الثالثة تسيير واقتصاد

المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية
الموضوع: الدالة اللوغاريتم

المدة: 04 ساعات

الكفاءة القبلية: حساب تكامل دالة

الكفاءة المستهدفة: تعريف دالة اللوغاريتم النيبيري و معرفة خواصها

مراحل الدرس	الدرس	ملاحظات
	نشاط 01 ص 128 من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر الدالة f_n المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f_n(x)=\frac{1}{x^n}$ 1. باستعمال إحدى النتائج الخاصة بالدوال الأصلية لدوال مألوفة عين دالة أصلية على المجال $]0;+\infty[$ لكل دالة من الدوال التالية: f_2 ، f_3، f_4 وf_5. 2. اشرح لماذا لا تسمح النتيجة المستعملة في السؤال الأول من تعيين دالة أصلية للدالة $f_1:x\mapsto\frac{1}{x}$. 3. نعلم أن الدالة $f_1:x\mapsto\frac{1}{x}$ مستمرة على المجال $]0;+\infty[$ فهي تقبل إذن دوالا أصلية على هذا المجال وتقبل بصفة خاصة دالة أصلية وحيدة تأخذ القيمة 0 من أجل القيمة 1 للمتغير. **تعريف:** تسمى الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto\frac{1}{x}$ والتي تنعدم عند 1، دالة اللوغاريتم النيبيري ونرمز إليها بـ ln • عبر من أجل كل x من $]0;+\infty[$ عن $\ln(x)$ باستعمال التكامل. • عين قيمة $\ln(1)$. • من أجل كل x من $]0;+\infty[$، عين عبارة الدالة المشتقة للدالة: $x\mapsto\ln(x)$. • استنتج اتجاه تغير الدالة $x\mapsto\ln(x)$ على المجال $]0;+\infty[$. **تعريف:** الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto\frac{1}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$ التي تنعدم من أجل $x=1$ تسمى دالة اللوغاريتم النيبيري ونرمز لها بالرمز ln	

ترميز:

- نرمز إلى اللوغاريتم النيبيري لعدد x من $]0;+\infty[$ بِـ $\ln(x)$ و أحيانا $\ln x$.
- من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $\ln(x)=\int_{1}^{x}\frac{1}{t}dt$

مثال:

$\ln 2\approx 0.6931$ ، $\ln 3\approx 1.0986$

خواص:

- من التعريف لدينا: $\ln(1)=0$
- الدالة اللوغاريتم النيبيري قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و لدينا من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $(\ln)'(x)=\frac{1}{x}$
- من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $\frac{1}{x}>0$ و منه الدالة " $\ln$ " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

x	0	1	$+\infty$
$\ln'(x)$	‖	$+$	
$\ln x$	‖	0	↗

نتائج:

من أجل كل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$:

1) $\ln a=\ln b$ يعني $a=b$.

2) $\ln a<\ln b$ يعني $a<b$.

مثال: ت05 ص142

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $\ln(x)=\ln(2x-3)$ ، 2) $\ln(x^2-1)=\ln(x+5)$ ، 3) $\ln\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)=0$

إشـــــــــــارة lnx

x	0		1		$+\infty$
$\ln(x)$	‖	-	0	+	

مثال 01: ت06ص 142

حل المتراجحات التالية:

1) $\ln(3x)<\ln(4x+8)$.

2) $\ln(x^2)<\ln(3x-2)$

3) $\ln(2x^2)>\ln(6-4x)$

4) $\ln(x^2+x-2)>0$

مثال02: ت 7ص142

عين حسب قيم x إشارة $\ln(2x+5)$

الخواص الجبرية:

من أجل كل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$، ومن أجل كل n من $\mathbb{Z}$:

1. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

2. $\ln\left(\frac{1}{a}\right)=-\ln a$ و $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln a-\ln b$.

3. $\ln(a^n)=n\ln a$.

مثال01: ت10 ص142:

اكتب على أبسط شكل ممكن الأعداد التالية:

1) $\ln 14-\ln 7$ ؛ 2) $\ln\frac{3}{2}+\ln\frac{2}{3}$ ؛ 3) $\frac{\ln 100}{\ln 10}$ ؛

4) $\ln(10000)+\ln(0,01)$ ؛

مثال02: ت13ص142

اكتب الأعداد التالية على شكل $\ln x$:

- $A=\ln a-\ln b+2\ln c$
- $B=\frac{1}{2}\ln a-\frac{3}{2}\ln b+\ln\frac{a}{b}$
- $C=\ln(a+1)-\frac{1}{2}\ln b+\frac{3}{2}\ln(a+b)$

مثال03: ت 15ص142

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $2\ln(x-3)=\ln 4$

2) $\ln x+\ln(x-1)=\ln 2+\ln 3$

3) $2\ln x=\ln(x+4)+\ln(2x)$

4) $2\ln x=\ln(x+4)+\ln(2x)$

ت18ص143

ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية على $]0;+\infty[$

1) $\ln x-\ln 3$ 2) $(\ln x+1)(\ln x-1)$

3) $\ln x(\ln x-1)$ 4) $2x\ln(1-x)$ 5) $-x^2\ln(x+1)$

الثالثة تسيير واقتصاد

المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية
الموضوع: دراسة دالة اللوغاريتم

المدة: 02 ساعة

الكفاءة القبلية:
الكفاءة المستهدفة: دراسة دوال تتضمن دالة اللوغاريتم النيبيري

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــدرس	ملاحظات

النهايـــــات

خواص:

