

الحساب الحرفي – المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

نشر عبارة جبرية :

نشر عبارة جبرية معناها كتابتها على شكل مجموع ، وذلك بتطبيق خاصية التوزيع أو المتطابقات الشهيرة .

تحليل عبارة جبرية :

تحليل عبارة جبرية معناها كتابتها على شكل جداء ، وذلك بتطبيق :

- خاصية التوزيع (استخراج العامل المشترك)
- أو المتطابقات الشهيرة .

خاصية التوزيع :

$$\begin{aligned}k(a + b) &= ka + kb \\k(a - b) &= ka - kb\end{aligned}$$

المتطابقات الشهيرة :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

النجاح لا يتحقق بالأمنيات ، بالإرادة تتحقق المعجزات

تذكر أن :

- ✓ نسمي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x كل مساواة يمكن كتابتها على الشكل $ax = b$ حيث a و b عدنان معلومان .
- ✓ لكل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد نكتبها (بعد التحويلات والتغييرات) على الشكل : $ax = b$ ، وحلها هو $x = \frac{b}{a}$ حيث $(a \neq 0)$.
- ✓ لحل معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد x نتبع الخطوات :
- 1- وضع المعاليم في طرف والمجاهيل في الطرف الآخر للمعادلة مع مراعاة قواعد العمليات و المساويات .
- 2- نكتب المساواة على الشكل $x = c$ (حيث c عدد معلوم)
- 3- نصرح بالإجابة : حل المعادلة هو العدد c .

معادلة الجداء المعلوم :

- نسمي معادلة جداء معلوم كل معادلة تكتب من الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$ حيث a و b و c و d أعداد معلومة .
- لحل هذه المعادلة نحل المعادلتين : $ax + b = 0$ و $cx + d = 0$.
 - لحل معادلة ليست من الدرجة الأولى :
 - نجعل الطرف الأيمن معدوما بنقل كل الحدود إلى الطرف الأيسر .
 - نحلل الطرف الأيسر إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى فنحصل على معادلة جداء معلوم .
 - نحل معادلة الجداء المعلوم المحصل عليها ثم نستنتج حلا للمعادلة المعطاة .

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

- نسمي متراجحة من الدرجة الأولى ذات المجهول x كل متباينة قد تكون صحيحة و قد تكون خاطئة حسب قيم المجهول x .
- قيم المجهول x التي تكون من أجلها المتباينة صحيحة هي حلول للمتراجحة .
 - لحل متراجحة من الدرجة الأولى ذات المجهول x نتبع نفس طريقة حل معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x مع مراعاة قواعد العمليات والمتباينات .
 - كل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد تؤول بعد التحويلات والتغييرات الى متراجحة من الشكل :
 $ax > b$ أو $ax < b$ أو $ax \geq b$ أو $ax \leq b$
 - تمثل حلول المتراجحة على مستقيم عددي موجه .

ملاحظة :

كل عدد يحقق معادلة (أو متراجحة) يسمى حلا لها .

التمرين الأول:

E و F عبارتين جبريتين حيث :

$$E = 4x(x + 3) \quad , \quad F = x^2 + 6x + 9$$

1- بين أن : $F = (x + 3)^2$.

2- حلل العبارة $(E + F)$.

التمرين الثاني:

M عبارة جبرية حيث : $M = (2x - 1)^2 + (2x + 1)(2x - 1)$

1- انشر وبسط العبارة M

2- حلل العبارة M إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

التمرين الثالث :

لتكن العبارة A حيث : $A = 4x^2 - 1 + (2x + 1)(3x - 1)$

- انشر و بسط العبارة A .
- انشر و بسط العبارة : $(2x - 1)(2x + 1)$
- حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
- حل المعادلة : $A = 0$
- احسب قيمة A من أجل : $x = 2\sqrt{2}$

التمرين الرابع:

إليك حلّ متراجحتين :

لدينا : $-x + 3 \geq 5$
معناه : $-x \geq 5 - 3$
إذا : $-x \geq 2$
ومنه : $x \geq -2$
حلول المتراجحة هي الأعداد الأكبر أو تساوي -2

لدينا : $2x + 5 < 3x - 1$
معناه : $5 + 1 < 3x - 2x$
إذا : $6 < x$
ومنه : $x < 6$
حلول المتراجحة هي الأعداد الأصغر تماما من 6

- أعد كتابة الحلين مع تصحيح الأخطاء الموجودة .

