

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

**تجميعية مواضيع اختبار الفصل الأول للسنوات الثالثة
الشعب العلمية**

كل من ساهم بحرف واحد صدقة جارية له جزاء الله ألف خير
ورزقه من نعيم الدنيا والآخرة

جمع وتنسيق الأستاذة: مباركي فاطمة

Email: mebraki.math32@gmail.com

امتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التبرير:

1. العدد $e^{3\ln 2 - \ln \frac{1}{4}}$ يساوي:

ج - $\frac{2\ln 2}{\ln \frac{1}{4}}$

ب - $e^{3\ln(2 - \frac{1}{4})}$

أ - 32

2. مجموعة حلول المتراجحة $1 \leq e^{x^2-1}$ هي:

ج - $[-\infty; -1] \cup [1; +\infty]$

ب - $[-1; 1]$

أ - $[-\infty; 1]$

3. حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 2022$ هو الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ:
 $y(0) = 2022$ الذي يحقق

ج - $h(x) = 2020e^{-x} + 4$ ب - $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$ أ - $h(x) = 2020e^{-2x} + 2$

4. الدالة العددية f معرفة وقابلة للاشتاقاق على \mathbb{R} بـ: $f'(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$ دالتها المشتقة f' هي:

ج - $f'(x) = e^{-x} + \frac{1}{2}$

ب - $f'(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} + 1$

أ - $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$

5. اذا كان $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ فإن ...

ج - $\frac{2x+1}{\ln(x^2+x+1)}$

ب - $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$

أ - $(2x+1)\ln(x^2+x+1)$

6. الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $k(x) = \frac{e^{x+1}}{e^{2x} + 1}$ هي دالة:

ج - لا فردية ولا زوجية

ب - زوجية

أ - فردية

التمرين الثاني:

الجزء الأول

في الشكل المقابل (Cg) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ :

مما ينطبق على (Cg) عند النقطة ذات الفاصلة 0

أ. بقراءة بيانية :

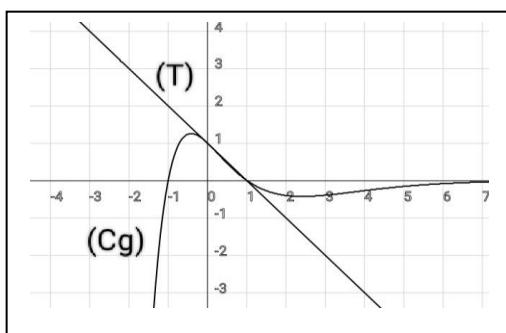
1. أكتب معادلة المماس (T)

2. عين $g(0)$ ، $g'(0)$ و $g(-1)$

3. بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} :

ثم استنتج إشارة $g(x)$ (حسب قيم x).

اقلب الصفحة



الجزء الثاني

دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (1+x)^2 e^{-x}$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, i, j)$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
2. بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} فإن: $g(x) = f'(x)$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
3. عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$, ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
5. عين نقاط تقاطع f مع حاملي محوري الإحداثيات.
6. أنشئ بيانيا (Δ) و (C_f) .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$.

التمرين الثالث:

ا. الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كما يلي :

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلان وحيدان α حيث: $0.6 < \alpha < 0.7$ ثم استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $[0; +\infty[$

$$f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln x}{x} \quad : \quad f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln x}{x} \quad \text{على المجال } [0; +\infty[$$

. تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$(2) \text{ أ) بين أنه من أجل كل } x \text{ من } [0; +\infty[\text{ : } f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$$

(3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ f عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

$$(5) \text{ عين دون حساب } \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \text{ ثم فسر النتيجة هندسيا}$$

(6) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يتطلب تعين معادلته.

(7) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) علما أن $f(\alpha) = 1.2$

$$\frac{1 + \ln x}{x} = m - 1 \quad \text{عدد حلول المعادلة:}$$

المدة: 3 ساعة

يوم: 2024/12/02

الترin الأول (6 ن): اختر الاجابة الصحيحة مع التبرير:

..... المعادلة $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$ تقبل في \mathbb{R} .1

لا تقبل حلول	حلين	حلا واحدا
--------------	------	-----------

2. حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 2$ الذي يحقق $y(0) = 2025$ هو الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$f(x) = 2024 e^{-x} + 1$	$f(x) = 2025 e^{-2x} - 1$	$f(x) = 2024 e^{-2x} + 1$
--------------------------	---------------------------	---------------------------

3. الدالة العددية f معرفة وقابلة للاشتقاق على \mathbb{R} بـ $f'(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$ دالتها المشتقة f' هي:

$f'(x) = e^{-x} + \frac{1}{2}$	$f'(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} + 1$	$f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$
--------------------------------	---------------------------------	-------------------------------------

4. مجموعة حلول المتراجحة: $\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0$ هي:

$S = [-2; 1]$	$S =]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$	$S = [1; 2]$
---------------	---------------------------------------	--------------

5. إذا كانت $v(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} v(e^{-3x} + 1)$ فإن $\lim_{x \rightarrow 1} v(x) = 0$ تساوي:

$+\infty$	0	1
-----------	---	---

6. الكتابة المبسطة للعدد $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2 \ln(e + 1)$ حيث:

-1	0	1
----	---	---

الترin الثاني (7 ن):

دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (ax + b)e^{-x} + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية.

وليكن (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (\vec{i}, \vec{j}) .

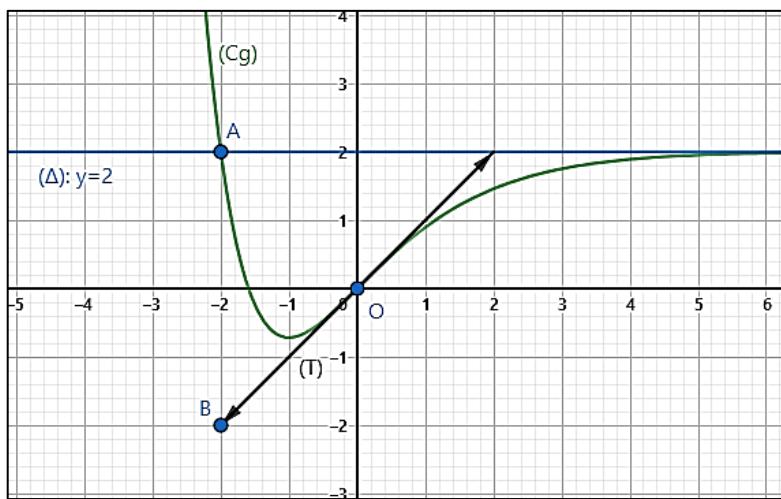
المنحنى (C_g) يمر من النقطتين $O(0; 0)$ ، $A(-2; 2)$ ، $B(-2; -2)$ ويقبل في النقطة $O(0; 0)$ ماسا (T) يمر

من النقطة $(-2; -2)$ ، كما أنه يقبل مستقيما مقاربا موازيا لحاصل محور الفواصل معادله $2y = x + \infty$.

أ) عين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب) عين: $(g(0), g'(0))$ ، $(0, g''(0))$ و $(-1, g'(-1))$

ج) أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T) .



(2) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b .

(3) باستعمال المعطيات السابقة عين

كلا من a , b , c ثم استنتج عبارة

$$g(x)$$

(4) شكل جدول تغيرات الدالة g .

(5) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط m

عدد وإشارة حلول المعادلة ذات

المجهول الحقيقي x :

$$g(x) = m + 3$$

(6) لتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ: $1 \leq h(x) = g(2 - |x|) + 1$ بين أن h دالة زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء منحني الدالة h انطلاقاً من (C_g) ثم أنشئه.

التمرين الثالث (7 ن):

III. الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ كـ: $g(x) = x^2 + \ln x$

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

(5) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(6) بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0.6 < \alpha < 0.7$ ثم استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $[0; +\infty)$

IV. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{1+\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

(8) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(9) أ- بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty)$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(10) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$. ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(11) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

(12) بين أن (C_f) يقبل مماساً (T) موازياً لـ (Δ) يطلب تعين معادلته.

(13) أنشئ كلاً من المستقيمين (Δ) و (T) والمنحني (C_f) علماً أن $f(\alpha) \approx 1.2$.

ناقش حسب قيمة الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $1 - \frac{1+\ln x}{x} = m$

التمرين الأول: (07 نقاط)

1) من أجل كل عدد طبيعي غير معروف n بسط العبارتين A و B :

$$A = \ln(\sqrt{n+e} - \sqrt{n})^{2024} + \ln(\sqrt{n+e} + \sqrt{n})^{2024}$$

$$B = 1 + \ln(2e) + \ln(3e) + \dots + \ln(ne)$$

2) نعرف المتالية (W_n) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $\alpha \in [0; +\infty[$: $W_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^{2^n} - 4$

عين قيم α حتى تكون (W_n) متقاربة.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x^2)}{x} \quad (3)$$

4) ليكن كثير الحدود : $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 11x - 6$

تحقق أن : $P(x) = (2x-1)(x+2)(3-x)$

* استنتاج حلول المتراجحة: $-2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 + 11 \ln x - 6 > 0$

* استنتاج حلول المتراجحة: $-2e^{2x} + 3e^x - 6e^{-x} + 11 > 0$

التمرين الثاني: (13 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = x - e + \ln(1 + 2e^{-2(x-e)})$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعدد متجلّس $(O; \bar{i}, \bar{j})$.

1- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$

2- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أ- بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلاتهما: $y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ على الترتيب .

ب- أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيمين (D) و (D') .

5- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2} \ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحني (C_f) .

6- أنشئ (C_f) ، (D) و (Δ) .

7- ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي .

أ- بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e; \frac{\ln 2}{2}\right)$

ب- نقش حسب قيم وسيط حقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) والمنحني (C_f) .

التمرين الأول: (05 نقاط)

اجب بـ صحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة مما يلي:

1) الدالة العددية $g(x) = e^{5x} + \frac{1}{5}$ هي حل للمعادلة التفاضلية

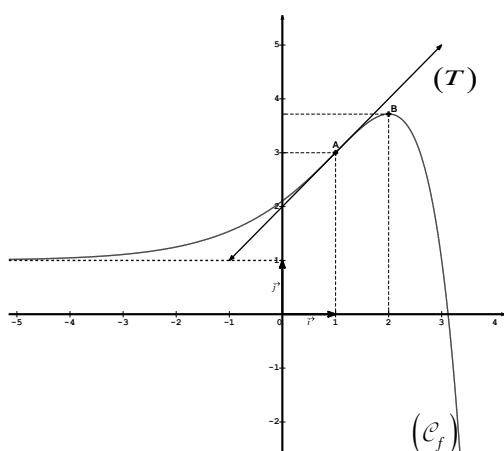
$$\cdot y' - 5y = 1$$

2) المعادلة $2e^{4x} + 3e^{2x} - 5 = 0$ تقبل حلًا واحدًا في \mathbb{R} .

$$\cdot \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{e^{\cos x} - 1}{x - \frac{\pi}{2}} \right] = 0 \quad (3)$$

4) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

المستقيم (\mathcal{D}) الذي معادلة له: $y = -3x - 3$ مستقيم مقارب للمنحنى (\mathcal{C}_f) بجوار $-\infty$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

الدالة f معرفة وقابلة للاشتباك على \mathbb{R} بـ تمثيلها البياني (\mathcal{C}_f) في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ مماس (T) للمنحنى (\mathcal{C}_f) في النقطة $A(1; 3)$ و $B(2; e+1)$ نقطة من المنحنى (\mathcal{C}_f) . كما هو موضح في الشكل المقابل:

1) بقراءة بيانية للمنحنى (\mathcal{C}_f) أجب على السؤالين التاليين:

أ) عين (f') و $(f(x))$ وأعط معادلة المماس (T) .

ب) ماذا تمثل هندسيا النقطة A ? برر إجابتك.

2) بين أن: $a = 3$ و $b = 1$, إذا علمت أن: $f(x) = (a-x)e^{x-1} + b$

3) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m , عدد حلول المعادلة: $(3-x)e^{x-1} = m$.

4) الدالة h معرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = (x-3)e^{x-1}$. تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) عين العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x) = \alpha f(x) + \beta$.

ب) اشرح كيف يمكن إنشاء (\mathcal{C}_h) اعتمادا على (\mathcal{C}_f) . (لا يطلب إنشاء (\mathcal{C}_h)).

التمرين الثالث: (09 نقط)

- (I) الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 2xe^{-x} - 1$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 - (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (3) أحسب $(1) g$ ، ثم استنتج من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $g(x)$.
- (II) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)(2e^{-x} + 1)$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - (2) أ) بين أن (\mathcal{C}_f) يقبل مستقيماً مقارباً (\mathcal{D}) معادلته $y = x + 1$ بجوار $+\infty$.
ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $[-\infty; +\infty]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (3) أ) عين نقط تقاطع (\mathcal{C}_f) مع محوري الإحداثيات.
ب) أنشئ (\mathcal{D}) والمنحنى (\mathcal{C}_f) .
- (III) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = x - m$
- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x) - h(-x) = 0$.
 - (2) أكتب $h(x)$ دون القيمة المطلقة، ثم استنتاج طريقة لإنشاء (\mathcal{C}_h) منحنى الدالة h انطلاقاً من (\mathcal{C}_f) .
يطلب إنشاء $((\mathcal{C}_h))$.

بال توفيق

اختبار الفصل الأول في مادة: الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير.

1) الدالة المعرفة على \mathbb{R} كمايلي: $g(x) = e^x - x - 2$ و a عدد حقيقي سالب تماماً يحقق: $g(a) = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{e^x - x - 2}{x - a} = \frac{1}{a} \quad (ج) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{e^x - x - 2}{x - a} = e^a - 1 \quad (ب) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{e^x - x - 2}{x - a} = a \quad (أ)$$

2) الدالة المعرفة على $[+∞; -∞] \cup [3; -1]$ تتمثل في $f(x) = 2x - 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-3}\right)$ في مستوى منسوب إلى معلم متعمد يقبل:

أ) محور تناظر معادلته $x = 1$ ب) النقطة $(2; 1)$ كمركز تناظر ج) النقطة $(-2; 1)$ كمركز تناظر

3) دالة عددية معرفة على \mathbb{R} ب: $f_m(x) = \frac{(2m+1)e^x - 4m+3}{e^{x+1}}$ حيث m وسيط حقيقي. تتمثل في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس. جميع المنحنيات (C_m) تشتراك في نقطة ثابتة وحيدة احداثيتها هي:

$$(ج) \left(-\ln 2; \frac{5}{3} \right) \quad (ب) (0; 3) \quad (أ) \left(\ln 2; \frac{5}{3} \right)$$

4) ان x تساوي : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{e^x - 3}{e^{2x} + 1}\right) + x$ ج) e^x ب) 0 أ) 1

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المعادلين التقاضيين (E_0) : $y' + 2y = 0$; (E) : $y' + 2y = e^{-x}(x - 3)$.
1) حل المعادلة (E_0) .

2) أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ:

$$f(x) = (ax + b)e^{-x}$$

3) بين أن g حل للمعادلة (E) تكافئ $f - g$ حل للمعادلة (E_0) .

4) استنتج كل حلول المعادلة (E) .

5) أوجد الحل للمعادلة (E) الذي يتحقق $g(0) = 3$.

التمرين الثالث(8 نقاط):

1) الدالة العددية $g(x) = x^2 e^x$ للمتغير الحقيقي x المعرفة في المجال $[0; +\infty]$:

أ*/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0; +\infty]$.

ب*/ استنتج أنه : إذا كان $x < 0$ فإن $g(x) > g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $x > 1$ فإن $g(x) < g\left(\frac{1}{x}\right)$

2) الدالة العددية $f(x)$ للمتغير الحقيقي x المعرفة في المجال $[0; +\infty]$ كما يلي :

$$f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x + e^{\frac{1}{x}} - 3e$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

الدالة العددية $h(x)$ المعرفة في المجال $[0; +\infty)$: تمثيلها البياني (انظر الملحق)

أ*/ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty)$: $f'(x) = g(x) - g\left(\frac{1}{x}\right)$. ثم احسب $f'(1)$.

ج*/ أدرس اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ*/ بين أن المعادلة: $(x^2 - 2x + 2)e^x = -h(x)$ تقبل حلين α و β بحيث: $1.5 < \beta < 1.6$

و $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتاج أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين .

ب*/ أدرس وضعية المنحني (C_h) بالنسبة لـ (C_f) .

ج*/ أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1.

4) أ*/ أرسم (T) و (C_f) . (الملحق يعاد مع ورقة الإجابة)

ب*/ العدد الحقيقي m الموجب تماماً، جد قيمة m حتى تقبل المعادلة (E) حللين متباينين:

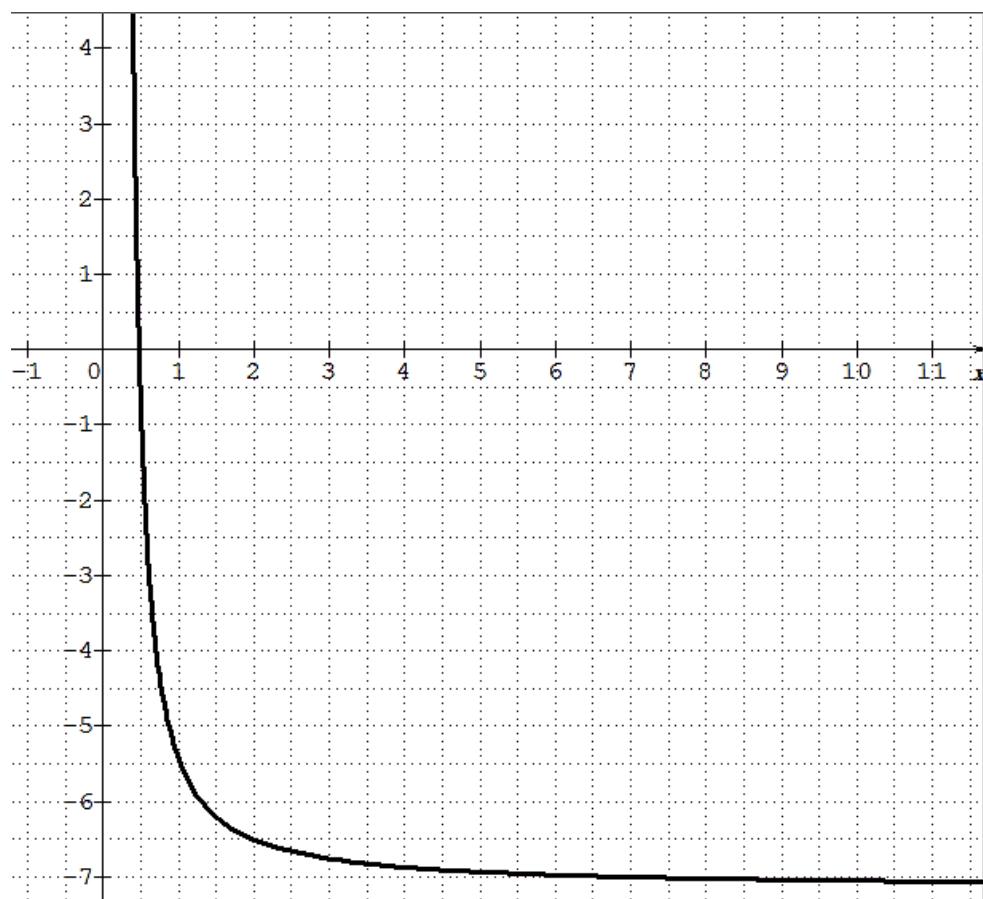
$$(E) \dots f(x) = (m^2 - 2m + 2)e^m + h(m)$$

الملحق:

الاسم:

اللقب:

القسم:



الترن الأول: (6 نقاط)أجب ب الصحيح أو خطأ مع التعليل:

(1) مجموعة حلول المتراجحة $1 \leq e^{x^2-4}$ هي: $[-\infty; -2] \cup [2; \infty]$.

(2) حل المعادلة التفاضلية $y' = -3y + 6$ الذي يتحقق $y(0) = 2026$ هو الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ:

$$f(x) = 2024e^{-3x} + 2$$

(3) الدالة العددية f معرفة وقابلة للاشتغال على \mathbb{R} حيث: $f(x) = x + \frac{1}{2}(e^{2x} - 1)^2$ دالتها المشتقه

$$f'(x) = 1 + 2(e^{2x} - 1)$$
 هي:

(4) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} $k(x) = \frac{e^{x+1}}{e^{2x+1}}$ هي دالة زوجية.الترن الثاني: (14 نقطة)الجزء الأول:نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty)$ بالعبارة:

(1) أحسب نهاية الدالة g عند 0 و $+\infty$ (علماً أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$).

