2 الموافقات في $\mathbb{Z}$ في البكالوريا.

التمرين 35 (06 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a وَ b عددان طبيعيان حيث $b = 2006$، $a = 1428$.

1/أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9.

ب) بيّن أنّ: $b \equiv -1[9]$.

جـ) هل العددان a وَ b متوافقان بترديد 9؟ برّر إجابتك.

2/أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3.

التمرين 36 (04 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1– احسب باقي قسمة كل من 3^2، 3^3، 3^4، 3^5، 3^6 على 7.

2– عيّن باقي قسمة كل من: 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3– بيّن أنّ العدد: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

التمرين 37 (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1.أ- تحقّق أنّ: $a \equiv 1[3]$.

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2+4$ على 3.

ج- بيّن أنّ: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2.أ) ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 5^n على 3.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$.

التمرين 38 (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1°) أُدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2°) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد: $\left(1429^{2009} + 2008^{1430}\right)$ على 9.

3°) بيّن أن العدد A حيث: $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n.

التمرين 39 (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ وَ $b = 1431$.

1.أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7.

جـ- تحقّق أنّ: $a^3 \equiv 1[7]$ وَ $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$. ثمّ استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

التمرين 40 (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو:

أ) -3 ب) 2 جـ) 3.

2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5، فإنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو:

أ) 0 ب) 1 جـ) 2.

الدّوال كثيرات الحدود.

التمرين 41 (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=619$ و $b=2124$.

1. بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2. أ) بيّن أنّ: $2124 \equiv -1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} وَ 619^{721} على 5.

ج) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د) عيّن قيم العدد طبيعي n حتى يكون: $2124^{4n}+619^{4n+1}+n \equiv 0[5]$.

التمرين 42 (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a، b و c أعداد صحيحة بحيث

باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1 – عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين: $a \times b$، a^2-b^2.

2 – أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب) تحقّق أنّ $48 \equiv 6[7]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

التمرين 43 (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التّعليل.

1. n و n' عددان طبيعيان حيث: $n=3n'+5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أنّ: $2012 = 3 \times 670 + 2$)

3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2-9$ على 11 هو 10.

الدّوال التناظرية.

التمرين 44 (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a و b عددان طبيعيان بحيث: $a+b \equiv 7[11]$ وَ $a-b \equiv 5[11]$.

1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11.

ب) بيّن أنّ: $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ: $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$.

2. أ) أثبت أنّ: $a^5 \equiv -1[11]$.

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $a^{10k} \equiv 1[11]$.

3.أ) تحقق أنّ: $2012 = 10 \times 201 + 2$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

التمرين 45 (06 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1 – هل العددان 2013 و718 متوافقان بترديد 7؟

2 –أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n: $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3 –أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و718 على 7.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $2013 + 3 \times 718^{6n}$ يقبل القسمة على 7.

4 –أ) تحقّق أنّ: $1434 \equiv -1[7]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

التمرين 46 (06 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a وb عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1 – عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.

2 – عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.

3 –أ) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4 – عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n + n \equiv 0[7]$.

التمرين 47 (05 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $10^k \equiv 1[9]$.

3) استنتج أنّ: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$.

4)أ) تحقّق أنّ: $2^3 \equiv -1[9]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$.

التمرين 48 (06 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

		الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
1	عدد قواسم العدد 1435 هو:	8	5	2
2	إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:	-1	7	6
3	العددان 1435 و2014 متوافقان بترديد:	2	4	3
4	إذا كان $x \equiv 2[5]$ وَ $y \equiv 2[5]$ فإنّ:	$x^9 + y^9 \equiv 3[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 2[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 4[5]$
5	لدينا $27 \equiv 21[6]$ إذن:	$9 \equiv 7[6]$	$9 \equiv 7[2]$	$9 \equiv 7[3]$

التمرين 49 (05 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد، مع التعليل، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان a عددا صحيحاً حيث: $a \equiv -1[5]$ فإنّ:

أ) $a \equiv 2[5]$ ب) $a \equiv 6[5]$ ج) $a \equiv 99[5]$.

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

أ) -1 ب) 6 ج) 1.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يَقبل القسمة على:

أ) 3 ب) 5 ج) 2.

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

أ) عدد زوجي ب) مضاعف للعدد 3 ج) مضاعف للعدد 4.

التمرين 50 (07 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

المتتاليات العددية.

5)أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3، 3^2، 3^3 و 3^4.

ب) استنتج أنّه لكل k من $\mathbb{N}$؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.

6) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين 51 (06 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a و b عددان صحيحان يحقّقان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2) بيّن أنّ العددين $a^3 + 1$ و $b^3 - 1$ يقبلان القسمة على 7.

3)أ) تحقّق أنّ: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$.

ج) استنتج أنّ: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين 52 (05 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0، 2^1، 2^2، 2^3 و 2^4 على العدد 5.

2)أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون: $2^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5.

3)عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$.

التمرين 53 (06 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1)أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9.

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $4^{3k} \equiv 1[9]$.

جـ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9.

د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9.

2)أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $8^{2n} \equiv 1[9]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $1 + 4^n + 8^{2n}$ مضاعفاً للعدد 9.

التمرين 54 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د1// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

نعتبر الأعداد الطبيعية a، b و c حيث $a = 2016$، $b = 1437$ و $c = 1954$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من a، b و c على 5.

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد: $a+b+c$، $a \times b \times c$ و b^4 على 5.

3)أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $b^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتج أنّ العدد $b^{2016} - 1$ يقبل القسمة على 5.

4)أ) تحقّق أنّ: $c \equiv -1[5]$.

ب) بيّن أنّ: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$.

التمرين 55 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د1// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a، b و c ثلاثة أعداد طبيعية حيث $a \equiv -5[7]$، $b = 1966$ و $c = 2017$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a، b و c على 7.

2) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.

3) اثبت أنّ العدد: $2 - 3 \times c^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 7.

4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{3k} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج أنّ: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.

5) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $3 + 2^n$ قابلاً للقسمة على 7.

التمرين 56 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د2// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1)أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4، 4^2 و 4^3 على 9.

ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n} \equiv 1[9]$.

جـ) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n+1} \equiv 4[9]$.

2) تحقق أنّ: $2020^{1438} \equiv 4[9]$.

3) بيّن أنّ العدد $(1995 + 2017^2 - 2020^{1438})$ يقبل القسمة على 9.

التمرين 57 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د2// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 14[13]$ وَ $b \equiv -1[13]$.

1)أ) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$، $a-b$ و $b^2 + 2a$ على 13.

2) بيّن أنّ العدد $b^{2017} + a^{1438}$ يقبل القسمة على 13.

3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $b^{2017} + n + 1438 \equiv 0[13]$.

التمرين 58 (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.

2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.

3) بيّن أنّ العدد: $5 - 2017^8 + 2^{2018}$ يقبل القسمة على 5.

4)أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $12^n \equiv 2^n[5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n[5]$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$.

التمرين 59 (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a وb عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4.

2) بيّن أنّ a وb متوافقان بترديد 3.

3) نضع $b = 489$.

أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13.

ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13.

التمرين 60 (06 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a وb عددان طبيعيان حيث: $a = 2019$ و$b = 2969$.

1)أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a وb على 7.

ب) استنتج أنّ العددين a و$3b$ متوافقان بترديد 7.

2) بيّن أنّ: $9a + b \equiv 0[7]$.

3) تحقق أنّ: $2a \equiv -1[7]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2969} \times 2^{2969}$ على 7.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث: $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$.

التمرين 61 (06 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a وb العددان الطبيعيان حيث $a = 2019$، $b = 1441$.

1) تحقّق أنّ: $a \equiv 13[17]$.

2) بيّن أنّ: a وb متوافقان بترديد 17، ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17.

3) بيّن أنّ $a \times b \equiv -1[17]$ ثمّ استنتج أنّ $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$.

4) أُدرس تبعاً لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17.

5) بيّن أنّ: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$.

6) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$.

التمرين 62 (06 نقاط) بكالوريا 2020// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لتكن الأعداد الطبيعية a، b وَ c حيث: $a = 2020$، $b = 2970$ وَ $c = 1441$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد a، b وَ c على 9.

2) تحقّق أنّ العددين b وَ $(a+5)$ متوافقان بترديد 9.

3) تحقق أنّ: $2a \equiv -1[9]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9.

4) بيّن أنّ العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9.

التمرين 63 (06 نقاط) بكالوريا 2020// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a وb عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$، $b = 2020$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7.

2) بيّن أنّ: $a^2+b^2\equiv -1[7]$ ثمّ استنتج أنّ العدد $8-(a^2+b^2)^{1962}$ يقبل القسمة على 7.

3)أ. عيّن بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4، 4^2 وَ 4^3 على 7.

ب. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $4^{3n}\equiv 1[7]$ ثمّ استنتج أنّ: $4^{3n+1}\equiv 4[7]$.

جـ. بيّن أنّ: $b^{21}\equiv 1[7]$.

4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $4^n+a+b^{21}\equiv 0[7]$.

التمرين 64 (06 نقاط) بكالوريا 2021// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

ليكن a و b عددين طبيعيين حيث: $a=2926$ وَ $b=1715$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على العدد 13.

2)أ. بيّن أنّ: $b+1\equiv 0[13]$، ثمّ استنتج أنّ: $b\equiv -1[13]$.

ب. بيّن أنّ العدد $a^{1442}+b^{2021}$ يقبل القسمة على 13.

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $A_n=27^n+1$

أ. تحقّق أنّ: $27\equiv 1[13]$، ثمّ استنتج أنّ: $A_n\equiv 2[13]$.

ب. عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $A_n+n+11\equiv 0[13]$.

التمرين 65 (06 نقاط) بكالوريا 2021// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لتكن الأعداد الطبيعية a، b وَ c حيث: $a=2021$، $b=1442$ وَ $c=1954$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين a وَ c على 3.

2) بيّن أنّ العددين a وَ b متوافقان بترديد 3.

3)أ. بيّن أنّ العدد $a+b-c$ يقبل القسمة على 3.

ب. استنتج الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $n+a+b-c\equiv 0[3]$.

4) عيّن باقي قسمة العدد $(a\times c)^{1442}+(b\times c)^{2021}$ على 3.

التمرين 66 (05 نقاط) بكالوريا 2022// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=2022$ وَ $b=1443$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من a و b على 5 ثمّ استنتج أنّ: $a+b\equiv 0[5]$.

2)أ) تحقّق أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+a^2+a^3)$ على 5 هو 4.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $(a+a^2+a^3+n)$ القسمة على 5.

3) تحقّق أنّ: $a+b+4\equiv -1[5]$ ثمّ بيّن أنّ العدد $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b$ يقبل القسمة على 5.

التمرين 67 (06 نقاط) بكالوريا 2022// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a و b عددان طبيعيان حيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9 هو 8 و $a+b\equiv 3[9]$.

1) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 9 هو 4.

2) تحقّق أنّ العددين b و 103 متوافقان بترديد 9.

3)أ) بيّن أنّ: $a\equiv -1[9]$ و $103^3\equiv 1[9]$.

ب) تحقّق أنّ: $a^{2022}+(16\times b)^{1443}\equiv 2[9]$.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $a^{2022}+103^3+n\equiv 0[9]$.

2 حلول الموافقات في $\mathbb{Z}$ في البكالوريا.

حل التمرين 35 (06 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 1428$ و$b = 2006$.

1/أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9:

لدينا: $a = 9 \times (158) + 6$، أي: $\boxed{a \equiv 6[9]}$؛ ومنه: باقي قسمة a على 9 هو $\boxed{6}$.

