاد. **ب-** اللجنة تضم ولدين و بنت. **ج-**اللجنة تضمA .

د-اللجنة تضم إماA و إما B . **هـ -**اللجنة تضم AوBمعا . **و-**اللجنة لا تضم B .

2. نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة تلاميذ و تكليفهم بمهمة رئيس و نائب أول و نائب ثاني .

ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث:

أ-اللجنة تضم 3 أولاد **ب-** اللجنة تضم ولدين و بنت. **ج-**اللجنة تضم التلميذ A .

د-يكونAرئيس . **هـ -**الرئيس ولد و النائب الاول بنت **و-**الرئيس و النائب من جنسين مختلفين .

التمرين -15-

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها اربع كريات تحمل الرقم 1 وواحدة تحمل الرقم 2 .و سبع كريات خضراء منها اربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 .(كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس).نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في ان واحد . ونعبر الحادثتين Aو Bحيث :

A: سحب كرتين من نفس اللون ، B: سحب كرتين تحملان نفس الرقم .

1 – بين ان احتمال الحادثة A هو $P(A)=\dfrac{31}{66}$ و احسب احتمال الحادثة B .

2-احسب احتمال ان تحملا نفس الرقم علما انهما من نفس اللون.

3-ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس.-عرف قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب امله الرياضياتي.

التمرين -16-

يحتوي كيس على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كرتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 .و الكرات الاخرى تحمل الرقم 2 .نسحب عشوائيا من الكيس 3 كرات في ان واحد .

ليكن المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الأرقام المسحوبة .

1. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب امله الرياضياتي.

2. بين ان احتمال الحصول على 3 كرات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\dfrac{7}{24}$.

3. نسحب الان من الصندوق كرتين على التوالي دون ارجاع:

- احسب احتمال الحصول على كرتين مجموعهما رقم فردي علما أن جداؤهما رقم زوجي .

التمرين -17-

كيس به 7 كريات متماثلة ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء .

نسحب عشوائيا في ان واحد كرتين من الكيس

I) 1.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين مختلفتين في اللون" .

2.احسب احتمال الحادثة B : سحب كرتين من نفس اللون .

II) نقترح اللعبة التالية : يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ حيث α عدد طبيعي معطى ويسحب كرتين في آن واحد ، إذا سحب كرتين من بيضاوين يتحصل على $100(DA)$ و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50(DA)$ و إذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه. و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α

1. برر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$،ثم عرف قانون احتماله .

2. أثبت أن الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.ثم أوجد أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين -18-

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضر مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 . نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كريات من هذا الصندوق .

نعتبر الحادثتين A : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني ". و B : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

1) أ. -احسب $p(A)$ و $p(B)$.

ب. بين أن : $p(A\cap B)=\frac{1}{20}$ ثم استنتج $p_A(B)$ و $p(A\cup B)$.

2.ليكن المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

-عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

حلـــــــــــول التماريـــــــــــن

حل التمرين -1-

1) حساب احتمال الحوادث :

عدد عناصر A هو 8 : $\bullet P(A)=\dfrac{A \text{ عدد عناصر}}{\text{عدد العناصر الكلية}}=\dfrac{8}{15}$

عدد عناصر B هو 7 : $\bullet P(B)=\dfrac{B \text{ عدد عناصر}}{\text{عدد العناصر الكلية}}=\dfrac{7}{15}$

عدد عناصر C هو 5 : $\bullet P(C)=\dfrac{C \text{ عدد عناصر}}{\text{عدد العناصر الكلية}}=\dfrac{5}{15}=\dfrac{1}{3}$

عدد عناصر D هو 3 : $\bullet P(D)=\dfrac{D \text{ عدد عناصر}}{\text{عدد العناصر الكلية}}=\dfrac{5}{15}=\dfrac{1}{3}$

عدد عناصر E هو 0 : $\bullet P(E)=\dfrac{E \text{ عدد عناصر}}{\text{عدد العناصر الكلية}}=0$

(E حادثة مستحيلة)

عدد عناصر F هو 15 : $\bullet P(F)=\dfrac{F \text{ عدد عناصر}}{\text{عدد العناصر الكلية}}=\dfrac{15}{15}=1$

(F حادثة أكيدة)

2) حساب $P(A\cap B)$:

عناصر $A\cap B$ هي العناصر المشتركة بين A و B و عددها 0 ومنه $P(A\cap B)=0$

نقول أن A و B غير متلائمتين .

حساب $P(A\cup B)$:

عناصر $A\cup B$ هي عناصر A أو B و عددها 15 ومنه $P(A\cup B)=1$

يمكن كذلك حسابه كالتالي : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{8}{15}+\dfrac{7}{15}-0=\dfrac{15}{15}=1$

حساب $P(\bar{A})$:)

عناصر $\bar{A}$ هي العناصر المكملة لـ A و عددها7 ومنه $P(\bar{A})=\dfrac{7}{15}$

يمكن كذلك حسابه كالتالي : $P(\bar{A})=1-P(A)=1-\dfrac{8}{15}=\dfrac{7}{15}$

3) حساب $P(A\cap C)$:

عناصر $A\cap C$ هي العناصر المشتركة بين A و C و عددها 3 ومنه $P(A\cap C)=\dfrac{3}{15}$.

حساب $P(A\cup C)$:

عناصر $A\cup C$ هي عناصر A أو C و عددها 10 ومنه $P(A\cup C)=\dfrac{10}{15}=\dfrac{2}{3}$

يمكن كذلك حسابه كالتالي : $P(A\cup C)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{8}{15}+\dfrac{5}{15}-\dfrac{3}{15}=\dfrac{10}{15}=\dfrac{2}{3}$

4) حساب $P_A(C)$:

$P_A(C)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(A)}=\dfrac{\frac{3}{15}}{\frac{8}{15}}=\dfrac{3}{8}$ يمكن كذلك حسابها كالتالي $P_A(C)=\dfrac{A\cap C \text{ عدد عناصر}}{A \text{ عدد عناصر}}=\dfrac{3}{8}$ لأن تساوي الاحتمال محقق

.