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.(3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty)$: $g(x) \geq 0,5$ الجزء الثاني:نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty)$ بالعبارة: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{\ln x}{x}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ($\bar{o}, \bar{i}, \bar{j}$)(1) أ- أحسب نهاية الدالة f عند 0 و $+\infty$.ب- أعط تفسيراً بيانياً لنهاية الدالة f عند 0 .(2) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $[0; +\infty)$: $f'(x) = \frac{1+g(x)}{x^2}$ ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.(3) (T) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = e$ - أكتب معادلة المستقيم (T).(4) أ- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ب- أدرس الوضع النسيي للمنحنى (C_f) و (Δ).(5) برهن ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha < 1 < 0,5$ حيث(6) أثبتت أن المنحنى (C_f) قبل نقطة انعطاف يطلب تعبيتها.(7) أنشئ (C_f ، (T) و (Δ))(8) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط m عدد نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلته: $y = \frac{1}{2}x + m$

إختبار الفصل الاول لمادة الرياضيات

التمرين الاول : (5 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة في كل حالة مع التعليل :

الاقتراح - ج-	الاقتراح - ب-	الاقتراح - أ-	
$f(x) = -e^{-2x} + 1$	$f(x) = e^{-2x} + 1$	$f(x) = e^{-2x} - 1$	- حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ و الذي يحقق $f(0) = 0$ هي f المعرفة ب :
$S = \emptyset$	$S = \{\ln \frac{4}{3}; 1\}$	$S = \{\ln 3; \ln 4\}$	- مجموعة حلول المعادلة $e^{2x} - 7.e^x + 12 = 0$ في \mathbb{R} هي :
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	- الدالة f معرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = 2e^{2x} - e^x - 3$
$f(2-x) = 4 + f(x)$	$f(2-x) = 2 + f(x)$	$f(2-x) = f(x)$	- الدالة f معرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = e^{x+2} + e^{4-x} + (x-1)^2$ من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} فإن :
لا تقبل حلول	تقبل حالاً وحيداً	تقبل حلين	- تقبل المعادلة التالية ذات المجهول $\ln(3x-2) + \ln(3x+2) = \ln 5$:

التمرين الثاني : (7 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} ب :

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعدد و متجانس $(O; I, J)$.

أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن :

(2) علماً أن الدالة \tilde{f} معرفة بجدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$	α	0	β	$+\infty$
$\tilde{f}(x)$	+	+	-	-	
			1		
$\tilde{f}(x)$		0		0	
		-1			$-\infty$

أ. استنتج إشارة $\tilde{f}(x)$ على \mathbb{R}

ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f .

ج. شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ. بين أن المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة $x = -$ عمستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

- (4) أثبت أن للمنحنى (C_f) نقطة إنعطاف ω يطلب تعبيئها .
- (5) بين أن للمنحنى (C_f) مماسا (T) موازي لل المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له .
- (6) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1.8 < x_0 < 1.9$
- (7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) . (نضع $f(\beta) = 4.5$ ، $f(\alpha) = 3$ ، $\beta = 0.77$ ، $\alpha = -1.67$) . التمرين الثالث : (8 نقاط)

I. $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$ هي الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كمالي:

أدرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

- أ.2) بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل على المجال $[0; +\infty]$ حالاً وحيداً α حيث : $2 < \alpha < 1.5$
- ب) إستنتاج إشارة $(g(x))$ على المجال $[0; +\infty]$.

II. $f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1}$: الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كمالي :

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس $(O; I, J)$.

1. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسر النتائج هندسيا.

ب) بين أنه من أجل كل m من $[0; +\infty]$: $\hat{f}(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

و استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2} f(\alpha)$ واستنتاج حصراً للعدد $f(\alpha)$.

3. أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 (نقبل أنه لا يوجد مماس آخر لـ (C_f) يوازي (Δ))

4. أرسم (Δ) و (C_f) .

5. نقش بياني. حسب قيم الوسيط الحقيقي m . عدد حلول المعادلة : $f(x) = \frac{1}{2}x + m$

III. $h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2+1}$ هي الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كمالي :

- اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى الدالة h اعتماداً على (C_f) . ثم أرسم (C_h) .

المرتب الثاني: (نقطاً)
 $f(x) = -x - (2x-4)e^x$

925 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

925 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - 2xe^x - 4e^x) = +\infty$

925 $f'(x) = -1 - [2e^x + (2x-4)e^x]$

925 $f'(x) = -1 - (2x-2)e^x$

925 $x \begin{matrix} -\infty \\ f'(x) \end{matrix} - \begin{matrix} \varnothing \\ \varnothing \end{matrix} + \begin{matrix} \varnothing \\ \varnothing \end{matrix} - \begin{matrix} +\infty \\ \varnothing \end{matrix}$

925 بـ اتجاه تغير الدالة: f

925 $[x; \beta]$ متزايدة ملماً على f

925 f مستقرة ملماً على الحالين:

925 جـ جدول تغيرات الدالة: f

925 $x \begin{matrix} -\infty \\ f'(x) \end{matrix} - \begin{matrix} \varnothing \\ \varnothing \end{matrix} + \begin{matrix} \varnothing \\ \varnothing \end{matrix} - \begin{matrix} +\infty \\ \varnothing \end{matrix}$

925 $f'(x)$

925 $f(x)$

925 $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-(2x-4)e^x)$ لـ y :
 $= \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2xe^x - 4e^x)$

925 $= 0$

925 إذن f مستقيم (أ) مقارب بـ مائل

الميل (f') يحوار $-\infty$

- تحصين اختبار الفصل I - 3 مع تـ

المرتب الأول: (نقطاً)

$f(x) = -e^{2x} + 1$

ومنه: $y = -2y + 2$

$f(x) = C e^{-2x} + 1$

$f(0) = C + 1 = 0$

$f(x) = -e^{2x} + 1$ وـ $C = -1$

$S = \{\ln 3, \ln 4\} - P/2$

نضع $t = e^x$ وـ $t = e^x$

$t^2 - 7t + 12 = 0$: او $t = 3$

$t = 4$ او $t = 3$: او

$e^x = 4$ او $e^x = 3$: او

$x = \ln 4$ او $x = \ln 3$: او

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

لـ t : $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[e^{2x} \left(2 - \frac{1}{e^x} - \frac{3}{e^{2x}} \right) \right] = +\infty$

$f(2-x) = f(x)$

$f(2-x) = e^{2x+2} + e^{4-2x} + (2-x-1)^2$

$= e^{4-x} + e^{2+x} + (1-x)^2$

$= e^{x+2} + e^{4-x} + (x-1)^2 = f(x)$

بـ تقبل حل وحيد $x = 1$

$\ln(3x-2) + \ln(3x+2) = \ln 5$

معروفة من أجل كل عدد حقيقي x يحقق:

$x > \frac{2}{3}$

$\ln[(3x-2)(3x+2)] = \ln 5$ وـ $x > \frac{2}{3}$

$9x^2 - 4 = 5$

$x^2 = 1$ او $x = \pm \sqrt{5}$

لكافـي: $x = 1$ (لامرافق) او $x = -1$ (لامعيق)

٥- دراسة الوضع النسبي:

ندرس إشارة الفرق:

$$f(x) - y = -(2x - 4)e^{2x}$$

x	-∞	2	+∞
الفرق	+	0	-

الوضع انسبي

(ج) خاتمة تفاضل في النقاط

(د) (Δ)

(هـ) (-2; 4)

٦- بما أن المستقيمة الثانية

لائحة حدت من أجل $x=0$ معتبرة

إشارتها في (ج) يقبل نقطتها

لقطعها (0; 4)

٧- المماس (ج) يوازي (د)

$$f'(x) = -1$$

ومنه: $-1 - (2x - 2)e^{2x} = -1$

$$-(2x - 2)e^{2x} = 0$$

ومنه

$$x = 1 \quad \text{أي } 2x - 2 = 0$$

وكذلك: $x = 1$

ومنه

$$(T): y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

$$f(1) = 2e - 1 \quad \text{و} \quad f'(1) = -1$$

$$(T): y = -x + 1 + 2e - 1$$

$$(T): y = -x + 2e$$

٨- f مستقرة ومتناقصة تماماً

على المجال $[1,8; 1,9]$ ولدينا:

$$\{ f(1,8) = 0,619$$

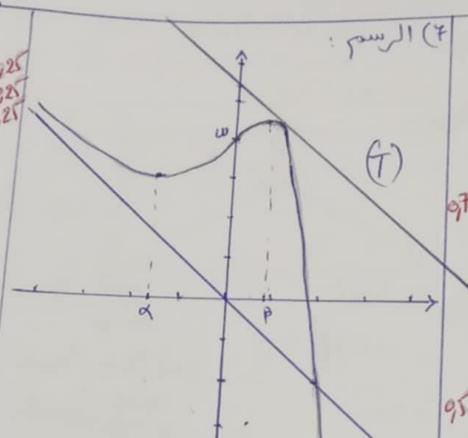
$$\{ f(1,9) = -0,582$$

لذا: حسب قيم f فإن (ج)

يقطع حامل محور الفواصل في نقطتها

وحده x حيث: $1,8 < x < 1,9$

٩- الرسم:



المرين الثالث: (٨ نقاط)

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$$

لدينا: $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x^2) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2x^2 \ln x) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[x^2 \left(\frac{1}{x^2} + 1 - 2 \ln x \right) \right] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^2 \left(\frac{1}{x^2} + 1 - 2 \ln x \right) \right] = +\infty$$

لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

$$g'(x) = 2x - 4x \ln x - 2x^2 \cdot \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = -4x \ln x$$

لدينا: $g'(x) = 0$ عكس إشارة $\ln x$

$$-4x < 0 \quad \text{لـ} \quad x > 0$$

$$x = 1$$

$$g'(x) = 0$$

$$g'(x) = -4$$

أي: $f(x) \rightarrow -\infty$ حاصل على $x \rightarrow +\infty$
وحتى فتحة حاماً على $x \rightarrow +\infty$

مجدول التغيرات:

x	0	α	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

أي: $f(x) \rightarrow -\infty$ لـ $x \rightarrow -\infty$

$f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1}$ لـ $x \rightarrow -\infty$

$1+x^2 - 2x^2 \ln x \rightarrow 0$ لـ $x \rightarrow -\infty$

$\ln x = \frac{1+x^2}{2x^2}$ لـ $x \rightarrow -\infty$

$f(x) = \frac{1+x^2}{2x^2} \times \frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{2x^2}$ لـ $x \rightarrow -\infty$

$1,5 < x < 2$ لـ $x \rightarrow 0$

$\frac{1}{8} < \frac{1}{x^2} < \frac{1}{4,5}$ لـ $x \rightarrow 0$

$4,5 < 2x^2 < 8$ لـ $x \rightarrow 0$

$0,125 < f(x) < 0,222$ لـ $x \rightarrow 0$

أي: $f(x) \rightarrow 0$ لـ $x \rightarrow 0$

معادلة المهام (Δ):

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$f'(1) = \frac{1}{2}$ و $f(1) = 0$ لـ $x=1$

$y = \frac{1}{2}(x-1) + 0$

(Δ): $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

أي: لدينا الدالة $g(x)$ مستمرة
وتحتها فتحة حاماً على $x=2$

ولدينا: $g(2) = 1,42$

$\{ g(2) \approx 0,55$

إذن حسب بحثنا، قيم $g(x)$ في المعادلة

$= g(x) \rightarrow 1,42$ حال وحيداً

بـ \rightarrow اختصار $g(x)$:

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

$f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1}$ II

المقادير:

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$

وتحته: يقبل مستقيم مقاري معادلة

(محور التربيع).

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^2+1} = 0 \times 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

وتحته: يقبل مستقيم مقاري معادلة

(محور المفاصل).

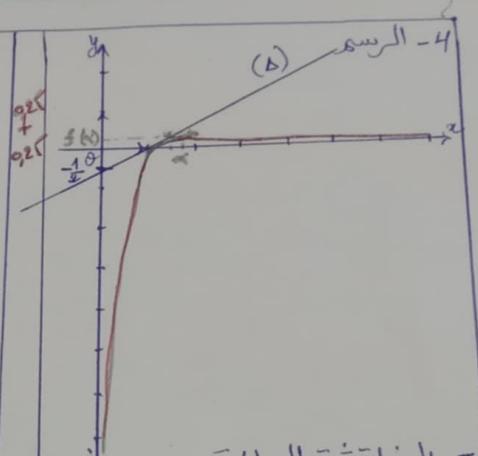
أي: $f(x) = \frac{1}{x}(x^2+1) - 2x \ln x$

$\frac{x^2+1 - 2x^2 \ln x}{x(x^2+1)^2}$

$f(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

لـ $x \neq 0$ إذن إشارة

$f(x)$ نفس إشارة $g(x)$



5- المترافقية البيانات
 $f(x) = \frac{1}{x^2 + m}$
 عدد حلول المعادلة $m > \frac{1}{2}$
 إذا كان $m < \frac{1}{2}$: المعادلة تقبل حل

925. $m = -\frac{1}{2}$: المعادلة تقبل حل واحداً

925. $m > -\frac{1}{2}$: المعادلة لا تقبل حل

$$h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2 + 1} \quad . III$$

$$h(x) = \begin{cases} f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}; & x \in [1, +\infty[\\ -f(x) = -\frac{\ln x}{x^2 + 1}; & x \in [0; 1] \end{cases}$$

يعني:
 من أجل (C_h) : $x \in [1, +\infty[$ منظيف
 على (C_f)

من أجل $[0; 1]$: $x \in [0; 1]$ تطير
 على (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل.

925. $(C_h)_{\text{رس}}.$

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 ن)

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

(1) حلول المعادلة $0 = 2(\ln x)^2 - 5\ln x + 2$ على المجال $[0; +\infty]$ هي :

e^2	(ج)	\sqrt{e} أو $-e^2$	(ب)	\sqrt{e} أو e^2	(أ)
-------	-----	----------------------	-----	---------------------	-----

(2) حلول المعادلة التفاضلية $f(0) = 0$ و التي تحقق $y' + 5y + 4e^{-2} = 0$ هي :

$y = \frac{4}{5}e^{-2}(e^{+5x} + 1)$	(ج)	$y = \frac{4}{5}e^{-2}(e^{-5x} - 1)$	(ب)	$y = -\frac{4}{5}e^{-2}(e^{-5x} - 1)$	(أ)
--------------------------------------	-----	--------------------------------------	-----	---------------------------------------	-----

(3) دالة معرفة على $[-\infty; 0] \cup [0; +\infty]$ فإن $f(x) = \frac{e^{-2x} + e^{2x}}{x}$ هي :

f لا زوجية ولا فردية	(ج)	f فردية	(ب)	f زوجية	(أ)
------------------------	-----	-----------	-----	-----------	-----

(4) مجموعة حلول المترادفة $e^{-3x+1} \geq e^{-2x+3}$ في \mathbb{R} هي :

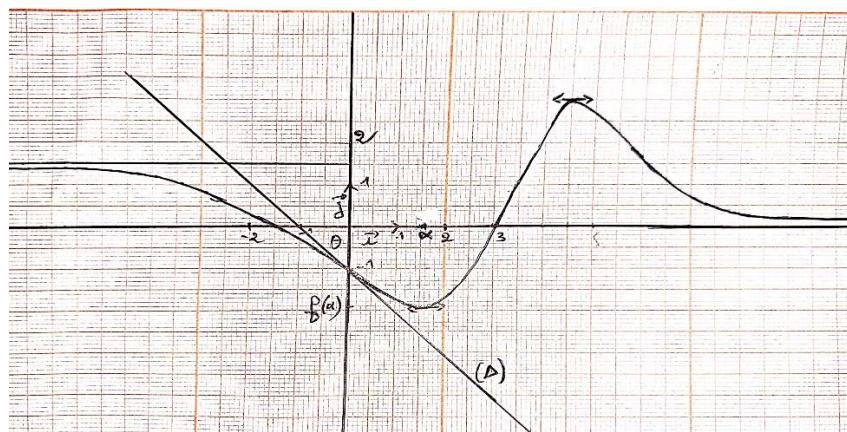
$[-2; +\infty]$	(ج)	$]-\infty; +2]$	(ب)	$]-\infty; -2]$	(أ)
-----------------	-----	-----------------	-----	-----------------	-----

(5) دالة معرفة على $[0; +\infty]$ فإن $g(x) = \ln(x^2) + (\ln x)^2$ هي :

$g'(x) = \frac{2}{x} + 2\ln x$	(ج)	$g'(x) = \frac{2+2\ln x}{x^2}$	(ب)	$g'(x) = \frac{2+2\ln x}{x}$	(أ)
--------------------------------	-----	--------------------------------	-----	------------------------------	-----

التمرين الثاني: (5,5 ن)

f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق مرتبين على \mathbb{R} ، (C_f) منحناها البياني في المستوى المرسوم إلى المعلم المتعامد و المتجانس (Δ) ، $(0; i_j)$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0; -1)$ و $\alpha < 1,6 < \alpha < 1,5$ (كما هو موضح في الشكل المولاي)



(1) بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

(أ) عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) عين $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، $f'(0)$

(ج) عين الوضعيّة النسبية بين (C_f) و (Δ) و ماذا تستنتج ؟

$$h(x) = \ln(f(x)) \quad \text{على }]-\infty; -\frac{3}{2}[\cup [3; +\infty[\quad (2)$$

أ) أحسب $f'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة h

التمرين الثالث : (10,5)

I. دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = xe^x + 1$ منحناها البياني في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\bar{f}, \bar{g}; 0)$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

3) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعين إحداثياتها

II. دالة معرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = \frac{x+1}{e^{x-1}}$ منحناها البياني في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\bar{f}, \bar{g}; 0)$

1) احسب نهايات الدالة f عند الحدود المفتوحة لمجموعةتعريفها

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معروف :

$$f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^{x-1})^2}$$

3) بين أن الدالة f متناقصة تماما على كلا من المجالين $[0; +\infty[$ و $]-\infty; 0]$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب) أدرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) و (Δ)

ج) عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل (xx')

4) أرسم (C_f) و المستقيمات المقاربة

5) نقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $1 + m = -x$

بالتفقيق - أساتذة المادة -

لا تجعل الفشل ضمن الخيارات المتاحة لك و قل فإنما أن
أنجح و إنما أن أنجح

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الشعبية: علوم تجريبية
السنة الدراسية: 2024/2025

مديرية التربية لولاية خنشلة
متقن: خلاف بشير

المدة: 03 سا

اختبار الثلاثي الأول في مادة: الرياضيات

التمرين الأول: (04 نقاط)

أجب بـ صحيح او خطأ مع التبرير:

(1) مجموعة حلول المتراجحة $\left(\frac{2}{3} \right)^{x+1} + 1 > \frac{13}{9}$ هي المجال $[-1; +\infty[$ في مجموعة الأعداد الحقيقة \mathbb{R} هي المجال

(2) في المجال $[0; +\infty[$ لدينا $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ $g'(x) = e^{3x}$ و $f(x) = g \ln\sqrt{x}$ اذن:

(3) مجموعة حلول المعادلة $12\log^2(x) - 7\log(x) + 1 = 0$ في \mathbb{R} هي:

(4) النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1-y)}{y^2}$ تساوي $+\infty$

التمرين الثاني: (08 ن)

(I) $g(x) = \frac{2x^2 - 1}{e^{x^2-1}} + 1$: \mathbb{R} بـ g الدالة المعرفة على

(1) بين أن: $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} g(x) = 1$

(2) أ) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x :

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ) بين أن الدالة g زوجية.

ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل على المجال $[0; +\infty[$ حلًا وحيدا α حيث $0,51 < \alpha < 0,52$

ثم استنتاج حصرا للحل الآخر β من المجال $]-\infty; 0]$.

ج) استنتاج من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) نعرف الدالة f على \mathbb{R} بـ $f(x) = x - \frac{X}{e^{x^2-1}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجلانس (O, \vec{i}, \vec{j}). (الوحدة cm²)

(1) أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فإنه: $f(x) + f(-x) = 0$. فسر بيانيًا النتيجة.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، وبتبديل المتغير ($y = -x$) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فانه : $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن : $f(\alpha) = \alpha(1 + \frac{1}{2\alpha^2 - 1})$ و $e^{\alpha^2 - 1} = 1 - 2\alpha^2$

$$f(\beta)$$

ب) بين أن المنحني (C_f) يقبل ثلث نقط انعطاف يطلب تعين فواصلها.

(4) أ) بين وجود مستقيم مقارب مائل (D) للمنحني (C_f) يطلب تعين معادلة ديكارتبية له

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحني (C_f) و (D) .

ج) أنشئ (C_f) و (D) .

(5) m وسيط حقيقي. عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|m| f(x) = m$ حلًا وحيدا

التمرين الثالث: (08 ن)

(I) g الدالة المعرفة على المجال \mathbb{R} بـ : $g(x) = x + e^{-x}$

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) استنتاج أن من أجل كل عدد حقيقي x :

II . $f(x) = \ln(x + e^{-x})$ على \mathbb{R} بـ :

. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتاجنس (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فانه : $f(x) = -x + \ln(1 + xe^x)$

ب) احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين وجود مستقيم مقارب (Δ) للمنحني (C_f) يطلب إعطاء معادلة ديكارتبية له.

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x)]$ واستنتاج النهاية $f(x) - \ln(x) = \ln(1 + \frac{e^{-x}}{x})$: $x > 0$

فسر بيانيا النتيجة

د) ادرس الأوضاع النسبية للمنحني (C_f) والمنحني (Γ) الممثل للدالة " \ln " (اللوغاريتمية النبيرية)

(4) أ) بين وجود مماس وحيد (T) يوازي المستقيم (Δ) يمس المنحني (C_f) في نقطة يطلب تعين احداثيتها.

ب) اكتب معادلة ديكارتبية للمستقيم (T) .

(5) أنشئ كلا من (Γ) ، (Δ) ، (T) ثم المنحني (C_f)

(6) m وسيط حقيقي موجب تماما ، نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) = -x + \ln(m)$

نافق حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وشاره حلول المعادلة (E)

$$h(x) = \ln\left(\frac{1}{-x + e^x}\right) \quad \text{الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ: (III)}$$

تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى نفس المعلم السابق .