نهاية الدالة " ln " عند $+\infty$ هي $+\infty$ ونهايتها عند 0 هي $-\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ (1) و $\lim\limits_{x\to0}\ln x=-\infty$ (2)

مثال01: ت29ص 143

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{1}{x}-\ln x$ ، ادرس نهايات الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

مثال02: ت30ص143

f دالة معرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{\ln x}$

ادرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

ت31ص143

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=2(\ln x)^2-\ln x-3$

1. أدرس نهاية الدالة f عند 0.
2. من اجل $x>1$، ضع $\ln x$ كعامل مشترك في $f(x)$ ، ثم عين نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ت32ص 144

أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}2x+\ln x$ ؛ ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\ln x$ ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}3-2\ln x$ ؛

د) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}x+5-\ln x$

ت33ص144

أ) $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{3+\ln x}$ ب) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{\ln\left(x^2\right)}$ جـ) $\lim_{x\to+\infty} (3-x)\ln x$

د) $\lim_{x\to-\infty} \left(x^2-x\right)\ln(-x)$

ت34ص144

أ) $\lim_{x\to+\infty} (x^2+\ln x)$ ب) $\lim_{x\to+\infty} (\ln 2-3\ln x)$ جـ) $\lim_{x\to+\infty} x-4+\ln x$

د) $\lim_{x\xrightarrow{>}0} x-4+\ln x$

دراسة اتجاه تغير الدالة ln:

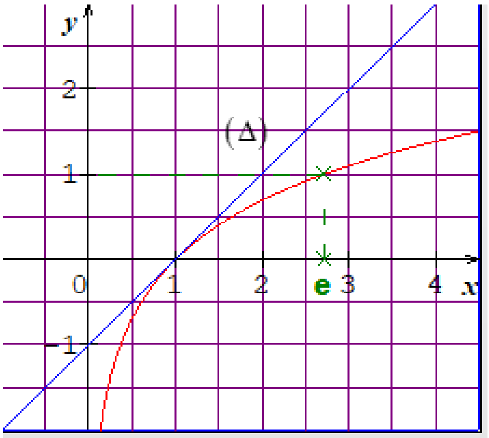
الدالة ln معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و: $(\ln x)'=\frac{1}{x}\succ 0$

ومنه الدالة ln متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

جدول التغيرات

x	0	1	$+\infty$
$\ln'(x)$	$\|\|$	$+$	
$\ln x$	$\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

التمثيل البياني



الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات

ثانوية حيتو الحاج علي الشلالة ولاية البيض

العدد e

تعريف:

العدد e هو العدد الذي لوغاريتمه النبيري يساوي1. $(\ln e=1)$. تعطينا الحاسبة

$e\approx 2,718281828$.

مثال01: ت 38 ص 144

احسب المشتقة $f'(x)$ في كل حالة:

1) $f(x)=2x+1+\ln x$

2) $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$

3) $f(x)=2x^2-\ln x$

4) $f(x)=\frac{1}{\ln x}$

5) $f(x)=(\ln x)^2+\ln x-2$

6) $f(x)=x\ln x$

7) $f(x)=-x+\ln 2+\ln x$

8) $f(x)=\frac{\ln x}{x}$

مثال02: ت39ص144

نفس السؤال السابق:

1) $f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2$

2) $f(x)=2x(1-\ln x)$

3) $f(x)=-\frac{x}{2}+1+2\ln x$

4) $f(x)=\frac{e}{\ln x}$

5) $f(x)=\frac{x-\ln x}{x}$

6) $f(x)=\frac{x^2}{2}(3-\ln x)$

ت44ص145

لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+1+\ln x$

1. ادرس نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$ ، استنتج المستقيمات المقاربة للمنحني الممثل للدالة f.
2. ادرس تغيرات f وشكل جدول تغيراتها.
3. ارسم المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

ت45ص145

لتكن الدالة f المعرفة على $]0;2]$ بـ: $f(x)=2x^2-3-\ln x$

$(\mathcal{C})$ هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=5cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$

1. ادرس نهاية الدالة f عند 0، فسر النتيجة هندسيا.
2. شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. عين معادلة المماس T للمنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة التي فاصلتها 1.
4. ارسم T و $(\mathcal{C})$.

الثالثة تسيير واقتصاد

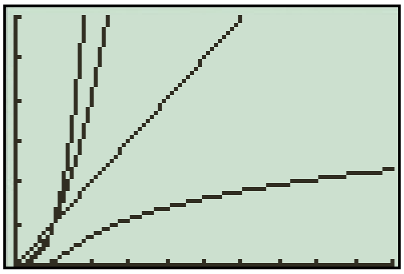
المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية

الموضوع: التزايد المقارن

المدة:

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: حساب نهايات جداء اوحاصل قسمة دوال تتعلق باللوغاريتم

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــــدرس	ملاحظات
	التزايد المقارن للدوال $x\mapsto \ln x$ ، $x\mapsto x$ ، $x\mapsto x^n$ نشاط 04 ص 185 (الجزء01) **1.** مقارنة $\ln(x)$ و x^n  باستعمال حاسبة بيانية خمن على المجال $]0;+\infty[$ الأوضاع النسبية للمنحني الممثل للدالة $x\mapsto \ln(x)$ بالنسبة لمنحنيات الدوال $x\mapsto x$ ، $x\mapsto x^2$ و $x\mapsto x^3$ ثم قارن بين $\ln x$ و x^n من أجل $n=1$، $n=2$ و$n=3$ خواص: $(1)\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ و $(2)\quad \lim_{x\to 0} x\ln x=0$ $(3)\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0$ $(4)\quad \lim_{x\to 0} x^n\ln x=0$ مثـــــال: ت 62، ت 63 ص 204 عين النهاية عند $+\infty$ للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$: 1. $f(x)=x^2+x-\ln x$ 2. $f(x)=\frac{\ln x-2x}{4x^2}$ 3. $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}$ 4. $f(x)=\frac{\ln(x^2+x)}{x}$ 5. $f(x)=x^3-\ln x$ 	