حل التمرين -2-

1) تحديد مجموعة القيم الممكنة لـ x :

$X=\{-5;0;10\}$

2) قانون الإحتمال لـX:

$\bullet P(X=0)=\dfrac{1}{8}\ \bullet P(X=-5)=\dfrac{4}{8}\ \bullet P(X=10)=\dfrac{3}{8}$

قانون الاحتمال معرف كالتالي :

X_i	-5	0	10	$\sum$
p_i	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	1

3 حساب الأمل الرياضياتي:

$$E(x)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3=-5\times\frac{4}{8}+0\times\frac{1}{8}+10\times\frac{3}{8}=\frac{10}{8}=1.25$$

4 حساب التباين :

$$V(x)=\sum_{i=1}^{3}P_i(x_i-E(x))^2=P_1(x_1-E(x))^2+P_2(x_2-E(x))^2+P_3(x_3-E(x))^2$$

$$=\frac{4}{8}(-5-1.25)^2+\frac{1}{8}(0-1.25)^2+\frac{3}{8}(10-1.25)^2=\frac{775}{16}$$

حل التمرين -3-

1 تحديد قيمة العدد الحقيقي α:

قانون الاحتمال يحقق $\sum_{i=1}^{4}P_i=1$ ومنه $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{1}{7}+\alpha=1$ و منه $\boxed{\alpha=\frac{1}{7}}$.

2 تحديد قيمة العدد الحقيقي β حتى يكون $E(X)=0$:

$$E(x)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3+x_4P_4$$

$$=-5\times\frac{2}{7}+0\times\frac{3}{7}+3\times\frac{1}{7}+\beta\times\frac{1}{7}=\frac{\beta-7}{7}$$

$E(x)=0$ تعني $\frac{\beta-7}{7}=0$ تعني $\beta-7=0$ تعني $\boxed{\beta=7}$

حساب

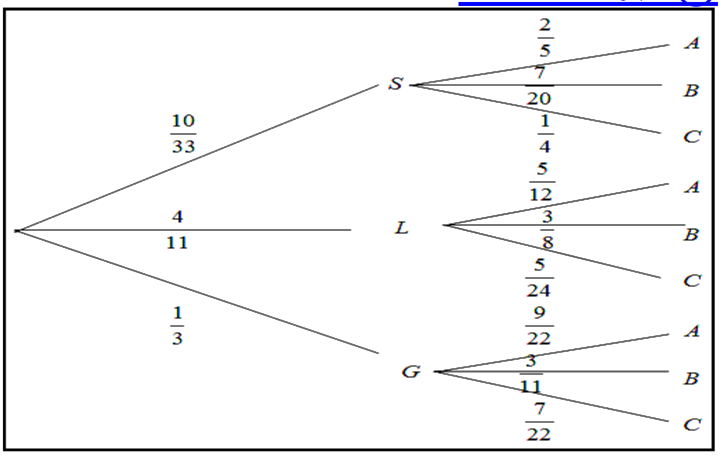
نعوض قيم α و β في الجدول :

X_i	-5	0	3	7
p_i	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

- $P(X\leq 0)=P(X=-5)+P(X=0)=\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$
- $P(X^2-3X=0)=P(X=0)+P(X=3)=\frac{3}{7}+\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$

حل التمرين -4-

1 شجرة الاحتمالات:



2 حساب الاحتمالات:

- **P(S) احتمال أن يكون التلميذ من شعبة علمية :** $P(S)=\frac{100}{330}=\frac{10}{33}$
- **P(C) احتمال أن يكون التلميذ من يدرس أولى ثانوي :**

$$\begin{aligned}P(C)&=P(S\cap C)+P(L\cap C)+P(G\cap C)\\&=P(S)\times P_S(C)+P(L)\times P_L(C)+P(G)\times P_G(C)\\&=\frac{10}{33}\times\frac{1}{4}+\frac{4}{11}\times\frac{5}{24}+\frac{1}{3}\times\frac{7}{22}=\frac{17}{66}\end{aligned}$$

- **احتمال أن يكون التلميذ يدرس ثالثة ثانوي و من شعبة علمية:** أي $P(S\cap C)$

$$P(S\cap C)=P(S)\times P_S(C)=\frac{10}{33}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{66}$$

- **احتمال أن يكون التلميذ من شعبة علمية علما أنه يدرس ثالثة ثانوي:**

هو الإحتمال الشرطي للحادثة S شرط أن يتحقق C أي $P_C(S)$ ومنه $P_C(S)=\frac{P(S\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{5}{66}}{\frac{17}{66}}=\frac{5}{17}$

- **هل الحادثتان C و L مستقلتان :**

لدينا $P(C)=\frac{17}{66}$ و $P(L)=\frac{4}{11}$ و منه $P(C)\times P(L)=\frac{17\times 4}{66\times 11}=\frac{34}{363}$ و لدينا :

$$P(L\cap C)=P(L)\times P_L(C)=\frac{4}{11}\times\frac{5}{24}=\frac{5}{66}$$

$P(C)\times P(L)\neq P(L\cap C)$ إذن الحادثتان C و L ليستا مستقلتان.

حل التمرين -5-

① تبسيط العددين A و B:

$\bullet\ A=\frac{10\,!}{7\,!}=\frac{10\times 9\times 8\times 7\,!}{7\,!}=10\times 9\times 8=720$ $\bullet\ B=\frac{8\,!}{3\,!\times 5\,!}=\frac{8\times 7\times 6\times 5\,!}{3\times 2\times 5\,!}=8\times 7=56$

② تبسيط العددين C و D:

$\bullet\ C=\frac{(n+1)\,!}{n\,!}=\frac{(n+1)\times n\,!}{n\,!}=n+1$ $\bullet\ D=\frac{(3n+2)\,!}{(3n+1)\,!}-3n-2=\frac{(3n+2)\times(3n+1)\,!}{(3n+1)\,!}-3n-2=3n+2-3n-2=0$

③ نشر كل من E و F باستعمال دستور ثنائي الحد:

$$\boxed{(a+b)^n=\sum_{i=0}^{n}C_n^i a^{n-i}b^i=a^n+C_n^1a^{n-1}b^1+....+C_n^{n-1}a\ b^{n-1}+b^n}$$

$$\bullet\ F=\left(x+\frac{2}{3}\right)^5=\sum_{i=0}^{5}C_5^i x^{5-i}\left(\frac{2}{3}\right)^i$$

$$=x^5+\left(C_5^1\times x^4\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\right)+\left(C_5^2\times x^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)+\left(C_5^3\times x^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)+\left(C_5^4\times x^1\times\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)+\left(\frac{2}{3}\right)^5$$