التمرين الخامس :

M عبارة جبرية حيث : $M = (2x - 1)^2 + (2x + 1)(2x - 1)$

- 1- انشر وبسط العبارة M
- 2- حل العبارة M إلى جداء عاملين
- 3- حل المعادلة : $M = 0$
- 4- احسب M من أجل : $x = \sqrt{2} + 1$

التمرين السادس :

لتكن المتراجحة : $4x + 7 > 2 - 3x$

- 1- هل العددان 0 و 1- هما حلان لهذه المتراجحة
- 2- حل المتراجحة : $4x + 7 > 2 - 3x$ ثم مثل بيانيا مجموعة حلولها

التمرين السابع :

لتكن العبارة E حيث : $E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)(4x - 1)$

- 1- انشر و بسط العبارة E
- 2- حل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى
- 3- حل المعادلة : $E = 0$
- 4- حل المتراجحة : $E \geq 4x^2 - 5$ ثم مثل حلولها على مستقيم مدرج.

التمرين الثامن :

L عبارة جبرية حيث: $L = (3x - 5)^2 + (-2x + 1)(3x - 5)$

- (1) انشر وبسط العبارة L .
- (2) حل المتراجحة: $L \geq 3x^2 - 5$.
- (3) حل L إلى جداء عاملين.
- (4) حل المعادلة : $(x - 4)(3x - 5) = 0$

التمرين التاسع :

لتكن العبارة F بحيث: $F = (3x - 8)(x + 1) - 9x^2 + 64$

- (1) أنشر ثم بسّط العبارة F .
- (2) أكتب على شكل جداء عاملين العبارة : $9x^2 - 64$ ، ثم استنتج تحليلا للعبارة F .
- (3) حل المعادلة : $F = 0$.

التمرين العاشر:

لتكن العبارة $A = (2x - 4)(2x + 3) - (2x + 5)^2$ بحيث:

- (1) أنشر ثم بسّط العبارة A .
- (2) أحسب A من أجل $x = 1$
- (3) حل المعادلة $A = 7$

التمرين الحادي عشر:

لتكن العبارة $B = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x - 2)$ بحيث:

- (1) أنشر ثم بسّط العبارة B .
- (2) احسب B من أجل $x = 2$.
- (3) حل المعادلة $B = 2x^2$

التمرين الثاني عشر:

لتكن العبارة $E = (5x - 4)^2 - (2x + 3)^2$ حيث:

- (1) أنشر وبسط العبارة E .
- (2) حلّ العبارة E إلى جداء عاملين كل منهما من الدرجة الأولى .
- (3) حل المعادلة : $(3x - 7)(7x - 1) = 0$

التمرين الثالث عشر

L عبارة جبرية حيث: $L = (3x - 5)^2 + (-2x + 1)(3x - 5)$

- (1) أنشر وبسط العبارة L .
- (2) حل المتراجحة: $L \geq 3x^2 - 5$.
- (3) حل L إلى جداء عاملين.
- (4) حل المعادلة $(x - 4)(3x - 5) = 0$

التمرين الرابع عشر:

لتكن العبارة الجبرية $A = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2$ حيث:

- أنشر وبسط العبارة A
- حل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى
- حل المعادلة : $(3x - 2)(x - 4) = 0$
- حل المتراجحة : $A > 3x^2 - 2$ ، ثم مثل حلولها على مستقيم عددي

التمرين الخامس عشر:

$$F = (3x + 1)^2 + 9x^2 - 1$$

- 1- انشر وبسط العبارة F .
- 2- حلل العبارة : $9x^2 - 1$ ، ثم استنتج تحليلاً للعبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
- 3- حل المعادلة $F = 0$
- 4- حل المترجعة ثم مثل حلولها على مستقيم عددي : $F \leq 18x^2 - x + 4$