(1) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x فانه لدينا : $\ln(x) + \ln(-x) = 0$

(2) استنتج ان (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعينه .

(3) أنشئ (C_h) .

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(4ن):

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة. عينه مع التعليل .

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' + (\ln 3)y = \ln 9$ حيث $y(0) = 11$ هو :

$$y = 9e^x + 2 \quad (ج) \quad y = 3^{x+2} + 2 \quad (ب) \quad y = 3^{x+2} - 2 \quad (أ)$$

2) حلول المعادلة $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$ هي :

$$S = \{1; 2\} \quad (ج) \quad S = \left\{0; \frac{\ln 2}{\ln 3}\right\} \quad (ب) \quad S = \{\} \quad (أ)$$

3) حلول المتراجحة $\sqrt[4]{1-3x} \leq 2$ هي :

$$S = [-5; \frac{1}{3}] \quad (ج) \quad S =]-\infty; \frac{1}{3}] \quad (ب) \quad S = [-5; +\infty[\quad (أ)$$

4) الدالة f المعرفة على \mathbb{R} هي دالة :

- أ) فردية ب) زوجية ج) لا فردية ولا زوجية

التمرين الثاني (9ن):

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي

$f(x) = \frac{xe^x+x+2}{e^x+1}$. تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x :

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربین مائلین (Δ) و (Δ') معادلتهما $y = x + 2$ عند $y = x$.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيمين (Δ) و (Δ') . بين ان المنحنى (C_f) قبل نقطة انعطاف فاصلتها 0

ج - اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

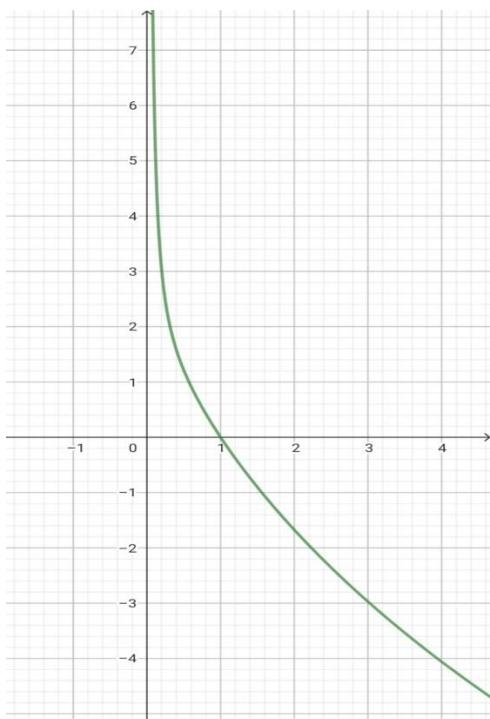
4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-1,6 < \alpha < -1,7$.

» بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + f(-x) = 2$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

» أنشئ كلا من (Δ) ، (Δ') ، (T) والمنحنى (C_f) .



التمرين الثالث (7ن)



ا. الدالة العددية g معرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ:

$$g(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$$

ولتكن (C_g) تمثيلها البياني الممثل لها كما في الشكل المقابل :

► أحسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة

الدالة العددية f معرفة على المجال $[0; +\infty]$.

$$f(x) = \frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم

المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}; \vec{j})$

-1 احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتائجين هندسيا .

-2 أ)- بين انه من اجل كل x من $[0; +\infty]$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$:

ب)- استنتاج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

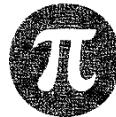
-3 أ)- عين قيمة x_0 فاصلة نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل .

ب)- بين أن $y = \left(\frac{e^2}{e-1}\right)x - \frac{e}{e-1}$ هي معادلة لـ (T) مماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 .

-4 ارسم المماس (T) والمنحني (C_f)

-5 عين بيانيا قيم الوسيط m بحيث تقبل المعادلة: $(e-1)f(x) = e^2x - me$ حلین متمايزین .

بالتوفيق



المدة : ساعتين

اختبار في مادة : الرياضيات

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة مع التبرير ".

1. f و g دالتان عدديتان قابلتان للاشتقاق على \mathbb{R} ، اذا كانت $g(x) = f(3x)$ و $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$ فان :

أ - $g'(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$
ب - $g'(x) = \frac{1}{3x^2 + 3}$
ج - $g'(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$

2. الكتابة المبسطة للعدد A حيث $A = \ln(e^{3\alpha} + e^\alpha) + \ln(e^{5\alpha} + e^{3\alpha}) + \ln(e^{4\alpha} + e^{2\alpha})$

أ - $6\alpha + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$
ب - $6 + \ln(e^{2\alpha} + 1)$
ج - $6\alpha + \ln(e^{2\alpha} + 1)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x - e^2}{x^2 + x - 6} \right) = \quad .3$$

أ - $\frac{e^2}{5}$
ب - e^2
ج - 0

4. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $f(1) = 2$ $y' + 3y = 12$ الذي يحقق : $f(1) = 2$ هو :

أ - $f(x) = -2e^{-3x+3} + 4$
ب - $f(x) = -2e^{-3x+1} + 4$
ج - $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$

5. حلول المعادلة $\log(11x^2 - 6x + 5) = \log(x^2) + 1$:

أ - $S = \{1; -5\}$
ب - $S = \{1; 5\}$
ج - $S = \{1; -5\}$

6. عدد أرقام العدد $n = 2025^{2024}$

أ - 6692
ب - 6690
ج - 6693

7. f دالة معرفة على \mathbb{R} من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$:

أ - $f(-x) + f(x) = 0$
ب - $f(-x) + f(x) = e$
ج - $f(-x) + f(x) = 2$

التمرين الثاني:

١. دالة عدديّة معرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = 1 + (3x^2 + 3x - 3)e^x$. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
٢. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
٣. بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلين α و β حيث $0.5 < \alpha < 0.6$ و $0.04 < \beta < 1.05$
٤. استنتج حسب قيم α وإشارة $g'(x)$ على \mathbb{R}
٥. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = 2 - x + (3x - 3x^2)e^x$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
٦. أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$
٧. أ- بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = -g(x)$
 ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
٨. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = -x + 2$ مقارب مائل -1 عند $-\infty$
 ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) مع (Δ)
٩. بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف M و M' يطلب تعين إحداثياتهما
١٠. أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند مبدأ المعلم
١١. بين أن المعادلة $0 = f(x)$ تقبل حلًا وحيدًا γ حيث $1.09 < \gamma < 1.1$
١٢. أنشئ (C_f) و (Δ) (تعطى $f(\beta) \approx 0.8$ و $f(\alpha) \approx 2.7$)
١٣. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$

2/2

بالتوفيق

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة مع التبرير"

1. f و g دالتان عديتان قابلتان للاشتقاق على \mathbb{R} ، اذا كانت $g(x) = f(3x)$ و $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ فان :

أ - $g'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$ ب - $g'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$ ج - $g'(x) = \frac{1}{x^2+3}$

2. الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ من أجل كل x من \mathbb{R} فان :

أ - $f(x) + f(-x) = 3$ ب - $f(x) + f(-x) = 0$ ج - $f(x) + f(-x) = 2$

3. العدد : $\ln(2 - \sqrt{3})^{2025} + \ln(2 + \sqrt{3})^{2025}$ يساوي

أ - 0 ب - 1 ج - 2025

4. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $y' + 3y = 12$ الذي يحقق : $f(1) = 2$ هو :

أ - $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$ ب - $f(x) = -2e^{-3x+1} + 4$ ج - $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$

5. حلول المتراجحة : $e^{-2x^2} \geq e^{3x+1}$:

أ - $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$ ب - $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ ج - $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$

6. التقريب التأليقي عند $x_0 = 0$ لـ $f(x) = e^x - 1$ هو :

أ - $f(x) \approx x$ ب - $f(x) \approx -x$ ج - $f(x) \approx -x - 1$

7. دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

أ - $f(-x) + f(x) = 0$ ب - $f(-x) + f(x) = e$ ج - $f(-x) + f(x) = 2$

التمرين الثاني:

1. دالة عدديّة معرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = 1 + (3x^2 + 3x - 3)e^x$:
 $(\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0)$ (تعطى) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $0.5 < \alpha < 0.6$ و $-1.05 < \beta < -1.04$

4. استنتج حسب قيم α إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = 2 - x + (3x - 3x^2)e^x$

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متواحد ومتجانس (C_f)

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

2. أ- بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = -g(x)$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) مع (Δ)

4. بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف M و M' يتطلب تعين إحداثياتهما

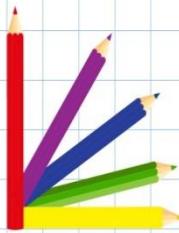
5. أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند مبدأ المعلم

6. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا γ حيث $1.09 < \gamma < 1.1$

7. انشئ (C_f) و (Δ) (تعطى) $f(\beta) \approx 2.7$ و $f(\alpha) \approx 0.8$ و $\alpha < \beta$

8. ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$

بالتوفيق



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مؤسسة التربية و التعليم الخاصة سليم

ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT **SALIM**

www.ets-salim.com 021 87 10 51 021 87 16 89 Hai Gallouli - bordj el-bahri alger

رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

غصيري-ابتدائي-متوسط-ثانوي

اعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010

ديسمبر 2024

المستوى: الثالثة ثانوي علوم طبيعية

المدة: 03سا00

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الاجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التعليل

التمرين الأول:

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الاجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التعليل

$$1) \text{ الحل الخاصل للمعادلة التفاضلية } y' = \ln(2).y \text{ والذى يحقق } y'(e) = \ln(2).y \text{ هو}$$

ج -
ب -
أ -

$$y(x) = e^{x \ln 2} \quad y(x) = 2^{x-e} \quad y(x) = 2e^{x \ln 2}$$

2) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-2023x+1) < \ln(2023)$ ذات المجهول الحقيقي x في المجال:

$$\left[-\frac{2022}{2023}; \frac{1}{2023} \right] \quad \left[-\infty; -\frac{2022}{2023} \right] \quad \left[\frac{2022}{2023}; +\infty \right]$$

ج -
ب -
أ -

3) من أجل كل عدد طبيعي n غير معروف نعتبر العدد S_n بحيث:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n = \quad S_n = \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \dots + \log\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

$$\text{ج - غير موجودة} \quad \text{ب - غير موجودة} \quad \text{أ -} \quad +\infty$$

$$4) \text{ اذا كانت } g \text{ دالة معرفة على } IR^* \text{ ب: } g(x) = \frac{e^{4x} - e^{2x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$$

التمرين الثاني:

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2} \quad \text{ب: } D_f =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

(C_f) المنحني البياني لها في معلم متعمد ومتجانس ($\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}$)

$$D_f \quad f(x) = x + a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2} \quad \text{لكل } x \text{ من } a; b \text{ و } c \text{ بحيث يكون}$$

1) عين الاعداد الحقيقة $a; b$ و c ادريس تغيرات الدالة f

3) برهن ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α من المجال $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$

4) برهن ان المنحنى (C_f) له مستقيم مقارب (Δ) يطلب تعين معادلته

5) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة ل (Δ)

6) ارسم كل من (Δ) والمنحنى (C_f)

7) نقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^3 - (4+m)x^2 + 2(4+m)x - 4 - m = 0$

التمرين الثالث:

-I نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ :

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) بين انه من اجل كل x من IR : $g(x) > 0$

-II نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ :

ليكن (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعمد ومتجانس $(\vec{j}; \vec{i}; o)$

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من IR فان: $f'(x) = e^{-x} g(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل ل (C_f) عند $+\infty$

5) ادرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f)

6) برهن ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعين احداثياتها

7) ليكن (T_a) مستقيم معادله $y = x + a$ حيث $a \in IR$

عين قيمة a حتى يكون (T_a) مماسا ل (C_f) في نقطة يطلب تعينها احداثياتها

8) احسب $f(-1)$ و $f(0)$ ثم أنشئ كل من (C_f) و (T_a) على المجال $[-1; +\infty]$

9) وسيط حقيقي عين قيم m بحيث تقبل المعادلة: $f(x) = x - 2m$ حللين مختلفين

$k(x) = [f(x)]^2$ كايلى IR الدالة المعرفة على k (10)

ا) احسب $k'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ثم استنتاج إشارة $(k'(x))$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة k

التمرين الأول (٩ نقاط):

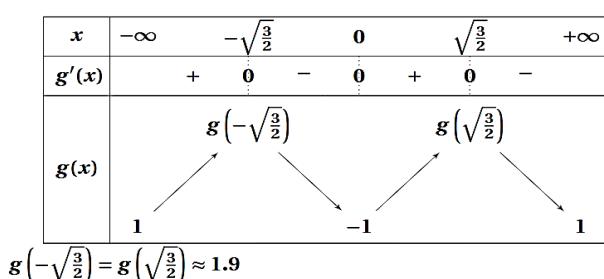
اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

السؤال	الجواب (١)	الجواب (٢)	الجواب (٣)
١. المعادلة $y' = (2\ln 3)y$ حلها في \mathbb{R} هي الدوال من الشكل	$x \mapsto c \times 9^x$	$x \mapsto ce^{6x}$	$x \mapsto c \times 6^x$
٢. دالة معرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = x + \frac{1}{e^x + 1}$ لدينا $e^x > 0$ ومنه:	$x < f(x) < x + 1$	$x + 1 < f(x) < x + 2$	$-x < f(x) < x + 1$
٣. دالة معرفة على \mathbb{R} التفسير الهندسي للنهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x] = 0$ هو:	$y = 0$ معادلة مستقيم مقارب لأفقي $L(C_f)$ بجوار $+∞$	$y = \ln x$ معادلة مستقيم مقارب مائل $L(C_f)$ بجوار $+∞$	$y = \ln x$ معادلة منحنى مقارب لـ $L(C_f)$ بجوار $+∞$
٤. دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ $f(x) = (1-x^2) \ln x+1 $ دالتها المشتقة f' هي:	$f'(x) = x - 1 + 2x \ln x+1 $	$f(x) = -2x + \frac{1}{x+1}$	$f'(x) = 1 - x - 2x \ln x+1 $
٥. حلول المتراجحة $(\ln x)^2 - \ln x^2 \leq 0$ هي:	$S = [1; e^2]$	$S = [0; \ln 2]$	$S =]0; 2]$
٦. المعادلة $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$ تقبل في \mathbb{R}	حلين	٣ حلول	ليس لها حل

التمرين الثاني (١١ نقطة):

(I) الدالة g معرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = (ax^2 + b)e^{-x^2} + c$ حيث a, b و c أعداد حقيقة.

جدول تغيراتها يعطى في الشكل المقابل



(1) عين $a=4$ و $b=-2$ ، $c=1$ ثم بين أن $g'(x) = \sqrt{\frac{3}{2}}$ و $g(0), g'(0)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أ) بين أن g دالة زوجية

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-0.5 < \alpha < -0.4$ و $\beta = -\alpha$

(3) عين حسب قيم x اشاره $g(x)$

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - 1 - 2xe^{-x^2}$ (II)

(1) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (C_f) (وحدة الرسم 2cm)

(1) بين أنه من أجل كل x حقيقي غير معروف، $f(x) = x \left(1 - \frac{1}{x} - 2e^{-x^2}\right)$ ثم أحسب

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(-x) + f(x)$ ثم فسر ذلك هندسيا

(4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f)

ب) أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f)

(5) بين أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y = -x - 1$ يمس (C_f) في نقطة وحيدة يطلب تعين احداثياتها

(6) أرسم (Δ) و (T) ثم (C_f)

(7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $mx - 1 = -x - 1$

بالتوفيق ☺

من اعداد الاعتدادين: ق.م و ح.ي

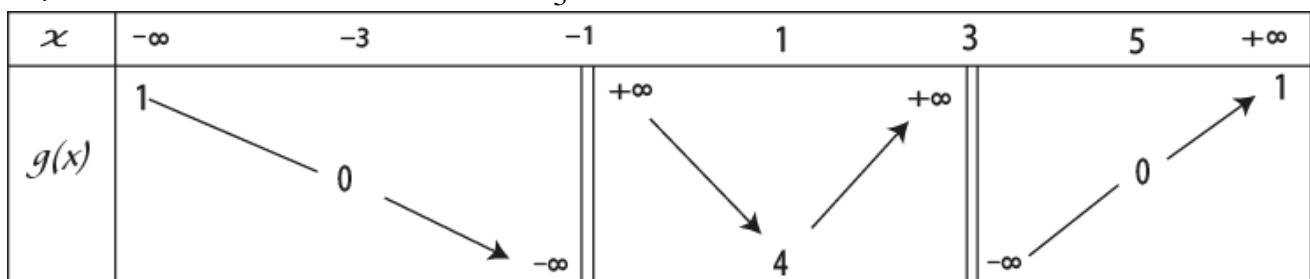
التمرين الأول (50 نقط) : لكل سؤال ثلاث إجابات ، اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج	الرقم
01	$a = -1$	$a = 0$	$a = 2$	الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = \begin{cases} x-1 & ; x \leq 1 \\ 2-ax & ; x > 1 \end{cases}$ هي مستمرة عند 1 من أجل
02	2	0	2024	العدد الحقيقي $\ln(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2024} + \ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2024}$ يساوي:
03	$f(x) = ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} + 1$ حيث $(c \in \mathbb{R})$	$f(x) = ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} - 1$ حيث $(c \in \mathbb{R})$	$f(x) = ce^{\sqrt{2}x} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ حيث $(c \in \mathbb{R})$	حلول المعادلة التفاضلية: $y' = \sqrt{2}y - 1$ هي الدوال على \mathbb{R}
04	2	1	0	تساوي $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$
05	$h'(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2 + 3}$	$h'(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$	ذا كانت f دالة قابلة للاشتباك على \mathbb{R} : و h دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$ فإن $h(x) = f(3x)$

التمرين الثاني (6 نقط)

دالة عديمة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 3\}$. تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس $(0; i; j)$.

ماس للمنحنى (C_g) عند النقطة التي فاصلتها 0 معادلته: $y = -\frac{8}{3}x + 5$ جدول تغيراتها يعطى بالشكل الآتي



1) حدد نهايات الدالة g عند حدود مجموعة التعريف. ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) عين معادلة الماس للمنحنى (C_g) عند النقطة التي فاصلتها 1.

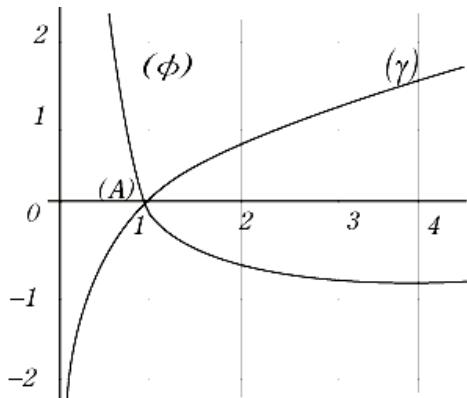
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{g(x)} - \sqrt{g(0)}}{x}, g'(0), g(0)$$

أقلب الصفحة

(4) عين إشارة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

(5) ماهي عدد حلول المعادلة $g(x) = \frac{1}{2}$: علل.

التمرين الثالث (9 نقاط)



I (٢) و (٤) التمثيلين البيانيين للدالتين $x \mapsto \ln x$ و $x \mapsto \frac{1}{x^2} - 1$ على الترتيب

في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس $(\vec{0}; \vec{i}, \vec{j})$ كما في الشكل المقابل : A هي نقطة تقاطع (γ) و (φ) .

١) بقراءة بيانية حد وضعية (γ) بالنسبة إلى (φ) على $[0; +\infty]$

٢) $g(x) = \ln x - \frac{1}{x^2} + 1$ ب : الدالة المعرفة على $[0; +\infty]$ إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II $f(x) = \frac{-x^2 + 6x + \ln x}{2x}$ كما يلي :

(تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد و متجانس $(\vec{0}; \vec{i}, \vec{j})$)

١) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. ماذا تستنتج.

$$f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{2x^2}$$

٢) أثبت أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

٣) تأكد أن الدالة f متزايدة تماما على $[0; 1]$ ومتناقصة تماما على $[1; +\infty]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

٤) أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة ل (Δ) .

٥) أ- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعين معادلة له.