لدينا : $C_5^1=C_5^4=5$ و $C_5^2=\frac{5\,!}{(5-2)\,!\times 2\,!}=\frac{5\times 4\times 3\,!}{3\,!\times 2\,!}=10$ و $C_5^3=\frac{5\,!}{(5-3)\,!\times 3\,!}=\frac{5\times 4\times 3\,!}{2\,!\times 3\,!}=10$

و منه : $\bullet\ F=x^5+\frac{10}{3}x^4+\frac{40}{9}x^3+\frac{80}{27}x^2+\frac{80}{81}x+\frac{32}{243}$

$$\bullet\ E=x^4+8x^3+24x^2+32x+16$$

④ إيجاد العدد الطبيعي n في: ، $C_{2n}^2+C_n^2=n$

لدينا $C_{2n+1}^2=2-3n$ ومنه $\frac{(2n+1)\,!}{(2n-1)\,!\times 2\,!}=2-3n$ ومنه $\frac{(2n+1)\times 2n\times(2n-1)\,!}{(2n-1)\,!\times 2\,!}=2-3n$ ومنه $\frac{(2n+1)\times 2n}{2}=2-3n$ ومنه

$(2n+1)\times n=2-3n$ ومنه $2n^2+4n-2=0$ ومنه $n^2+2n-1=0$

للمعادلة حل مضاعف هو 1 . و منه $\boxed{n=1}$

لدينا $C_{2n}^{2}+C_{n+1}^{1}=n+1$ ومنه $\frac{(2n)!}{(2n-2)!\times 2!}+n+1=n+1$ ومنه $\frac{(2n)\times(2n-1)\times(2n-2)!}{(2n-2)!\times 2!}=0$

ومنه $\frac{(2n)\times(2n-1)}{2}=0$ ومنه $(2n)\times(2n-1)=0$ ومنه $\boxed{n=0}$ (الحل $\frac{1}{2}$ الآخر مرفوض)

حل التمرين -6-

1. تكوين لجنة من ثلاث تلاميذ في قسم يتكون من 30 تلميذ: اللجنة غير محددة المهام إذن هي توفيقة و عدد اللجان هو :

$$C_{30}^{3}=\frac{30!}{27!\times 3!}=\frac{30\times 29\times 28\times 27!}{27!\times 3\times 2}=\frac{30\times 29\times 28}{6}=4060$$

2. تكوين لجنة من ثلاث تلاميذ وتكليفهم بمهام رئيس ونائب و أمين في قسم يتكون من 30 تلميذ: اللجنة محددة المهام

إذن هي ترتيبة وعدد اللجان هو : $A_{30}^{3}=\frac{30!}{27!}=\frac{30\times 29\times 28\times 27!}{27!}=30\times 29\times 28=24360$

3. تشكيل أعداد باستعمال الأرقام من 1 إلى 5 :

- تشكيل أعداد مكونة من 4 أرقام باستعمال الأرقام من 1 الى 5 :الترتيب مهم و التكرارمسموح فهي قائمة أي $5^4=625$
- تشكيل أعداد مكونة من 4 أرقام مختلفة باستعمال الأرقام من 1 الى 5 :الترتيب مهم و التكرارغير مسموح فهي ترتيبة أي $A_5^4=120$.
- تشكيل أعداد مكونة من 5 أرقام مختلفة باستعمال الأرقام من 1 الى 5 :الترتيب مهم و التكرارغير مسموح فهي ترتيبة (تبديلة) أي $5!=120$.

4. ترتيب 5 كتب في 5 رفوف : $5!=120$.
5. جلوس 5 أشخاص في صف مستقيم : $5!=120$.
6. جلوس 5 أشخاص حول طاولة مستديرة: $4!=24$.
7. جلوس 5 أشخاص في صف مستقيم علما أن احدهما يجلس أمام النافذة: $4!=24$.
8. جلوس 5 أشخاص في صف مستقيم علما أن شخصين يريدان الجلوس خلف بعضهما : $2\times 4!=48$.
9. كم كلمة يمكن تشكيلها باستعمال الحروف التالية: $P.R.O.B.A.B.I.L.I.T.E$: $\frac{11!}{2!\times 2!}=9979200$
10. سحب 3 كريات من كيس به 10 كرات:

- في حالة السحب على التوالي و بإرجاع فإن الترتيب مهم و التكرار مسموح فتكون قائمة: $10^3=1000$.
- في حالة السحب على التوالي و بدون إرجاع فإن الترتيب مهم و التكرار غير مسموح فتكون ترتيبة: $A_{10}^{3}=120$.
- في حالة السحب في آن واحد فإن الترتيب مهم و التكرار غير مسموح فتكون توفيقة: $C_{10}^{3}=720$.

حل التمرين -7-

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات في آن واحد هي توفيقة: $C_8^3=56$

① حساب الاحتمالات :

- **احتمال الحصول علىثلاث كرات من نفس اللون :**

نسمي A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

سحب 3 كرات من نفس اللون معناه :إما أن تكون الكرات الثلاثة بيضاء(و هذا مستحيل) أو أن تكون الكرات الثلاثة حمراء أو أن تكون الكرات الثلاثة سوداء:

$$P(A)=\frac{C_4^3+C_3^3}{56}=\frac{5}{56}$$

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى:**

نسمي B حادثة الحصول على " ثلاث كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى "

سحب 3 كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى معناه : أن تكون كل كرة بلون أي كرة بيضاء و كرة حمراء و سوداء:

$$P(B)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{56}=\frac{12}{56}=\frac{3}{14}$$

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات بلونين مختلفين:**

نسمي C حادثة الحصول على " لونين مختلفين"

سحب 3 كرات بلونين مختلفين معناه : أن تكون كرة بلون و كرتين بلون آخر أي كرة بيضاء و 2 حمراء أو كرة بيضاء و 2 سوداء أو كرة حمراء و 2 سوداء أو كرة حمراء و 2 بيضاء(مستحيلة) أو كرة سوداء و 2 بيضاء(مستحيلة) أو كرة سوداء و 2 حمراء.

$$P(C)=\frac{C_1^1\times C_3^2+C_1^1\times C_4^2+C_3^1\times C_4^2+C_4^1\times C_3^2}{56}=\frac{3+6+18+12}{56}=\frac{39}{56}$$