التمرين السادس عشر :

يملك فلاح حقل مستطيل الشكل عرضه يساوي ثلاث أرباع طوله ومساحته تساوي $1200 m^2$.
• اوجد طول وعرض هذا الحقل

التمرين السابع عشر :

- 1) تحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x + 1)(2x - 1) = 20x^2 - 5$
- 2) حلل العبارة A حيث $A = (2x + 1)(3x - 7) - (20x^2 - 5)$
- 3) حل المترجعة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$
- مثل مجموعة حلولها بيانياً

التمرين الثامن عشر :

- 1- انشر و بسّط العبارة E حيث : $E = (3x - 4)^2$
- 2- حلّل العبارة S إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث :
 $S = 9x^2 - 24x + 16 - (3x - 4)(x + 2)$
- 3- حل المعادلة : $(3x - 4)(2x - 6) = 0$

التمرين التاسع عشر :

- لتكن العبارة: $F = (2x - 3)^2 - 16$.
- 1) تحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 12x - 7$.
 - 2) حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
 - 3) حل المعادلة : $(2x - 7)(2x + 1) = 0$.
 - 4) احسب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ واكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عدنان نسبيان.

التمرين العشرون:

$$K = -2x^2 + 11x - 5 - (5 - x)(x + 5)$$

- 1) بيّن بالنشر أنّ : $(2x - 1)(5 - x) = -2x^2 + 11x - 5$.
- 2) حلّل العبارة K إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
- 3) حل المعادلة : $(5 - x)(x - 6) = 0$

لتكن العبارة E حيث : $E = (5x - 4)^2 - (2x + 3)^2$

(1) أنشر وبسط العبارة E .

(2) حلّ العبارة E إلى جداء عاملين كل منهما من الشكل $(ax + b)$.

(3) حل المعادلة : $(3x - 7)(7x - 1) = 0$

التمرين الثاني والعشرون :

لتكن العبارة A حيث : $A = (2x - 3)^2 - (4x + 7)(2x - 3)$

(1) أنشر وبسط العبارة A .

(2) حلّ العبارة A إلى جداء عاملين.

(3) حل المعادلة : $(2x - 3)(-2x - 10) = 0$

التمرين الثالث والعشرون :

لتكن العبارة F حيث : $F = 36 - (2x + 1)^2$

(1) أنشر وبسط العبارة F .

(2) حلّ العبارة F إلى جداء عاملين.

(3) حل المعادلة : $(5 - 2x)(7 + 2x) = 0$

التمرين الرابع والعشرون :

K عبارة جبرية حيث : $K = 9x^2 - 25 - (x - 1)(3x - 5)$

1- بيّن بالتّشريح أنّ : $K = 6x^2 + 8x - 30$.

2- حلّ العبارة $9x^2 - 25$ ، ثمّ استنتج تحليلاً للعبارة K .

3- حل المعادلة : $(3x - 5)(2x + 6) = 0$.

4- حل المتراجحة $K \leq 6x^2 + 10x - 12$ ، ثمّ مثّل حلولها بيانياً .

التمرين الخامس والعشرون :

لتكن العبارة التالية : $E = (x - 3)^2 + (x - 3)(x + 3)$

(1) أنشر وبسط العبارة E

(2) حلّ العبارة E إلى جداء عاملين .

(3) احسب E من أجل $x = 5$

(4) حل المعادلة $2x(x - 3) = 0$

التمرين السادس والعشرون :

(1) تحقّق من صحة المساواة التالية : $2(3x + 1)^2 = 18x^2 + 12x + 2$

(2) حلّ العبارة M حيث : $M = 18x^2 + 12x + 2 - (x - 2)(3x + 1)$

(3) احسب العبارة M من أجل $x = \sqrt{3}$

(4) حل المعادلة $(5x + 4)(3x + 1) = 0$

لتكن العبارة التالية : $E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2)$

(1) انشر وبسط العبارة E

(2) حلّ $4x^2 - 9$ إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليلًا للعبارة E

(3) حل المعادلة $(2x + 3)(3x - 5) = 0$

التمرين الثامن والعشرون :

لتكن العبارة : $E = (2x + 5)^2 - 36$.