ب- بين أن المعادلة أن: $f(x) = 0$. تقبل حلين α و β حيث $0.2 < \alpha < 0.3 < \beta < 6.2$

ج- أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

د- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

بالتوفيق والنجاح في البكالوريا



التمرين الأول (40ن) :

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ الذي يتحقق $y(0) = 2023$ هو:

4. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow 1} f(e^{-x+2} + 1)$ تساوي :

5. حلا في \mathbb{R} للمعادلة التفاضلية: $y' + 6y - 2 = 0$ و (C) تمثيل بياني للدالة f في المستوى

المنسوب الى معلم متعمد ومتجانس، المنحنى (C) يقبل عند $x = \infty$ مستقيما مقاربا معادله $y = \frac{1}{3}$

6. الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ بـ $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ تقبل محور تناظر معادله $x = 1$

التمرين الثاني (40ن) :

I) لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = (ax+b)e^{-x} + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقة (C_g) تمثلها بياني في

معلم متعمد ومتجانس $(O; i, j)$ ، A نقطة من (C_g) حيث:

$A(-1; -e+2)$ ، A هو ماس للمنحنى (C_g) عند النقطة

$O(0; 0)$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_g) بجوار ∞

1) بقراءة بيانية عين ما يلي:

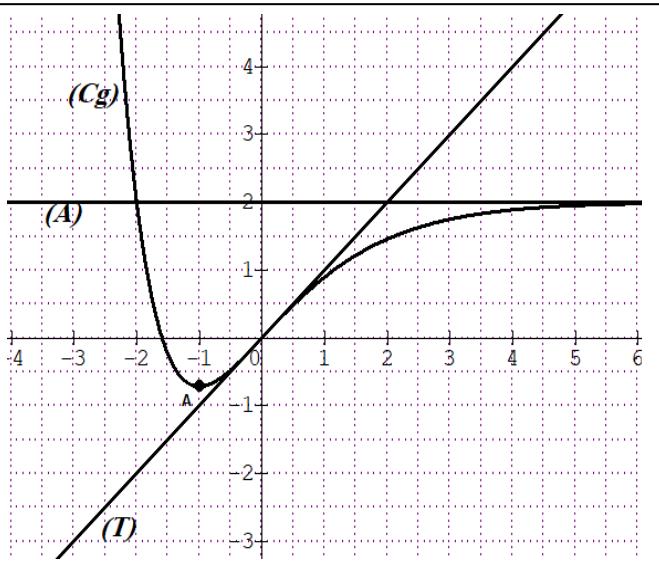
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) \text{ ، } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) \quad (أ)$$

$$g''(0) \text{ و } g'(0) \quad (ب)$$

ج) معادلة كل من: الماس (T) والمستقيم (Δ)

د) جدول تغيرات الدالة g

2) أ) احسب $g'(x)$ بدلالة a و b



ب) باستعمال المعطيات السابقة عين كل من a , b و c ثم استنتج عبارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة k المعرفة على \mathbb{R} بـ $k(x) = g(|x|)$ تمثلها بياني في معلم متعمد ومتجانس $(O; i, j)$

1) بين أن k دالة زوجية ثم أنشئ (C_k) انطلاقا من (C_g) مع الشرح

التمرين الثالث (50ن)

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$
$u(x)$	0	2	0	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

٢) دالة معرفة على \mathbb{R} يعطى جدول تغيراتها كالتالي:

١. اوجد حلول المعادلين $u'(x) = 0$ ، $u(x) = 0$

٢. عين إشارة $u'(x)$ و $u(x)$

٣. تعتبر الدالة h المعرفة على $[0; +\infty]$ بـ $h(x) = \ln(u(x))$

أ- أحسب نهايات الدالة h عند أطراف مجموعة التعريف المفتوحة

ب- أحسب $h'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$ ثم عين إشارتها واستنتج اتجاه تغير الدالة h

ج- شكل جدول تغيرات الدالة

د- إذا علمت أن المنحنى (C_u) الممثل للدالة h يقبل ماس عند النقطة $A(-3; 1)$ معادلته $y = x + 3$ ،

عين معادلة للماس المنحنى (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة 3

التمرين الرابع (70ن)

I. الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ كما يلي :

١) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

٢) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

٣) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0.6 < \alpha < 0.7$ ثم استنتاج إشارة $g'(x)$ على المجال $[0; +\infty)$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ بـ $f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln x}{x}$

١) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

١) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

٢) بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty)$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

٣) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

٤) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ f عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

٥) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسيا

٦) بين أن (C_f) يقبل ماساً (T) موازياً لـ (Δ) يطلب تعين معادلته.

٧) أشيء كلاً من (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) علماً أن $f(\alpha) \approx 1.2$

٨) نقاش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $\frac{1 + \ln x}{x} = m - 1$

التمرين الأول: (05 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير:

(1) المعادلة $2e^{2x} - 3e^x - 2 = 0$ ذات المجهول الحقيقي x :

- أ) تقبل حلّاً وحيداً.
ب) تقبل حلّين مختلفين.
ج) لا تقبل حلولاً.

(2) للمعادلة $\ln(x-2) + \ln(x-4) = 3\ln 2$ حلّ وحيد في المجال $[+∞; 4]$ هو:

- أ) 9
ب) 6
ج) 8

(3) حلّ المعادلة التقاضية $y' - 2y - 6 = 0$ الذي يتحقق $y(\ln 3) = 15$ هو الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ:

$h(x) = 2e^{2x} - 3$ (ج) $h(x) = -2e^{2x} + 3$ (ب) $h(x) = 2e^{3x} + 3$ (أ)

(4) الدالة h المعرفة على المجال $[1; -1]$ هي دالة:

- أ) زوجية ولا فردية.
ب) فردية.
ج) لا زوجية ولا فردية.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x} - 1$ ، حيث a, b, c أعداد حقيقية ، تمثيلها

البياني في المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(T) مماس لـ (c_f) في

النقطة ذات الفاصلة 0. النقطة A احداثياتها $(1; 4e^{-1} - 1)$ ، كما هو مبين في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية:

(1) عين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) عين كلا من: $f(0)$ ، $f(-1)$ ، $f'(-1)$ و $f'(0)$

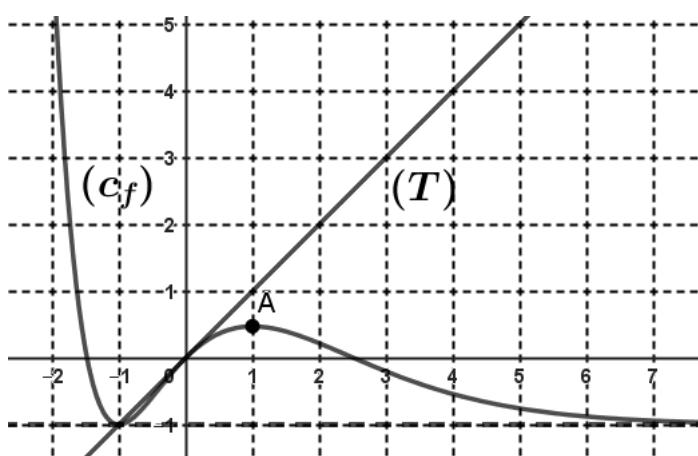
(3) اكتب معادلة للمماس (T)

(4) عين $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1)+1}{h}$

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f

(6) اعتماداً على ما سبق عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

(7) لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = f(e^{-x})$



- أ) احسب $(g'(x))$ دون تعين عبارة $(g(x))$
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثالث : (08 نقاط)

(1) $g(x) = x^2 - 2\ln(x)$ على المجال $[0; +\infty[$ بـ:

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$:

$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1 + \ln(x)}{x}$ على المجال $[0; +\infty[$ بـ:

(c_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتاجنس $(\vec{j}; \vec{i}; O)$ (وحدة الطول $2cm$)

(1) أ) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل $L(c_f)$.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (c_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$:

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن (c_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (D) ، يطلب تعين معادلة له.

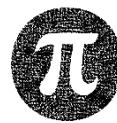
(3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$:

ب) استنتاج أن (c_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثيتها.

(4) أ) بين أن (c_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α بحيث : $0,34 < \alpha < 0,35$

ب) ارسم (c_f) ، (T) و (D)

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة



المدة : 3 ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة: الرياضيات

التمرين الأول (06 ن)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأربعة المقترحة مع التبرير:

1. دالتان f و g دلتان عديتان قابلتان للاشتقاق على \mathbb{R} ، إذا كانت $g(x) = f(3x)$ و $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ فان :

أ - $g'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$ ب - $g'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$ ج - $g'(x) = \frac{1}{x^2+3}$

2. المعادلة : $x^5 + x - 1 = 0$:

أ - تقبل حلين في \mathbb{R}
ب - لا تقبل حلول في \mathbb{R}
ج - تقبل حل وحيد في \mathbb{R}

3. دالة معرفة على \mathbb{R} من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$

أ - $f(-x) + f(x) = 0$
ب - $f(-x) + f(x) = e$
ج - $f(-x) + f(x) = 2$

4. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $y' + 3y = 12$ هو : $f(1) = 2$ ، الذي يحقق

أ - $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$
ب - $f(x) = -2e^{-3x+1} + 4$
ج - $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$

5. حلول المتراجحة : $6 + e^{2x} < 5e^x$

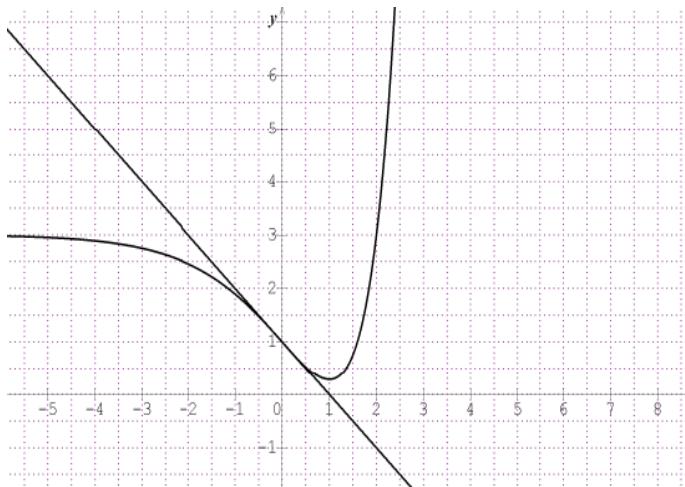
أ - $S = [\ln 2; +\infty[$
ب - $S =]2; 3[$
ج - $S =]-\infty; \ln 2[\cup]\ln 3; +\infty[$

التمرين الثاني (06 ن)

لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي :

(C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس

علما أن (C_g) يشمل النقطة $A(1; 3 - e)$ و $B(0; 1)$ هو مماس المنحنى (T) في النقطة $(0; 1)$ "الشكل المقابل"
بقراءة بيانية:



1. عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2. أحسب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g'(h)+1}{h}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)+e-3}{x-1}$

3. أكتب معادلة ديكارتية لـ (T)

4. عين الأعداد الحقيقة a و b و c
5. نقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m

عدد وإشارة حلول المعادلة : $g(x) = -x + m$

6. بالاعتماد على المنحنى (C_g) أنشئ مع التبرير المنحني الممثل للدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$$k(x) = \frac{1}{g(x)} : \text{دالة معرفة على } \mathbb{R} \quad .7$$

أـ أكتب $k'(x)$ بدالة $g(x)$ و $g'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات

التمرين الثالث(08 ن)

$$h(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1} : \text{دالة عدديّة معرفة على } \mathbb{R}^* \quad .h$$

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس (C_h)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) \quad .1$$

$$\lim_{x \xrightarrow{\geq} 0} h(x) \text{ ، ثم فسر النتائج هندسيا} \quad .2$$

أـ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقايب مائل لـ $+\infty$ عند

بـ أدرس وضعية (C_h) بالنسبة لـ (Δ)

3. بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فان : $h(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ ، ثم استنتج أن (C_h) يقبل مستقيما مقابلا مائلا

آخر (Δ') يطلب تعبيّن معادلته ثم أدرس وضعيته بالنسبة لـ (C_h)

$$h'(x) = \frac{(e^x - 2)(2e^x - 1)}{(e^x - 1)^2} : \text{أـ بين أنه من أجل كل } x \in \mathbb{R}^* \text{ فان :} \quad .4$$

بـ استنتاج اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها.

5. أنشئ (Δ') و (Δ) ، (C_h)

$$k(x) = 2|x| - 1 + \frac{1}{e^{|x|} - 1} : \text{دالة عدديّة معرفة على } \mathbb{R}^* \quad .II$$

1. بين أن الدالة k زوجية

2. أرسم في نفس المعلم السابق (C_k) التمثيل البياني للدالة

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضياتالتمرين 01 : (06 نقاط)

في كل مما يلي يوجد إجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير :

1) الكتابة المبسطة للعدد $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$ حيث : هي

- أ - $A = e + 1$
ب - $A = 0$
ج - $A = -1$

2) مجموعة حلول المتراجحة : $\ln(2 - x) + \ln(x + 3) - \ln 4 \geq 0$ هي :

- أ - $s = [-2; 1]$
ب - $s =]-2; 1[$
ج - $s = [1; 2]$

3) الحل العام للمعادلة التفاضلية : $2y - y' + 1 = 0$ هي الدوال f حيث :

$$f(x) = ce^{2x} - 2 \quad \text{أ - } f(x) = ce^x - \frac{1}{2} \quad \text{ب - } f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2}$$

4) الدالة f المعرفة على \mathbb{R} هي : $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
أ - دالة زوجية
ب - دالة فردية
ج - لازوجية و لا فردية

5) دالة معرفة على $\{0\}$ هي : $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$. دالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = \frac{2}{x^2\sqrt{1-x^2}} \quad \text{أ - } f'(x) = \frac{-1}{x^2\sqrt{1-x^2}} \quad \text{ب - } f'(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$$

التمرين 02 : (07 نقاط)

I . $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$ دالة معرفة على \mathbb{R} هي :

1) احسب نهاية الدالة g عند ∞ و $-\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1,68 < \alpha < 1,69$.

4) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

$$f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1} \quad \text{II . دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ هي : } f$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(j; i; o)$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب - أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2) أ - بين انه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$.
ب - استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين دون الحساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة هندسيا.

4) أ - أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $1 - 4x = y$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6) أرسم كلاً من (Δ) و (T) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 1,75$).

- . $h(x) = |f(x)|$ كما يلي : .
 أ - عبر عن $h(x)$ بدلالة $f(x)$.
 ب - اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه.

التمرين 03: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بالعبارة:

1) ادرس تغيرات الدالة g (يطلب منك حساب النهايات).

2) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0; +\infty]$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بالعبارة:

$f(x) = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x)$ (جذري) \rightarrow المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المرتبط إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

ب - استنتاج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ - بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $x - y = 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلان وحيدان α حيث: $0.41 < \alpha < 0.42$.

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعريف معادلته له.

6) أرسم (Δ) , (C_f) و (T) .

7) نقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$(E): f(x) = m - x$$

التمرين الأول: (6 ن)**أختير الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التعليل**1. حل المعادلة التفاضلية: $y' + 2y = 4$ و $f(1) = 3$ هو :

$f(x) = e^{2x} + 2$	$f(x) = e^{2x} - 2$	$f(x) = e^{2-2x} + 2$
---------------------	---------------------	-----------------------

2. مجموعة حلول المتراجحة $3(\ln(x))^2 - 2 \ln(x) - 1 \leq 0$ هي :

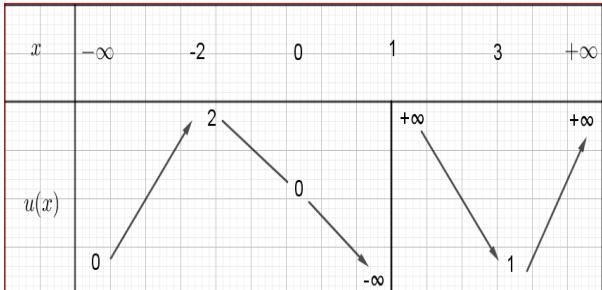
$\left[e^{-\frac{1}{3}} ; e \right]$	$\left] e^{-\frac{1}{3}} ; e \right[$	$\left] e^{\frac{-1}{3}} ; e \right]$
---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

3. تبسيط العدد A حيث : $A = \ln((2 - \sqrt{3})^{2024}) + \ln((2 + \sqrt{3})^{2024})$ هو :

$A = \ln(2)$	$A = 2024$	$A = 0$
--------------	------------	---------

4. حلول المعادلة في R حيث : $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ هي :

$s = \{0 ; \ln(2)\}$	$s = \{1 ; 2\}$	$s = \{0 ; 1\}$
----------------------	-----------------	-----------------

التمرين الثاني (5 ن)الدالة u معرفة بجدول تغيراتها كالتالي :1. عين حلول المعادلة : $u'(x) = 0$ و $u'(x) = 0$ 2. عين اشارة كلام من $u'(x)$ و $u''(x)$ 3. نعتبر الدالة h المعرفة بالعبارة: $h(x) = \ln(u(x))$ أ. بين أن مجموعة تعريف الدالة h هي: $[-\infty, 0] \cup [1, +\infty]$ ب. أحسب نهايات الدالة h عند أطراف مجموعة تعريفهاج. أحسب $h'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$. ثم عين اشارتها واستنتج اتجاه تغير الدالة h د. شكل جدول تغيرات الدالة h **أقرب الصفحة**

التمرين الثالث (٩ ن) :

I. لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي :

1. أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2. بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلًا وحيدًا في المجال $[-1.27 ; -1.28]$;

3. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي : (c_f) تمثيلها البياني في معلم متواحد ومتجانس $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$

1. عين نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

3. استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4. عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (c_f) بجوار $+\infty$

6. أدرس الوضع النسبي بين (c_f) و (Δ)

7. أثبت أنه يوجد مماس (T) وحيد للمنحنى (c_f) يوازي (Δ)

8. تحقق أن معادلة المماس (T) هي :

$$f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$$

9. جد نقط تقاطع (c_f) مع محوري الإحداثيات

10. مثل بيانيًا كلا من :

$$f(\alpha) = -1.9 \quad (c_f), (\Delta), (T)$$

11. ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة :

$$\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$$

التمرين الأول: (٤ ن)

عين الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(١) العبارة $\ln(2 + \sqrt{3})^{2024} + \ln(2 - \sqrt{3})^{2024}$ تساوي:

O) 2024 ب) 2024 ج) 2023

(٢) حلول المتراجحة $\ln(x+1) + \ln(3-x) \leq \ln(2x+1) + \ln 3$ في \mathbb{R} هي:

S = $[0; \ln 3]$ (ج) S = $[0; 3]$ (ب) S = $[0; 3]$ (أ)

(٣) دالتان معرفتان على الترتيب على $[0; +\infty]$ و \mathbb{R} حيث $f(x) = g(\ln \sqrt{x})$ و $g'(x) = e^{3x}$ فإن:

و

$f'(x) = \frac{x}{\ln x}$ (ج) $f'(x) = \frac{2\sqrt{x}}{\ln x}$ (ب) $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ (أ)

(٤) الدالة f المعرفة على $[-\infty; +\infty] \cup [1; +\infty]$ هي دالة:

أ) زوجية ب) فردية ج) لا زوجية ولا فردية

التمرين الثاني (٦ ن)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتاجنس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; +2\}$:

وليكن (C_f) تمثلاً البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق.

١- أ- تحقق أن عبارة الدالة f في المجال $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$ دون رمز القيمة المطلقة هي:

؟

ب- استنتج عبارة الدالة f في المجال $[-1; 2] \cup [2; +\infty)$ دون رمز القيمة المطلقة؟

٢- احسب $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا؟

٣- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-2; 2] \cup [2; +\infty)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

٤- استنتاج دون حساب $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$
ماذا تستنتاج؟ فسر النتيجة هندسيا؟

I. **الجزء الأول** : المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 الدالة العددية g معرفة على المجال $[2; +\infty)$ كما يلي : $g(x) = (a - 2x)e^x + b$ حيث a و b أعداد حقيقة
 أ- أحسب (x) بدلالة a و b .

بـ- عين العددان الحقيقيان a و b بحل جملة معادلتين التالية:

$$\begin{cases} g'(0) = 1 \dots \dots \dots (1) \\ g'(x) - g(x) = -2e^x - 2 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

II. الجزء الثاني: نضع $a = 3$ و $b = 2$ ولتكن g دالة عددية معرفة على المجال $[-2; +2]$ كما يلي :

- 1- ادرس اتجاه تغير الدالة العددية g على المجال $[2; +2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
- 2- بين أنّ المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث $1,69 < \alpha < 1,68$.
ثم حدد تبعاً لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء الثالث: الدالة العددية f معرفة على $[+2; -2]$ بـ $f(x) = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$. III
ليكن (C_f) تمثلاً البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق.

أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $-2;+2$ يكون:

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

بـ. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شـكـل جدول تغيـراتـها.

2- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; 1)$ مماس (T) يطلب إيجاد x_0 وكتابة معادلة المماس (T) .

-3 بین ان : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم عین حصاراً :

4- عين دون حساب: اعط تفسير للنتيجة؟ أنشئ المماس (T) والمنحنى ((C_f)

$$k(x) = \frac{-4xe^x - 2e^x}{e^x + 1}$$

-1- بین أنه من أجل كل x من $\left[-2;+2\right]$ فإن: $f(-x) - 1 = k(x)$

اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقاً من (C_f) . ثم شكل جدول تغيرات الدالة k على المجال $[-2;+2]$.

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (٥٦ نقاط)

فيما يلي أجب ب الصحيح أو خطأ مع التبرير في كل مرّة:

- 1) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; 2\pi]$ كا يلي: $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$ ، وليكن (C_f) منحناها البياني في \mathbb{R}^3 م.م.م. (O, \vec{i}, \vec{j})

- ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون: $f'(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$
- ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون: $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x} \cdot \cos(x + \frac{\pi}{4})$
- ❖ المماس للمنحي (C_f) عند المبدأ معادته هي: $y = x$
- ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ يكون: المنحي (C_f) يقع بين المنحنيين (C_g) و (C_h) حيث: $g(x) = -e^{-x}$ و $h(x) = e^{-x}$
- ❖ المنحنيان (C_f) و (C_g) لهما نقطة مشتركة وحيدة فاصلتها هي: π

- 2) نعتبر الدالة k المعرفة على \mathbb{R} كا يلي: $k(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1)$ منحناها البياني في \mathbb{R}^3 م.م.م. (O, \vec{i}, \vec{j})

- ❖ المبدأ O هو مركز التاظر للمنحي (C_k)
- ❖ $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = +\infty$
- ❖ من أجل كل عدد حقيقي x تكون: $k'(x) = \frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$
- ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 1]$ تكون: $k(x) > 0$
- ❖ المعادلة: $k(x) = 1$ لا تقبل حلولاً على المجال $[0; 1]$

التمرين الثاني : (٥٨ نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كا يلي: $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$

- ❖ وليكن (C) منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$.
- ❖ الجزء الأول:

- 1) أ) أحسب كلاً من: $f'(x)$ و $f''(x)$
- ب) استنتج تغيرات الدالة f

- ج) بين أن المعادلة $0 = f'(x)$ تقبل حلًا وحيداً α ، حيث: $-1,3 < \alpha < -1,2$.
- د) استنتج إشارة $f'(x)$ وتغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيرات هذه الأخيرة.
- 2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = y$ مقارب مائل للمنحني (C) بجوار $+\infty$.
- ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- 3) أنشئ كلاً من (Δ) و (C) .