يمكن كذلك حسابه كالتالي :

$$P(C)=1-[P(A)+P(B)]+1-\frac{17}{56}=\frac{39}{56}$$

- **احتمال الحصول على كرة سوداء على الأقل:**

نسمي D حادثة الحصول على " كرة سوداء على الأقل "

كرة سوداء على الأقل معناه الحصول إما على كرة سوداء و كرتين من باقي الكرات أو كرتين سوداوين و واحدة من باقي الكرات أو الكرات الثلاثة سوداء :

$$P(D)=\frac{C_3^1\times C_5^2+C_3^2\times C_5^1+C_3^3}{56}=\frac{10+15+1}{56}=\frac{13}{28}$$

(2) أ- قيم المتغير العشوائي هي :

عند سحب 3 كرات يمكن أن تكون كلها حمراء أو كرتان حمراوان أو واحدة حمراء أو أن لا تكون أي كرة حمراء و علية فإن قيم x : $x=\{0;1;2;3\}$

$$\bullet\ P(x=0)=\frac{C_4^3}{56}=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}\quad \bullet\ P(x=1)=\frac{C_4^1\times C_4^2}{56}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$$

$$\bullet\ P(x=2)=\frac{C_4^2\times C_4^1}{56}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}\quad \bullet\ P(x=3)=\frac{C_4^3}{56}=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$$

x_i	0	1	2	3	$\sum$
$p(x=x_i)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	1

حساب الأمل الرياضياتي:

$$E(x)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3+x_4P_4=\frac{0\times1+1\times6+2\times6+3\times1}{14}$$

$$=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}$$

ب-حساب التباين :

$$V(x)=\sum_{i=1}^{4}P_i\left(x_i-E(x)\right)^2$$

$$=P_1\left(x_1-E(x)\right)^2+P_2\left(x_2-E(x)\right)^2+P_3\left(x_3-E(x)\right)^2+P_4\left(x_4-E(x)\right)^2$$

$$=\frac{1}{14}(0-1.5)^2+\frac{3}{7}(1-1.5)^2+\frac{3}{7}(2-1.5)^2+\frac{1}{14}(3-1.5)^2=\frac{15}{28}$$

الإنحراف : $\bullet\ \sigma(x)=\sqrt{V(x)}=\sqrt{\frac{15}{28}}$

حل التمرين -8-

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات على التوالي و بدون إرجاع هي ترتيبية : $A_8^3=336$

(1) حساب الاحتمالات :

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون :**

نسمي A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

سحب 3 كرات من نفس اللون معناه :إما أن تكون الكرات الثلاثة بيضاء(و هذا مستحيل) أو أن تكون الكرات الثلاثة حمراء أو أن تكون الكرات الثلاثة سوداء:

$$P(A)=\frac{A_4^3+A_3^3}{336}=\frac{5}{56}$$

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى:**

نسمي B حادثة الحصول على " ثلاث كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى "
سحب 3 كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى معناه : أن تكون كل كرة بلون أي كرة بيضاء و كرة حمراء و كرة سوداء و بما أن الترتيب مهم نضرب في معامل الترتيب المساوي لـ6- $P(B)=\frac{6\times A_4^1\times A_3^1\times A_1^1}{336}=\frac{3}{14}$

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات بلونين مختلفين:**

$$P(C)=1-[P(A)+P(B)]=1-\frac{17}{56}=\frac{39}{56}$$

- **احتمال الحصول على كرة سوداء على الأقل:**

نسمي D حادثة الحصول على " كرة سوداء على الأقل "
كرة سوداء على الأقل معناه الحصول إما على كرة سوداء و كرتين من باقي الكرات أو كرتين سوداوين و واحدة من باقي الكرات أو الكرات الثلاثة سوداء :

$$P(D)=\frac{3\times A_3^1\times A_5^2+3\times A_3^2\times A_5^1+A_3^3}{56}=\frac{10+15+1}{336}=\frac{23}{28}$$

2 أ- قيم المتغير العشوائي:

قيم x : $x=\{0;1;2;3\}$

$\bullet\ P(x=0)=\frac{A_4^3}{336}=\frac{1}{14}$, $\bullet\ P(x=1)=\frac{3\times A_4^1\times A_4^2}{56}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$,

$\bullet\ P(x=2)=\frac{3\times A_4^2\times A_4^1}{336}=\frac{3}{7}$, $\bullet\ P(x=3)=\frac{A_4^3}{336}=\frac{1}{14}$

x_i	0	1	2	3	$\sum$
$p(x=x_i)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	1

حساب الأمل الرياضياتي:

$$E(x)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3+x_4P_4=\frac{0\times1+1\times6+2\times6+3\times1}{14}=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}$$

ب-حساب التباين :

$$V(x)=\sum_{i=1}^{4}P_i\left(x_i-E(x)\right)^2=P_1\left(x_1-E(x)\right)^2+P_2\left(x_2-E(x)\right)^2+P_3\left(x_3-E(x)\right)^2+P_4\left(x_4-E(x)\right)^2$$

$$=\frac{1}{14}(0-1.5)^2+\frac{3}{7}(1-1.5)^2+\frac{3}{7}(2-1.5)^2+\frac{1}{14}(3-1.5)^2=\frac{15}{28}$$

الإنحراف : $\bullet\ \sigma(x)=\sqrt{V(x)}=\sqrt{\frac{15}{28}}$

حل التمرين -9-

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات في آن واحد هي توفيقة: $C_8^2=28$

1 حساب الاحتمالات :

- **احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون :**

نسمي A حادثة الحصول على "كرتين من نفس اللون "

$$P(A)=\frac{C_4^2+C_3^2}{28}=\frac{9}{28}$$

- **احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس الرقم:**

نسمي B حادثة الحصول على " كرتين تحملان نفس الرقم "
يوجد في الكيس كرتين تحملان الرقم 1 و 4 كرات تحمل الرقم 2 و كرتين تحملان الرقم 3.

$$P(B)=\frac{C_2^2+C_4^2+C_2^2}{28}=\frac{2}{7}$$

- **احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين:**

نسمي C حادثة الحصول على " لونين مختلفين " .

$$P(C)=1-P(A)=1-\frac{9}{28}=\frac{19}{28}$$

- **احتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين زوجيين:**

نسمي D حادثة الحصول على "كرتين تحملان رقمين زوجيين"
يوجد في الكيس 4 كرات تحمل أرقاما زوجية و أربع كرات تحمل أرقاما فردية.