ب) تبيان أنّ $b \equiv -1[9]$:

لدينا: $b-(-1) = b+1 = 2007 = 9 \times (223)$ **(الفرق** $b-(-1)$ **مضاعف لـ9)**؛ إذن: $\boxed{b \equiv -1[9]}$.

جـ) دراسة توافق العدد a وَb بترديد 9:

- لدينا: $b \equiv -1[9]$، ومنه: $b \equiv (-1+9)[9]$، أي: $\boxed{b \equiv 8[9]}$؛ ومنه: باقي قسمة b على 9 هو $\boxed{8}$.
- **نلاحظ أنّ:** العددان a وَb **ليس لهما نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 9**، فهما **غير متوافقين بترديد** 9.

2/أ) تعيين باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9:

لدينا: $a+b^2 \equiv 6+(-1)^2[9]$، أي: $\boxed{a+b^2 \equiv 7[9]}$؛ إذن: باقي قسمة $(a+b^2)$ على 9 هو $\boxed{7}$.

ب) استنتاج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3:

حسب **نتيجة السؤال أ)**، لدينا: $a+b^2 \equiv 7[9]$

معناه: $a+b^2 = 9k+7$ $(k \in \mathbb{N})$،

ومنه: $a+b^2 = 3(3k)+3(2)+1 = 3(3k+2)+1 = 3k'+1$

(حيث $k' = 3k+2$)؛

إذن: باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3 هو $\boxed{1}$.

حل التمرين 36 (04 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1- حساب باقي قسمة كل من 3^2، 3^3، 3^4، 3^5، 3^6 على 7: لدينا:

- $\boxed{3^2 \equiv 2[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^2 على 7 هو $\boxed{2}$.
- $\boxed{3^3 \equiv 6[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^3 على 7 هو $\boxed{6}$.
- $\boxed{3^4 \equiv 4[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^4 على 7 هو $\boxed{4}$.
- $\boxed{3^5 \equiv 5[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^5 على 7 هو $\boxed{5}$.
- $\boxed{3^6 \equiv 1[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^6 على 7 هو $\boxed{1}$.

2-تعيين باقي قسمة كل من، 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم:

- لدينا: $3^6 \equiv 1[7]$، ومنه: $\left(3^6\right)^n \equiv (1)^n[7]$ (حيث $n \in \mathbb{N}^*$)

وعليه: $\boxed{3^{6n} \equiv 1[7]}$؛ إذن: باقي قسمة 3^{6n} على 7 هو $\boxed{1}$.

ولدينا: $\begin{cases} 3^{6n} \equiv 1[7] \\ 3^4 \equiv 4[7] \end{cases}$، ومنه: $3^{6n} \times 3^4 \equiv 1 \times 4[7]$

أي: $\boxed{3^{6n+4} \equiv 4[7]}$؛ إذن: باقي قسمة 3^{6n+4} على 7 هو $\boxed{4}$.

استنتاج باقي قسمة 3^{2008} على 7: (نقسم الأس 2008 على الدور 6)

لدينا: $3^{2008} \equiv 3^{6\times(334)+4}[7]$، ومنه: $\boxed{3^{2008} \equiv 4[7]}$؛ إذن: باقي قسمة 3^{2008} على 7 هو $\boxed{4}$.

3- تبيان أنّ العدد، $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n:

لدينا: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 3 \times 4 - 2 \times 1 + 4[7]$،

ومنه: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 12 - 2 + 4[7]$،

أي: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 14[7]$، وبالتالي: $\boxed{3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 0[7]}$؛

إذن: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

حل التمرين 37 (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف، لغ أ.

لدينا: العدد الطبيعي $a = 25$.

1.أ- التحقّق أنّ، $a \equiv 1[3]$: لدينا: $a = 3 \times (8) + 1$، ومنه: باقي قسمة a على 3 هو $\boxed{1}$، إذن: $\boxed{a \equiv 1[3]}$.

ب- استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3:

لدينا: $2a^2 + 4 \equiv 2 \times (1)^2 + 1[3]$، أي: $2a^2 + 4 \equiv 3[3]$

وبالتالي: $\boxed{2a^2 + 4 \equiv 0[3]}$؛

إذن: باقي قسمة العدد $2a^2 + 4$ على 3 هو $\boxed{0}$.

ج- تبيان أنّ، $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$:

لدينا: $a^{360} - 5 \equiv (1)^{360} + 1[3]$، أي: $a^{360} - 5 \equiv (1 + 1)[3]$؛ إذن: $\boxed{a^{360} - 5 \equiv 2[3]}$.

2.أ) دراسة، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 5^n على 3: لدينا:

- $5^0 \equiv 1[3]$،
- $5^1 \equiv 2[3]$،
- و $5^2 \equiv 1[3]$.

ومنه: بواقي قسمة 5^n على 3 **تُشكل متتالية دورية، دورها 2**؛ وبالتالي:

$n =$	$2k$	$2k+1$	$k \in \mathbb{N}$
$5^n \equiv$	1	2	$[3]$

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث، $5^n + a^2 \equiv 0[3]$:

$5^n + a^2 \equiv 0[3]$ يعني: $5^n + 1 \equiv 0[3]$،

ومنه: $5^n \equiv -1[3]$،

وعليه: $5^n \equiv 2[3]$؛ **وحسب نتيجة السؤال أ)** فإنّ: $\boxed{n = 2k + 1}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 38 (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع الثاني // الشعبة: آ وف، لغ أ.

1°) دراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9: لدينا:

- $7^0 \equiv 1[9]$،
- $7^1 \equiv 7[9]$،
- $7^2 \equiv 4[9]$،
- وَ $7^3 \equiv 1[9]$.

ومنه: بواقي قسمة 7^n على 9 **تُشكل متتالية دورية، دورها** 3؛ وبالتالي:

$n \in \mathbb{N}$	$3k+2$	$3k+1$	$3k$	$n =$
$[9]$	4	7	1	$7^n \equiv$

2°) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد، $1429^{2009} + 2008^{1430}$ على 9:

لدينا: $1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 7^{3\times(669)+2} + 1^{1430}[9]$، ومنه: $1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 4 + 1[9]$،

أي: $\boxed{1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]}$؛

إذن: باقي قسمة $1429^{2009} + 2008^{1430}$ على 9 هو $\boxed{5}$.

3°) تبيان أنّ العدد A حيث، $A = 7^{3n+7} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n:

لدينا: $7^{3n+7} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6 \equiv 1 + 7 + 4 + 6[9]$، ومنه: $A \equiv 18[9]$،

وعليه: $\boxed{A \equiv 0[9]}$؛

إذن: A يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n.

حل التمرين 39 (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع الأوّل // الشعبة: آ وف، لغ أ.

لدينا: $a = 2010$ وَ $b = 1431$.

1.أ- تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a وb على 7:

- لدينا: $a = 7 \times (287) + 1$، أي: $\boxed{a \equiv 1[7]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{1}$.
- لدينا: $b = 7 \times (204) + 3$، أي: $\boxed{b \equiv 3[7]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{3}$.

ب- استنتاج مما سبق، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7:

لدينا: $a + 2b \equiv 1 + 2 \times (3)[7]$، أي: $a + 2b \equiv 7[7]$

وبالتالي: $\boxed{a + 2b \equiv 0[7]}$؛ إذن: باقي قسمة $a + 2b$ على 7 هو $\boxed{0}$.

جـ- التحقّق أنّ، $a^3 \equiv 1[7]$ وَ $b^3 \equiv 6[7]$:

- لدينا: $a^3 \equiv (1)^3[7]$، ومنه: $\boxed{a^3 \equiv 1[7]}$.
- ولدينا: $b^3 \equiv (3)^3[7]$، أي: $b^3 \equiv 27[7]$؛ ومنه: $\boxed{b^3 \equiv 6[7]}$.

» **استنتاج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$:**

لدينا: $a^3 + b^3 \equiv 1 + 6[7]$، أي: $a^3 + b^3 \equiv 7[7]$؛ إذن: $\boxed{a^3 + b^3 \equiv 0[7]}$ (لأنّ $7 \equiv 0[7]$).

2. **ايجاد الأعداد الطبيعية n التي تحقق، $n+2010^3 \equiv 1431[7]$:**

$n+2010^3 \equiv 1431[7]$ ($n+a^3 \equiv b[7]$)، معناه: $n+1 \equiv 3[7]$

ومنه: $n \equiv (3-1)[7]$،

أي: $n \equiv 2[7]$؛ إذن: $\boxed{n=7k+2}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$ عدد طبيعي).

« **استنتاج قيم n الأصغر من أو تساوي 16:**

$n \leq 16$ معناه: $7k+2 \leq 16$، ومنه: $k \leq \frac{14}{7}$، أي: $\boxed{k \leq 2}$؛ وبالتالي:

$k=$	0	1	2
$n=$	2	9	16

حل التمرين 40 (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

اختيار الإجابة الصحيحة، مع التعليل:

1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو: $\boxed{2}$. **لأنّ:**

لدينا: $-203 = 5\times(-41)+2$، أي: $-203 \equiv 2[5]$، ومنه: باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو $\boxed{2}$؛

إذن: الإجابة الصحيحة هي: ب).

2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5، فإنّ

باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو: $\boxed{1}$. **لأنّ:**

إذا كان $x \equiv 5[7]$، يكون: $2x \equiv 10[7]$

ومنه: $2x \equiv 3[7]$،

وعليه: $2x+5 \equiv 3+5[7]$

أي: $2x+5 \equiv 8[7]$، وبالتالي: $\boxed{2x+5 \equiv 1[7]}$؛ إذن: الإجابة الصحيحة هي: ب).

الدّوال كثيرات الحدود.

حل التمرين 41 (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a=619$ و$b=2124$.

1. **تبيّان أنّ العددين a وb متوافقان بترديد 5:**

الطريقة ❶:

- لدينا: $a = 5\times(123)+4$، أي: $\boxed{a \equiv 4[5]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 5 هو $\boxed{4}$.
- ولدينا: $b = 5\times(424)+4$، أي: $\boxed{b \equiv 4[5]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 5 هو $\boxed{4}$.

نلاحظ أنّ: للعددين a وb **نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 5 فهما متوافقين بترديد** 5.

الطريقة ❷:

لدينا: $b-a = 2124-619 = 1505 = 5\times(301)$ (**الفرق** $b-a$ **مضاعف لـ**5)، إذن: $\boxed{a \equiv b[5]}$.

2.أ) **تبيّان أنّ،** $2124 \equiv -1[5]$: (أي: تبيّان أنّ $b \equiv -1[5]$)

لدينا: $b-(-1) = b+1 = 2125 = 5\times(425)$ (**الفرق** $b-(-1)$ **مضاعف لـ**5)، إذن: $\boxed{b \equiv -1[5]}$.

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و619^{721} على 5:
(استنتاج باقي قسمة b^{720} و a^{721} على 5)

- لدينا: $b \equiv -1[5]$، ومنه: $b^{720} \equiv (-1)^{720}[5]$،

ويكون: $\boxed{b^{720} \equiv 1[5]}$ (لأنّ 720 **عدد زوجي**)؛ إذن: باقي قسمة b^{720} على 5 هو $\boxed{1}$.

- ولدينا: $a \equiv -1[5]$ (لأنّ $a \equiv b[5]$ و $b \equiv -1[5]$)، ومنه: $a^{721} \equiv (-1)^{721}[5]$،

ويكون: $a^{721} \equiv -1[5]$ (لأنّ 721 **عدد فردي**)،

وبالتالي: $\boxed{a^{721} \equiv 4[5]}$؛

إذن: باقي قسمة a^{721} على 5 هو $\boxed{4}$.