الجزء الثاني:

نعرف على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} ، المتالية (u_n) كالتالي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

- 1) أ) باستعمال المنحني (C) والمستقيم (Δ) عين على محور الفواصل : u_0, u_1, u_2, \dots
- ب) أعط تخمينا حول اتجاه وتقريب المتالية (u_n) .
- 2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون: $0 \leq u_n < -1$.
- ب) برهن أن المتالية (u_n) متناقصة، ثم استنتج أن لها نهاية l لا يطلب حسابها.
- 3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون: $0 < u_{n+1} + 1 \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$.
- ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون: $0 < u_n + 1 \leq (\frac{3}{4})^n$. ما هي إذن نهاية المتالية (u_n) ؟

التمرين الثالث : (06 نقاط)

- I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كالتالي :
- $$g(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$$
- 1) أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.
- 2) أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها ، ثم استنتاج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .
- II) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ :
- $$f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1+e^{2x})$$
- 1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x تكون :
- $$f'(x) = 2e^{-2x} \times g(2x)$$
- 2) بوضع : $X = 1 + e^{2x}$ ، بين أن : $f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X}$. استنتاج عندئذٍ نهاية الدالة f عند $+\infty$.
- 3) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، (يمكن وضع : $h = e^{2x}$).
- 4) شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 5) ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد (j, i, O) .
- * (1 cm) هي الوحدة على محور الفواصل ، (4 cm) هي الوحدة على محور التراتيب.
- أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- ب) أنشئ (T) والمنحني (C_f) .

الحل النموذجي لاختبار الثالثي الأول المقترن

حل التمرين الأول:

الإجابة ب الصحيح أو خطأ مع التبرير في كل مرّة :

•) لدينا : الدالة f المعروفة على $[0; 2\pi]$ كما يلي :

(أ) خطأ ، لأنّ : $f'(x) = -e^{-x} \times \sin x + \cos x \times e^{-x}$ ، و منه :

• $f'(x) = e^{-x}(\cos x - \sin x)$

ب) صحيح ، لأنّ ، أي :

$$f'(x) = \sqrt{2}e^{-x} \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

• $f'(x) = e^{-x}(\cos x - \sin x)$ ، و منه : $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x}\left(\cos x \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin x \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ أي :

ج) صحيح ، لأنّ : المماس للمنحني (C_f) عند المبدأ هو :

$$\begin{cases} f'(0) = 1 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

و منه : $y = x$ هو المماس للمنحني (C_f) عند المبدأ.

د) صحيح ، لأنّ : $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$ ، و منه : $-e^{-x} \leq e^{-x} \cdot \sin x \leq e^{-x}$ ، أي :

إذن: المحنبي (C_f) يقع بين المحنبيين (C_g) و (C_h)

و) خطأ ، لأنّ: لحل المعادلة ($f(x) = g(x)$) ، أي : $e^{-x} \cdot \sin x - e^{-x} = 0$

• $x = \frac{\pi}{2}$ ، أي : $\sin x = 1$ ، و منه : $\sin x - 1 = 0$ ، أي : $e^{-x}(\sin x - 1) = 0$ أي :

2) لدينا: الدالة k المعروفة على \mathbb{R} كما يلي :

(أ) خطأ ، لأنّ : $k(-x) = k(x)$ ، أي: الدالة k زوجية، إذن : المحنبي (C_k) له محور تناظر هو

حامل محور التراتيب

ب) خطأ ، لأنّ : $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\ln(x^2 + 1) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2}{x^2 + 1}\right) = 2$ ، لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = -\infty$

ج) صحيح ، لأنّ : $k'(x) = \frac{4x(x^2 + 1) - 2x(2x^2)}{(x^2 + 1)^2} - \frac{2x}{x^2 + 1}$ ، أي :

$$k'(x) = \frac{4x^3 + 4x - 4x^3}{(x^2 + 1)^2} - \frac{2x(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$$

$$k'(x) = \frac{2x(1-x^2)}{(x^2+1)^2} : \text{أي } , k'(x) = \frac{2x-2x^3}{(x^2+1)^2} : \text{أي } , k'(x) = \frac{4x-2x^3-2x}{(x^2+1)^2} : \text{أي }$$

$$\therefore k'(x) = \frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2} : \text{و منه} \diamond$$

د) خطأ، لأنّ: من أجل كل $x \in [0;1]$ يكون: $1+x > 0$ و $1-x \geq 0$ و $2x \geq 0$

x	0	1
$k'(x)$	0	+
$k(x)$	0	$1 - \ln(2)$

و منه: $k'(x) \geq 0 : \text{أي}$

إذن: من أجل كل $x \in [0;1]$ يكون: $k(x) \geq 0 : \text{أي}$

• صحيح، لأنّ: لدينا: $0 \leq x \leq 1 : \text{أي } k(0) \leq k(x) \leq k(1)$ ، و منه :

إذن: المعادلة $k(x) = 1$ لا تقبل حلولاً على المجال $[0;1]$.

حل التمرين الثاني:

لدينا الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كالتالي:

الجزء الأول:

• حساب $f'(x)$ و $f''(x)$: (1)

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x} : \text{أي } , f'(x) = 1 - \frac{1}{4}[e^{-x} - e^{-x}(x+1)] \quad (*)$$

$$\therefore f'(x) = 1 + \frac{1}{4}xe^{-x}$$

$$((1-x)f''(x)) \text{ إشارة } f''(x) = \frac{1}{4}e^{-x}(1-x) : \text{و منه: } f''(x) = \frac{1}{4}e^{-x} - e^{-x} \times \frac{1}{4}x \quad (*)$$

ب) استنتاج تغيرات الدالة f :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x}) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{4}x\right) = -\infty : \text{لأنّ} \therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = -\infty \quad (*)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{1}{4}xe^{-x}\right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{1}{4} \times \frac{x}{e^x}\right] = 1 : \text{لأنّ} \therefore \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1 \quad (*)$$

$$\bullet \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{e^x}\right)\right) = 0$$

*) جدول التغيرات :

$$f'(1) = 1 + \frac{1}{4} e^{-1}$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-
$f'(x)$	$-\infty$	$f'(1)$	1

ج) الدالة f' مستمرة ورتيبة على المجال $[-1, 3] \setminus \{-1, 2\}$ و ... أي: $\begin{cases} f'(-1, 3) = -... \\ f'(-1, 2) = +... \end{cases}$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $0 = f'(x)$ تقبل حالاً وحيداً α ، حيث: $-1, 3 < \alpha < -1, 2$

د) إستنتاج إشارة $f'(x)$ وَ تغيرات الدالة f ، ثم تشكيل جدول تغيرات هذه الأخيرة :

نلخص الإشارة وإتجاه التغير في جدول التغيرات

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

مباشرة :

$$\cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty (*)$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty (*)$$

(2) أ) بيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

مقارب مائل للمنحي (C) بجوار $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] (*)$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{4}(x+1)e^{-x} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{4} \left(\frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) = 0$$

إذن : المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحي (C) بجوار $+\infty$

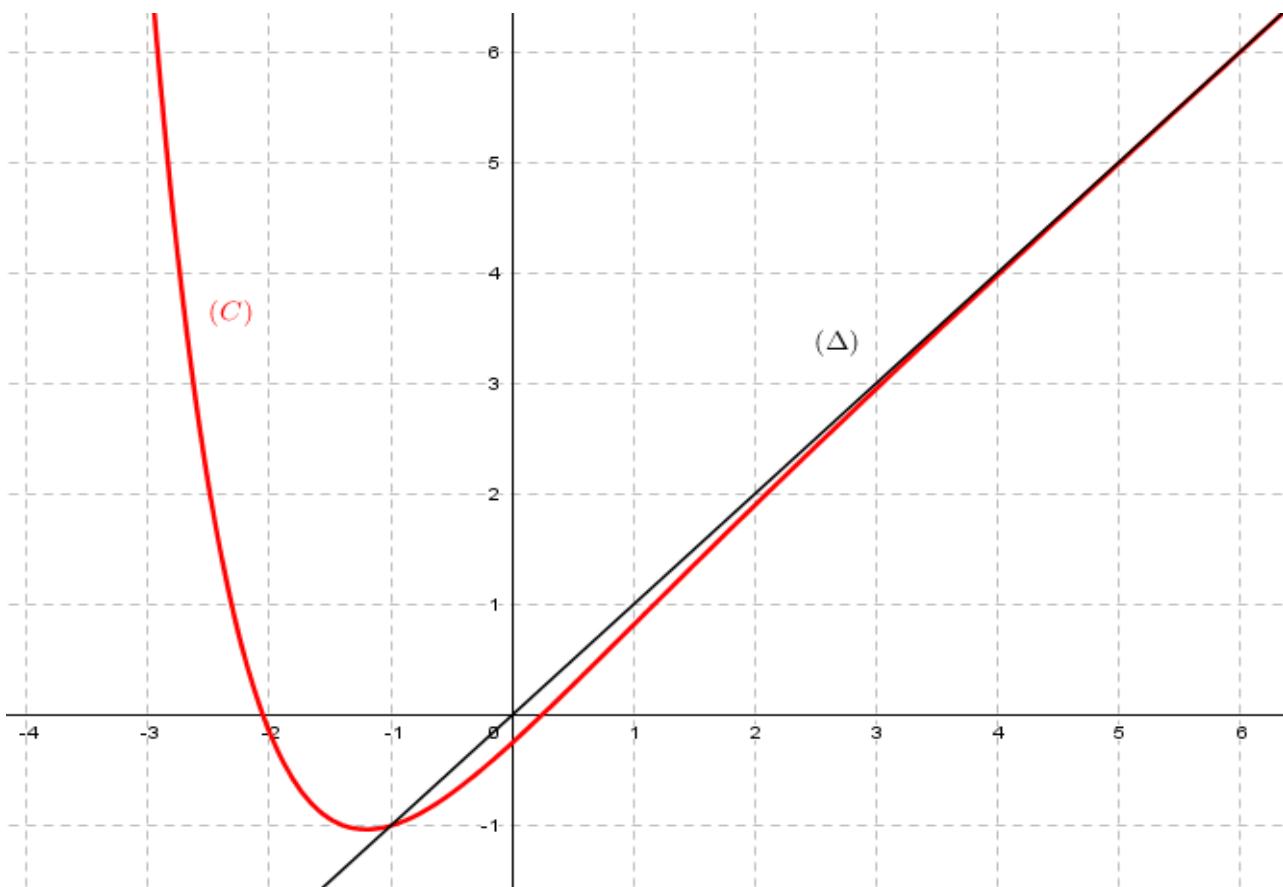
ب) دراسة الوضع النسيي للمنحي (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) :

* ندرس إشارة الفرق ، أي : $f(x) - x = -\frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$ ، إذن إشارة الفرق من إشارة :

نلخص الوضعية في الجدول التالي :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y$	+		-
الوضعية	(Δ) يقع تحت (C)		
	(Δ) يقطع (C) في النقطة $A(-1; -1)$ (Δ) يقع فوق (C)		

: (3) إنشاء (Δ) و (C)

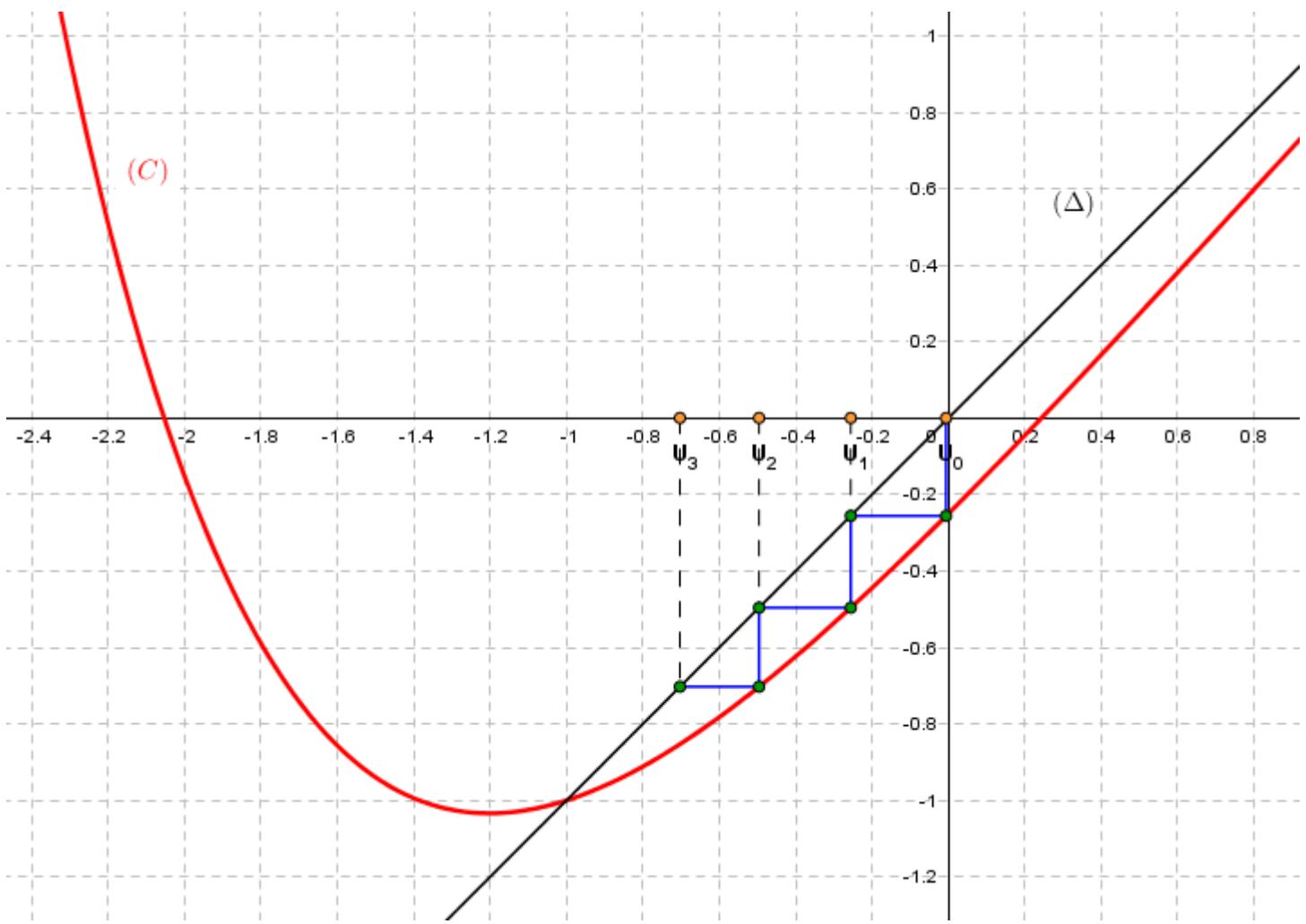


الجزء الثاني :

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n ، المتتالية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\cdot \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1) أ) باستعمال المنحني (C) و المستقيم (Δ) تعين على محور الفواصل : u_2 ، u_1 ، u_0



ب) إعطاء تفاصيل حول إتجاه و تقارب المتتالية (u_n) :

نلاحظ أنَّ المتتالية (u_n) متناقصة ، و تقارب نحو فاصلة نقطة تقاطع المنحني (C) مع المستقيم (Δ) والتي هي : -1 .

(2) برهان أنَّه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $-1 < u_n \leq 0$.

* نتحقق من أنَّ $u_0 = 0$ ، و منه : $-1 < u_0 \leq 0$ (محققة) .

* نفرض أنَّ $-1 < u_n \leq 0$ و ثبت أنَّ $-1 < u_{n+1} \leq 0$.

لدينا فرضاً أنَّ $-1 < u_n \leq 0$ ، و نعلم أنَّ الدالة f متزايدة على المجال $[0; -1]$ ، إذن :

$$f(-1) < f(u_n) \leq f(0)$$

أي : $-1 < u_{n+1} \leq -\frac{1}{4}$ ، و منه : $-1 < u_{n+1} \leq 0$ ، و هو المطلوب .

* وأخيراً من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $-1 < u_n \leq 0$.

ب) برهان أنَّ المتتالية (u_n) متناقصة ، ثم استنتاج أنَّ لها نهاية I :

* دراسة إتجاه تغير المتتالية (u_n) : $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n$ ، من دراسة الوضعية (سابقاً)

$$f(x) - x < 0$$

و ذلك من أجل كل $x > -1$ ، و بما أنَّ $u_n > -1$ فإنه سيكون : $f(u_n) - u_n < 0$ ، أي :

$$u_{n+1} - u_n < 0$$

إذن نستنتج أنَّ المتالية (u_n) متناقصة على \mathbb{N} .

* المتالية (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بـ 1 ، ومنه المتالية (u_n) متقاربة ، أي لها نهاية I.

: 0 < $u_{n+1} + 1 \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$ تكون : n تك足 : $(u_n + 1) - \frac{1}{4}(u_n + 1)e^{-u_n}$ أولاً نحسب العدد :

$$\begin{aligned} u_{n+1} + 1 &= f(u_n) + 1 = u_n - \frac{1}{4}(u_n + 1)e^{-u_n} + 1 = (u_n + 1) - \frac{1}{4}(u_n + 1)e^{-u_n} \\ &\quad \cdot u_{n+1} + 1 = (u_n + 1) \left[1 - \frac{1}{4}e^{-u_n} \right] \text{ و منه :} \end{aligned}$$

* ثانياً نحسب الفرق : $(u_{n+1} + 1) - \frac{3}{4}(u_n + 1) = (u_n + 1) \left(1 - \frac{1}{4}e^{-u_n} \right) - \frac{3}{4}(u_n + 1)$ أي :

$$\begin{aligned} (u_n + 1) - \frac{3}{4}(u_n + 1) &= (u_n + 1) \left[1 - \frac{1}{4}e^{-u_n} - \frac{3}{4} \right] = (u_n + 1) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{-u_n} \right) = (u_n + 1) \frac{1}{4} (1 - e^{-u_n}) \\ &\quad \cdot 1 - e^{-u_n} \leq 0 \text{ و بما أن } (u_n + 1) \frac{1}{4} > 0 \text{ لدينا :} \end{aligned}$$

توضيح : نعلم أنَّ $e > e^{-u_n} \geq 1$ ، أي $1 > -u_n \geq 0$ ، أي $-1 < u_n \leq 0$ ، أي :

$$\begin{aligned} -e &< -e^{-u_n} \leq -1 \\ &\quad \cdot 1 - e^{-u_n} \leq 0 \text{ ، و منه :} \end{aligned}$$

إذن : $(u_{n+1} + 1) \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$ ، أي $(u_{n+1} + 1) - \frac{3}{4}(u_n + 1) \leq 0$:

* من البرهان بالترابع سابقاً نستنتج أنَّ $0 < (u_{n+1} + 1) \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$:

ب) إستنتاج أنَّ كل عدد طبيعي n تكون : $0 < u_n + 1 \leq (\frac{3}{4})^n$

لدينا : $0 < (u_{n+1} + 1) \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$ ، نطلق في التعويض والحساب :

..... ، $0 < (u_2 + 1) \leq \frac{3}{4}(u_1 + 1)$ ، $0 < (u_1 + 1) \leq \frac{3}{4}(u_0 + 1)$

• $0 < (u_n + 1) \leq \frac{3}{4}(u_{n-1} + 1)$

بالضرب نجد :

$$(u_1 + 1)(u_2 + 1)(u_3 + 1) \times \dots \times (u_n + 1) \leq (\frac{3}{4})^n (u_0 + 1)(u_1 + 1)(u_2 + 1) \times \dots \times (u_{n-1} + 1)$$

بالإختزال نجد : $u_0 = 0$ ، بما أنّ $0 < (u_n + 1) \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n (u_0 + 1)$ فـ :

$$0 < u_n + 1 \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

* إستنتاج نهاية المتتالية (u_n) : بما أنّ $0 < u_n + 1 \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = -1 , \text{ إذن } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 1) = 0 : \text{ أي}$$

حل التمرين الثالث :

I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كـ :

1) حساب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$:

$$\cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} -\ln(1 + e^x) = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x}{1 + e^x}\right) = 0 , \text{ لأنّ} : \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0 \quad (*)$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} -\ln(1 + e^x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{1 + e^x}\right) = 1 , \text{ لأنّ} : \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \quad (*)$$

2) دراسة إتجاه تغيير الدالة g و تشكيل جدول تغيراتها ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} :

إتجاه التغيير : لـ $g'(x)$:

$$g'(x) = \frac{e^x(1 + e^x) - e^x \times e^x}{(1 + e^x)^2} - \frac{e^x}{1 + e^x} = \frac{e^x + e^{2x} - e^{2x}}{(1 + e^x)^2} - \frac{e^x}{1 + e^x}$$

$$\cdot g'(x) = \frac{-e^{2x}}{(1 + e^x)^2} , \text{ و منه} : g'(x) = \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} - \frac{e^x(1 + e^x)}{(1 + e^x)^2} = \frac{e^x - e^x - e^{2x}}{(1 + e^x)^2}$$

نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x تكون : الدالة g متناقصة تماماً على \mathbb{R} .