$$P(D)=\frac{C_4^2}{28}=\frac{3}{14}$$

- **احتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما عدد فردي :**

نسمي E حادثة الحصول على "كرتين تحملان رقمين مجموعهما عدد فردي "
نحصل على كرتين تحملان رقمين مجموعهما عدد فردي إذا كانت إحداهما تحمل رقما فرديا و الاخرى تحمل رقما زوجيا و منه : $P(E)=\frac{C_4^1\times C_4^1}{28}=\frac{2}{7}$

2 x الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما في الكرتين:

أ-عين قانون احتمال المتغير العشوائيx

عند سحب كرتين تحمل كل منهما الرقم 1 نحصل على المجموع 2
عند سحب كرة تحمل الرقم 1 و الثانية تحمل الرقم 2 نحصل على المجموع 3
عند سحب كرة تحمل الرقم 1 و الثانية تحمل الرقم 3 أو كرتين تحمل كل منهما الرقم 2 نحصل على المجموع 4.
عند سحب كرة تحمل الرقم2 و الثانية تحمل الرقم3 نحصل على المجموع 5.
عند سحب كرتين تحمل كل منهما الرقم 3 نحصل على المجموع 6.
إذن قيم X : $x=\{2;3;4;5;6\}$

$$\bullet P(x=2)=\frac{C_2^2}{28}=\frac{1}{28}\quad \bullet P(x=3)=\frac{C_2^1\times C_4^1}{28}=\frac{2}{7}$$

$$\bullet P(x=4)=\frac{C_2^1\times C_2^1+C_4^2}{28}=\frac{5}{14}\quad \bullet P(x=5)=\frac{C_4^1\times C_2^1}{28}=\frac{2}{7}$$

$$\bullet P(x=6)=\frac{C_2^2}{28}=\frac{1}{28}$$

x_i	2	3	4	5	6	$\sum$
$p(x=x_i)$	$\frac{1}{28}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{28}$	1

حساب الأمل الرياضياتي:

$$E(x)=\sum_{i=1}^{5}x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3+x_4P_4+x_5P_5$$
$$=\frac{2\times1+3\times8+4\times10+5\times8+6\times1}{28}=4$$

ب-حساب التباين :

$$V(x)=\sum_{i=1}^{4}P_i\left(x_i-E(x)\right)^2$$
$$=P_1\left(x_1-E(x)\right)^2+P_2\left(x_2-E(x)\right)^2+P_3\left(x_3-E(x)\right)^2+P_4\left(x_4-E(x)\right)^2$$
$$=\frac{1}{28}(2-4)^2+\frac{2}{7}(3-4)^2+\frac{5}{14}(4-4)^2+\frac{2}{7}(5-4)^2+\frac{1}{28}(6-4)^2=\frac{6}{7}$$

الإنحراف : $\sigma(x)=\sqrt{V(x)}=\sqrt{\frac{6}{7}}$.

حل التمرين -10-

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات على التوالي و بدون إرجاع هي ترتيبة ذات 3 عناصر من 8 : $A_8^3=336$

1 حساب الاحتمالات :

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون :**

نسمي A حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

سحب 3 كرات من نفس اللون معناه :إما أن تكون الكرات الثلاثة بيضاء(و هذا مستحيل) أو أن تكون الكرات الثلاثة حمراء أو أن تكون الكرات الثلاثة سوداء:

$$P(A)=\frac{A_4^3+A_3^3}{336}=\frac{5}{56}$$

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى:**

نسمي B حادثة الحصول على " ثلاث كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى "

سحب 3 كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى معناه : أن تكون كل كرة بلون أي كرة بيضاء و كرة حمراء و كرة سوداء و بما أن الترتيب مهم نضرب في معامل الترتيب المساوي لــ6 : $P(B)=\frac{6\times A_4^1\times A_3^1\times A_1^1}{336}=\frac{3}{14}$

- **احتمال الحصول على ثلاث كرات بلونين مختلفين:**

$$P(C)=1-[P(A)+P(B)]=1-\frac{17}{56}=\frac{39}{56}$$

- **احتمال الحصول على كرة سوداء على الأقل:**

نسمي D حادثة الحصول على " كرة سوداء على الأقل "

كرة سوداء على الأقل معناه الحصول إما على كرة سوداء و كرتين من باقي الكرات أو كرتين سوداوين و واحدة من باقي الكرات أو الكرات الثلاثة سوداء :

$$P(D)=\frac{3\times A_3^1\times A_5^2+3\times A_3^2\times A_5^1+A_3^3}{56}=\frac{10+15+1}{336}=\frac{23}{28}$$

2 أ- قيم المتغير العشوائي هي :

قيم x : $x=\{0;1;2;3\}$

$\bullet\ P(x=0)=\frac{A_4^3}{336}=\frac{1}{14}$ $\bullet\ P(x=1)=\frac{3\times A_4^1\times A_4^2}{56}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

$\bullet\ P(x=2)=\frac{3\times A_4^2\times A_4^1}{336}=\frac{3}{7}$ $\bullet\ P(x=3)=\frac{A_4^3}{336}=\frac{1}{14}$

x_i	0	1	2	3	$\sum$
$p(x=x_i)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	1

حساب الأمل الرياضياتي:

$$E(x)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3+x_4P_4$$

$$=\frac{0\times1+1\times6+2\times6+3\times1}{14}=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}$$

ب-حساب التباين :

$$V(x)=\sum_{i=1}^{4}P_i\left(x_i-E(x)\right)^2$$

$$=P_1\left(x_1-E(x)\right)^2+P_2\left(x_2-E(x)\right)^2+P_3\left(x_3-E(x)\right)^2+P_4\left(x_4-E(x)\right)^2$$

$$=\frac{1}{14}(0-1.5)^2+\frac{3}{7}(1-1.5)^2+\frac{3}{7}(2-1.5)^2+\frac{1}{14}(3-1.5)^2=\frac{15}{28}$$

الإنحراف : $\sigma(x)=\sqrt{V(x)}=\sqrt{\frac{15}{28}}$.

حل التمرين -11-

نسمي U_1حادثة "سحب كرة من الصندوق U_1" و U_2حادثة "سحب كرة من الصندوق U_2"

و U_3حادثة "سحب كرة من الصندوق U_3" و R حادثة "سحب كرة حمراء " و N حادثة "سحب كرة سوداء " و Vحادثة "سحب كرة خضراء " .