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية الموضوع: دراسة الدالة $\ln ou$	المدة: 02 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة:

مراحل الدرس	الدرس	ملاحظات
	النهايات **دراسة مثال:** **مثال01: ت 53 ص 146** عين النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ؛ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left(x^2+2x\right)$ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} \ln\left(x^2+2x\right)$ ؛ $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2} \ln\left(x^2+2x\right)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} \ln x+\ln(1-x)$ ؛ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} \ln x+\ln(1-x)$ **مثال02: ت 54 ص 146** عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف 1) $f(x)=2x+1-\ln(x+1)$ المعرفة على $]-1;+\infty[$ 2) $f(x)=\frac{1}{x}+\ln\left(\frac{1}{x}\right)$ المعرفة على $]0;+\infty[$. 3) $f(x)=x-\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ المعرفة على $]1;+\infty[$.	

2. المشتقة والدوال الأصلية:

خاصية:

إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق وموجبة تماما على مجال I فإن:

- الدالة $\ln\circ u$ قابلة للاشتقاق على I ولدينا من أجل كل x من I: $(\ln\circ u)'(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$
- الدالة $x\mapsto \ln\left[u(x)\right]$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ على I.

مثال01: ت55 ص 146

احسب المشتقة $f'(x)$ للدوال f المعطاة:

1) $f(x)=1-x+\ln(x+1)$

2) $f(x)=\dfrac{1}{2}\ln(x+2)$

3) $f(x)=\dfrac{\ln(x-1)}{x}$

4) $f(x)=x\ln(2x-1)$

مثال02: ت 61 ص 147

ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال المعطى.

1) $f(x)=\ln(2x-8)$ على $]4;+\infty[$

2) $f(x)=\ln(x+1)-\ln(x-1)$ على $]1;+\infty[$

3) $f(x)=\ln\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$ على $]1;+\infty[$

تمرين 63 ص 147

عين في كل حالة من الحالات التالية دالة أصلية F والتي تحقق شرطا معينا

1) $f(x)=\frac{1}{2x+1}$ ، $x\in\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ و $F(0)=0$

2) $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ ، $x\in]-\infty;-3[$ و $F(1)=1$

3) $f(x)=\frac{-2x+1}{x^2-x-2}$ ، $x\in]-1;2[$ و $F(0)=1$

بكالوريا 2018 الموضوع الأول

I.لتكن الدالة f المعرفة على $]-2;8[$ بـ: $f(x)=\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln16$

وليكن (C_f) إلى التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

نأخذ الوحدة البيانية $2cm$.

1. أحسب نهايتي الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف وفسر النتيجتين بيانيا.
2. تحقق أنه من أجل كل x من $]-2;8[$: $f'(x)=\frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f.
3. ادرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;8[$ وشكل جدول تغيرات f.
4. عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.
5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-2;8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2;8[$ و $f(6-x)=f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
6. أرسم المنحنى (C_f).
7. لتكن الدالة العددية F المعرفة على $]-2;8[$ بـــ:

$$F(x)=(x+2)\ln(x+2)+(x-8)\ln(-x+8)-2x-x\ln16$$

- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-2;8[$
8. أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=0$ و $x=4$.

الثالثة تسيير واقتصاد

المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية

الموضوع: حل مسائل

المدة:

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: دراسة دالة تتضمن دالة لوغاريتمية

مراحل الدرس	الــــــــــــــدرس	ملاحظات

تمرين 01: باك 2020 الموضوع الأول

I. الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: $g(x)=x^2-1+\ln x$.

1. أحسب كلا من $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أحسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x+2+x\ln x$

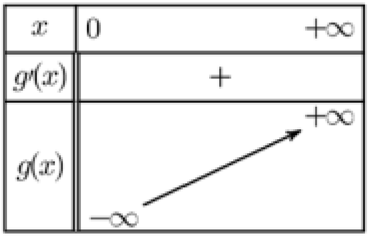
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب من $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يعطى $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} x\ln x=0$)
2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x)=g(x)$
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أحسب (2) f ثم أنشئ (C_f).
5. الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=\frac{1}{12}x^4-\frac{5}{4}x^2+2x-8+\frac{1}{2}x^2\ln x$

- بين ان F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

تمرين 02: باك 2020 الموضوع 02:

I. الجدول المقابل هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=3x^3-2+4\ln x$



x	0 $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

1. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.9\prec\alpha\prec1$
2. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$

II. الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=3x-2-\frac{2\ln x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (تؤخذ وحدة الطول 2cm)

1. أحسب من $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (يعطى $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$)
2. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=3x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)
   ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
3. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$
   ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أرسم كلا من (Δ) و (C_f). (تؤخذ $f(\alpha)\approx 0.9$)
5. الدالة H معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $H(x)=\frac{1+\ln x}{x}$
   أ- بين ان H دالة أصلية للدالة $x\mapsto -\frac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0;+\infty[$
   ب- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=2$.

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات
ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة ولاية البيض

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية الموضوع: دوال اللوغاريتمية ذات الأساس a	المدة: 02 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة:

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــــــدرس	ملاحظات

دالة اللوغاريتم للأساس a

تعريف:

a عدد حقيقي موجب تماما ومختلف عن 1.