ج) تبيّان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ، $2124^{2n} \equiv 1[5]$: (أي: تبيان أنّ $b^{2n} \equiv 1[5]$)
لدينا: $b \equiv -1[5]$، ومنه: $b^{2n} \equiv (-1)^{2n}[5]$، ويكون: $\boxed{b^{2n} \equiv 1[5]}$ (لأنّ $2n$ عدد زوجي).

د) تعيّين قيم العدد طبيعي n حتى يكون، $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$: ($b^{4n} + a^{4n+1} + n \equiv 0[5]$)

$b^{4n} + a^{4n+1} + n \equiv 0[5]$ تُكافئ: $b^{4n} + a^{4n} \times a^{1} + n \equiv 0[5]$،

ومنه: $(b^{2n})^2 + (a^{2n})^2 \times a + n \equiv 0[5]$

وعليه: $(1)^2 + (1)^2 \times (-1) + n \equiv 0[5]$،

أي: $n \equiv 0[5]$؛ إذن: $\boxed{n = 5k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$ عدد طبيعي).

حل التمرين 42 (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a، b و c أعداد صحيحة.

- باقي قسمة العدد a على 7 هو 3، أي: $\boxed{a \equiv 3[7]}$؛
- باقي قسمة العدد b على 7 هو 4، أي: $\boxed{b \equiv 4[7]}$؛
- باقي قسمة العدد c على 7 هو 6، أي: $\boxed{c \equiv 6[7]}$.

1- تعيّين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين، $a \times b$، $a^2 - b^2$:

- لدينا: $a \times b \equiv 3 \times 4[7]$، أي: $a \times b \equiv 12[7]$،

وبالتالي: $\boxed{a \times b \equiv 5[7]}$؛ إذن: $a \times b$ باقي قسمة على 7 هو $\boxed{5}$.

- ولدينا: $a^2 - b^2 \equiv (3)^2 - (4)^2[7]$، ومنه: $a^2 - b^2 \equiv -7[7]$،

وبالتالي: $\boxed{a^2 - b^2 \equiv 0[7]}$؛

إذن: باقي قسمة $(a^2 - b^2)$ على 7 هو $\boxed{0}$.

2-أ) اثبات أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $c^{2n} \equiv 1[7]$:

لدينا: $c \equiv 6[7]$، ومنه: $c \equiv (6-7)[7]$

أي: $c \equiv -1[7]$، وبالتالي: $c^{2n} \equiv (-1)^{2n}[7]$؛ إذن: $\boxed{c^{2n} \equiv 1[7]}$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**).

ب) التحقّق أنّ $48 \equiv 6[7]$: لدينا: $48 = 7 \times (6) + 6$، أي: باقي قسمة 48 على 7 هو $\boxed{6}$؛ إذن: $\boxed{48 \equiv 6[7]}$.

» استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 48^{2010} و 48^{2011} على 7:

لدينا: $48 \equiv 6[7]$، ومنه: $48 \equiv (6-7)[7]$

أي: $48 \equiv -1[7]$،

وعليه: $\begin{cases} 48^{2010} \equiv (-1)^{2010}[7] \\ 48^{2011} \equiv (-1)^{2011}[7] \end{cases}$،

وبالتالي: $\boxed{\begin{cases} 48^{2010} \equiv 1[7] & \text{(لأنّ 2010 عدد زوجي)} \\ 48^{2011} \equiv -1[7] & \text{(لأنّ 2011 عدد فردي)} \end{cases}}$؛

إذن: باقي قسمة 48^{2010} على 7 هو $\boxed{1}$، وباقي قسمة 48^{2011} على 7 هو $\boxed{6}$.

حل التمرين 43 (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

ذِكر في كل حالة من الحالات إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التّعليل:

1. خاطئة، لأنّ:

الطريقة ❶: $\boxed{5 > 3}$.

الطريقة ❷: $n = 3n' + 5 = 3n' + 3 \times (1) + 2 = 3(n'+1) + 2 = 3n'' + 2$ (حيث $n'' = n' + 1$)،

إذن: باقي قسمة n على 3 هو $\boxed{2}$.

2. صحيحة، لأنّ:

لدينا: $2^{2012} \equiv 2^{3\times(370)+2}[7]$، ومنه: $2^{2012} \equiv 2^{3\times(370)} \times 2^2[7]$

وعليه: $2^{2012} \equiv (2^3)^{370} \times 2^2[7]$،

نجد: $2^{2012} \equiv (1)^{370} \times 4[7]$،

أي: $2^{2012} \equiv 1 \times 4[7]$، وبالتالي: $\boxed{2^{2012} \equiv 4[7]}$؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو $\boxed{4}$.

3. صحيحة، لأنّ:

لدينا: $n \equiv 2[11]$، ومنه: $n^2 \equiv 4[11]$

وعليه: $2n^2 \equiv 8[11]$

ويكون: $2n^2 - 9 \equiv 8 - 9[11]$،

أي: $2n^2 - 9 \equiv -1[11]$

ومنه: $2n^2 - 9 \equiv -1 + 11[11]$، وبالتالي: $\boxed{2n^2 - 9 \equiv 10[11]}$؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو $\boxed{10}$.

الدّوال التناظرية.

حل التمرين 44 (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف، لغ أ.

لدينا: a و b عددان طبيعيان بحيث، $a+b\equiv 7[11]$ وَ $a-b\equiv 5[11]$.

1.أ) تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11: (نعلم أنّ $\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$)

لدينا: $\begin{cases}a+b\equiv 7[11]\\ a-b\equiv 5[11]\end{cases}$، ومنه: $(a+b)(a-b)\equiv 7\times 5[11]$

أي: $a^2-b^2\equiv 35[11]$،

وبالتالي: $\boxed{a^2-b^2\equiv 2[11]}$؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11 هو $\boxed{2}$.

ب) تبيّان أنّ، $2a\equiv 1[11]$ و $2b\equiv 2[11]$:

- لدينا: $\begin{cases}a+b\equiv 7[11]\\ a-b\equiv 5[11]\end{cases}$، بالجمع نجد: $(a+b)+(a-b)\equiv 7+5[11]$،

أي: $a+b+a-b\equiv 12[11]$،

ومنه: $2a\equiv 12[11]$؛ وعليه: $\boxed{2a\equiv 1[11]}$.

- لدينا: $\begin{cases}a+b\equiv 7[11]\\ a-b\equiv 5[11]\end{cases}$، بالطرح نجد: $(a+b)-(a-b)\equiv 7-5[11]$،

أي: $a+b-a+b\equiv 2[11]$؛ ومنه: $\boxed{2b\equiv 2[11]}$.

» **استنتاج أنّ، $a\equiv 6[11]$ وَ $b\equiv 1[11]$:**

- لدينا: $2a\equiv 1[11]$، ومنه: $12a\equiv 6[11]$، وبمأنّ: $12\equiv 1[11]$؛ فإنّ: $\boxed{a\equiv 6[11]}$.
- ولدينا: $2b\equiv 2[11]$، وبمأنّ: $2\equiv 2[11]$؛ فإنّ: $\boxed{b\equiv 1[11]}$.

2.أ) اثبات أنّ، $a^5\equiv -1[11]$:

لدينا: $a\equiv 6[11]$، ومنه: $a^5\equiv (6)^5[11]$،

أي: $a^5\equiv 7776[11]$، وعليه: $a^5\equiv 10[11]$؛ إذن: $\boxed{a^5\equiv -1[11]}$.

ب) استنتاج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $a^{10k}\equiv 1[11]$:

لدينا: $a^5\equiv -1[11]$، ومنه: $\left(a^5\right)^{2k}\equiv (-1)^{2k}[11]$؛ إذن: $\boxed{a^{10k}\equiv 1[11]}$ (لأنّ $2k$ **عدد زوجي**).

3.أ) التحقّق أنّ، $2012=10\times 201+2$:

لدينا: $2012=2010+2=10\times 201+2$. **(الانتقال من طرف والوصول إلى الطرف الآخر)**

ب) تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11:

لدينا: $a^{2012} \equiv a^{10\times(201)+2}[11]$، ومنه: $a^{2012} \equiv a^{10\times(201)} \times a^2[11]$

وحسب **نتيجة السؤال 2.ب)**، نجد: $a^{2012} \equiv 1 \times 6^2[11]$،

أي: $a^{2012} \equiv 1 \times 36[11]$

وعليه: $a^{2012} \equiv 36[11]$،

وبالتالي: $\boxed{a^{2012} \equiv 3[11]}$؛ إذن: باقي قسمة a^{2012} على 11 هو $\boxed{3}$.

حل التمرين 45 (06 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف، لغ أ.

1– دراسة توافق العددان 2013 و718 بترديد 7:

الطريقة ❶:

لدينا: $2013 = 7 \times (287) + 4$، أي: $\boxed{2013 \equiv 4[7]}$؛ ولدينا: $718 = 7 \times (102) + 4$، أي: $\boxed{718 \equiv 4[7]}$.

إذن: **العددان 2013 و718 متوافقان بترديد 7** لأنّ **لهما نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 7 وهو** $\boxed{4}$.

الطريقة ❷:

لدينا: $2013 - 718 = 1295 = 7 \times (185)$ (**الفرق** $2013 - 718$ **مضاعف لـ 7**)، إذن: $\boxed{2013 \equiv 718[7]}$.

2–أ) **تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7:**

لدينا: $4^6 \equiv 1[7]$ $(4^6 = 4096)$، إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 هو $\boxed{1}$.

ب) **استنتاج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n،** $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$:

لدينا: $4^6 \equiv 1[7]$، ومنه: $\left(4^6\right)^n \equiv 1^n[7]$ (حيث $n \in \mathbb{N}$)، وعليه: $4^{6n} \equiv 1[7]$؛ ويكون: $\boxed{4^{6n} - 1 \equiv 0[7]}$.

3–أ) **تعيّين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و718 على 7:**

- لدينا: $2013 = 7 \times (287) + 4$، أي: $\boxed{2013 \equiv 4[7]}$؛ إذن: باقي قسمة 2013 على 7 هو $\boxed{4}$.
- ولدينا: $718 = 7 \times (102) + 4$، أي: $\boxed{718 \equiv 4[7]}$؛ إذن: باقي قسمة 718 على 7 هو $\boxed{4}$.

ب) **تبيّان أنّ، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على 7:**

لدينا: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 3 \times 4^{6n} + 4[7]$، ومنه: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 3 \times 1 + 4[7]$

وعليه: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 7[7]$،

وبالتالي: $\boxed{3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 0[7]}$؛

إذن: $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على 7.

4–أ) **التحقّق أنّ،** $1434 \equiv -1[7]$:

لدينا: $1434 - (-1) = 1434 + 1 = 1435 = 7 \times (205)$ (**الفرق** $1434 - (-1)$ **مضاعف لـ7**)؛

إذن: $\boxed{1434 \equiv -1[7]}$.

ب) **تعيّين الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث،** $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$:

- $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$، معناه: $(-1)^{2n} + n \equiv 0[7]$

ومنه: $1 + n \equiv 0[7]$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**)،

وعليه: $n \equiv -1[7]$، ويكون: $n \equiv 6[7]$؛ وبالتالي: $\boxed{n = 7k + 6}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

❸ $n < 25$، أي: $7k + 6 < 25$

ومنه: $7k < 19$،

وعليه: $k < \frac{19}{7}$، وبالتالي: $k \in \{0; 1; 2\}$؛ إذن: $\boxed{n \in \{6; 13; 20\}}$.