I) 1 حساب p(V) احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء:

$$p(a)=p(U_1\cap V)+p(U_2\cap R)+p(U_3\cap V)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{0}{4}=\frac{23}{90}$$

(2) حساباحتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراءو من U2:

$$p(U_2\cap V)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$$

(3) حساب احتمال أن تكون الكرة مسحوبة من U2علما أنها خضراء:

هو الإحتمال الشرطي للحادثة U_2 شرط أن يتحقق V أي $p_V(U_2)$ ومنه :

$$p_V(U_2)=\frac{P(U_2\cap V)}{P(V)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{5}$$

II)نجعل محتوي الصناديق الثلاثة في كيس فيكون في الكيس 8 كرات حمراء و 3 سوداء و 4 خضراء.

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات في آن واحد هي توفيقة ذات عنصرين من 8 : $C_{15}^3=455$

(1) حساب p(A) احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون :

$$P(A)=\frac{C_8^3+C_3^3+C_4^3}{455}=\frac{56+1+4}{455}=\frac{61}{455}$$

(2) حساب p(B)احتمال سحب 3 كرات ألوانها مختلفة مثنى مثنى :

$$P(B)=\frac{C_8^1\times C_3^1\times C_4^1}{455}=\frac{8\times3\times4}{455}=\frac{96}{455}$$

(3) حساب p(C)احتمال سحب 3 كرات ألوانها مختلفة:

$$P(C)=1-P(A)=1-\frac{61}{455}=\frac{394}{455}$$

(4) حساب p(D)احتمال الحصول على كرة واحدة سوداء على الأقل:

$$P(D)=\frac{C_3^1\times C_{12}^2+C_3^2\times C_{12}^1+C_3^3}{455}=\frac{235}{455}=\frac{47}{91}$$

III)قيم المتغير العشوائي هي :

قيم x : $x=\{5;6;7;8\}$

$\bullet\ P(x=5)=\frac{C_8^3}{455}=\frac{56}{455}$ $\bullet\ P(x=6)=\frac{C_8^2\times C_7^1}{455}=\frac{196}{56}$

$\bullet\ P(x=7)=\frac{C_8^1\times C_7^2}{455}=\frac{168}{455}$ $\bullet\ P(x=8)=\frac{C_7^3}{455}=\frac{35}{455}$

x_i	5	6	7	8	$\sum$
$p(x=x_i)$	$\frac{56}{455}$	$\frac{196}{56}$	$\frac{168}{455}$	$\frac{35}{455}$	1

حساب الأمل الرياضياتي:

$$E(x)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3+x_4P_4$$

$$=\frac{5\times56+6\times196+7\times168+8\times35}{455}=\frac{2632}{455}$$

حل التمرين -12-

I) α عدد طبيعي موجب تماما,

(1) احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا :

نميز حالتين حسب قيمة α

• α عدد فردي :يكون 2α و $(\alpha+1)$ عددان زوجين , أي يكون عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا هو 4 و عدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا هو 6.

احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا : $\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$

• α عدد زوجي :يكون 2α عدد زوجي و $(\alpha+1)$ عدد فردي , أي يكون عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا هو 4 وعدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا هو 6.

و منه احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا : $\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$

② احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين عددا زوجيا: نميز حالتين حسب قيمة α

• α عدد فردي :يكون 2α و $(\alpha+1)$ عددان زوجين , أي يكون عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا هو 4 و عدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا هو 6 .

ومنه احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين عددا زوجيا: $\frac{C_4^2+C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$

• α عدد زوجي :فان 2α عدد زوجي و $(\alpha+1)$ عدد فردي , أي يكون عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا هو 4 و عدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا هو6

ومنه احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين عددا زوجيا: $\frac{C_4^2+C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$

ملاحظة : نحصل على مجموع الرقمين الظاهرين عدد زوجي عند سحب كرتين تحملان رقمين فرديين أو كرتين تحملان رقمين زوجيين.

$II)$ $\alpha=1$:يكون في الكيس 10 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام : 2 ،1، 2 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 2 ،1،1 ، 2و 3 سوداء تحمل الأرقام : 2 , 1,2 .

② أـحساب p(A) احتمال سحب كرتين من نفس اللون:

$$p(A)=\frac{c_3^2+c_4^2+c_3^2}{c_{10}^2}=\frac{12}{45}$$

ب-حساب p(B) احتمال سحب كرتين تحملان نفس الرقم :

$$p(B)=\frac{c_4^2+c_6^2}{c_{10}^2}=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$$

ج-حساب $p(A\cap B)$:

$$p(A\cap B)=\frac{C_2^2+C_2^2+C_2^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}$$

د-هل الحادثتان A و B مستقلتان .

$p(A\cap B)=\frac{4}{45}$ و $p(A)\times P(B)=\frac{28}{225}$

بما أن : $p(A)\times P(B)\neq p(A\cap B)$ ، فإن A و B ليستا مستقلتان.

② قانون احتمال المتغير العشوائي :

قيم المتغير العشوائي X : $X=\{2;3;4\}$

$P(X=2)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$ $\quad$ $P(X=3)=\frac{C_4^1\times C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}$

$P(X=4)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$

x_i	2	3	4	$\sum$
$p(x=x_i)$	$\frac{6}{45}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{3}$	1

حساب أمله الرياضي:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}X_i\times P_i=\frac{2\times6+3\times24+4\times15}{45}=\frac{144}{45}=3.2$$

حل التمرين -13-

I) ① حساب احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون :

$$p(A)=\frac{C_3^2+C_3^2+C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{8}{45}$$

II) احتمال سحب 3 قريصات في آن واحد هو $\frac{1}{6}$ و احتمال سحب 3 قريصات على التوالي و بدون إرجاع هو $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

و احتمال سحب 3 قريصات على التوالي و بإرجاع هو $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

1) p(B) احتمالالحصول على 3 قريصتين من نفس اللون:

$$p(B)=\frac{1}{6}\times\frac{C_3^3+C_3^3+C_4^3}{C_{10}^3}+\frac{1}{2}\times\frac{A_3^3+A_3^3+A_4^3}{A_{10}^3}+\frac{1}{3}\times\frac{3^3+3^3+4^3}{10^3}$$

$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{20}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{20}+\frac{1}{3}\times\frac{59}{500}=\frac{109}{1500}$$

2) p(C)احتمالالحصول على 3 قريصاتألوانها مختلفة مثنى مثنى:

$$p(B)=\frac{1}{6}\times\frac{C_3^1\times C_3^1\times C_4^1}{C_{10}^3}+\frac{1}{2}\times\frac{6\times A_3^1\times A_3^1\times A_4^1}{A_{10}^3}+\frac{1}{3}\times\frac{6\times 3^1\times 3^1\times 4^1}{10^3}=\frac{1}{6}\times\frac{3}{20}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{27}{125}=\frac{247}{1000}$$

III)عند اضافة n كرة بيضاء إلى الكيس يصبح في الكيس $n+10$قريصة من بينها 3 حمراء اللون $n+3$ بيضاء اللون 4 سوداء.