نسمي دالة اللوغاريتم للأساس a الدالة التي نرمز إليها بالرمز $\log_a$ والمعرفة على $]0;+\infty[$

كما يلي: $\log_a(x)=\dfrac{\ln(x)}{\ln(a)}$

ملاحظة:

- إذا كان $a=e$ فإن $\log_a(x)=\ln(x)$ لأن $\ln(e)=1$. إذن دالة اللوغاريتم للأساس e هي الدالة " $\ln$ ".
- إذا كان $a=10$ تسمى دالة اللوغريتم للأساس 10 دالة اللوغاريتم العشري و نرمز إليها بالرمز " $\log$ "

دالة اللوغاريتم العشري

أعمال موجهة ص 138

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات
ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة ولاية البيض

تعريف:

دالة اللوغاريتم العشري هي الدالة التي نرمز إليها بالرمز" $\log$ " والمعرفة على $]0;+\infty[$ بِـ:

$$\log(x)=\frac{\ln x}{\ln 10}$$

1. أحسب $\log(1)$ ، $\log(10)$، $\log(0,1)$.
2. أحسب $\log(10^n)$ من أجل كل عدد صحيح نسبي n.
3. بين أنه من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما a و b لدينا:

$$\log(ab)=\log(a)+\log(b) \quad \text{و} \quad \log\left(\frac{a}{b}\right)=\log(a)-\log(b)$$

4. أحسب المجموع $s=\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+...+\log\frac{98}{99}+\log\frac{99}{100}$
5. استنتج اتجاه تغير الدالة log من اتجاه تغير دالة اللوغاريتم النيبيري " ln ".
6. أدرس نهايتي الدالة log عند 0 وعند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها.
7. أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المنحني (C) الممثل للدالة log.(وحدة الأطوال $1cm$)
8. أحسب بالسنتيمتر محيط المستطيل $OABC$ حيث $A(x;0)$ ، $B(x;\log x)$ و $C(0;10)$.$(x>0)$

خاصية:

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم N، يوجد عدد طبيعي وحيد n بحيث:

$10^n \leq N < 10^{n+1}$

$n+1$ هو عدد الأرقام الموجودة في الكتابة العشرية للعدد الطبيعي N.

أمثلة:

*إذا كان $N=312$ فإن $10^2 \leq N < 10^3$ (عدد أرقام N هو3).

* إذا كان $N=46002$ فإن $10^4 \leq N < 10^5$ (عدد أرقام N هو5).

1. ليكن N عددا طبيعيا غير معدوم.
   - بين أنه يوجد عدد طبيعي وحيد n بحيث: $n \leq \log(N) < n+1$.
   - بين أن عدد الأرقام الموجودة في الكتابة العشرية للعدد الطبيعي N هو $1+E(\log N)$.

نذكر أن $E(x)$ هو الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x.

تطبيق:

2. ما هو عدد أرقام العدد الطبيعي 2006^{2007} ؟

3. نعتبر العدد الطبيعي N حيث: $N = 3^{10518}$.

- عين باستعمال حاسبة الجزء الصحيح للعدد $\log N$.
- استنتج الحصر التالي: $10^{5018} \leq N < 10^{5019}$.
- حدد عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد N.

الأستاذة: مباركي فاطمة ثانوية الشلالة-البيض

2025/2024

mebarki.math32@gmail.com

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية الموضوع: الدالة الأسية	المدة: 03 ساعات

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: تعريف الدالة الأسية ومعرفة خواصها

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــــــــدرس	ملاحظات
	نشاط 01 ص 158 **تعريف:** الدالة الأسية والتي نرمز إليها بالرمز " exp " هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ والتي ترفق بكل x من $\mathbb{R}$ العدد الحقيقي الموجب تماما y حيث $x=\ln(y)$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ومن أجل كل y من $]0;+\infty[$، $y=\exp(x)$ يعني $x=\ln(y)$ **الرمز e^x** من أجل كل عدد حقيقي x، $\exp(x)=e^x$ وتقرأ e^x: " أسية x ". **خــــــواص:** (1) من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $e^x>0$. (2) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ومن أجل كل y من $]0;+\infty[$، $y=e^x$ يعني $x=\ln(y)$. (3) من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $\ln(e^x)=x$. (4) من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $e^{\ln(x)}=x$ (5) من أجل كل عددين حقيقيين a و b لدينا: $e^a=e^b$ يعني $a=b$ ، $e^a<e^b$ يعني $a<b$. **مثال01:** • لدينا $\ln(1)=0$ ومنه $e^0=1$. • لدينا $\ln(e)=1$ ومنه $e^1=e$.	

مثال02: ت 02 ص 172

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{x}=2$ 2) $e^{x}=e^{2x}$ 3) $e^{-2x+3}=1$

4) $(e^{x}-2)(e^{x}+2)=0$

مثال03: ت 03 ص172

حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين التاليتين:

1) $\dfrac{2e^{x}+1}{e^{x}-1}=3$ 2) $\dfrac{e^{x}+1}{2e^{x}-1}=2$

ت 05 ص 172

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $2\ln x=9$ 2) $\ln(2x^{2})=0$ 3) $\ln(2x^{2}+x)=0$

4) $\ln(x+1)=4$

ت09 ص 172

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين التالية:

1) $e^{x+3}\geq -2$ 2) $e^{-0,1x+2}\geq 2$ 3) $e^{-x+4}\leq 10^{-2}$

4) $e^{-0,01x}<0,05$

الخواص الجبرية

من أجل كل عددين حقيقيين a و b ومن أجل كل صحيح نسبي n لدينا:

1. $e^{a+b}=e^{a}e^{b}$.
2. $e^{-a}=\dfrac{1}{e^{a}}$ و $e^{a-b}=\dfrac{e^{a}}{e^{b}}$.
3. $(e^{a})^{n}=e^{na}$.