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	—	
$g(x)$	0	$-\infty$

جدول التغيرات :

إشارة $g(x)$ على

نلاحظ من جدول الـ

حقيقي x تكون : 0

II) لتـ $f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1 + e^{2x})$ المعرفة على \mathbb{R} بـ :

1) تـ $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(2x)$ تكون :

لـ $f'(x)$:

$$\cdot f'(x) = -2e^{-2x} \times \ln(1 + e^{2x}) + \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}} \times e^{-2x} = 2e^{-2x} \left[-\ln(1 + e^{2x}) + \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}} \right]$$

و منه : $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(2x)$ و هو المطلوب ، لاحظ أن :

$$\cdot g(2x) = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} - \ln(1+e^{2x})$$

* بما أن : $g(x) < 0$ على \mathbb{R} فإنّه ستكون : $g(2x) < 0$ على \mathbb{R} ، و منه نستنتج أن :

$$\cdot f'(x) < 0$$

إذن : الدالة f متناقصة تماماً على \mathbb{R} .

(2) تبين أن : $f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X}$ عند $+\infty$:

$$\cdot e^{-2x} = \frac{1}{X-1} , X-1 = e^{2x} , \text{ و منه : } * \text{ نضع : } \text{أي : } X = 1 + e^{2x}$$

$f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X}$ ، و منه : $f(x) = \frac{1}{X-1} \times \ln(X)$ ، أي : $f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1 + e^{2x})$ * لدينا :

$$\cdot \text{ إذن : } f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X} \text{ ، و هو المطلوب .}$$

* إستنتاج النهاية عند $+\infty$:

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{X \rightarrow +\infty} \left[\frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X} \right] = 0$$

$$\cdot \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{X} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{X}{X-1} = 1$$

(3) حساب نهاية الدالة f عند $-\infty$:

$$\begin{cases} X \rightarrow -\infty \\ h \rightarrow 0 \end{cases} \text{ و منه : } h = e^{2x} * \text{ نضع : }$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{X \rightarrow -\infty} e^{-2x} \cdot \ln(1 + e^{2x}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \ln(1 + h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + h)}{h} = 1$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \quad \text{إذن : } \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + t)}{t} = 1$$

(4) تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$	1	0

(5) ليكن (C_f) هو المعني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

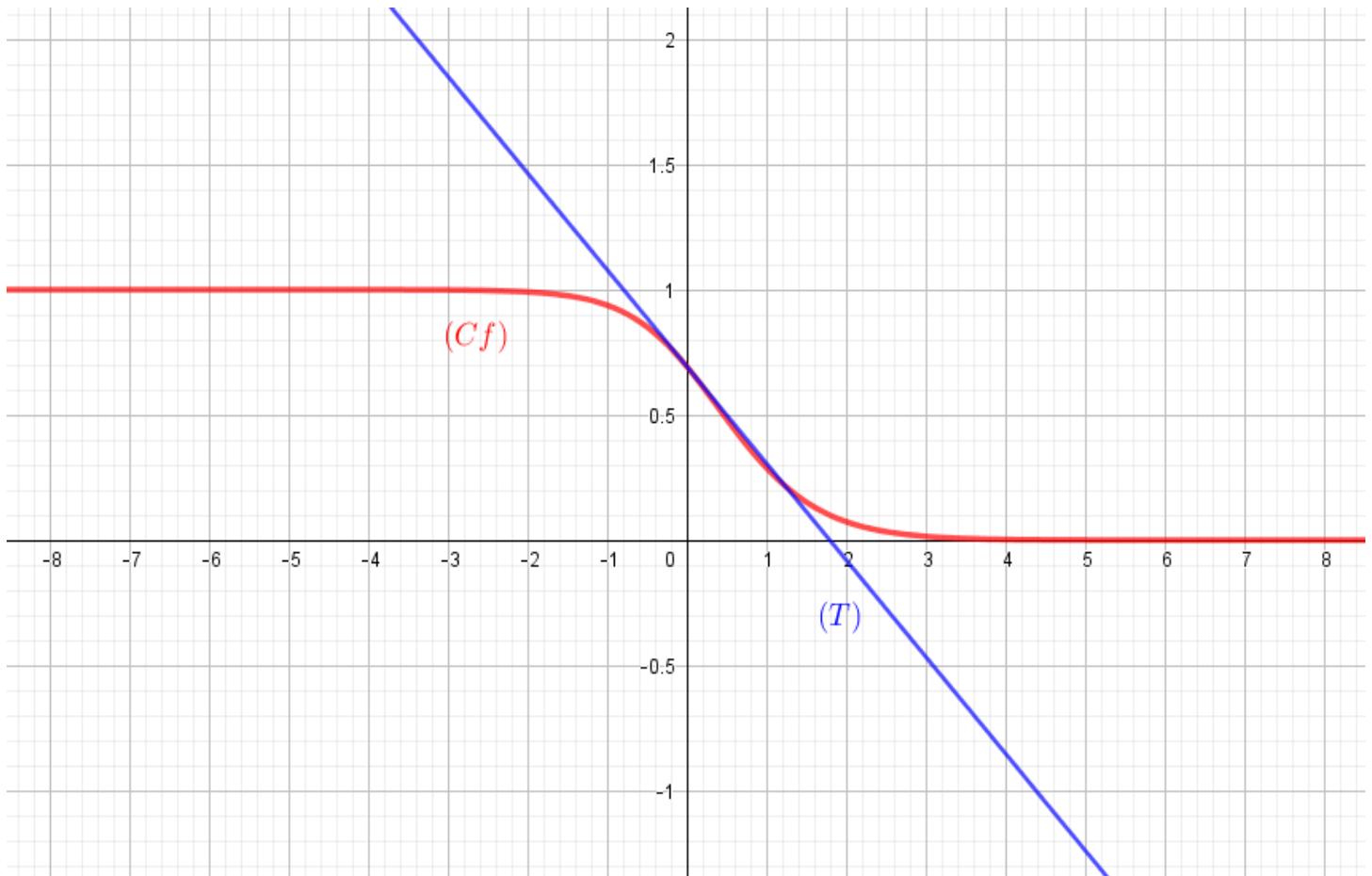
❖ (1 cm) هي الوحدة على محور الفواصل ، (4 cm) هي الوحدة على محور الترتيب.

أ) كتابة معادلة المماس (T) للمنعني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

$$\cdot (T) : y = (-2 \ln(2) + 1)x + \ln 2 \quad \text{و منه : } (T) : y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$\cdot \begin{cases} f'(0) = -2 \ln(2) + 1 \\ f(0) = \ln 2 \end{cases} : \text{ لأنّ}$$

ب) إنشاء (T) والمنحني (C_f)



اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

الاقتراح الثاني	الاقتراح الأول	الأسئلة										
1	0	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+x-6}}$										
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$	يعطى جدول التغيرات التالي: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>-∞</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>+∞</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-∞</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>+∞</td> </tr> </table> و المعادلة : $f(x) = -1$	x	-∞	0	2	+∞	f(x)	-∞	1	0	+∞
x	-∞	0	2	+∞								
f(x)	-∞	1	0	+∞								
المعادلة تقبل حلين على الأقل في \mathbb{R}	المعادلة تقبل حلًا وحيدًا في \mathbb{R}											
$f'(1) = -2$	$f'(1) = -1$	قابلة للاشتباك على \mathbb{R} ، و (T) مماس للمنحني عند A.										
$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$											
$f'(0) = 0$	$f'(0) = \frac{3}{2}$											

التمرین الثاني:(07.5)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعارد والمتتجانس ($(0, \vec{i}, \vec{j})$)I. g دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$ (1) احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ و عند $-\infty$.(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث: $1,68 < \alpha < 1,69$.(4) عين تبعاً لقيمة x إشارة $g(x)$.II. f الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$ تمثيلها البياني .1. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.2. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$.3. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .4. بين أن $5 - \alpha = f(\alpha)$ ثم استنتج حصراً $f(\alpha)$.5. اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتاج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

6. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

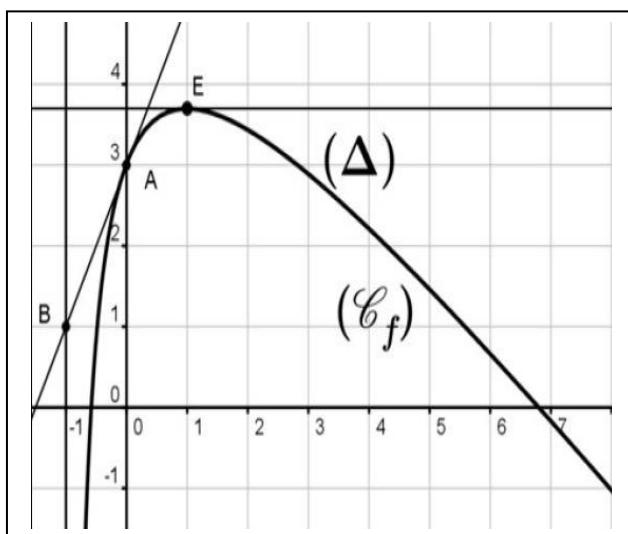
7. ارسم (T) ، (Δ) ، (C_f)

8. ناقش بيانياً تبعاً لقيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد حلول المعادلة : $me^x - 4x + m + 2 = 0$

التمرين الثالث:(ن06.5)

الجزء 1:

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$ التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[-1; +\infty)$ نشيء النقط $A(0; 3)$ ، $B(-1; 1)$ ، $E(1; 3 + \ln 2)$ مماس للمنحني (C_f) عند النقطة A ، مماس للمنحني (Δ) عند E .



1. باستعمال المعلومات المتوفرة عيّن :

- معادلة المستقيم (AB) ، $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(1)$ ، $f'(1)$ ، $f(x) = 1$.

- إشارة و عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$.

- جدول تغيرات الدالة f .

2. نقل أن الدالة f معرفة على $[-1; +\infty)$ بـ :

$$f(x) = ax + 5 + \frac{b}{x+1} + \ln(x+1)$$

- عيّن العددين الحقيقيين a و b

الجزء 2:

لتكن الدالة f معرفة على $[-1; +\infty)$ بـ :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x + 3}{x+1} + \ln(x+1)$$

1. أـ عيّن $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

بـ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بيّن أن منحني الدالة f يقطع محور الفواصل في نقطتين α و β حيث : $6.7 < \beta < 6.8$ ، $-0.6 < \alpha < -0.5$

بالتوقيق (أستاذى المادة)

التمرين الأول (05.5 ن):

جدول التغيرات المولاي هو لدالة // معرفة على $[-2; 3]$.

x	-2	-1	0	1	2	3
$u'(x)$	+ 0 -	- 0 +				
$u(x)$	2	3	0	-1	0	2

1. عين إشارة $(u(x))$.

2. نعتبر الدوال f ، g ، h ، k المعرفة كما يلي :

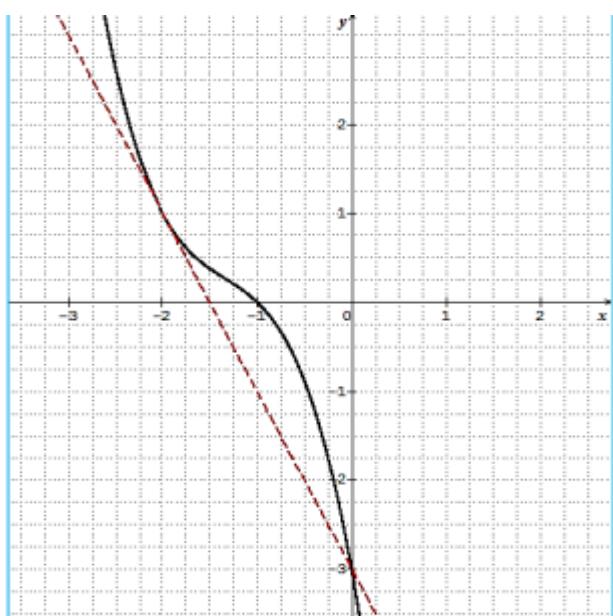
. أ) عين مجموعة تعريف لكل دالة من الدوال f ، g ، h و k .

. ب) عبّر عن كل من $(f'(x))$ ، $(g'(x))$ ، $(h'(x))$ و $(k'(x))$ بدلالة $(u'(x))$ و $(u(x))$.

. ج) استنتاج جدول تغيرات لكل دالة من الدوال f ، g ، h و k .

التمرين الثاني : (06.5 ن)

نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = ax^3 - 4x^2 - 6x + b$.
 البياني في المستوى المنسوب الى معلم متواحد ومتجانس $(\vec{i}, \vec{j}; O)$ و (T) مماس للمنحنى
 عند النقطة ذات الفاصلة 2- كما هو موضح في الشكل المقابل (C_g)



1. اقراءة بيانية:

1. أحسب $(g'(2))$ ثم أكتب معادلة المماس (T) .

2. شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. عين إشارة $(g(x))$.

4. عين العددين a و b .

II. لتكن الدالة f معرفة على $\{-1\} - \mathbb{R}$:

$$f(x) = -2x - 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$$

البياني في المستوى المنسوب الى معلم متواحد ومتجانس.

1. أحسب نهاية الدالة f عند -1 ثم فسر النتيجة بيانيا.

2. أحسب نهايتي الدالة عند $-\infty$ و $+\infty$.

- . $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x+1)^4} : \mathbb{R} - \{-1\}$
3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\{-1\} \cup (-\infty, -1)$.
 4. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلًا وحيدًا β حيث: $-1.6 < \beta < -1.7$.
 6. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -2x - 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .
 7. أرسم المنحنى (C_f) و (Δ) .
 8. ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x+1)^2 + m + mx^2 = -1 - 2mx$.

التمرين الثالث (ن08):

- I. دالة معروفة على \mathbb{R} بالعبارة: $g(x) = (x^2 - 3)e^x + 3$
1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1.53 < \alpha < 1.54$.
 3. استنتاج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .
- II. دالة معروفة على \mathbb{R} بالعبارة: $f(x) = 3x + 1 + (x^2 - 2x - 1)e^x$
1. أرسم البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس.
 2. أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف.
 3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.
 4. أستنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 5. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 3x)$ ثم استنتاج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً (Δ) (يطلب تعين معادلته).
 6. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
 7. بين أن (C_f) يقطع محور الفوائل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث: $2.03 < \beta < 2.04$.
 8. بين أن $f(\alpha) = 3\alpha - 2 + \frac{6\alpha - 6}{\alpha^2 - 3}$
 9. أرسم (Δ) و (T) و (T') ثم (C_f) (نأخذ $\alpha = 1.53$ ، $f(\alpha) = -2.3$)
- B- عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول مختلفة مثنية.
- III. دالة معروفة على \mathbb{R}^* بالعبارة: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$
- أعط جدول تغيرات الدالة h .

انتهى

اختر الاجابة الصحيحة مع تبرير اختبارك :

..... المعادلة $0 = e^{2x} - 3e^x - 4$ تقبل في \mathbb{R} .1

لا تقبل حلول	حلين	حلا واحدا
--------------	------	-----------

= $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.2

غير موجودة	1	0
------------	---	---

= $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$.3

0	1	-1
---	---	----

= $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}$.4

1	$+\infty$	0
---	-----------	---

..... المعادلة التفاضلية $y' - 1 = 2y$ تقبل كمجموعة حلول .5

$x \mapsto ke^{2x} + 1 ; k \in \mathbb{R}$	$x \mapsto ke^{\frac{1}{2}x} - 1 ; k \in \mathbb{R}$; $k \in \mathbb{R} x \mapsto ke^{2x} - 1$
--	--	--

التمرين الثاني(07.5 نقاط) :

1. نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بالعبارة : $g(x) = e^x + x + 2$

1. أدرس تغيرات الدالة g على \mathbb{R} .

2. بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلا في \mathbb{R} ، ثم تحقق أن $-2.2 < \alpha < -2.1$.

3. استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كماليي : $f(x) = \frac{1-xe^x}{e^x+1}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ - ثم فسر النتيجة هندسيا .

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{e^{-x}-x}{e^{-x}+1}$ ، ثم أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ- تتحقق أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty]$: $f(x) + x = \frac{1+x}{e^x+1}$

ب- استنتاج ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ج- استنتاج الوضعيية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

د- بين أن : $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$ ثم استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4. أ- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $0.5 < \beta < 0.6$

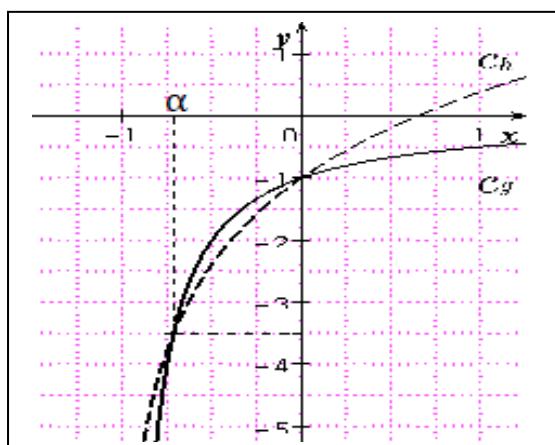
ب- أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

ج- ليكن m عدد حقيقي موجب تماما

ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $1 - (x + \ln m)e^x - \ln m = 0$

التمرين الثالث(5 نقاط) :

أ. g و h دالتان عدديتان معرفتان على : $[-1; +\infty]$ ب: $g(x) = \frac{-1}{x+1}$ و $h(x) = -1 + 2 \ln(x+1)$ كما في الشكل المقابل :



1. بين أن المعادلة: $g(x) = h(x)$ تقبل حلين أحدهما معروف والآخر α حيث : $-0.8 < \alpha < -0.7$

أ) حدد بيانياً الوضعيّة النسبيّة للمنحنين (C_g) و (C_h) .

ب) استنتج إشارة : $g(x) - h(x)$ على المجال $[-1; +\infty]$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $D = [-1; 0] \cup [0; +\infty]$

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$$

تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(J, i; o)$.

1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

ب) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتائج بيانيا.

2. أ) أثبت من أجل كل عدد حقيقي x من D أن : $f'(x) = \frac{g(x)-h(x)}{x^3}$

ب) استنتاج إشارة $(x')' f$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$

4. أنشئ (C_f) و المستقيمات المقاربة (نأخذ: -2.5)

5. نعتبر الدالة k المعرفة على D ب: $k(x) = \ln|f(x)|$

1- عين إشارة الدالة f من أجل كل x من .

2- عين $(x')' k$ بدالة $(x')' f$ و $(x')' f$ ثم استنتاج إشارة $(x')' k$.

3- شكل جدول تغيرات الدالة k .

نجاحكم يسعدنا

أساتذة المادة



التمرين الأول(04ن):

اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التبرير:

1. مجموعة حلول المتراجحة $1 \leq e^{x^2-1}$ هي:
 ج - $[-\infty; -1] \cup [1; +\infty]$ ب - $[-1; 1]$ أ - $[-\infty; 1]$

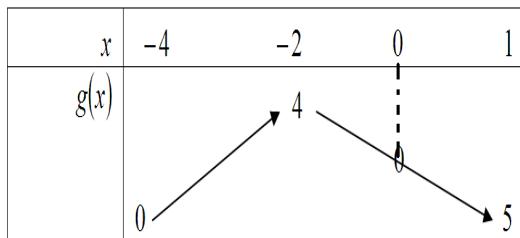
2. حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 4$ الذي يحقق $y(0) = 2022$ هو الدالة المعرفة على \mathbb{R} :
 ج - $h(x) = 2020e^{-x} + 4$ ب - $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$ أ - $h(x) = 2020e^{-2x} + 2$

3. الدالة العددية f معرفة وقابلة للاشتاقاق على \mathbb{R} :
 ج - $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$ ب - $f'(x) = e^{-x} + \frac{1}{2}$ أ - $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$

4. الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} : $k(x) = \frac{e^{x+1}}{e^{2x} + 1}$ هي دالة:
 ج - لا فردية ولا زوجية ب - زوجية أ - فردية

التمرين الثاني(04ن):

دالة معرفة بجدول تغيراتها



1. اوجد حلول المعادلتين $g'(x) = 0$ ، $g(x) = 0$

2. عين إشارتي $g(x)$ و $g'(x)$
 3. $h(x) = [g(x)]^2$ دالة معرفة على المجال $[-4; 1]$:
 أ - أحسب $h'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$

ب - شكل جدول تغيرات الدالة h على المجال $[-4; 1]$

4. k دالة معرفة على $[-4; 1] \cup [0; 1]$: $k(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$

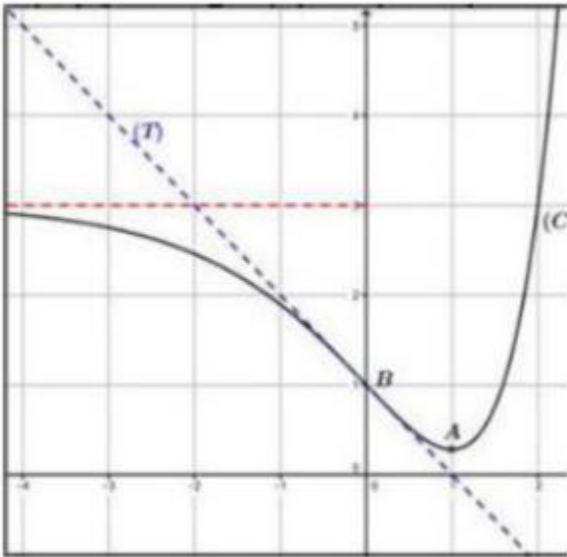
أ - أحسب $k'\left(\frac{-1}{2}\right)$ ثم $k\left(\frac{-1}{2}\right)$

التمرين الثالث(05ن):

f دالة معرفة على \mathbb{R} بمنحناها البياني (C_f) الذي يشمل النقطة $(T) (1; 3 - e)$ ، $A (0; 1)$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$

في النقطة $B (0; 1)$ كما هو مبين في الشكل المقابل

قراءة بيانية:



1. عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. عين $f''(0)$, $f'(0)$, $f'(1)$, $f(0)$
3. احسب $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - 3 + e}{x - 1} \right)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f'(x) + 1}{x} \right)$$
4. شكل جدول تغيرات الدالة f
5. اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة B .
6. وسيط حقيقي، نقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة:

$$f(x) + m - 3 = 0$$

7. لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = f(2 - |x| + 1)$
- (أ) بين أن g دالة زوجية.