حل التمرين 46 (06 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a و b **عددان صحيحان** حيث، $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1– تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7:

لدينا: $3a + b \equiv 3 \times 2 + 6[7]$، ومنه: $3a + b \equiv 12[7]$

وعليه: $\boxed{3a + b \equiv 5[7]}$؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7 هو $\boxed{5}$.

2– تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7:

لدينا: $a^2 + 3b^2 \equiv (2)^2 + 3 \times (6)^2[7]$، ومنه: $a^2 + 3b^2 \equiv 4 + 3 \times 36[7]$

أي: $a^2 + 3b^2 \equiv 112[7]$،

وبالتالي: $\boxed{a^2 + 3b^2 \equiv 0[7]}$؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7 هو $\boxed{0}$.

3–أ) التحقق أنّ، $b \equiv -1[7]$: لدينا: $b \equiv 6[7]$، ومنه: $b \equiv (6 - 7)[7]$؛ إذن: $\boxed{b \equiv -1[7]}$.

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7:

❶ لدينا: $b \equiv -1[7]$، ومنه: $b^{2013} \equiv (-1)^{2013}[7]$

وعليه: $b^{2013} \equiv -1[7]$ (لأنّ 2013 **عدد فردي**)،

وبالتالي: $\boxed{b^{2013} \equiv 6[7]}$؛ إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2013} على 7 هو $\boxed{6}$.

❷ ولدينا: $b \equiv -1[7]$، ومنه: $b^{1434} \equiv (-1)^{1434}[7]$،

وعليه: $\boxed{b^{1434} \equiv 1[7]}$ (لأنّ 1434 **عدد زوجي**)؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{1434} على 7 هو $\boxed{1}$.

4– تعيّين الأعداد الطبيعية n بحيث، $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$:

لدينا: $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$، معناه: $(2 + 6)^n + n \equiv 0[7]$

ومنه: $8^n + n \equiv 0[7]$،

وعليه: $1^n + n \equiv 0[7]$،

ويكون: $1 + n \equiv 0[7]$

ومنه: $n \equiv -1[7]$، وبالتالي: $n \equiv 6[7]$؛ إذن: $\boxed{n = 7k + 6}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 47 (05 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف، لغ أ.

1) تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9:

لدينا: $28 = 9 \times (3) + 1$، أي: $\boxed{28 \equiv 1[9]}$؛ إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9 هو $\boxed{1}$.

2) تبيّان أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $10^k \equiv 1[9]$:

لدينا: $10 \equiv 1[9]$، ومنه: $10^k \equiv 1^k[9]$ (حيث $k \in \mathbb{N}$)؛ إذن: $\boxed{10^k \equiv 1[9]}$.

3) استنتاج أنّ، $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$:

- لدينا: حسب **نتيجة السؤال** 1)، $28 \equiv 1[9]$.
- ولدينا: حسب **نتيجة السؤال** 2)، من أجل كل عدد طبيعي k، $10^k \equiv 1[9]$ يعني: $\begin{cases} 10^2 \equiv 1[9] \\ 10^3 \equiv 1[9] \\ 10^4 \equiv 1[9] \end{cases}$،

ومنه: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 4 \times 1 + 3 \times 1 + 2 \times 1 + 1[9]$،

وعليه: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 4 + 3 + 2 + 1[9]$،

أي: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 10[9]$؛

إذن: $\boxed{4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]}$.

4) أ) التحقّق أنّ، $2^3 \equiv -1[9]$: لدينا: $2^3 \equiv 8[9]$، ومنه: $2^3 \equiv 8 - 9[9]$؛ إذن: $\boxed{2^3 \equiv -1[9]}$.

ب) تعيّين الأعداد الطبيعية n بحيث، $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$:

لدينا: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$، تُكافئ: $2^{3\times 2n} + n - 1 \equiv 0[9]$

ومنه: $(2^3)^{2n} + n - 1 \equiv 0[9]$،

وعليه: $(-1)^{2n} + n - 1 \equiv 0[9]$

ويكون: $1 + n - 1 \equiv 0[9]$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**)،

وبالتالي: $n \equiv 0[9]$؛ إذن: $\boxed{n = 9k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 48 (06 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف، لغ أ.

تعيّين الاقتراح الصحيح، مع التبرير:

1) لدينا:

$$\begin{array}{r|l} 1435 & 5 \\ 287 & 7 \\ 41 & 41 \\ 1 & \end{array}$$

ومنه: $\boxed{1435 = 5^1 \times 7^1 \times 41^1}$،

وبالتالي: عدد قواسم العدد 1435 هو $(1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 2 \times 2 \times 2 = 8$؛

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (أ).

2) إذا كان: $a \equiv -1[8]$ فإنّ: $a \equiv (-1+8)[8]$، أي: $\boxed{a \equiv 7[8]}$، وبالتالي: باقي قسمة a على 8 هو $\boxed{7}$؛

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ب).

3) لدينا: $2014 = 3\times(671)+1$، أي: $\boxed{2014 \equiv 1[3]}$. ولدينا: $1435 = 3\times(478)+1$، أي: $\boxed{1435 \equiv 1[3]}$.

نلاحظ أن: العددان 2014 و1435 لهما نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 3 فهما متوافقان بترديد 3؛

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ج).

4) لدينا: $\begin{cases} x \equiv 2[5] \\ y \equiv 2[5] \end{cases}$، ومنه: $x^9 + y^9 \equiv 2^9 + 2^9[5]$

وعليه: $x^9 + y^9 \equiv 512 + 512[5]$،

أي: $x^9 + y^9 \equiv 1024[5]$، وبالتالي: $\boxed{x^9 + y^9 \equiv 4[5]}$؛

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ج).

5) لدينا: $27 \equiv 21[6]$،

- **الطريقة ❶:** $27 \equiv 21[6]$، معناه: $3\times 9 \equiv 3\times 7[3\times 2]$؛ ومنه: $\boxed{9 \equiv 7[2]}$.
- **الطريقة ❷:** $27 \equiv 21[6]$، معناه: $27 = 6k + 21$

ومنه: $27 = 3(2k+7)$،

وعليه: $\frac{3(2k+7)}{3} = \frac{27}{3}$، أي: $9 = 2k + 7$، وبالتالي: $\boxed{9 \equiv 7[2]}$.

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ب).

حل التمرين 49 (05 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

تعيّين الاقتراح الصحيح، مع التعليل:

1) إذا كان a عددا صحيحاً حيث: $a \equiv -1[5]$، فإنّ: ج) $a \equiv 99[5]$. **لأنّ:**

لدينا: $a \equiv -1[5]$، ومنه: $a \equiv 4[5]$، ولدينا: $99 \equiv 4[5]$؛ إذن: $\boxed{a \equiv 99[5]}$.

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو: ب) 6، **لأنّ:**

لدينا: $99 \equiv 1[7]$، ومنه: $-99 \equiv -1[7]$

وعليه: $\boxed{-99 \equiv 6[7]}$؛ إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو 6.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يَقبل القسمة على: أ) 3. **لأنّ:**

لدينا: $10 \equiv 1[3]$، ومنه: $10^n \equiv 1^n[3]$ (حيث $n \in \mathbb{N}$)،

أي: $10^n \equiv 1[3]$، وبالتالي: $\boxed{10^n - 1 \equiv 0[3]}$؛ إذن: $10^n - 1$ يقبل القسمة على 3.

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً: ب) مضاعف للعدد 3. **لأنّ:**

من أجل كل عدد طبيعي n، لدينا: $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1) = 3k$ (حيث $k = n+1$).

حل التمرين 50 (07 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

المتتاليات العددية.

5) أ) **تعيين باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3، 3^2، 3^3 و3^4:** لدينا:

- $\boxed{3 \equiv 3[5]}$، إذن: باقي قسمة 3 على 5 هو $\boxed{3}$.

- $\boxed{3^2 \equiv 4[5]}$، إذن: باقي قسمة 3^2 على 5 هو $\boxed{4}$.
- $\boxed{3^3 \equiv 2[5]}$، إذن: باقي قسمة 3^3 على 5 هو $\boxed{2}$.
- $\boxed{3^4 \equiv 1[5]}$، إذن: باقي قسمة 3^4 على 5 هو $\boxed{1}$.

ب) استنتاج أنّه لكل k من $\mathbb{N}$؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$:

لدينا: $3^4 \equiv 1[5]$، ومنه: $(3^4)^k \equiv (1)^k[5]$ $(k \in \mathbb{N})$؛ وعليه: $\boxed{3^{4k} \equiv 1[5]}$.

6) تعيين الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5:

$3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5، معناه: $3^n - 1 \equiv 0[5]$

ومنه: $3^n \equiv 1[5]$، وَحسب نتيجة السؤال 5)ب)؛ فإنّ: $\boxed{n = 4k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 51 (06 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a وb **عددان صحيحان** يحقّقان، $a \equiv 13[7]$ و$b \equiv -6[7]$.

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a وb:

- لدينا: $a \equiv 13[7]$، ومنه: $\boxed{a \equiv 6[7]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{6}$.
- ولدينا: $b \equiv -6[7]$، ومنه: $b \equiv (-6+7)[7]$، أي: $\boxed{b \equiv 1[7]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{1}$.

2) تبيان أنّ العددين $a^3 + 1$ و$b^3 - 1$ يقبلان القسمة على 7:

- لدينا: $a \equiv 6[7]$، ومنه: $a \equiv -1[7]$

وعليه: $a^3 \equiv (-1)^3[7]$،

نجد: $a^3 \equiv -1[7]$ (لأنّ 3 **عدد فردي**)،

وبالتالي: $\boxed{a^3 + 1 \equiv 0[7]}$؛ إذن: $a^3 + 1$ يقبل القسمة على 7.

- لدينا: $b \equiv 1[7]$، ومنه: $b^3 \equiv (1)^3[7]$

نجد: $b^3 \equiv 1[7]$، وبالتالي: $\boxed{b^3 - 1 \equiv 0[7]}$؛ إذن: $b^3 - 1$ يقبل القسمة على 7.

3)أ) التحقق أنّ، $a \equiv 2015[7]$ و$b \equiv 1436[7]$:

- لدينا: $\boxed{2015 \equiv 6[7]}$ (لأنّ باقي قسمة 2015 على 7 هو $\boxed{6}$)، ولدينا من جهة أخرى: $\boxed{a \equiv 6[7]}$؛

إذن: $\boxed{a \equiv 2015[7]}$.

- لدينا: $\boxed{1436 \equiv 1[7]}$ (لأنّ باقي قسمة 1436 على 7 هو $\boxed{1}$)، ولدينا من جهة أخرى: $\boxed{b \equiv 1[7]}$؛

إذن: $\boxed{b \equiv 1436[7]}$.

ب) تعيين باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$:

لدينا: $2015^3 + 1436^3 \equiv a^3 + b^3[7]$، ومنه: $2015^3 + 1436^3 \equiv -1 + 1[7]$

أي: $\boxed{2015^3 + 1436^3 \equiv 0[7]}$؛

إذن: باقي قسمة العدد $2015^3 + 1436^3$ على 7 هو $\boxed{0}$.

ج) استنتاج أنّ، $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$:

لدينا: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 2^3 + 1[7]$،

ومنه: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv -8 + 1[7]$

أي: $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv -7[7]$؛ إذن: $\boxed{2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv 0[7]}$.

حل التمرين 52 (05 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) **تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0، 2^1، 2^2، 2^3 و 2^4 على العدد 5:** لدينا:

- $\boxed{2^0\equiv 1[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^0 على 5 هو $\boxed{1}$.
- $\boxed{2^1\equiv 2[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^1 على 5 هو $\boxed{2}$.
- $\boxed{2^2\equiv 4[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^2 على 5 هو $\boxed{4}$.
- $\boxed{2^3\equiv 3[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^3 على 5 هو $\boxed{3}$.
- $\boxed{2^4\equiv 1[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^4 على 5 هو $\boxed{1}$.