مثال01: ت12ص 172

بسط العبارات التالية:

$A=e^{5}+7e^{-5}-3e^{5}-9e^{-5}$ ‏ ‏ $B=\frac{7e^{5}\times\left(3e^{3}\right)^{2}}{21e^{-5}}$ ‏ ‏ $C=\left(2e^{3}+e^{3}\right)^{2}$

$D=\left(e^{3}-2\right)^{2}-\left(e^{3}+2\right)^{2}$

مثال02: ت 13 ص 172

من أجل كل عدد حقيقي x بين ما يلي:

1) $\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}=\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$ ‏ ‏ 2) $\frac{3e^{x}+1}{e^{x}+1}=3-\frac{2}{e^{x}+1}$

مثال03: ت 14 ص 172

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{2x}-4e^{x}=0$ ‏ ‏ 2) $e^{2x}-2e^{x}=-1$ ‏ ‏ 3) $2e^{2x}+3e^{x}=0$

4) $e^{2x}+3e^{x}=-\ln 2$

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات
ثانوية حينو الحاج على الشلالة ولاية البيض

ت 19ص172

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $e^{2x}-2e^{x}-8>0$ ‏ ‏ 2) $e^{x}-e^{-x}>0$ ‏ ‏ 3) $(e^{x}-1)(e^{x}-3)\geq 0$

الثالثة تسيير واقتصاد

المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية

الموضوع: دراسة الدالة الأسية

المدة:

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: دراسة الدالة الأسية (النهايات -اتجاه التغير-التمثيل البياني)

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــدرس	ملاحظات

النهـــــــايات

خواص:

نهاية الدالة " exp " عند $+\infty$ هي $+\infty$ ونهايتها عند $-\infty$ هي 0.

(1) $\lim_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ و (2) $\lim_{x\to-\infty} e^x=0$

مثال01: ت 27 ص 173

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=1+e^x+e^{2x}$ ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

مثال02: ت 29ص173

ادرس نهاية الدالة f: $f(x)=\frac{e^x-1}{2e^x+1}$ ، عند $-\infty$ وعند $+\infty$

ت 31ص173

باستعمال المبرهنات حول النهايات ن عين النهايات التالية:

(1 $\lim_{x\to+\infty}(x^2+e^x)$ (2 $\lim_{x\to-\infty}(-x+4e^x)$ (3 $\lim_{x\to+\infty}(\frac{1}{x}-2e^x)$

(4 $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1+x}{2+e^x}\right)$

المشتقة:

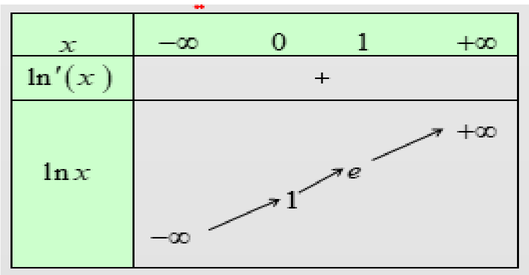
خاصية:

الدالة الأسية قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\exp'(x)=e^x$

نتائج:

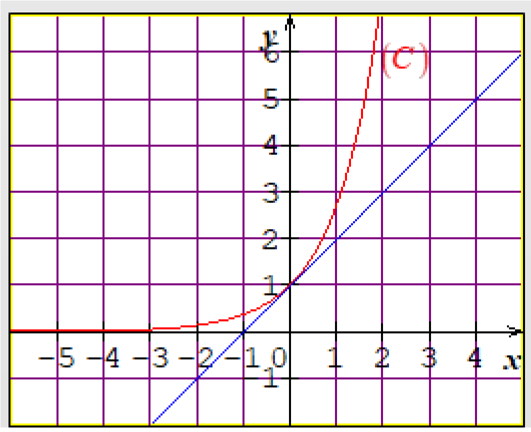
- الدالة الأسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأن من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $e^x>0$.
- دالة أصلية للدالة $x\mapsto e^x$ على $\mathbb{R}$ هي الدالة $x\mapsto e^x$ نفسها.

جدول التغيرات



x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$\ln'(x)$		+		
$\ln x$	$-\infty$ ↗	1 ↗	e ↗	$+\infty$

التمثيل البياني:



تمرين من 36 الى 42 ص 173

احسب الدالة المشتقة f' للدالة f على المجال I.

$f(x)=xe^x$ ، $I=\mathbb{R}$

$f(x)=(2x-3)e^x$ ، $I=\mathbb{R}$

$f(x)=(x^2+x+1)e^x$ ، $I=\mathbb{R}$

$f(x)=\dfrac{e^x-1}{x}$ ، $I=\mathbb{R}^*$

$f(x)=\dfrac{3e^x-2}{e^x+1}$ ، $I=\mathbb{R}$

$f(x)=\dfrac{e^x}{e^x-x}$ ، $I=\mathbb{R}$

$f(x)=(e^x-1)(e^x+2)$ ، $I=\mathbb{R}$

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات

ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة ولاية البيض

ت43 ص 174

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1+e^{x}$

1. ادرس تغيرات الدالة f.

2. ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

3. شكل جدول تغيرات الدالة f.

4. أنشئ في معلم متعامد التمثيل البياني للدالة f.