(ب) اشرح كيف يمكن إنشاء منحني الدالة g انطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه.

التمرين الرابع(70ن):

1. g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = x - 1 + e^{-x}$.
 1. ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
 - أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد معدوم.
2. تعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* بـ $f(x) = \ln(x - 1 + e^{-x})$.
 - أ/ أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - ب/ أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
 - أ/ أثبت أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f(x) = -x + \ln(xe^x - e^x + 1)$.
4. استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً (Δ) بجوار ∞ يطلب تعين معادلته.
 - ج/ ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
 - د/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين (C_f) و (C_{\ln}) ؟
 - ب/ ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمنحني (C_{\ln}) .
5. بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α ; β حيث: $1.8 < \beta < 1.9$ - $1.2 < \alpha < 1.1$.
6. أ/ اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.
 - ب/ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنيين (C_f) و (C_{\ln}) .

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (٥٥ نقط):

لكل سؤال ثلاثة إجابات، إجابة واحدة منها صحيحة، المطلوب: تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

السؤال	الرقم	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة جـ
$u_0 = e^3$ و (v_n) مترافقان على \mathbb{N} بـ: $v_n = \ln(u_n)$ و $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$: $v_n = \ln(u_n) - 2$	01	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ تقبل محور تناظر معادلته:	02	$x=1$	$x=-1$	$x=2$
إذا كانت عبارة مشتقة دالة f على \mathbb{R} هي: $f'(x) = f(3x)$ وكان: $h(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$	03	$h'(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2 + 3}$
فـ f حلا في \mathbb{R} للمعادلة التقاضية: $y' + 6y - 2 = 0$ و (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس، المنحنى (C) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا معادلته:	04	$y = -\frac{1}{3}$	$y = \frac{1}{3}$	$y = -\frac{1}{2}$

التمرين الثاني (٦٠ نقط):

$$f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad \text{دالة معرفة على } I = [-1; 0] \cup (-\infty, -1] \quad (I)$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس كما هو مبين في الشكل (الوثيقة المرفقة).

1 / بقراءة بيانية: شـكل جدول تغيرات الدالة f .

$$g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad \text{دالة معرفة على المجال } [0; +\infty) \quad \text{كما يلي:}$$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) برهن أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعبيين معادلة له.

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة g و أنشئ جدول تغيراتها.

$$k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad \text{دالة معرفة على } \mathbb{R} - \{-1\} \quad \text{كما يلي:} \quad (II)$$

(C_k) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس.

أ) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h)-k(0)}{|h|}$ ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2 / أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى (C_k) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

3 / أرسم (Δ_1) و (Δ_2) . (الإنشاء على الوثيقة المرفقة تعاد مع ورقة الإجابة)

التمرين الثالث (09 نقاط):

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty]$ بـ: $g(x) = x^2 + 2 \ln x$.

1 / ادرس تغيرات الدالة g .

2 / بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً β حيث: $0.75 < \beta < 0.76$. ثم استنتاج حسب قيم x إشارة $(g(x))$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0; +\infty]$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$.

نسمى (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}; \bar{j})$.

1 / أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

ب) * بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم

ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

2 / أ) * أثبت أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب) * استنتاج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3 / أ) * بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له.

ب) * ارسم المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

4 / عدد حقيقي، عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $-mx + 2 + 2 \ln x = 0$ حلّين مختلفين موجبين.

III) α عدد حقيقي موجب تماماً. نعتبر الدالة f_α المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ: $f_\alpha(x) = 1 - x + \frac{\alpha}{x}(1 + \ln x)$.

نسمى (C_α) تمثيلاً بياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}; \bar{j})$.

1 / أثبت أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعين إحداثياتها.

2 / نعتبر النقط $B\left(1; \frac{2 \ln \alpha}{\alpha}\right)$ و $C\left(-2\alpha; 2\alpha - 2\right)$ ولتكن G مرجح الجملة المثلثة:

$\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$

أ) * عين بدلالة α إحداثياتي النقطة G_α .

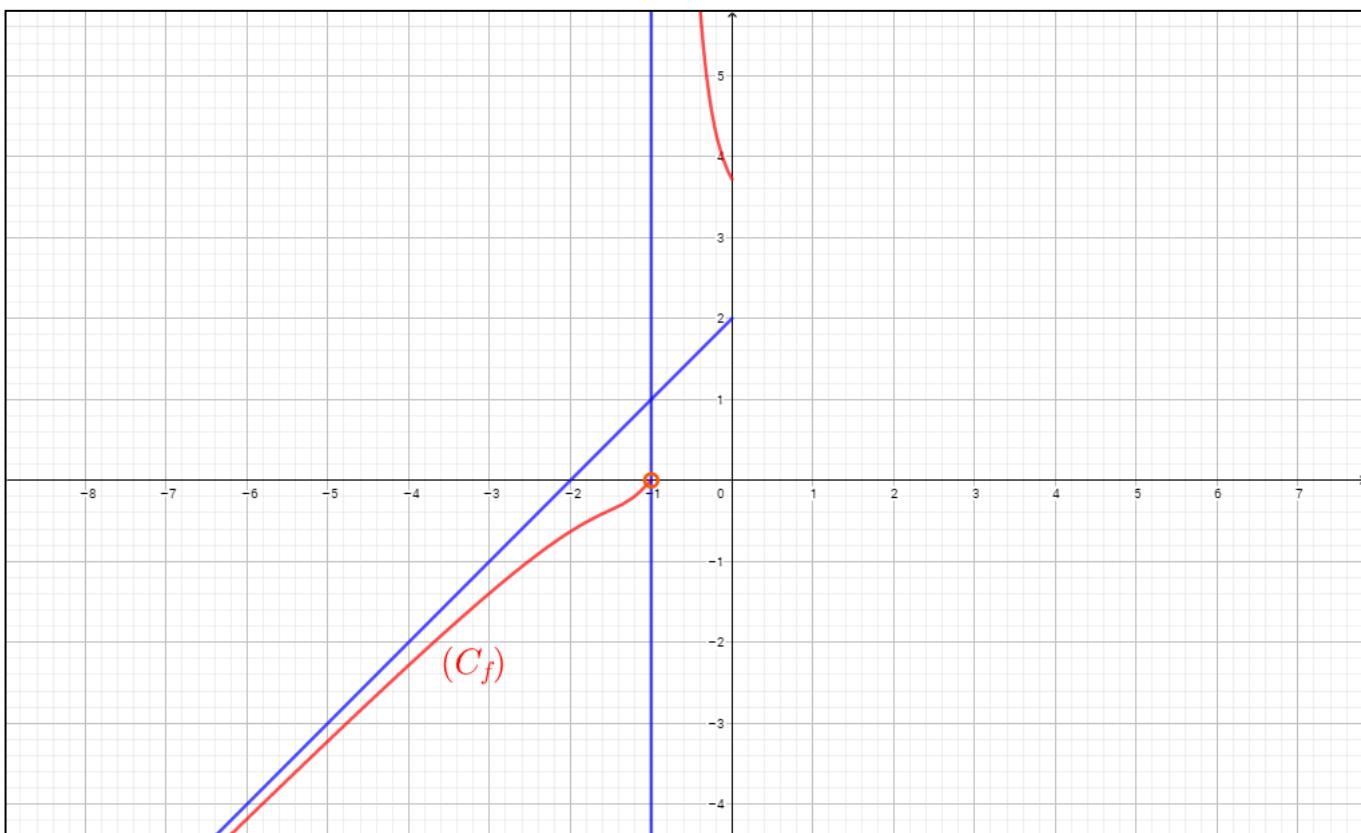
ب) * استنتاج مجموعة النقاط G_α عندما يمسح العدد α المجموعة \mathbb{R}_+^* .

بال توفيق

الوثيقة المرفقة:

الإسم و اللقب :

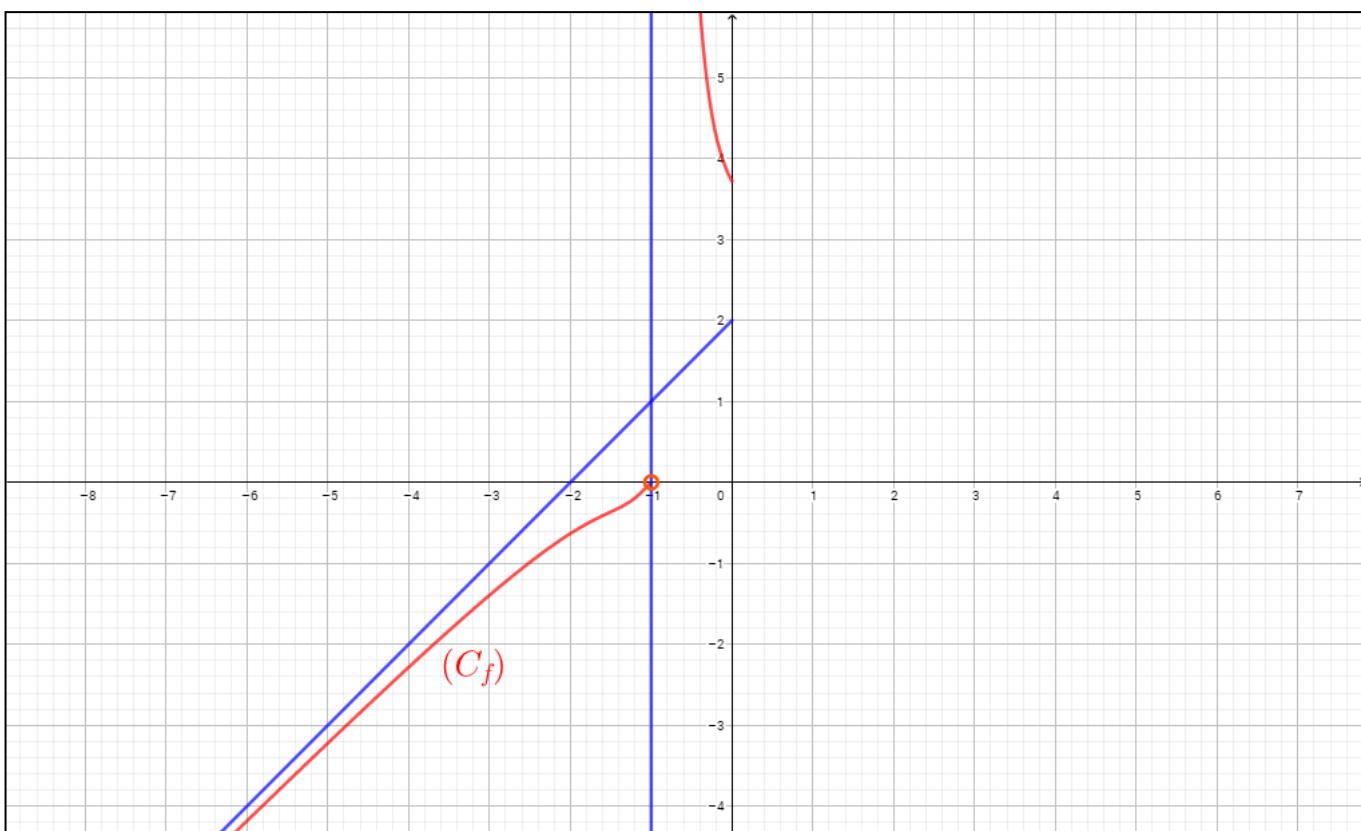
القسم :



القسم :

الإسم و اللقب :

الوثيقة المرفقة:



تصحيح اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

$$D_g = [0; +\infty[, \quad g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} / 2$$

أ) حساب نهاية g عند $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \right) = -\infty$$

ب) إثبات أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$

و تعيين معادلة له :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{e^{\frac{1}{x+1}}}{x} \right) = -1 \quad \text{لدينا :}$$

و منه $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + e^{\frac{1}{x+1}} \right) = 2$. $y = -x + 2$ معادلة (Δ) عند $+\infty$ مقاربا مائلا

ج) دراسة اتجاه تغير الدالة g :

نقبل الاشتتقاق على المجال $[0; +\infty[$ و دالتها المشقة g' حيث

$$g'(x) = - \left(1 + \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{1}{x+1}} \right)$$

إذن من أجل كل x من $[0; +\infty[$ $g'(x) < 0$. ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $[0; +\infty[$

جدول التغيرات :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	
$g(x)$	$1+e$	$-\infty$

$$\therefore D_k = \mathbb{R} - \{-1\} , \quad k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad (II)$$

$$\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} \quad \text{و} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} \quad \text{حساب (أ) / (I)}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(-1 + \frac{e^{\frac{-h}{h+1}} - 1}{\frac{-h}{h+1}} \times \frac{-e}{h+1} \right) = -1 - e$$

التمرين الأول:			
سؤال 4	سؤال 3	سؤال 2	سؤال 1
ب	ج	أ	أ

التبير:

: $n \in \mathbb{N}$ من أجل كل (1)

$$v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) - 2 = \ln(e\sqrt{u_n}) - 2$$

$$= \ln e + \ln \sqrt{u_n} - 2 = -1 + \frac{1}{2} \ln u_n = \frac{1}{2} (\ln u_n - 2) = \frac{1}{2} v_n$$

(2) من أجل كل عدد حقيقي x حيث $(1+x) \in \mathbb{R} - \{1\}$ فإن:

$$(1-x) \in \mathbb{R} - \{1\}$$

نبين أن : $f(1+x) = f(1-x)$

$$f(1-x) = (1-x)^2 + 2(1-x) - \ln(1-x-1)^2$$

$$= 1 - 2x + x^2 - 2 + 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots \dots (1)$$

$$f(1+x) = (1+x)^2 - 2(1+x) - \ln(1+x-1)^2$$

$$= 1 + 2x + x^2 - 2 - 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر لـ (C_f)

(3) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$$h'(x) = [f(3x)]' = 3f'(3x)$$

$$= 3 \left(\frac{1}{(3x)^2 + 3} \right) = \frac{3}{9x^2 + 3} = \frac{1}{3x^2 + 1}$$

لدينا : $y' = -6y + 2$ تكافئ : $y' + 6y - 2 = 0$

حلول المعادلة التفاضلية : $y' = -6y + 2$ في \mathbb{R} هي الدوال

$$y \text{ حيث: } y = ce^{-6x} + \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ce^{-6x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

التمرين الثاني:

$$I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0] , \quad f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad (I)$$

1 / تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	-1	0
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

صفحة 01 من 03

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $[0; +\infty]$

*جدول التغيرات:

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2/ تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلأً وحيدا β

حيث $0.75 < \beta < 0.76$: g مستمرة ومتزايدة تماما على $[0; +\infty]$ فهي مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[0.75; 0.76]$

و $g(0.75) \approx -0.013$ و $g(0.76) \approx 0.029$ إذن $g(0.75) \times g(0.76) < 0$

القيم المتوسطة المعادلة (Δ) وحيدا β حيث $\beta < 0.76$

3/ إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty]$

$$f(x) = 1 - x + \frac{2}{x} (1 + \ln x) \quad (II)$$

$$D_f = [0; +\infty[$$

1/ حساب نهايتي f عند 0 و $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

ب* نبين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا

معادلته $y = -x + 1$ عند $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x} (1 + \ln x) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x} \right] = 0$$

* دراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

لدينا $[f(x) - (-x + 1)] = \frac{2}{x} (1 + \ln x)$ ومنه

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$1 + \ln x$	-	0	+

إشاره الفرق هي من إشاره

إذن (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $[\frac{1}{e}; +\infty[$

وتحت (Δ) على المجال $[0; \frac{1}{e}[$ و (C_f) يقطع

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h+1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(1 + \frac{e^{\frac{-h}{h+1}} - 1}{\frac{-h}{h+1}} \times \frac{-e}{h+1} \right) = 1 - e \end{aligned}$$

الاستنتاج:
لدينا:

إذن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$
الدالة k لا تقبل الاشتباك عند 0.

ب) التفسير الهندسي:

بما أن الدالة k قابلة للإشتقاق عند 0 من اليمين ومن اليسار فإن منحنى الدالة k يقبل نصفى مماسين عند النقطة التي فاصلتها 0 ومنه النقطة $O(0; e+1)$ هي نقطة زاوية.

2/ كتابة معادلتى نصفى المماسين (Δ_1) و (Δ_2)

للمنحنى (C_k) عند النقطة التي فاصلتها 0 :

$$(\Delta_1): y = (1-e)x + e + 1 \quad ; \quad x \leq 0$$

$$(\Delta_2): y = (-1-e)x + e + 1 \quad ; \quad x \geq 0$$

3/ رسم (Δ_1) و (Δ_2) :

لدينا

$$\begin{cases} k(x) = f(x) & ; \quad x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0] \\ k(x) = g(x) & ; \quad x \in [0; +\infty[\end{cases}$$

ومنه (C_f) ينطبق على (Δ_1) على المجالين

$$(C_g) \text{ ينطبق على } (C_k) \text{ على المجال }]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$$

على المجال $[0; +\infty[$.