(1) تحقق بالنشر أن : $E = 4x^2 + 20x - 11$.

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين .

(3) حل المعادلة : $(2x + 11)(2x - 1) = 0$.

التمرين التاسع والعشرون :

(1) لتكن العبارة : $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي.

أ- احسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{2}$.

ب - حل المتراجحة : $A \geq 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانياً.

(2) أ- انشر ثم بسط العبارة B حيث : $B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$.

ب - استنتج أن : $B = 6x(3x - 5)$.

ج - حل المعادلة : $B = 0$.

التمرين الثلاثون :

$ABCD$ مربع طول ضلعه 6 cm ، E نقطة من $[AB]$ حيث : $EB = x$

• عبّر عن مساحة المثلث ADE بدلالة x ثم بسطها.

• ماذا تمثل العبارة : $36 - (18 - 3x)$ ؟

عيّن قيم x التي تكون من أجلها مساحة الجزء $EBCD$ أكبر من ضعف مساحة الجزء ADE .

CHALEK

التمرين الواحد والثلاثون :

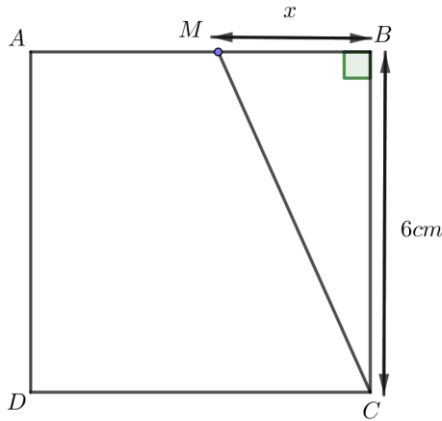
لتكن العبارة E حيث : $E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)(4x - 1)$

(1) انشر وبسط العبارة E .

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.

(3) حل المعادلة : $(4x - 1)(x - 3) = 0$

التمرين الثاني و الثلاثون :



تمعّن الشكل المقابل حيث الرباعي ABCD مربع طول ضلعة 6cm و M نقطة متحرّكة من الضلع [AB] (يعطى : $0 < x < 6$)

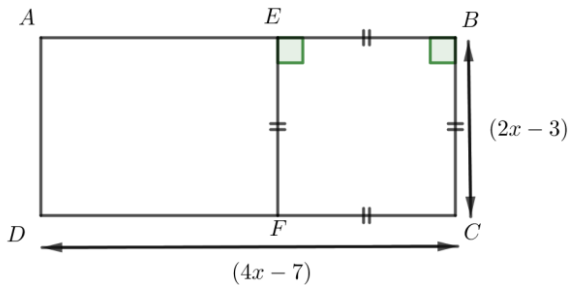
- أوجد قيمة x التي يكون من أجلها مساحة الرباعي AMCD تساوي ثلثي ($\frac{2}{3}$) مساحة المربع ABCD .

التمرين الثالث و الثلاثون :

ABCD مستطيل طوله $(y + 5)$ وعرضه 7 (وحدة الطول هي السنتيمتر)
 1) عبر عن مساحة هذا المستطيل بدلالة y .
 2) اوجد قيمة y حتى يكون محيط المستطيل ABCD يساوي 3.

التمرين الرابع و الثلاثون :

لتكن العبارة الجبرية D حيث : $D = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2$



1- تحقّق بالنشر أنّ : $D = 4x^2 - 14x + 12$.

2- تمعّن الشكل المقابل حيث الرباعي ABCD مستطيل :
 (وحدة الطول هي cm)
 إذا علمت أنّ $x > 2$:

- فما هي قيم x التي يكون من أجلها الفرق بين مساحة المستطيل ABCD ومساحة المربع EFCB هو 12 .