ت 33ص 174

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^{*}$ بـ $f(x)=x-\dfrac{e^{x}+1}{e^{x}-1}$

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. بين أن المستقيم الذي معادلته $y=x-1$ مقارب لمنحني الدالة f عند $+\infty$.

3. بين أن الدالة f فردية.

4. أ- استنتج $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- استنتج أن منحني الدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

ت34ص 174

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-e^{-x}$

1. بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=2x+1$ مقارب للمنحني (C) الممثل للدالة f عند $+\infty$.

2. ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى D .

ت35ص 173

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-x+2+3e^{-2x}$

بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=2-x$ مقارب للمنحني (C) الممثل للدالة f عند $+\infty$.

الثالثة تسيير واقتصاد

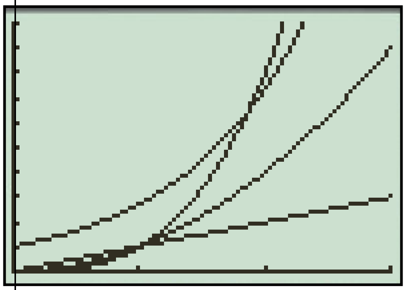
المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية

الموضوع: التزايد المقارن للدوال $x \mapsto x$ ، $x \mapsto x^n$ ، $x \mapsto e^x$

المدة:

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: معرفة وتفسير النهايات الخاصة بالتزايد المقارن

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــــــدرس	ملاحظات
	التزايد المقارن للدوال: $x \mapsto x$ ، $x \mapsto x^n$ ، $x \mapsto e^x$ **نشاط 04 ص 184 (الجزء 02)**  **2. مقارنة e^x و x^n** باستعمال حاسبة بيانية خمن على المجال $[0;+\infty[$ الأوضاع النسبية للمنحني الممثل للدالة $x \mapsto e^x$ بالنسبة لمنحنيات الدوال $x \mapsto x$ ، $x \mapsto x^2$ و $x \mapsto x^3$ ثم قارن بين e^x و x^n من أجل $n=1$ ، $n=2$ و $n=3$ **1. خواص:** $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$ **مثال01: ت 59 ص 204** ادرس النهاية عند $+\infty$ للدالتين التاليتين: (1 $f(x) = x^2 + 1 - e^x$ (2 $f(x) = \frac{e^x - x}{x^2}$	

مثـــال02: ت 60 ص204

باستعمال تبديل المتغير، ادرس النهاية عند $+\infty$ للدالتين التاليتين:

1) $f(x)=\frac{e^{3x+1}}{x}$

2) $f(x)=\frac{e^{x^2+x}}{x^2}$

مثال: ت 67 ص204

احسب النهايات التالية:

1) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2-3x+1}{1+e^x}$

2) $\lim_{x\to+\infty}(x+1)e^{1-x}$

3) $\lim_{x\to-\infty}(3x^2-x+1)e^{2x+1}$

4) $\lim_{x\to-\infty}(2x^2-3)e^{3x-1}$

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات

ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة ولاية البيض

الثالثة تسيير واقتصاد

المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية

الموضوع: الدالة الأسية ذات الأساس a

المدة:

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: دراسة الدالة الاسية ذات الأساس a.

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــــــــدرس	ملاحظات
	نشاط 02 ص184 (السؤال1) تعريف القوى الحقيقية للعدد 3 • ليكن n عددا صحيحا نسبيا. أكتب العدد $\ln\left(3^{n}\right)$ بكيفية أخرى ثم استنتج أن $3^{n}=e^{n\ln 3}$ الدستور $3^{n}=e^{n\ln 3}$ يمنحنا فكرة تمديد مفهوم القوى. هذا التمديد يفرض علينا طرح السؤال التالي: كيف يمكن تعريف 3^{x} من أجل كل عدد حقيقي x ؟ نضع، تعريفا، من أجل كل عدد حقيقي x، $3^{x}=e^{x\ln 3}$ *عين، باستعمال حاسبة، المدور إلى 10^{-2} لكل عدد من الأعداد التالية: $3^{\frac{1}{3}}$، 3^{e}، $3^{-\frac{2}{5}}$ و $3^{\sqrt{2}}$ تعريف01: نضع $a^{b}=e^{b\ln a}$ من أجل كل عددين حقيقيين a و b حيث $a>0$ و b كيفي. تعريف02: aعدد حقيقي موجب تماما ومختلف عن1. تسمى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ $f(x)=a^{x}=e^{x\ln a}$ ، الدالة الأسية ذات الأساس a.	

قواعد الحساب

نشاط 02 ص 184 (السؤال2)

2) بعض الدساتير

بين أنه من أجل كل عددين حقيقيين x، y ومن أجل كل عدد صحيح نسبي n،

أ) $3^x \times 3^y = 3^{x+y}$ ب) $\left(3^x\right)^n = 3^{nx}$ جـ) $\dfrac{3^x}{3^y} = 3^{x-y}$

خواص:

من أجل كل a، b من $]0;+\infty[$ ومن أجل كل x، y من $\mathbb{R}$ لدينا:

(1) $\ln\left(a^x\right) = x\ln a$ (2) $a^x a^y = a^{x+y}$ (3) $a^{-y} = \dfrac{1}{a^y}$ (4) $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$.

(5) $\left(a^x\right)^y = a^{xy}$. (6) $(ab)^x = a^x b^x$. (7) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$.