1) p(n) احتمالالحصول على 3 قريصاتمن نفس اللون:

$$p(n)=\frac{C_3^3+C_{n+3}^3+C_4^3}{C_{n+10}^3}=\frac{1+\frac{(n+3)!}{n!\times 3!}+4}{\frac{(n+10)!}{(n+7)!\times 3!}}=\frac{5+\frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{6}}{\frac{(n+10)(n+9)(n+8)}{6}}=\frac{30+(n+3)(n+2)(n+1)}{(n+10)(n+9)(n+8)}$$

حل التمرين -14-

1) اللجنة غير محددة المهام إذن نستعمل التوفيقات :

أ- عدد اللجان التي تضم 3 أولاد: :

$$C_{15}^3=455$$

ب-عدد اللجان التي تضم ولدين و بنت :

$C_{15}^2\times C_{10}^1=105\times 10=1050$.

ج-عدد اللجان التي تضم A :

$C_1^1\times C_{24}^2=276$.

د- عدد اللجان التي تضم إما A أو B :

$C_1^1\times C_{24}^2+C_1^1\times C_{24}^2=552$. أو $C_2^1\times C_{24}^2=552$

هـ- عدد اللجان التي تضم A و B معا:

$C_1^1\times C_1^1\times C_{23}^2=253$ أو $C_2^2\times C_{23}^2=253$

و- عدد اللجان التي لا تضم B:

$C_{24}^3=2024$ أو $C_{25}^3-C_{24}^2=2024$

2) اللجنة محددة المهام إذن نستعمل الترتيبات :

أ- عدد اللجان التي تضم 3 أولاد:

$$A_{15}^3=2730$$

ب-عدد اللجان التي تضم ولدين و بنت :

$3\times A_{15}^2\times A_{10}^1$.

ج-عدد اللجان التي تضم A :

$3\times A_1^1\times A_{24}^2=1656$.

د- عدد اللجان بحيث Aرئيس :

$A_1^1\times A_{24}^2=552$.

هـ- الرئيس ولد و النائب الأول بنت:

$A_{15}^{1}\times A_{10}^{1}\times A_{23}^{1}=48$.

و- الرئيس و النائب الأول من جنسين مختلفين :

$2\times A_{15}^{1}\times A_{10}^{1}\times A_{23}^{1}=96$.

حل التمرين -15-

1) احتمال الحادثة A:

$$P(A)=\frac{C_5^2+C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{10+21}{66}=\frac{31}{66}$$

احتمال الحادثة B :

$$P(B)=\frac{C_8^2+C_4^2}{C_{12}^2}=\frac{28+6}{66}=\frac{34}{66}=\frac{17}{33}$$

2) احتمال أن تحملا نفس الرقم علما انهما من نفس اللون:

لدينا : $p(A\cap B)=\frac{C_4^2+C_1^2+C_4^2+C_3^2}{C_{12}^2}=\frac{6+0+6+3}{66}=\frac{15}{66}$ ومنه $P_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}}=\frac{15}{31}$

قانون احتمال المتغير العشوائي :

قيم X : $X=\{3;4;5\}$

$P(X=3)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{10}{66}=\frac{5}{33}$ ، $P(X=4)=\frac{C_5^1\times C_7^1}{C_{12}^2}=\frac{5\times7}{66}=\frac{35}{66}$ ، $P(X=5)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{21}{66}=\frac{7}{22}$

X_i	3	4	5	$\sum$
P_i	$\frac{5}{33}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{7}{22}$	1

الامل الرياضياتي:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}X_i\times P_i=\frac{(3\times10)+(4\times35)+(5\times21)}{66}=\frac{275}{66}=\frac{25}{6}=4.16$$

حل التمرين -16-

1) قانون احتمال المتغير العشوائي :

قيم X : $X=\{0;1;2;4;8\}$

$P(X=0)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{2\times28+1\times8}{120}=\frac{64}{120}=\frac{8}{15}$ ، $P(X=1)=\frac{C_3^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{120}$

$$P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{3\times5}{120}=\frac{15}{120}=\frac{8}{15}=\frac{1}{8}$$

$$P(X=4)=\frac{C_5^2\times C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{10\times3}{120}=\frac{30}{120}=\frac{8}{15}=\frac{1}{4}$$

$$P(X=8)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

X_i	0	1	2	4	8	$\sum$
P_i	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	1

الامل الرياضياتي:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}X_i\times P_i=\frac{(0\times64)+(1\times1)+(2\times15)+(4\times30)+(8\times10)}{120}$$

$$=\frac{231}{120}=\frac{77}{40}=1.925$$

② احتمال الحصول على 3 كرات كل منها تحمل رقما زوجيا :

$$P=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$$

③ احتمال الحصول على كرتين مجموعهما رقم فردي علما أن جداؤهما رقم زوجي :

لتكن A حادثة الحصول على كرتين جداؤهما رقم زوجي: أي الحصول على كرة واحدة على الاقل تحمل رقما زوجيا .

$$P(A)=\frac{A_7^2+2\times A_7^1\times A_3^1}{A_{10}^2}=\frac{42+2\times7\times3}{120}=\frac{84}{90}=\frac{14}{15}$$

او هي الحادثة العكسية لحادثة سحب كرتين تحملان رقما فرديا :

$$P(A)=1-\frac{A_3^2}{A_{10}^2}=1-\frac{6}{90}=\frac{14}{15}$$

ولتكن B حادثة الحصول على كرتين مجموعهما رقم فردي :اي الحصول على رقم فردي و رقم زوجي .