2) أ) **تبيان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون، $2^{4n}\equiv 1[5]$:**

لدينا: $2^4\equiv 1[5]$، ومنه: $(2^4)^n\equiv (1)^n[5]$ (حيث $n\in\mathbb{N}$)؛ إذن: $\boxed{2^{4n}\equiv 1[5]}$.

ب) **استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5:** (نقسم الأس 2016 على الدور 4)

لدينا: $2^{2016}\equiv 2^{4\times(504)}[5]$ حسب **نتيجة السؤال 2)أ)**، نجد: $\boxed{2^{2016}\equiv 1[5]}$؛ إذن: باقي قسمة 2^{2016} على 5 هو $\boxed{1}$.

3) **تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون، $2^{2016}+2+n\equiv 0[5]$:**

$2^{2016}+2+n\equiv 0[5]$ تُكافئ: $1+2+n\equiv 0[5]$،

ومنه: $n\equiv -3[5]$، وعليه: $n\equiv 2[5]$؛ إذن: $\boxed{n=5k+2}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

حل التمرين 53 (06 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) أ) **تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9:**

لدينا: $\boxed{4^3\equiv 1[9]}$ (لأنّ $4^3=64$)، إذن: باقي قسمة 4^3 على 9 هو $\boxed{1}$.

ب) **استنتاج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $4^{3k}\equiv 1[9]$:**

لدينا: $4^3\equiv 1[9]$، ومنه: $\left(4^3\right)^k\equiv (1)^k[9]$ (حيث $k\in\mathbb{N}$)؛ إذن: $\boxed{4^{3k}\equiv 1[9]}$.

جـ) **دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9:** لدينا:

- $4^0\equiv 1[9]$،
- $4^1\equiv 4[9]$،
- $4^2\equiv 7[9]$،
- وَ $4^3\equiv 1[9]$.

ومنه: بواقي قسمة 4^n على 9 **تُشكل متتالية دورية، دورها 3**؛ وبالتالي:

$n=$	$3k$	$3k+2$	$3k+2$	$k\in\mathbb{N}$
$4^n\equiv$	1	4	7	[9]

د) **تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9:**

- **الطريقة ❶:** لدينا: $2015\equiv 8[9]$، ومنه: $2015\equiv -1[9]$

وعليه: $2015^{2016}\equiv (-1)^{2016}[9]$،

أي: $\boxed{2015^{2016}\equiv 1[9]}$ (لأنّ 2016 عدد زوجي)؛

إذن: باقي قسمة 2015^{2016} على 9 هو $\boxed{1}$.

الطريقة ❷:

لدينا: $2015 \equiv 8[9]$، أي: $2015 \equiv 2^3[9]$

ومنه: $2015^{2016} \equiv (2^3)^{2016}[9]$

وعليه: $2015^{2016} \equiv (2^3)^{2\times1008}[9]$،

ويكون: $2015^{2016} \equiv (2^2)^{3\times1008}[9]$

أي: $2015^{2016} \equiv 4^{3\times(1008)}[9]$ وحسب **نتيجة السؤال 1)ب**)، فإنّ: $\boxed{2015^{2016} \equiv 1[9]}$؛

إذن: باقي قسمة 2015^{2016} على 9 هو $\boxed{1}$.

2)أ) تبيان أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $8^{2n} \equiv 1[9]$:

لدينا: $8 \equiv -1[9]$، ومنه: $8^{2n} \equiv (-1)^{2n}[9]$؛ إذن: $\boxed{8^{2n} \equiv 1[9]}$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**).

ب) تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $8^{2n}+4^n+1$ مضاعفاً للعدد 9:

العدد $8^{2n}+4^n+1$ **مضاعفاً للعدد 9**، معناه: $8^{2n}+4^n+1 \equiv 0[9]$

ومنه: $1+4^n+1 \equiv 0[9]$،

وعليه: $4^n \equiv -2[9]$

ويكون: $4^n \equiv 7[9]$ و**حسب نتيجة السؤال 1)جـ)**؛

فإنّ: $\boxed{n = 3k+2}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 54 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د1// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 2016$، $b = 1437$ و $c = 1954$.

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من a، b و c على 5:

- لدينا: $a = 5\times(403)+1$، ومنه: $\boxed{a \equiv 1[5]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 5 هو $\boxed{1}$.
- لدينا: $b = 5\times(287)+2$، ومنه: $\boxed{b \equiv 2[5]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 5 هو $\boxed{2}$.
- لدينا: $c = 5\times(390)+4$، ومنه: $\boxed{c \equiv 4[5]}$؛ إذن: باقي قسمة c على 5 هو $\boxed{4}$.

2) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد، $a+b+c$، $a\times b\times c$ و b^4 على 5:

- لدينا: $a+b+c \equiv 1+2+4[5]$، ومنه: $a+b+c \equiv 7[5]$، وبالتالي: $\boxed{a+b+c \equiv 2[5]}$؛

إذن: باقي قسمة $a+b+c$ على 5 هو $\boxed{2}$.

- لدينا: $a\times b\times c \equiv 1\times2\times4[5]$، ومنه: $a\times b\times c \equiv 8[5]$، وبالتالي: $\boxed{a\times b\times c \equiv 3[5]}$؛

إذن: باقي قسمة $a\times b\times c$ على 5 هو $\boxed{3}$.

- لدينا: $b^4 \equiv 2^4[5]$، ومنه: $b^4 \equiv 16[5]$، وبالتالي: $\boxed{b^4 \equiv 1[5]}$؛ إذن: باقي قسمة b^4 على 5 هو $\boxed{1}$.

3)أ) التحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $b^{4n} \equiv 1[5]$:

لدينا: $b^4 \equiv 1[5]$، ومنه: $(b^4)^n \equiv (1)^n[5]$ (حيث $n \in \mathbb{N}$)؛ إذن: $\boxed{b^{4n} \equiv 1[5]}$.

ب) استنتاج أنّ العدد $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5: (نقسم الأس 2016 على الدور 4)

لدينا: $b^{2016}-1 \equiv b^{4\times(504)}-1[5]$، ومنه: $b^{2016}-1\equiv 1-1[5]$

أي: $\boxed{b^{2016}-1\equiv 0[5]}$؛ إذن: $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5.

4)أ) التحقق أنّ، $c\equiv -1[5]$: لدينا: $c\equiv 4[5]$، ومنه: $c\equiv (4-5)[5]$؛ إذن: $\boxed{c\equiv -1[5]}$.

ب) تبيان أنّ، $c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]$:

حسب **نتيجة السؤال السابق** 4)أ) لدينا: $c\equiv -1[5]$،

ومنه: $c^{1438}+c^{2017}\equiv(-1)^{1438}+(-1)^{2017}[5]$،

وعليه: $c^{1438}+c^{2017}\equiv 1+(-1)[5]$ (لأنّ 1438 **عدد زوجي** و2017 **عدد فردي**)؛

إذن: $\boxed{c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]}$. (وهو المطلوب)

حل التمرين 55 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د1// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

a، b وc **ثلاثة أعداد طبيعية** حيث $a\equiv -5[7]$، $b=1966$ و$c=2017$.

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a، b و c على 7:

- لدينا: $a\equiv -5[7]$، ومنه: $a\equiv -5+7[7]$، أي: $\boxed{a\equiv 2[7]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{2}$.
- لدينا: $b=7\times(280)+6$، أي: $\boxed{b\equiv 6[7]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{6}$.
- لدينا: $c=7\times(288)+1$، أي: $\boxed{c\equiv 1[7]}$؛ إذن: باقي قسمة c على 7 هو $\boxed{1}$.

2) التحقّق أنّ، $b\equiv -1[7]$: لدينا: $b\equiv 6[7]$، ومنه: $b\equiv 6-7[7]$؛ إذن: $\boxed{b\equiv -1[7]}$.

3) اثبات أنّ العدد، $b^{2017}+3\times c^{1438}-2$ يقبل القسمة على 7:

لدينا: $b^{2017}+3\times c^{1438}-2\equiv(-1)^{2017}+3\times(1)^{1438}-2[7]$،

ومنه: $b^{2017}+3\times c^{1438}-2\equiv -1+3\times(1)-2[7]$

وعليه: $b^{2017}+3\times c^{1438}-2\equiv -3+3[7]$،

وبالتالي: $\boxed{b^{2017}+3\times c^{1438}-2\equiv 0[7]}$؛ إذن: $b^{2017}+3\times c^{1438}-2$ يقبل القسمة على 7.

4) التحقّق أنّ من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{3k}\equiv 1[7]$:

لدينا: $2^3\equiv 1[7]$ (لأنّ $2^3=8$)، ومنه: $(2^3)^k\equiv(1)^k[7]$ (حيث $k\in\mathbb{N}$)؛ إذن: $\boxed{2^{3k}\equiv 1[7]}$.

« **استنتاج أنّ،** $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ و $2^{3k+2}\equiv 4[7]$: (**لاحظ أنّ** $\boxed{2^{3k+1}=2^{3k}\times 2^1}$ وَ $\boxed{2^{3k+2}=2^{3k}\times 2^2}$)

- لدينا: $2^{3k+1}\equiv 2^{3k}\times 2^1[7]$، ومنه: $2^{3k+1}\equiv 1\times 2[7]$؛ إذن: $\boxed{2^{3k+1}\equiv 2[7]}$.
- لدينا: $2^{3k+2}\equiv 2^{3k}\times 2^2[7]$، ومنه: $2^{3k+2}\equiv 1\times 4[7]$؛ إذن: $\boxed{2^{3k+2}\equiv 4[7]}$.

5) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون 2^n+3 قابلاً للقسمة على 7:

2^n+3 **قابلاً للقسمة على 7**، معناه: $2^n+3\equiv 0[7]$

ومنه: $2^n\equiv -3[7]$،

وعليه: $2^n\equiv 4[7]$ حسب **نتيجة السؤال السابق** 4)؛

نستنتج أنّ: $\boxed{n=3k+1}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

حل التمرين 56 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د2// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1)أ) **تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4، 4^2 و 4^3 على 9:** لدينا:

- $\boxed{4^1 \equiv 4[9]}$، إذن: باقي قسمة 4 على 9 هو $\boxed{4}$.
- $\boxed{4^2 \equiv 7[9]}$، إذن: باقي قسمة 4^2 على 9 هو $\boxed{7}$.
- $\boxed{4^3 \equiv 1[9]}$، إذن: باقي قسمة 4^3 على 9 هو $\boxed{1}$.

ب) **تبيان أنّ من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n} \equiv 1[9]$:**

لدينا: $4^3 \equiv 1[9]$، ومنه: $\left(4^3\right)^n \equiv (1)^n[9]$ (حيث $n \in \mathbb{N}$)؛ إذن: $\boxed{4^{3n} \equiv 1[9]}$.

جـ) **استنتاج أنّ من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n+1} \equiv 4[9]$:** (لاحظ أنّ $\boxed{4^{3n+1} = 4^{3n} \times 4^1}$)

لدينا: $4^{3n+1} \equiv 4^{3n} \times 4^1[9]$، ومنه: $4^{3n+1} \equiv 1 \times 4[7]$؛ إذن: $\boxed{4^{3n+1} \equiv 4[9]}$.

2) **التحقق أنّ، $2020^{1438} \equiv 4[9]$:** لدينا: $2020^{1438} \equiv 4^{3\times(479)+1}[9]$، ومنه: $\boxed{2020^{1438} \equiv 4[9]}$.