التمرين الخامس و الثلاثون :

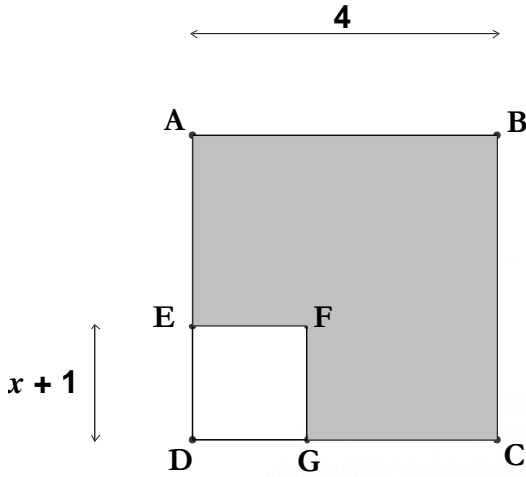
أوجد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية , بحيث اذا ضربنا أصغرها بالعدد 5 وقسمنا أوسطها على 2 وطرحنا من أكبرهما 3 كان مجموع النواتج 136

التمرين السادس و الثلاثون :

- عمر أب 50 سنة وعمر ابنه 27 سنة
 - قبل كم سنة كان عمر الاب ضعف عمر ابنه ؟
- مجموع أعمار جدة وابن وأمه هو 90 سنة , اذا علمت أن
 عمر الجدة هو ضعف عمر الام وعمر الابن هو ثلث عمر امه .
 - أوجد عمر كل منهم

وضعية 1:

تمعن في الشكل التالي:



ABCD مربع طول ضلعه 4 cm.

DEFG مربع طول ضلعه $(x+1)$ cm.

نسمي M مساحة الجزء الملون.

/1

1- بين أن M هي: $M = 16 - (x+1)^2$

2- أنشر ثم بسط M.

3- حل M.

/2 في هذا السؤال نأخذ $x = 2$ cm.

أ. احسب M

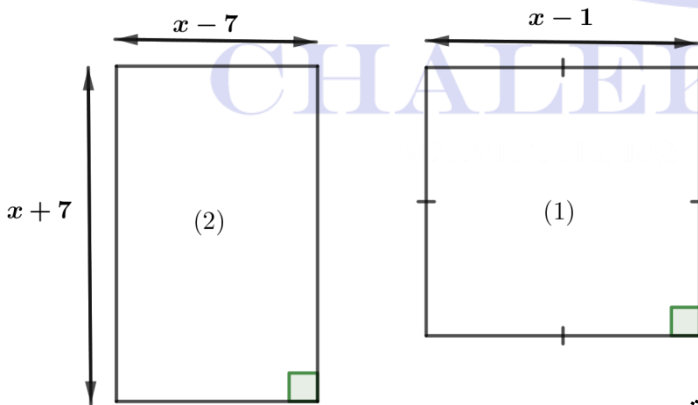
ب. احسب الطول AG.

ج. المستقيم (AG) يقطع [EF] في H ، احسب EH

وضعية 2:

يملك عمي صالح قطعة أرض ، أراد أن يقسمها لولديه إلى جزئين لهما نفس المساحة من أجل بناء مسكنين لهما .

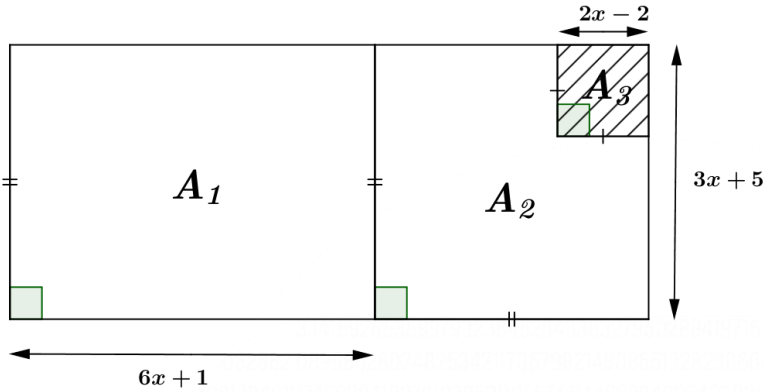
- الجزء الأول مربع الشكل طول ضلعه : $(x-1)$.
 - الجزء الثاني مستطيل بعده : $(x+7)$ و $(x-7)$.
- كما هو موضح بالشكل ($x > 7$ ، وحدة الطول هي المتر)



- أوجد قيمة العدد x حتى يكون للقطعتين نفس المساحة.