و عليه تكون الحادثة $A\cap B$ هي نفسها الحادثة B .

$$P(A\cap B)=P(B)=\frac{2\times A_7^1\times A_3^1}{A_{10}^2}=\frac{42}{90}=\frac{7}{15}$$

اذن احتمال الحصول على كرتين مجموعهما رقم فردي علما ان جداؤهما رقم زوجي هو :

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{7}{15}}{\frac{14}{15}}=\frac{1}{2}$$

حل التمرين -17-

I) ① حساب p(A) :

$$P(A)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{C_7^2}=\frac{3\times4}{21}=\frac{12}{21}$$

② حساب p(B) :

$$P(B)=\frac{C_3^2+C_4^2}{C_7^2}=\frac{3\times6}{21}=\frac{18}{21}$$

II) ① تبرير أن قيم المتغير العشوائي X هي :{100-a ;50-a ;-a}:

سحب كرتين بيضاوين يربح $100DA$ ودفع في أ بداية اللعبة aDA ومنه $X=100-\alpha$

سحب كرتين مختلفتين يربح $50DA$ ودفع في أ بداية اللعبة aDA ومنه $X=50-\alpha$

سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه أي 0 DA ودفع في أ بداية اللعبة aDA ومنه $X=-\alpha$

$$P(X=-\alpha)=\frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21}\ ،\ P(X=50-\alpha)=P(A)=\frac{12}{21}\ ،\ P(X=100-\alpha)=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}$$

قانون احتمال X :

X_i	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$	$\sum$
P_i	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$	1

② إثبات أن E(X)=-a+(300/7):

$$E(X)=(100-\alpha)\left(\frac{3}{21}\right)+(50-\alpha)\left(\frac{12}{21}\right)+(-\alpha)\left(\frac{6}{21}\right)$$

ومنه : $E(X)=\frac{300-3a+600-12a-6a}{21}=\frac{900-21a}{21}=-a+\frac{300}{21}$ ومنه : $\boxed{E(X)=-a+\frac{300}{21}}$

إيجاد أكبر قيمة للعدد a حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب :

اللعبة في صالح اللاعب إذا كان: $E(X)\succ0$ تعني $-\alpha+\frac{300}{7}\succ0$ ومنه $\alpha\prec\frac{300}{7}$ ومنه $\alpha\prec42,85$.

ومنه أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب هي : $\boxed{\alpha=42}$

حل التمرين -18-

أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^{3}=120$$

حساب $P(A)$:

$$P(A)=\frac{C_3^1\times C_3^1\times C_4^1}{120}=\frac{3}{10}$$

حساب $P(B)$:

$$P(A)=\frac{C_5^3+C_4^3}{120}=\frac{14}{120}$$

ب) تبيين أن : $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ و استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$:

$$P(A\cap B)=\frac{0+C_2^1\times C_1^1\times C_2^1+C_1^1\times C_2^1\times C_1^1}{120}=\frac{1}{20}$$

استنتاج $P_A(B)$:

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1}{6}$$

استنتاج $(A\cup B)$:

لدينا $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

أي $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{11}{30}$

2) تعيين قيم x: $X=\{0;1;2;3\}$

X_i	0	1	2	3	$\sum$
P_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

ج-حساب الامل الرياضي: $E(x)$:

$$E(X)=\frac{0\times1+1\times5+2\times5+3\times1}{12}=\frac{3}{2}$$

تماريـــــــــــــن مقترحـــــــــــــــة

التمرين -1-

U_1 ،U_2 ،U_3ثلاث صناديق متماثلة ، يحتوي $U1$ على 3 كرات حمراء و كرتين سوداوين و كرة خضراء ، و الصندوق U_2يحتوي على كرة حمراء و كرة سوداء و 3 كرات خضراء، و الصندوق U_3على 3 كرات حمراء و كرتين سوداء .(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس).

I) نختار عشوائيا صندوقا و نسحب منه كرة واحدة .

4. احسب $p(V)$ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء.
5. احسب $p(A)$ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء من الصندوق U_2.
6. احسب احتمال أن تكون الكرة مسحوبة من الصندوق U_2 علما أنها خضراء.

II) نختار عشوائيا صندوقا و نسحب منه كرتبن في ان واحد .

1. احسب $p(\mathrm{U}_2)$ احتمال السحب من U_2 .
2. احسب $p(A)$ احتمال سحب كرتين من نفس اللون .

3. احسب احتمال سحب كرتين من نفس اللون من الصندوق U_2.
7. احسب احتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين من نفس اللون علما أنهما من الصندوق U_2.
8. احسب احتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين من الصندوق U_2 علما أنهما من نفس اللون .

III) نرمي زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 ، إذا ظهر الرقم 1 نسحب عشوائيا كرتين من U_1في آن واحد ، وإذا ظهر رقم اكبر تماما من 3 نسحب عشوائيا كرتين من U_2في آن واحد ، و إذا ظهر الرقم 2 أو 3 نسحب عشوائيا كرتين من U_3على التوالي دون ارجاع .

1. احسب $p(\mathrm{U}_2)$ احتمال السحب من U_2 .
2. احسب $p(A)$ احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

3. احسب احتمال سحب كرتين من نفس اللون من الصندوق U_2.
4. احسب احتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين من نفس اللون علما أنهما من الصندوق U_2.

IV) نسحب عشوائيا كرة من U_3 ، إذا كانت حمراء نسحب عشوائيا كرتين من U_1 في آن واحد ، وإذا كانت سوداء نسحب عشوائيا كرتين من U_2 على التوالي دون ارجاع .

1. احسب $p(\mathrm{U}_2)$ احتمال السحب من U_2 .
2. احسب $p(A)$ احتمال الحصول على كرة حمراء و كرة خضراء .
3. احسب احتمال الحصول على كرة حمراء و كرة خضراء علما أنهما من الصندوق U_2.
4. احسب احتمال سحب كرتين من الصندوق U_2 علما أنهما احداهما حمراء و الأخرى خضراء .

V) نسحب عشوائيا كرة من U_3 ، إذا كانت حمراء نضعها في U_1و نسحب عشوائيا كرتين من في آن واحد ، وإذا كانت سوداء نضعها في U_2و نسحب منه عشوائيا كرتين من على التوالي دون ارجاع . - احسب $p(A)$ احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

وفقكـــــــــــــــم الله في بكالوريا 2023

دعواتكم لموتى المسلمين بالرحمة و لمرضاهم بالشفاء