3) **تبيان أنّ العدد $2020^{1438} - 2017^2 + 1995$ يقبل القسمة على 9:**

لدينا: $2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 4 - 1^2 + 6[9]$ (لأنّ $2017 \equiv 1[9]$ وَ $1995 \equiv 6[9]$)،

ومنه: $2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 4 - 1 + 6[9]$

وعليه: $2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 9[9]$،

وبالتالي: $\boxed{2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 0[9]}$؛ إذن: العدد $2020^{1438} - 2017^2 + 1995$ يقبل القسمة على 9.

حل التمرين 57 (06 نقاط) بكالوريا 2017-د2// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a و b **عددان صحيحان** حيث، $a \equiv 14[13]$ وَ $b \equiv -1[13]$.

1)أ) **تبيان أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب:**

- لدينا: $a \equiv 14[13]$، ومنه: $a \equiv 14 - 13[13]$، أي: $\boxed{a \equiv 1[13]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 13 هو $\boxed{1}$.
- لدينا: $b \equiv -1[13]$، ومنه: $b \equiv -1 + 13[13]$، أي: $\boxed{b \equiv 12[13]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 13 هو $\boxed{12}$.

ب) **استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$، $a-b$ و $2a+b^2$ على 13:**

- لدينا: $a + b \equiv 1 + (-1)[13]$، أي: $\boxed{a + b \equiv 0[13]}$؛ إذن: باقي قسمة $a+b$ على 13 هو $\boxed{0}$.
- لدينا: $a - b \equiv 1 - (-1)[13]$، أي: $\boxed{a - b \equiv 2[13]}$؛ إذن: باقي قسمة $a-b$ على 13 هو $\boxed{2}$.
- لدينا: $2a + b^2 \equiv 2 \times (1) + (-1)^2[13]$، ومنه: $2a + b^2 \equiv (2+1)[13]$، أي: $\boxed{2a + b^2 \equiv 3[13]}$؛

إذن: باقي قسمة $2a + b^2$ على 13 هو $\boxed{3}$.

2) **تبيان أنّ العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13:**

لدينا: $a^{1438} + b^{2017} \equiv (1)^{1438} + (-1)^{2017}[13]$، ومنه: $a^{1438} + b^{2017} \equiv 1 + (-1)[13]$

أي: $\boxed{a^{1438} + b^{2017} \equiv 0[13]}$؛

إذن: العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

3) **تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث، $b^{2017} + n + 1438 \equiv 0[13]$:**

$b^{2017} + n + 1438 \equiv 0[13]$ تُكافئ: $-1 + n + 8 \equiv 0[13]$ (لأنّ $b^{2017} \equiv -1[13]$ وَ $1438 \equiv 8[13]$)،

ومنه: $n \equiv -7[13]$،

وعليه: $n \equiv 6[13]$؛ إذن: $\boxed{n = 13k + 6}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 58 (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) **دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5:** لدينا:

- $2^0 \equiv 1[5]$،
- $2^1 \equiv 2[5]$،
- $2^2 \equiv 4[5]$،
- $2^3 \equiv 3[5]$،
- وَ $2^4 \equiv 1[5]$.

ومنه: بواقي قسمة 2^n على 5 **تُشكل متتالية دورية، دورها 4**؛ وبالتالي:

$n =$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	$[5]$

2) **تعيين العدد الطبيعي a بحيث يكون، $2018 = 4a + 2$:**

$2018 = 4a + 2$ يُكافئ: $4a = 2018 - 2$

أي: $4a = 2016$، وبالتالي: $\boxed{a = \frac{2016}{4} = 504}$؛ إذن: $2018 = 4 \times (504) + 2$.

3) **تبيان أنّ العدد، $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5:**

لدينا: $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 2^{4\times(504)+2} + 2^{4\times 2} - 5[5]$،

ومنه: $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 2^{4\times 504} \times 2^2 + 2^{4\times 2} - 5[5]$

وعليه: $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 1 \times 4 + 1 - 5[5]$،

ويكون: $2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 4 + 1 - 5[5]$،

وبالتالي: $\boxed{2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 0[5]}$؛ إذن: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.

4)أ) **التحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $12^n \equiv 2^n[5]$ وَ $(-3)^n \equiv 2^n[5]$:**

- لدينا: $12 \equiv 2[5]$، ومنه: $\boxed{12^n \equiv 2^n[5]}$ $(n \in \mathbb{N})$.
- لدينا: $-3 \equiv 2[5]$، ومنه: $\boxed{(-3)^n \equiv 2^n[5]}$ $(n \in \mathbb{N})$.

ب) **تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث، $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$:**

لدينا: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$ تُكافئ: $2^n + 2^n - 4 \equiv 0[5]$، أي: $2 \times 2^n - 4 \equiv 0[5]$.

الطريقة ❶: ومنه: $2^{n+1} \equiv 4[5]$، وبالتالي: $n + 1 = 4k + 2$؛ إذن: $\boxed{n = 4k+1}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

الطريقة ❷: وعليه: $2 \times 2^n \equiv 2 \times 2[5]$، أي: $2^n \equiv 2[5]$؛ إذن: $\boxed{n = 4k+1}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 59 (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a وb **عددان طبيعيان غير معدومين** حيث $a = 4b + 6$.

1) **تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4:** (بمأنّ $4 > 6$ فهو ليس الباقي).

- **الطريقة ❶:** لدينا: $a = 4b + 6 = 4b + 4 \times (1) + 2 = 4(b+1) + 2$، ومنه: $\boxed{a \equiv 2[4]}$؛
إذن: باقي قسمة a على 4 هو $\boxed{2}$.
- **الطريقة ❷:** لدينا: $a = 4b + 6$، ومنه: $a \equiv 6[4]$، وبالتالي: $\boxed{a \equiv 2[4]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 4 هو $\boxed{2}$.

2) **تبيان أنّ a وb متوافقان بترديد 3:**

لدينا: $a - b = (4b+6) - b = 3b + 6 = 3 \times (b+2)$ **(الفرق $a - b$ مضاعف لـ3)**، إذن: $\boxed{a \equiv b[3]}$.

3) بوضع $b = 489$.

أ) التحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$:

الطريقة ❶: لدينا: $b = 489$، ومنه: $a = 4b + 6 = 4(489) + 6 = 1962$.

ولدينا: $a = 1962 = 13 \times (150) + 12$

أي: $a \equiv 12[13]$، وعليه: $a \equiv 12 - 13[13]$؛ إذن: $\boxed{a \equiv -1[13]}$.

الطريقة ❷:

لدينا: $a - (-1) = a + 1 = 1963 = 13 \times (151)$ (الفرق $a - (-1)$ **مضاعف لـ**13)، إذن: $\boxed{a \equiv -1[13]}$.

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13:

لدينا: $a^{2018} + 40^{2968} \equiv (-1)^{2018} + (1)^{2968}[13]$،

ومنه: $a^{2018} + 40^{2968} 1 + 1[13]$ (لأنّ 2018 **عدد زوجي**)،

وبالتالي: $\boxed{a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2[13]}$؛ إذن: باقي قسمة $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 هو $\boxed{2}$.

ج) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13:

لدينا: $a^{2n} + n + 3$ **قابلا للقسمة على** 13، معناه: $a^{2n} + n + 3 \equiv 0[13]$

ومنه: $(-1)^{2n} + n + 3 \equiv 0[13]$،

وعليه: $1 + n + 3 \equiv 0[13]$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**)،

أي: $n + 4 \equiv 0[13]$

ويكون: $n \equiv -4[13]$،

وبالتالي: $n \equiv 9[13]$؛ إذن: $\boxed{n = 13k + 9}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 60 (06 نقاط) بكالوريا 2019 // الموضوع الأوّل // الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 2019$ و $b = 2969$.

1) أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a وb على 7:

لدينا: $a = 7 \times (288) + 3$، أي: $\boxed{a \equiv 3[7]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{3}$.

لدينا: $b = 7 \times (424) + 1$، أي: $\boxed{b \equiv 1[7]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{1}$.

ب) استنتاج أنّ العددين a و$3b$ متوافقان بترديد 7:

لدينا: $3b \equiv 3 \times 1[7]$، ومنه: $\boxed{3b \equiv 3[7]}$، وبمأنّ: $\boxed{a \equiv 3[7]}$؛ فإنّ: $\boxed{a \equiv 3b[7]}$.

2) **تبيان أنّ،** $9a + b \equiv 0[7]$:

لدينا: $9a + b \equiv 9 \times (3) + 1[7]$، ومنه: $9a + b \equiv 28[7]$، وعليه: $\boxed{9a + b \equiv 0[7]}$ (لأنّ $28 \equiv 0[7]$).

3) **التحقق أنّ،** $2a \equiv -1[7]$:

لدينا: $2a \equiv 2 \times 3[7]$، ومنه: $2a \equiv 6[7]$، وعليه: $2a \equiv 6 - 7[7]$؛ إذن: $\boxed{2a \equiv -1[7]}$.

» **استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2969} \times 2^{2969}$ على 7:** (لاحظ أنّ $2^{2969} \times a^{2969} = (2a)^{2969}$)

حسب **نتيجة السؤال السابق**، لدينا: $2a \equiv -1[7]$

ومنه: $(2a)^{2969} \equiv (-1)^{2969}[7]$،

وعليه: $2^{2969} \times a^{2969} \equiv -1[7]$ (لأنّ 2969 **عدد فردي**)،

وبالتالي: $\boxed{2^{2969} \times a^{2969} \equiv 6[7]}$؛

إذن: باقي قسمة $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7 هو $\boxed{6}$.

4) **تعيين قيم العدد الطبيعي n حيث،** $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$:

لدينا: $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$ معناه: $(1)^n + an + 2 \equiv 0[7]$

ومنه: $1 + an + 2 \equiv 0[7]$،

وعليه: $an + 3 \equiv 0[7]$

ويكون: $an \equiv -3[7]$

وبمأنّ: $a \equiv 3[7]$ فإنّ: $n \equiv -1[7]$،

وبالتالي: $n \equiv 6[7]$؛ إذن: $\boxed{n = 7k + 6}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 61 (06 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 2019$ وَ $b = 1441$.

1) **التحقق أنّ،** $a \equiv 13[17]$:

لدينا: $a = 17 \times (118) + 13$، ومنه: باقي قسمة a على 17 هو $\boxed{13}$؛ إذن: $\boxed{a \equiv 13[17]}$.

2) **تبيان أنّ، a وb متوافقان بترديد 17:**

لدينا: $a - b = 2019 - 1441 = 578 = 17 \times (34)$ (**الفرق** $a - b$ **مضاعف لـ** 17)، إذن: $\boxed{a \equiv b[17]}$.

» **استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17:**

بمأنّ: $\begin{cases} a \equiv 13[17] \\ a \equiv b[17] \end{cases}$، فإنّ: $\boxed{b \equiv 13[17]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 17 هو $\boxed{13}$.

3) **تبيان أنّ** $a \times b \equiv -1[17]$:

لدينا: $a \times b \equiv 13 \times 13[17]$، ومنه: $a \times b \equiv 169[17]$

وعليه: $a \times b \equiv 16[17]$،

وبالتالي: $a \times b \equiv 16 - 17[17]$؛ إذن: $\boxed{a \times b \equiv -1[17]}$.

« **استنتاج أنّ** $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$: (**لاحظ أنّ** $a^2 \times b^2 = (a \times b)^2$)

حسب **نتيجة السؤال السابق**، لدينا: $a \times b \equiv -1[17]$ ومنه: $3(a \times b)^2 + 14 \equiv 3(-1)^2 + 14[17]$،

وعليه: $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 3 \times 1 + 14[17]$

ويكون: $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 3 + 14[17]$،

وبالتالي: $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 17[17]$؛

إذن: $\boxed{3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]}$.