وضعية 3:

لفلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل، أراد تقسيمها إلى ثلاث قطع، فوضع مخططاً أولياً موضح في الشكل (1) (وحدة الطول هي الديكامتر dam ، الأطوال غير حقيقية) حيث:



القطعة 1: مخصصة لزراعة الطماطم

القطعة 2: مخصصة لزراعة البطاطا

القطعة 3: مخصصة لغرفة التبريد

x عدد حيث $1 < x < 7$

الشكل (1)

الجزء الأول:

(1) عبر بدلالة x عن مساحة القطعة 1 و A_2 مساحة القطعة 2 ثم أكتبتهما بأبسط شكل ممكن.

(2) بين أن مساحة الجزء المخصص لزراعة البطاطا يمكن كتابته على الشكل

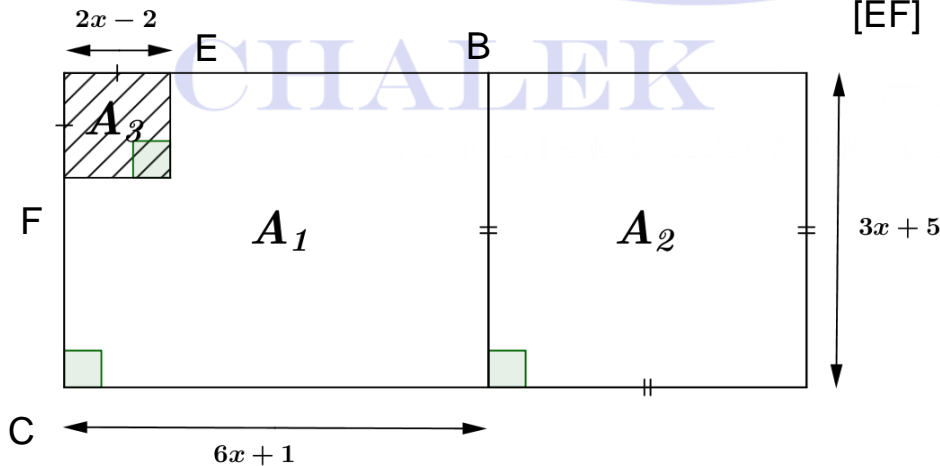
$$A_2 = (x + 7)(5x + 3)$$

(3) أحسب القيمة المضبوطة لـ A_2 من أجل $x = 2\sqrt{3}$ ، ثم عين محور القيمة التقريبية لها إلى الديكامتر مربع.

الجزء الثاني:

نفرض في هذا الجزء أن $x = \frac{4}{3}$

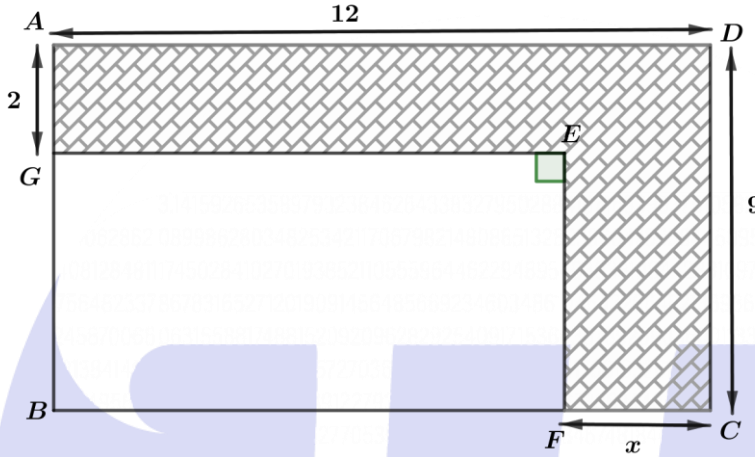
قرر الفلاح تغيير المخطط السابق بغرض زيادة المساحة المخصصة لغرس البطاطا، فقام بتغيير مكان بناء غرفة التبريد إلى القطعة 1، ثم كلف ابنه سيف بإنجاز هذا مخطط، كما هو موضح في الشكل (2)، فانتبه سيف أن حامل [BC] موازيا لحامل قطر غرفة التبريد [EF]



• ساعد سيف لإثبات هذا التوازي.