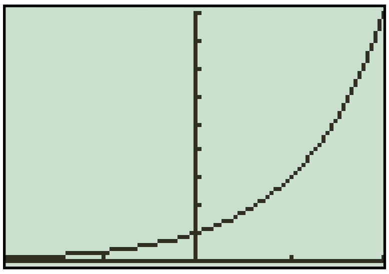
مثال: ت 14 ص 200

اكتب الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 3:

$$a = 9^{\frac{3}{2}} \times 27^{\frac{1}{4}} \text{ ، } b = 3^{-\frac{5}{4}} \times 81^{\frac{5}{3}} \text{ ، } b = \left(3^{-4}\right)^{\frac{1}{3}} \times 27^{-\frac{1}{3}}$$

دراسة الدالة $x \mapsto a^x$

نشاط 02 ص 184 (السؤال3)



3) دالة جديدة

- أرسم على شاشة حاسبة بيانية التمثيل البياني للدالة $f: x \mapsto 3^x$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة f.
- عين نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

تعريف:

تسمى الدالة $x \mapsto 3^x$ " الدالة الأسية ذات الأساس 3.

الدالة $x \mapsto a^x$

نضع من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما a ومختلف عن 1 ومن أجل x من $\mathbb{R}$،

$f_a(x) = a^x = e^{x \ln a}$

اتجاه التغير

لدينا: $f_a(x) = a^x = e^{x \ln a}$

الدالة f_a قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي: $f_a'(x) = \ln a \times e^{x \ln a}$

إشارة $f_a'(x)$ من إشارة $\ln a$ ومنه:

1. إذا كان $0 < a < 1$ فإن $\ln a < 0$ ومنه الدالة f_a متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.
2. إذا كان $a > 1$ فإن $\ln a > 0$ ومنه الدالة f_a متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

مثال: 46 ت ص 202

عين مشتقات الدوال التالية المعرفة على $\mathbb{R}$: 1) $x \mapsto 3^x$ 2) $x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 3) $x \mapsto \left(\frac{4}{5}\right)^x$

النهـــــــايات

1. **من أجل** $0 < a < 1$

لدينا: $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} x \ln a = +\infty \\ \lim\limits_{X \to +\infty} e^X = +\infty \end{cases}$ ومنه: نستنتج أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f_a(x) = +\infty$

ولدينا: $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} x \ln a = -\infty \\ \lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0 \end{cases}$ ومنه: نستنتج أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f_a(x) = 0$

.2 من أجل $a>1$

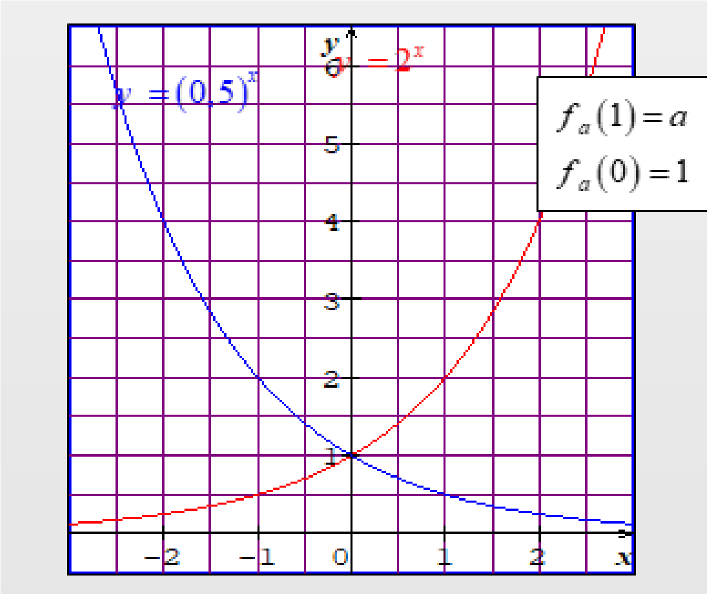
لدينا: $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} x\ln a=-\infty \\ \lim\limits_{X\to-\infty} e^{X}=0 \end{cases}$ ومنه: نستنتج أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f_a(x)=0$

ولدينا: $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} x\ln a=+\infty \\ \lim\limits_{X\to+\infty} e^{X}=+\infty \end{cases}$ ومنه: نستنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f_a(x)=+\infty$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		$+\infty$
$f_a(x)$ $0<a<1$	$+\infty$	↘	0
x	$-\infty$		$+\infty$
$f_a(x)$ $a>1$	0	↗	$+\infty$

التمثيل البياني:



الثالثة تسيير واقتصاد

المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية

الموضوع: دراسة الدالة $\exp ou$

المدة: 02 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: دراسة الدوال من الشكل $\exp ou$

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــدرس	ملاحظات

النهـــــــــــــــايات

دراسة مثال:

أحسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} (-x-1)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} (-x-1)e^{-x}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{1+e^{-\frac{x}{2}}}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(x^2-1\right)e^{2x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{x+1}{x-1}}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{x+1}{x-1}}$ ،

$\lim\limits_{x\to-\infty} \left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)e^{-\frac{1}{x}}$

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات

ثانوية حينتو الحاج علي الشلالة ولاية البيض

المشتقة والدوال الأصلية

خاصية:

إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I فإن:

الدالة $\exp\circ u$ قابلة للاشتقاق على I ولدينا من أجل كل x من I،

$(\exp\circ u)'(x)=u'(x)e^{u(x)}$.

الدالة $x\mapsto e^{u(x)}$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto u'(x)e^{u(x)}$ على I.

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات
ثانوية حميتو الحاج على الشلالة ولاية البيض

مثال01: ت 49-51 ص 174

احسب الدالة المشتقة f' للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$.