4) **دراسة تبعاً لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17**: لدينا:

- $13^0 \equiv 1[17]$،
- $13^1 \equiv 13[17]$،
- $13^2 \equiv 16[17]$،
- $13^3 \equiv 4[17]$،
- وَ $13^4 \equiv 1[17]$.

ومنه: بواقي قسمة 13^n على 17 **تُشكل متتالية دورية، دورها 4**؛ وبالتالي:

$k \in \mathbb{N}$	$4k+3$	$4k+2$	$4k+1$	$4k$	$n =$
$[17]$	4	16	13	1	$13^n \equiv$

5) **تبيان أنّ** $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$:

لدينا: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv a^{1954} + (a \times b)^{2n} + b^{2969} - 13[17]$

ومنه: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 13^{1954} + (-1)^{2n} + 13^{2969} - 13[17]$،

وعليه: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 13^{4\times(488)+2} + (-1)^{2n} + 13^{4\times(742)+1} - 13[17]$

وبالتالي: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 16 + 1 + 13 - 13[17]$،

أي: $2019^{1954}+169^{2n}+1441^{2969}-13 \equiv 17[17]$؛ إذن: $\boxed{2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]}$.

6) **تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق** $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$:

$n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$، معناه: $n + 16^{1962} + 16 \equiv 0[17]$

ومنه: $n + (-1)^{1962} + 16 \equiv 0[17]$،

وعليه: $n + 1 + 16 \equiv 0[17]$

وبالتالي: $n \equiv 0[17]$؛ إذن: $\boxed{n = 17k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 62 (06 نقاط) بكالوريا 2020// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a، b وَ c حيث $a = 2020$، $b = 2970$ وَ $c = 1441$.

1) **تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد a، b وَ c على 9**:

- لدينا: $a = 9 \times (224) + 4$، أي: $\boxed{a \equiv 4[9]}$؛ إذن: باقي قسمة a على 9 هو $\boxed{4}$.
- لدينا: $b = 9 \times (330)$، أي: $\boxed{b \equiv 0[9]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 9 هو $\boxed{0}$.
- لدينا: $c = 9 \times (160) + 1$، أي: $\boxed{c \equiv 1[9]}$؛ إذن: باقي قسمة c على 9 هو $\boxed{1}$.

2) **التحقّق أنّ العددين b وَ$(a+5)$ متوافقان بترديد 9:**

لدينا: $a+5 \equiv 4+5[9]$، ومنه: $a+5 \equiv 9[9]$

وعليه: $\boxed{a+5 \equiv 0[9]}$،

ولدينا من جهة أخرى: $\boxed{b \equiv 0[9]}$؛ إذن: $\boxed{a+5 \equiv b[9]}$.

3) **التحقّق أنّ $2a \equiv -1[9]$ ثمّ استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9:**

- لدينا: $2a \equiv 2 \times 4[9]$، ومنه: $2a \equiv 8[9]$، وعليه: $2a \equiv 8-9[9]$؛ إذن: $\boxed{2a \equiv -1[9]}$.
- لدينا: $2a^{31} \equiv (-1)^{31}[9]$، ومنه: $(2a)^{31} \equiv -1[9]$ (لأنّ 31 **عدد فردي**)،

وبالتالي: $\boxed{(2a)^{31} \equiv 8[9]}$؛ إذن: باقي قسمة $(2a)^{31}$ على 9 هو $\boxed{8}$.

4) **تبيان أنّ العدد $(3a-2b-12c^2)$ يقبل القسمة على 9:**

لدينا: $3a-2b-12c^2 \equiv 3 \times (4) - 2 \times (0) - 12 \times (1)^2[9]$،

ومنه: $3a-2b-12c^2 \equiv 12-0-12[9]$

وبالتالي: $\boxed{3a-2b-12c^2 \equiv 0[9]}$؛ إذن: العدد $(3a-2b-12c^2)$ يقبل القسمة على 9.

حل التمرين 63 (06 نقاط) بكالوريا 2020// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a وb **عددان صحيحان** حيث $a \equiv 2[7]$، $b = 2020$.

1) **تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7:**

لدينا: $b = 7 \times (288) + 4$، أي: $\boxed{b \equiv 4[7]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{4}$.

2) **تبيان أنّ $a^2+b^2 \equiv -1[7]$، ثمّ استنتاج أنّ العدد $(a^2+b^2)^{1962}-8$ يقبل القسمة على 7:**

- لدينا: $a^2+b^2 \equiv (2)^2+(4)^2[7]$، ومنه: $a^2+b^2 \equiv 4+16[7]$

أي: $a^2+b^2 \equiv 20[7]$،

وعليه: $a^2+b^2 \equiv 6[7]$،

وبالتالي: $a^2+b^2 \equiv 6-7[7]$؛ إذن: $\boxed{a^2+b^2 \equiv -1[7]}$.

لدينا: $(a^2+b^2)^{1962}-8 \equiv (-1)^{1962}-8[7]$،

ومنه: $(a^2+b^2)^{1962}-8 \equiv 1-8[7]$ (لأنّ: 1962 **عدد زوجي**)،

وعليه: $(a^2+b^2)^{1962}-8 \equiv -7[7]$،

وبالتالي: $\boxed{(a^2+b^2)^{1962}-8 \equiv 0[7]}$؛ إذن: العدد $(a^2+b^2)^{1962}-8$ يقبل القسمة على 7.

3) أ. **تعيين بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4، 4^2 وَ 4^3 على 7:** لدينا:

- $\boxed{4^1 \equiv 4[7]}$، إذن: باقي قسمة 4 على 7 هو $\boxed{4}$.
- $\boxed{4^2 \equiv 2[7]}$، إذن: باقي قسمة 4^2 على 7 هو $\boxed{2}$.
- $\boxed{4^3 \equiv 1[7]}$، إذن: باقي قسمة 4^3 على 7 هو $\boxed{1}$.

ب. **تبيان أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتاج أنّ $4^{3n+1} \equiv 4[7]$:**

- لدينا: $4^3 \equiv 1[7]$ (نتيجة السؤال 3)أ.)، ومنه: $(4^3)^n \equiv (1)^n[7]$ (حيث $n \in \mathbb{N}$)؛ إذن: $\boxed{4^{3n} \equiv 1[7]}$.
- لدينا: $4^{3n+1} \equiv 4^{3n} \times 4^1[7]$، ومنه: $4^{3n+1} \equiv 1 \times 4[7]$؛ إذن: $\boxed{4^{3n+1} \equiv 4[7]}$.

جـ. تبيان أنّ $b^{21} \equiv 1[7]$: لدينا: $b^{21} \equiv 4^{3\times 7}[7]$، إذن: $\boxed{b^{21} \equiv 1[7]}$.

4) **تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$:**

لدينا: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$، معناه: $4^n + 2 + 1 \equiv 0[7]$

ومنه: $4^n \equiv -3[7]$، وعليه: $4^n \equiv 4[7]$؛ إذن: $\boxed{n = 3k+1}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 64 (06 نقاط) بكالوريا 2021// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a و b عددين طبيعيين حيث $a = 2926$ وَ $b = 1715$.

1) **تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على العدد 13:**

- لدينا: $a = 13 \times (225) + 1$، أي: $\boxed{a \equiv 1[13]}$؛ ومنه: باقي قسمة a على 13 هو $\boxed{1}$.
- لدينا: $b = 13 \times (131) + 12$، أي: $\boxed{b \equiv 12[13]}$؛ ومنه: باقي قسمة b على 13 هو $\boxed{12}$.

2) **أ. تبيان أنّ $b + 1 \equiv 0[13]$، ثمّ استنتاج أنّ $b \equiv -1[13]$:**

لدينا: $b \equiv 12[13]$، ومنه: $b+1 \equiv 12+1[13]$، أي: $b+1 \equiv 13[13]$؛ إذن: $\boxed{b+1 \equiv 0[13]}$ (لأنّ $13 \equiv 0[13]$).

» **استنتاج أنّ $b \equiv -1[13]$:** لدينا: $b + 1 \equiv 0[13]$، ومنه: $\boxed{b \equiv -1[13]}$.

ب. تبيان أنّ العدد $a^{1442} + b^{2021}$ يقبل القسمة على 13:

لدينا: $a^{1442} + b^{2021} \equiv (1)^{1442} + (-1)^{2021}[13]$،

ومنه: $a^{1442} + b^{2021} \equiv 1 + (-1)[13]$ (لأنّ 2021 عدد فردي)،

وبالتالي: $\boxed{a^{1442} + b^{2021} \equiv 0[13]}$؛ إذن: العدد $a^{1442} + b^{2021}$ يقبل القسمة على 13.

3) بوضع من أجل كلّ عدد طبيعي n، $A_n = 27^n + 1$.

أ. التحقّق أنّ $27 \equiv 1[13]$، ثمّ استنتاج أنّ $A_n \equiv 2[13]$:

لدينا: $27 = 13 \times (2) + 1$، ومنه: باقي قسمة 27 على 13 هو $\boxed{1}$؛ إذن: $\boxed{27 \equiv 1[13]}$.

» **استنتاج أنّ $A_n \equiv 2[13]$:**

لدينا: $27^n + 1 \equiv 1^n + 1[13]$، ومنه: $27^n + 1 \equiv 1 + 1[13]$؛ إذن: $\boxed{A_n \equiv 2[13]}$ (وهو المطلوب).

ب. تعيين الأعداد الطبيعية n حتى يكون $A_n + n + 11 \equiv 0[13]$:

لدينا: $A_n + n + 11 \equiv 0[13]$، معناه: $2 + n + 11 \equiv 0[13]$

ومنه: $n \equiv -13[13]$،

وبالتالي: $n \equiv 0[13]$؛ إذن: $\boxed{n = 13k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 65 (06 نقاط) بكالوريا 2021// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: **الأعداد الطبيعية** a، b وَ c حيث $a = 2021$، $b = 1442$ وَ $c = 1954$.

1) **تعيين باقي القسمة الإقليدية للعددين a وَ c على 3:**

- لدينا: $a = 3 \times (673) + 2$، أي: $\boxed{a \equiv 2[3]}$؛ ومنه: باقي قسمة a على 3 هو $\boxed{2}$.
- لدينا: $c = 3 \times (651) + 1$، أي: $\boxed{c \equiv 1[3]}$؛ ومنه: باقي قسمة c على 3 هو $\boxed{1}$.

2) **تبيان أنّ العددين a وَ b متوافقان بترديد 3:**

الطريقة ❶:

لدينا: $a - b = 2021 - 1442 = 579 = 3 \times (193)$ (الفرق $a - b$ **مضاعف لـ3**)، إذن: $\boxed{a \equiv b[3]}$.

◀ **الطريقة ❷:** لدينا: $b = 3 \times (480) + 2$، أي: $\boxed{b \equiv 2[3]}$؛ ومنه: باقي قسمة b على 3 هو $\boxed{2}$.

نلاحظ أنّ: للعددين a وb **نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 3، فهما متوافقان بترديد 3.**

3)أ. **تبيان أنّ العدد $a+b-c$ يقبل القسمة على 3:**

لدينا: $a+b-c \equiv 2+2-1[3]$، ومنه: $a+b-c \equiv 3[3]$

وبالتالي: $\boxed{a+b-c \equiv 0[3]}$؛

إذن: العدد $a+b-c$ يقبل القسمة على 3.