(وحدة الطول هي المتر)

بداخل ساحة متوسطة حديقة مستطيلة الشكل طولها $12m$ وعرضها $9m$ ، أرادت إدارة المتوسطة استحداث ممر جانبي بهذه الحديقة وتبليطه كما هو موضح بالمخطط المقابل : (السند-1) ($0 < x < 6$)



- خصّصت إدارة المؤسسة لهذا الممر ميزانية قدرها $77500DA$.
- ثمن البلاط هو $700DA$ للمتر المربع الواحد .
- أجرة العامل هي $800DA$ للمتر المربع الواحد .
- مصاريف أخرى: $10000DA$.

السند-2-

- اعتمادا على ما جاء في السندين عيّّن قيمة x حتى لا تتعدى تكلفة الممر الميزانية المخصصة لها .

CHALEK

• انشر العبارات التالية :

$$A = 2x(3x - 5)$$

$$A = \dots - \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = 3x(2 + x)$$

$$B = \dots + \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = (3x + 5)(2x - 1)$$

$$C = 3x \times$$

$$\dots$$

$$C = \dots$$

$$C = 6x^2 \dots$$

$$(x + 3)^2 = \dots$$

$$= \dots$$

$$(3x + 1)^2 = (3x)^2 + \dots$$

$$= \dots$$

$$(x - 5)^2 = \dots$$

$$= \dots$$

$$(2 - x)^2 = \dots$$

$$= \dots$$

$$(3 - 2x)^2 = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$D = (x - 4)(3x - 2)$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$E = (1 - x)(2 - 3x)$$

$$E =$$

$$\dots$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

$$(x - 4)(x + 4) = \dots$$

$$= \dots$$

$$(4 + 3x)(4 - 3x) = \dots$$

$$= \dots$$

$$(5 - 2x)(2x + 5) = \dots$$

$$= \dots$$

$$(x + 3)(3 - x) = \dots$$

$$= \dots$$

$$(\sqrt{2} - x)(x + \sqrt{2}) = \dots$$

$$= \dots$$

• حل العبارات التالية :

$$3x - 6 = \dots = \dots$$

$$3x^2 - 5x = \dots = \dots$$

$$x - 2x^2 = \dots = \dots$$

$$4x^2 - 12x = \dots = \dots$$

$$\begin{aligned}
 (x+2)x - 3(x+2) &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 (x+3)(2x-1) + (x-4)(x+3) &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 (2-x)(x+1) - (2x+3)(x+1) &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 &= \cdots \cdots \cdots \\
 x^2 + 2x + 1 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 4x^2 - 12x + 9 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 25 - 10x + x^2 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 4^2 + 24x + 9x^2 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 x^2 - 4 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 x^2 - 1 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 9 - x^2 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 16x^2 - 9 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 (x-2)^2 - 25 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 &= \cdots \cdots \cdots \\
 4 - (2x+3)^2 &= \cdots \cdots \cdots = \cdots \cdots \cdots \\
 &= \cdots \cdots \cdots \\
 (x-1)^2 - (x+5)^2 &= \cdots \cdots \cdots \\
 &= \cdots \cdots \cdots \\
 (4x-2)^2 - (x+1)^2 &= \cdots \cdots \cdots \\
 &= \cdots \cdots \cdots \\
 (2-x)^2 - (1-x)^2 &= \cdots \cdots \cdots \\
 &= \cdots \cdots \cdots \\
 (5x-3)^2 - (2x-1)^2 &= \cdots \cdots \cdots \\
 &= \cdots \cdots \cdots
 \end{aligned}$$