1. $f(x)=e^{2x+3}$ (2 $f(x)=(-x-1)e^{-x}$
2. $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-\frac{x}{2}}}$ (2 $f(x)=(x^2-1)e^{2x}$
3. $f(x)=e^{\frac{x+1}{x-1}}$ (2 $f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)e^{-\frac{1}{x}}$

مثال02: ت62 ص 175

احسب التكاملات

(1 $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^x dx$ (2 $\displaystyle\int_{1}^{2} e^{2x+3} dx$ (3 $\displaystyle\int_{0}^{1} (x+1)e^{x^2+2x} dx$

(4 $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx$

تمرين باك 2019 الموضوع الأول:

I. g الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0]$ كمايلي : $g(x)=2x+6-e^{2x+1}$.

1. أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty;0]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ- بين أن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0.3\prec\alpha\prec-2.9$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$ذ.

II. الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0]$ كمايلي: $f(x)=-2x^2-12x+e^{2x+1}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

حيث الوحدة على محور الفواصل $1cm$ وعلى محور التراتيب $0.5cm$

1. أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$: $f'(x)=-2g(x)$
2. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0]$
3. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
4. بين أن بين أن: $f(\alpha)=-2\alpha(\alpha+5)+6$ وأعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ ثم أرسم (C_f) على المجال $[-4;0]$
5. أحسب بدلالة α التكامل: $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{\alpha}^{0} f(x)dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

الأستاذة: مباركي فاطمة ثانوية الشلالة-البيض

2025/2024

mebarki.math32@gmail.com

الثالثة تسيير واقتصاد

المحور: الدوال اللوغاريتمية والأسية

الموضوع: دراسة دالة

المدة: 02 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: حل مشكلات تتدخل فيها اللوغاريتميات والأسيات

مراحل الدرس	الـــــــــــــــــــــــــــدرس	ملاحظات

دراسة مثال: ت 83 ص 208 (بتصرف)

I. لتكن C_m الكلفة الهامشية اليومية لمصنع ينتج مادة كيميائية على شكل سائل، q هو كمية المتوج مقدر بآلاف اللترات و $C_m(q)$ مقدر بآلاف الدنانير معرفة على $[0;6]$ بـ

$$C_m(q)=0,8+4(1-2q)e^{-2q}$$

1. شكل جدول تغيرات الدالة C_m ، وعين قيمة $C_m(1)$ في الجدول.

- استنتج إشارة $C_m(q)$ على $[0;6]$.

2. أ- بين أن الدالة g المعرفة على $[0;6]$ بـ: $g(q)=4qe^{-2q}$ تقبل كدالة مشتقة الدالة المعرفة بـ : $g'(q)=4(1-2q)qe^{-2q}$

ب- علما أن المصاريف الثابتة $C_T(0)$ ترتفع بألف دينار، عين الدالة C_T التي تمثل الكلفة الإجمالية بدلالة q.

3. أ- ادرس اتجاه تغير الدالة C_T على $[0;6]$ باستعمال السؤال1.

ب- مثل الدالة "الكلفة الإجمالية " في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس الوحدة $2cm$.

II • ثمن البيع لهذا السائل هو $10,8DA$ للتر الواحد، والإنتاج اليومي يباع كلّه.

1. أ- مثل في المعلم السابق الدالة التي تمثل الدخل اليومي.

ب- بين أن الفائدة (نرمز لها بـ $B(q)$) معطاة بـ: $B(q)=q-1-4e^{-2q}$

2. لتكن الدالة h المعرفة على $[0;6]$ بـ : $h(q)=1,8-C_m(q)$

أ-ادرس اتجاه تغيرات الدالة h مستعملا تغيرات الدالة C_m.

ب- بين أن المعادلة $h(q)=0$ تقبل حلا واحدا α على $[0;1]$ (لا يطلب حساب α)

جـ- استنتج إشارة $h(q)$ على $[0;6]$.

3. أ- أعط تغيرات الدالة B (استعمل السؤال السابق).

ب- أعط قيمة $B(\alpha)$ بتقريب $0,01$ بأخذ $0,28$ كقيمة لـ α ماذا تمثل هذه القيمة بالنسبة للمصنع؟

مثال02: ت 90 ص 154 (بتصرف)

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;5]$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{9x}{x+1}-9\ln(x+1)$

1. احسب $f'(x)$

2. تحقق أنه يمكن كتابة $f'(x)$ على الشكل: $f'(x)=\frac{x(x-2)(x+4)}{(x+1)^2}$

2. شكل جدول تغيرات الدالة f على $[0;5]$.

3. بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3.5\prec\alpha\prec3.7$

3. استنتج أن f تنعدم على $[0;5]$ من أجل قيمة واحدة α حيث:

5. استنتج من النتائج السابقة إشارة f على $[0;5]$.

II. مؤسسة تنتج كمية q من الوحدات الإنتاجية، مقدرة بآلاف الأطنان.

الكلفة الإجمالية للإنتاج معطاة من أجل كل $q\in[0;5]$ بـ: $C_T(q)=\frac{q^2}{4}+\frac{9}{2}\ln(q+1)$

الكلفة مقدرة بمئات الآلاف من الدنانير

1. اوجد عبارة دالة "الكلفة المتوسطة " C_M على $[0;5]$
2. أحسب $C'_M(q)$ ثم تحقق أن: $C'_M(q)=\frac{f(q)}{2q^2}$ حيث f هي الدالة المعرفة في الجزء I
3. ادرس اتجاه تغير C_M على $[0;5]$.
4. من أجل أي إنتاج للمؤسسة تكون كلفتها المتوسطة صغرى، مقدرة بالدنانير للطن؟ ما هي هذه الكلفة؟

الأستاذة : مباركي فاطمة مادة الرياضيات

ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة ولاية البيض