ب. **استنتاج الأعداد الطبيعية n حتى يكون $n+a+b-c \equiv 0[3]$:**

لدينا: $n+a+b-c \equiv 0[3]$، معناه: $n+0 \equiv 0[3]$، وبالتالي: $n \equiv 0[3]$؛ إذن: $\boxed{n = 3k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

4) **تعيين باقي قسمة العدد $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021}$ على 3:**

لدينا: $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021} \equiv (2 \times 1)^{1442} + (2 \times 1)^{2021}[3]$،

ومنه: $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021} \equiv 2^{1442} + 2^{2021}[3]$

وعليه: $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021} \equiv (-1)^{1442} + (-1)^{2021}[3]$،

ويكون: $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021} \equiv 1 + (-1)[3]$ (لأنّ 1442 **عدد زوجي** وَ2021 **عدد فردي**)،

وبالتالي: $\boxed{(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021} \equiv 0[3]}$؛

إذن: باقي قسمة العدد $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021}$ على 3 هو $\boxed{0}$.

حل التمرين 66 (06 نقاط) بكالوريا 2022// الموضوع الأوّل// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a وb **عددان طبيعيان** حيث $a = 2022$ و$b = 1443$.

1) **تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من a وb على 5، ثمّ استنتاج أنّ $a+b \equiv 0[5]$:**

◀ لدينا: $a = 5 \times (404) + 2$، أي: $\boxed{a \equiv 2[5]}$؛ ومنه: باقي قسمة a على 5 هو $\boxed{2}$.

◀ ولدينا: $b = 5 \times (288) + 3$، أي: $\boxed{b \equiv 3[5]}$؛ ومنه: باقي قسمة b على 5 هو $\boxed{3}$.

» **استنتاج أنّ $a+b \equiv 0[5]$:**

لدينا: $a+b \equiv 2+3[5]$، أي: $a+b \equiv 5[5]$؛ ومنه: $\boxed{a+b \equiv 0[5]}$ (لأنّ: $5 \equiv 0[5]$).

2)أ) **التحقق أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(a+a^2+a^3\right)$ على 5 هو 4:**

لدينا: $a+a^2+a^3 \equiv 2+(2)^2+(2)^3[5]$، ومنه: $a+a^2+a^3 \equiv 2+4+8[5]$

وعليه: $a+a^2+a^3 \equiv 10+4[5]$،

وبالتالي: $\boxed{a+a^2+a^3 \equiv 4[5]}$ (لأنّ: $10 \equiv 0[5]$)؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(a+a^2+a^3\right)$ على 5 هو $\boxed{4}$.

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $\left(a+a^2+a^3+n\right)$ القسمة على 5:

يقبل العدد $\left(a+a^2+a^3+n\right)$ القسمة على 5، معناه: $a+a^2+a^3+n\equiv 0[5]$

ومنه: $4+n\equiv 0[5]$،

وعليه: $n\equiv -4[5]$،

وبالتالي: $n\equiv(-4+5)[5]$

أي: $\boxed{n\equiv 1[5]}$؛ إذن: $\boxed{n=5k+1}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

3) التحقق أنّ $a+b+4\equiv -1[5]$، ثمّ تبيان أنّ العدد $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b$ يقبل القسمة على 5:

« **التحقق أنّ $a+b+4\equiv -1[5]$:**

لدينا: $a+b+4\equiv 0+4[5]$، ومنه: $a+b+4\equiv 4[5]$

وعليه: $a+b+4\equiv 4-5[5]$؛

أي: $\boxed{a+b+4\equiv -1[5]}$ (وهو المطلوب).

« **تبيان أنّ العدد $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b$ يقبل القسمة على 5:**

(نُبين أنّ $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv 0[5]$)

لدينا: $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv(0+2\times 3)^{2022}+(-1)^{1443}[5]$،

أي: $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv 6^{2022}+(-1)^{1443}[5]$،

ومنه: $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv 1^{2022}-1[5]$ (لأنّ: $6\equiv 1[5]$ و1443 **عدد فردي**)،

وعليه: $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv 1-1[5]$، وبالتالي: $\boxed{(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv 0[5]}$؛

إذن: **العدد** $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b$ **يقبل القسمة على** 5.

حل التمرين 67 (06 نقاط) بكالوريا 2022// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a وb **عددان طبيعيان** حيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9 هو 8 و$a+b\equiv 3[9]$.

1) تبيان أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 9 هو 4:

لدينا: $\begin{cases} a\equiv 8[9] \\ a+b\equiv 3[9] \end{cases}$، معناه: $8+b\equiv 3[9]$

ومنه: $b\equiv 3-8[9]$،

أي: $b\equiv -5[9]$،

وعليه: $b\equiv -5+9[9]$، أي: $\boxed{b\equiv 4[9]}$؛ إذن: باقي قسمة b على 9 هو $\boxed{4}$.

2) التحقق أنّ العددين b و103 متوافقان بترديد 9:

لدينا: $103=9\times(11)+4$، أي: $\boxed{103\equiv 4[9]}$، ومنه: باقي قسمة 103 على 9 هو $\boxed{4}$.

نلاحظ أنّ: العددين b و103 **لهما نفي الباقي في القسمة الإقليدية على 9، فهما متوافقان بترديد 9**؛ أي: $\boxed{b\equiv 103[9]}$.

3)أ) تبيان أنّ $a\equiv -1[9]$ و$103^3\equiv 1[9]$:

« **تبيان أنّ $a\equiv -1[9]$:** لدينا: $a\equiv 8[9]$، ومنه: $a\equiv 8-9[9]$، أي: $\boxed{a\equiv -1[9]}$ (وهو المطلوب).

» تبيان أنّ $103^3 \equiv 1[9]$:

لدينا: $103 \equiv 4[9]$، ومنه: $103^3 \equiv 4^3[9]$، وعليه: $\boxed{103^3 \equiv 1[9]}$ (لأنّ: $4^3 = 64$ وَ $64 \equiv 1[9]$).

ب) التحقق أنّ $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$:

لدينا: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv (-1)^{2022} + (4^2 \times 4)^{1443}[9]$،

ومنه: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 1 + (4^3)^{1443}[9]$ (لأنّ: 2022 عدد زوجي)،

وعليه: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 1 + (1)^{1443}[9]$ (لأنّ: $4^3 \equiv 1[9]$)،

وبالتالي: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 1 + 1[9]$؛ إذن: $\boxed{a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]}$.

4) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$:

لدينا: $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$، معناه: $1 + 1 + n \equiv 0[9]$

ومنه: $2 + n \equiv 0[9]$،

وعليه: $n \equiv -2[9]$،

وبالتالي: $n \equiv -2 + 9[9]$،

أي: $n \equiv 7[9]$؛ إذن: $\boxed{n = 9k + 7}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 68 (06 نقاط) بكالوريا 2023//الموضوع الأوّل//الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 2023$ و $b = 1444$.

1) أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 5:

- لدينا: $a = 5 \times (404) + 3$، أي: $\boxed{a \equiv 3[5]}$؛ ومنه: باقي قسمة a على 5 هو $\boxed{3}$.
- ولدينا: $b = 5 \times (288) + 4$، أي: $\boxed{b \equiv 4[5]}$؛ ومنه: باقي قسمة b على 5 هو $\boxed{4}$.

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5:

لدينا: $a^3 + b^2 + 2 \equiv (3)^3 + (4)^2 + 2[5]$، أي: $a^3 + b^2 + 2 \equiv 27 + 16 + 2[5]$

ومنه: $a^3 + b^2 + 2 \equiv 2 + 1 + 2[5]$،

وعليه: $a^3 + b^2 + 2 \equiv 5[5]$،

وبالتالي: $\boxed{a^3 + b^2 + 2 \equiv 0[5]}$ (لأنّ: $5 \equiv 0[5]$)؛

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5 هو $\boxed{0}$.

2) أ) تبيان أنّ $b \equiv -1[5]$: لدينا: $b \equiv 4[5]$، ومنه: $b \equiv 4 - 5[5]$، إذن: $\boxed{b \equiv -1[5]}$ (وهو المطلوب).

ب) التحقق أنّ العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5:

لدينا: $b^{2024} - 1 \equiv (-1)^{2024} - 1[5]$، ومنه: $b^{2024} - 1 \equiv 1 - 1[5]$ (لأنّ: 2024 عدد زوجي)،

أي: $\boxed{b^{2024} - 1 \equiv 0[5]}$؛

إذن: العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5.

3) أ) استنتاج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $b^{2n} \equiv 1[5]$:

من أجل كلّ عدد طبيعي n، لدينا: $b^{2n} \equiv (-1)^{2n}[5]$، ومنه: $\boxed{b^{2n} \equiv 1[5]}$ (لأنّ: $2n$ عدد زوجي).

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $a+b^{2n}-bn\equiv 0[5]$:

$a+b^{2n}-bn\equiv 0[5]$، تُكافئ: $3+1-(-1)n\equiv 0[5]$

ومنه: $4+n\equiv 0[5]$،

وعليه: $n\equiv -4[5]$،

ويكون: $n\equiv -4+5[5]$،

وبالتالي: $n\equiv 1[5]$؛ إذن: $\boxed{n=5k+1}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

حل التمرين 69 (06 نقاط) بكالوريا 2023// الموضوع الثاني// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

نعتبر **العددين الطبيعيين** a و b حيث $a=1945$ و $b=2024$.

1)أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7:

- لدينا: $a=7\times(277)+6$، أي: $\boxed{a\equiv 6[7]}$؛ ومنه: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{6}$.
- ولدينا: $b=7\times(289)+1$، أي: $\boxed{b\equiv 1[7]}$؛ ومنه: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{1}$.

ب) تبيان أنّ $a\equiv -1[7]$:

- **الطريقة ❶:**

لدينا: $a-(-1)=a+1=1946=7\times(278)$ **(الفرق** $a-(-1)$ **مضاعف لـ7)**، إذن: $\boxed{a\equiv -1[7]}$.

- **الطريقة ❷:** لدينا: $a\equiv 6[7]$، ومنه: $a\equiv 6-7[7]$، إذن: $\boxed{a\equiv -1[7]}$.

2) استنتاج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7:

لدينا: $\begin{cases}a\equiv -1[7]\\ b\equiv 1[7]\end{cases}$، ومنه: $\begin{cases}a^2\equiv (-1)^2[7]\\ b^2\equiv (1)^2[7]\end{cases}$، وبالتالي: $\boxed{\begin{cases}a^2\equiv 1[7]\\ b^2\equiv 1[7]\end{cases}}$؛ نلاحظ أنّ: العددين a^2 و b^2 **لهما نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 7، فهما متوافقان بترديد 7**؛ أي: $\boxed{a^2\equiv b^2[7]}$.

3) تبيان أنّ العدد a^2+b^2-2 يقبل القسمة على 7:

لدينا: $a^2+b^2-2\equiv 1+1-2[7]$، ومنه: $\boxed{a^2+b^2-2\equiv 0[7]}$؛ إذن: العدد a^2+b^2-2 **يقبل القسمة على 7.**

4)أ) تبيان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n}\equiv 1[7]$:

من أجل كلّ عدد طبيعي n، لدينا: $a^{2n}\equiv(-1)^{2n}[7]$، ومنه: $\boxed{a^{2n}\equiv 1[7]}$ (لأنّ: $2n$ **عدد زوجي**).

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $a^{2n}+bn+1\equiv 0[7]$:

$a^{2n}+bn+1\equiv 0[7]$، تُكافئ: $1+(1)n+1\equiv 0[7]$

ومنه: $n\equiv -2[7]$،

وعليه: $n\equiv -2+7[7]$، أي: $n\equiv 5[7]$؛ إذن: $\boxed{n=7k+5}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

يتبع ☚ حلول الدّوال كثيرات الحدود في البكالوريا.