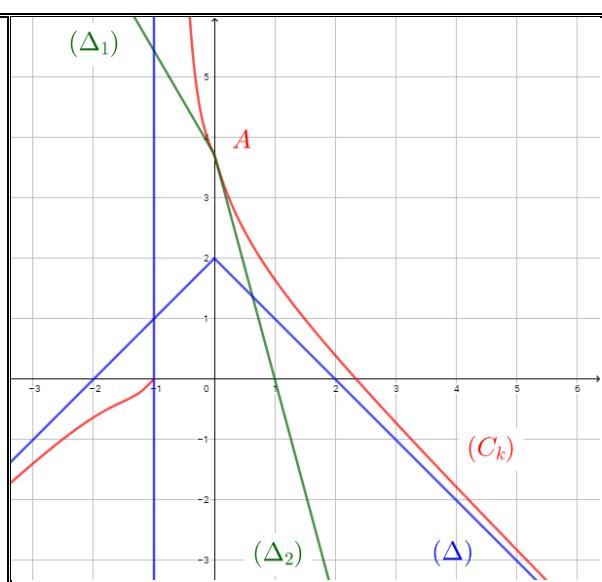
(Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $\left(\frac{1}{e}; \frac{-1+e}{e}\right)$

أثبات انه من أجل كل x من D_f :

$$f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$$

الدالة f قابلة للإشتقاق على D_f و دالتها المشتقة f' حيث :

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1 + \left[\frac{-2}{x^2}(1 + \ln x) + \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{x} \right] \\ &= -1 - \frac{2}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2} + \frac{2}{x^2} = -\frac{(x^2 + 2 \ln x)}{x^2} = \frac{-g(x)}{x^2} \end{aligned}$$



التمرين الثالث:

دالة معرفة على $[0; +\infty]$:

$$g(x) = x^2 + 2 \ln x$$

دراسة تغيرات الدالة g :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty^*$$

g قابلة للإشتقاق على $[0; +\infty]$ و :

$$g'(x) = 2x + \frac{2}{x} > 0$$

صفحة 02 من 03

α عدد حقيقي موجب تماماً نعتبر الدالة f_α المعرفة على المجال $[0; +\infty]$:

$$f_\alpha(x) = 1 - x + \frac{\alpha}{x}(1 + \ln x)$$

أثبات أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل

نقطة ثابتة :

$$\text{معناه } y = f_\alpha(x)$$

$$y = 1 - x + \frac{\alpha}{x}(1 + \ln x)$$

$$(y - 1 + x) - \alpha \left(\frac{1 + \ln x}{x} \right) = 0 \quad \text{معناه}$$

تكون العبارة محققة من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً α إذا كان: $y - 1 + x = 0$ و $y = 1 - x$

$$-\frac{\ln x + 1}{x} = 0$$

$$y = \frac{e-1}{e} \quad \text{و} \quad x = \frac{1}{e}$$

ومنه جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة

$$\Omega \left(\frac{1}{e}; \frac{e-1}{e} \right) \quad \text{هي النقطة}$$

ب / استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

من أجل كل x من D_f لدينا : إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$ وهي :

x	0	β	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

* جدول تغيرات الدالة f :

x	0	β	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\beta)$	$-\infty$

أ / * نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) :

يواري (Δ) :

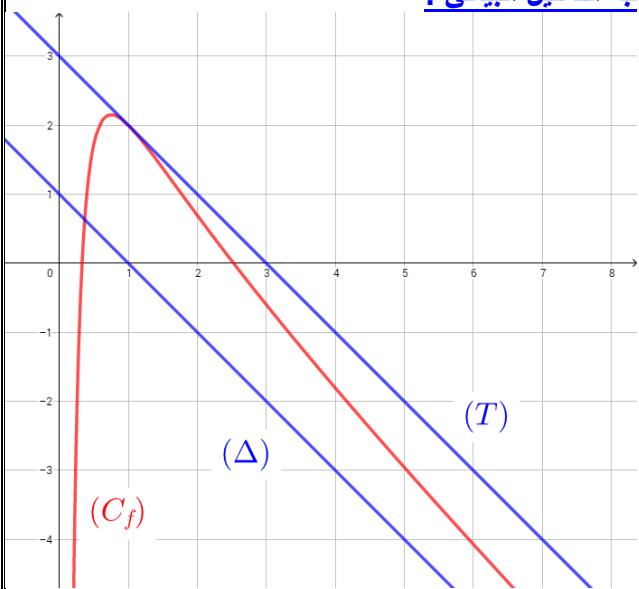
$$\frac{-g(x)}{x^2} = -1 \quad \text{معناه } f'(x) = -1$$

$$\text{معناه: } \ln x = 0 \quad \text{و منه: } x = 1$$

إذن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ)

عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$ معادلته $y = -x + 3$

ب* التمثيل البياني :



4/ تعين قيمة العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة

(E): $-mx + 2 + 2 \ln x = 0$ حلين مختلفين موجبين:

$$m = \frac{2}{x}(1 + \ln x) \quad \text{يكافى} \quad -mx + 2 + 2 \ln x = 0$$

$$\begin{aligned} \text{أى أن } m &= f(x) - 1 + x \\ f(x) &= -x + m + 1 \end{aligned}$$

حول هذه المعادلة هي فوائل نقاط تقاطع المنحني $y = -x + m + 1$ مع المستقيمات ذات المعادلة $y = -x + m + 1$:

الموازية لـ (T) و (Δ) ومنه نجد:

المعادلة (E) تقبل حللين متمايزين موجبين تماماً : من $.m \in]0; 2[$ أى $m + 1 \in]1; 3[$ أجل

و $B\left(1; \frac{2 \ln \alpha}{\alpha}\right)$, $A\left(-2; \frac{4}{\alpha}\right)$ لدينا لدينا نقطة α احداثي بدالة G_α مررج الجملة المثلقة :

$$\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$$

أتعين بدلالة α احداثي النقطة G_α

$$x_G = \frac{1(-2) + 2(1) + (-1)(-2\alpha)}{2}$$

$$y_G = \frac{1\left(\frac{4}{\alpha}\right) + 2\left(\frac{2 \ln \alpha}{\alpha}\right) + (-1)(2\alpha - 2)}{2}$$

$$\begin{cases} x_G = \alpha \\ y_G = 1 - \alpha + \frac{2}{\alpha}(1 + \ln \alpha) \end{cases} \quad \text{ومنه}$$

$$G_\alpha\left(\alpha; 1 - \alpha + \frac{2}{\alpha}(1 + \ln \alpha)\right)$$

ب* استنتاج مجموعة النقط G_α عندما يمسح

العدد α المجموعة

لدينا احداثيات G_α

$$\begin{cases} x_G = \alpha \\ y_G = 1 - \alpha + \frac{2}{\alpha}(1 + \ln \alpha) \end{cases} \quad \text{معناه}$$

$$\begin{cases} x_G = \alpha \\ y_G = f(\alpha) \end{cases}$$

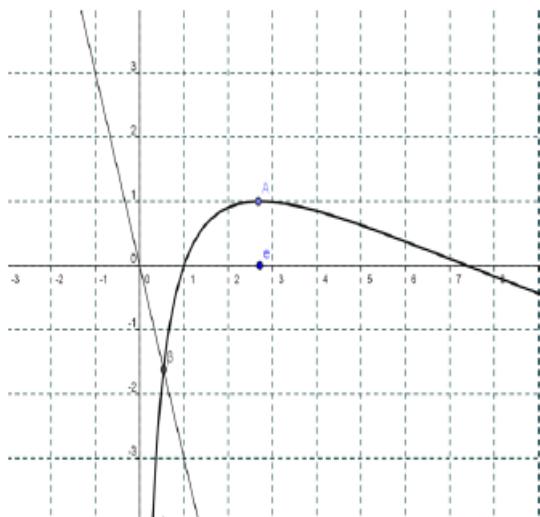
ومنه : $y_G = f(x_G)$ وهذا يعني أن مجموعة

النقط G_α عندما يمسح العدد α المجموعة \mathbb{R}_+^*

هي جميع نقط المنحنى (C_f)

التمرين الأول: (07.5ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = a(\ln x)^2 + b \ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعمد ومتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -3x$ (كما هو مبين في الشكل المقابل) المنحنى (C_g) يقبل عن النقطة $A(e, 1)$ ماساً أفقياً.



1. عين (g') بدلالة a و b

2. بين أن: $a = -1$ و $b = 2$

3. أ) عين بيانياً الوضع النسبي للمنحنى (C_g) وللمستقيم (Δ)
 بـ β هي فاصلة نقطة تقاطع للمستقيم (Δ) والمنحنى (C_g)

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $h(x)$ حيث:

$h(x) = g(x) + 3x$ معرفة على نفس المجال السابق)

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ فإن:

2. استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$

التمرين الثاني (12.5ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$ ، $g'(x)$ تغيرات الدالة g

2. استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \geq 0$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعمد ومتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = x-1$

أ) بين أن النقطة I ذات الاحداثيات $(2;3)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة α فاصلتها حيث: $0 < \alpha < 0.2$

أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل ماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يتطلب تعين معادلة ديكارتية له.

ب) أحسب $f(-1)$ ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f)

6. نقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$(E) \dots \dots \dots xe^{-x+2} - 1 - m = 0$$

الترin الأول: (07.5ن)لكل سؤال اقتراح واحد صحيح عينه مع التعليل

1. العبارة $\ln(2-\sqrt{3})^{2024} + \ln(2+\sqrt{3})^{2024}$ تساوي: ج) 0 ب) 1 أ) $\ln(2-\sqrt{3})^{2024} + \ln(2+\sqrt{3})^{2024}$

2. الدالة f المعرفة على من أجل كل عدد حقيقي موجب بالعبارة: $f(x) = \sqrt{e^{\sqrt{x}}}$ قابلة للاشتقاء على المجال $[0; +\infty]$ و

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} \quad (\text{ج}) \quad f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{e^{\sqrt{x}}}} \quad (\text{ب}) \quad f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{xe^{\sqrt{x}}}} \quad (\text{أ})$$

3. f و g دالتان معرفتان على المجال $[0; +\infty]$ و \mathbb{R} على الترتيب بـ: $f(x) = g(\ln \sqrt{x})$ فإن:

$$f'(x) = 3e^{3\sqrt{x}} \quad (\text{ج}) \quad f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x} \quad (\text{ب}) \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (\text{أ})$$

4. الدالة f المعرفة على $[-\infty; -1] \cup [1; +\infty]$ بـ: $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ الدالة

أ) دالة زوجية ب) دالة فردية ج) دالة لا زوجية ولا فردية

5. مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2 \ln 2$ هي: ج) $[\ln 2; \ln 3]$ ب) $[-3; 2]$ أ) $[1; 2]$

الترin الثاني (12.5ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$,

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \geq 0$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعمد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = x-1$

4. أ) بين أن النقطة I ذات الاحداثيات $(2;3)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة α فاصلتها حيث: $0 < \alpha < 0.2$.

5. أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل ماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعين معادلة ديكارتية له.

ب) أحسب $f(-1)$ ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f)

6. نقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$(E) \dots \dots \dots xe^{-x+2} - 1 - m = 0$$

السنة الدراسية: 2018/2017

مديرية التربية لولاية تامنougشت - ثانوية الشيخ أمود

المدة: ثلاثة ساعات

المستوى: الثالثة علوم التجريبية

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (4 نقاط) :

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة عين الإجابة الصحيحة مع التبرير

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} & : x \neq 0 \\ g(0) = \alpha \end{cases} \quad (1)$$

هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} يعني ان g مستمرة على \mathbb{R}

$\alpha = 3$ (ج) $\alpha = 0$ (ب) $\alpha = 1$ (أ)

(2) دالة معرفة على \mathbb{R} $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ من أجل كل عدد حقيقي x :

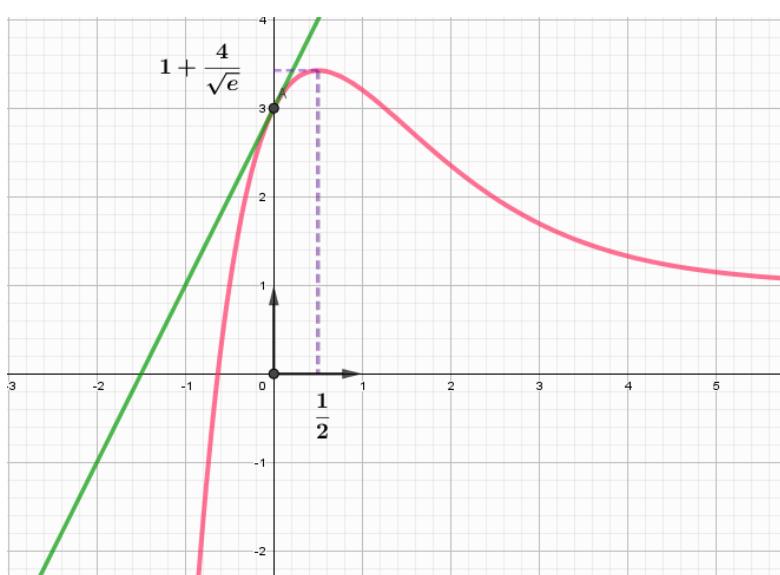
$f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$ (ج) $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ (ب) $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ (أ)

(3) المعادلة التفاضلية من الشكل $f(x) = 3e^{-2x} + 4$ و التي حلها $y' = ay + b$ هي

$2y = y' + 8$ (ج) $y' + 2y - 8 = 0$ (ب) $y' = -2y + 8$ (أ)

(4) h دالة معرفة على \mathbb{R} $h(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$ تقبل حلاً وحيداً α حيث

$1,59 < \alpha < 1,60$ (ج) $1,61 < \alpha < 1,62$ (ب) $1,60 < \alpha < 1,61$ (أ)



التمرين الثاني (4 نقاط) :

(1) دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على \mathbb{R} تمثيلها البياني (C_f) في معلم متعمد ومتجانس و (T) ماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0 ; 3)$.

بقراءة بيانية أحسب عن الأسئلة التالية

(1) أحسب $f'(0)$ و $f(0)$

ثم أكتب معادلة الماس.

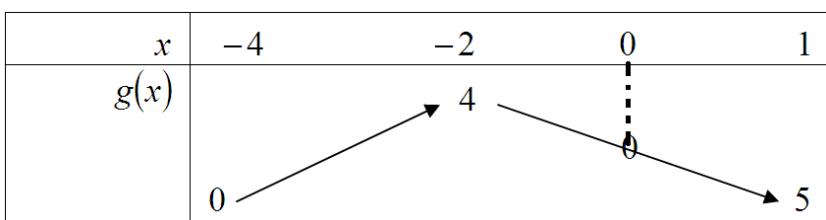
(2) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون للمعادلة

$$f(x) = 1 + m$$

(4) نضع $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$ حيث a و b عددين حقيقيين باستعمال السؤال (1) عين عددين a و b ثم عبارة $f(x)$.

التمرين الثالث (5 نقاط)



8 الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي

أ) أوجد حلول المعادلين $g'(x)=0$ و $g(x)=0$

ب) عين إشارتي $g'(x)$ و $g(x)$.

3) $h(x)=[g(x)]^2$ دالة معرفة على $[-4;1]$ بـ

أ- أحسب $h'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة h دالة على $[-4;1]$

$$k(x)=g\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{بـ } [-4;0] \cup [0;1] \quad 4) \quad k \text{ دالة معرفة على } [-4;0] \cup [0;1] \quad \text{أحسب } k'\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ ثم } k\left(-\frac{1}{2}\right)$$

. $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم أكتب معادلة الماس للمنحنى (C_k) عند النقطة ذات الفاصلة

التمرين الرابع (7 نقاط) :

f دالة معرفة على $[-1;+\infty) \cup (0;+\infty)$ تمثيلها البياني في معلم

متعاوٍد و متجانس.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1] \cup [0;+\infty[$ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أثبتت انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;+1] \cup [0;+\infty[$ فسر النتيجة بيانيا

4) أثبتت ان المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

5) برهن انه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يُعادل المستقيم (Δ) (الذى معادلته $3x-5y=0$) ثم أكتب معادلة الماس (T) .

6) أرسم (C_f) و (Δ) و (T) .

7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=m-1$

مع تمنيات أستاذة المادة - بالتوفيق و النجاح



اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرин الأول: ((10 ن))

حل في \mathbb{R} المعادلات و المتراجحات التالية: (1) $e^{2x} > 2 - e^x$ و (2) $e^{-2x+1} - 1 = 0$

$$\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2\ln 2 \quad (4) \quad \text{و} \quad \ln(x-1)(x+2) = 2\ln 2 \quad (3)$$

$$-2 \cdot 9^x \cdot 5 \cdot 3^x = 2 \quad (7) \quad \text{و} \quad \log x < \log(1-x) \quad (6) \quad \log x = 0,1 \quad (5)$$

1. احسب التكامل التكاملي $I_2 = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx$. ليكن $I_1 = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$ ثم استنتج قيمة I_2 .

بسط الأعداد التالية دون استعمال الحاسبة: $c = \sqrt[5]{3} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[15]{3^{12}}$ $b = \sqrt[3]{4096}$ $a = \sqrt[9]{521}$

التمرين الثاني: ((10 ن))

الجزء الأول: تعتبر المعادلتين التفاضلتين : (E_1) : $y' = 2y$ و (E_2) : $y' = y$

أ) حل المعادلتين : $(E_1), (E_2)$

ب) عين الحل الخاص f_1 للمعادلة (E_1) بحيث : $f_1'(0) = 1$

ج) عين الحل الخاص f_2 للمعادلة (E_2) بحيث : $f_2'(0) = 2$

الجزء الثاني: لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ :

التمثيل البياني للدالة g في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث :

أ) أدرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب) استنتاج وجود مستقيم مقارب (d) يطلب تعين معادلة له.

ت) أحسب $(x)' g$ ، أدرس إشارة $(x)' g$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

ث) أثبت أن المنحني (C) المثل للدالة g يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $0.6 < \alpha < 0.7$

ج) عين معادلة المماس (Δ) للمنحني (C) عند النقطة $(-1, 0)$.

ح) أنشئ المستقيمه (Δ) و المنحني (C) .

خ) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $e^{2x} - 2e^x - m = 0$

د) أحسب مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحني (C) ومحور الفواصل والمستقيمات التي معادلاتها $x = -3$ ، $x = \alpha$ ، $x = 0$.

ذ) لتكن الدالة $h: x \mapsto \ln x$ عين دستور الدالة $\varphi = g \circ h$ حيث:

المنحني البياني (C_φ) للدالة استناد إلى دالة مرجعية بسيطة و تحويل نقطي يطلب تعينه.



المستوى: 3 ع ت + 3 تقر
 المدة : 3 ساعة اختبار مادة الرياضيات للفصل الأول
التمرين الأول: (06ن)

ا. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعبارة التالية : $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x + c$
 تمثيلها البياني في المعلم المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (C_f) إذا علمت أن الدالة f متزايدة تماما على \mathbb{R} و المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها 1، ويشمل النقطة $B(0, -2)$ و يقبل عند النقطة $A(1, 0)$ مماس معادلته $y = 3x - 3$.

. 1) عين قيم الأعداد الحقيقية (a, b, c)

. 2) استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

, $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$. II. نضع

ونعتبر الدالة g المعرفة على $[0; 5]$ كما يلي: $g(x) = 4 \ln x + x^2 - 2x + 1 + \frac{4}{x}$
 1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.

2) بين انه من اجل كل x من $[0; 5]$:

3) استنتاج اشارة $g'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة g .

التمرين الثاني: (04ن)

1) نعتبر المعادلة التقاضية (1) ...
 $y' + 3y + 2 = 0$

(أ) أعط الحل العام للمعادلة (1)

(ب) عين الحل الخاص الذي يحقق $y(0) = 3$

2) انشر $e^{2x} - (e^2 + 1)e^x + e^2 = 0$ ثم حل المعادلة التالية في IR :

1) $\frac{1-e^{-3x}}{1+e^{-3x}} = \frac{e^{3x}-1}{e^{3x}+1}$ 2) $e^{-x} - e^{-5x} = \frac{e^{4x}-1}{e^{5x}}$

التمرين الثالث: (10ن)

أ. الدالة g معرفة على \mathbb{R} بـ :

1- ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حل وحيد α حيث $1,27 < \alpha < 1,28$ واستنتاج حسب

قيمة x إشارة $g(x)$

$$f(x) = \frac{e^x + x + 1}{e^x + 1} \text{ على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: ii.}$$

(C) تمثيلها البياني في المعلم المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (C_f)

$$(1) \text{ بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \text{ ثم فسر النتيجة هندسيا.}$$

$$(2) \text{ أ- أحسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f).

. (3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و ($'\Delta$) حيث ($'\Delta$) هو المستقيم ذو المعادلة $y = 1$.

$$(4) \text{ أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة } f \text{ .}$$

$$\text{ب- عين دون حساب } \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \text{ ثم فسر النتيجة هندسيا .}$$

ت- بين ان $f(\alpha) = \alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) أ- أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$

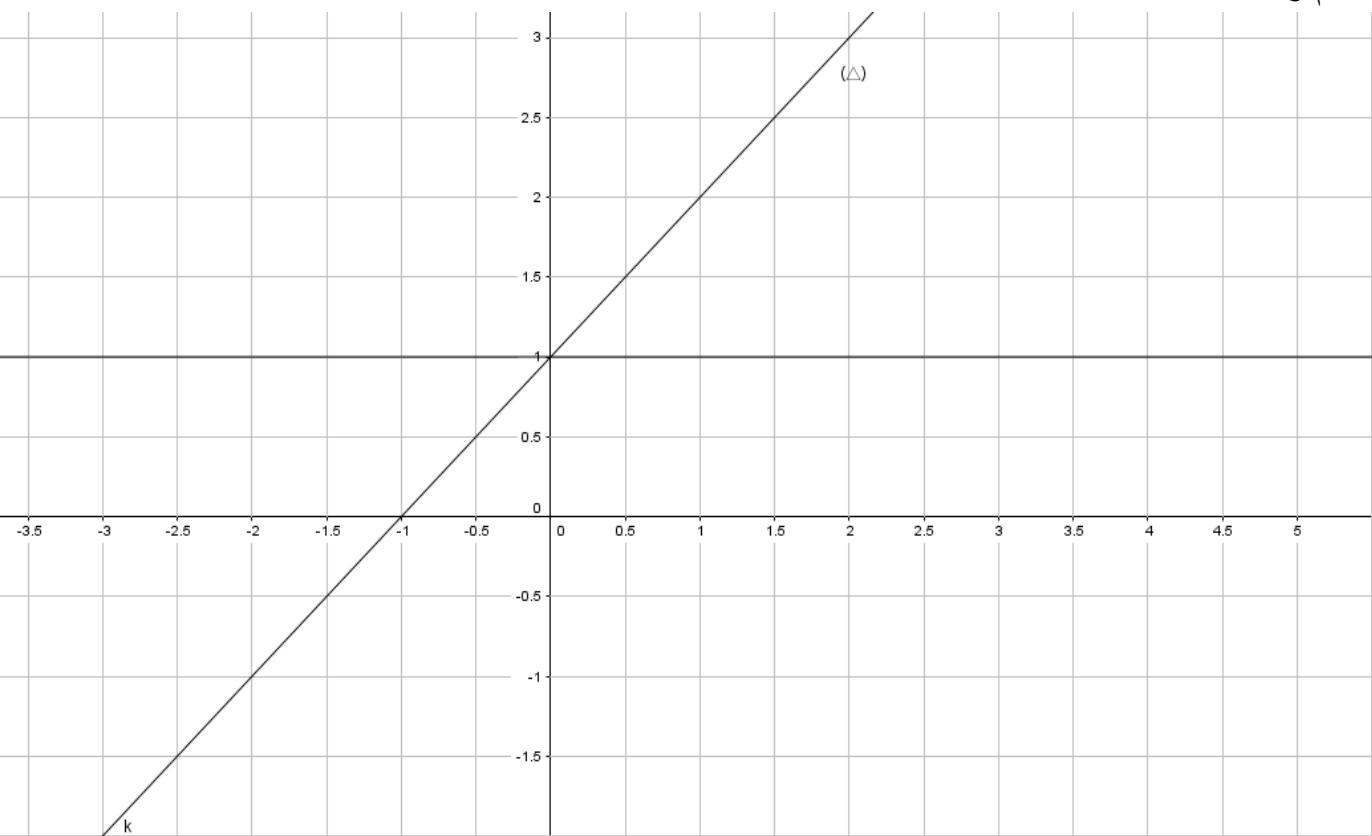
ب- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة $M(-\alpha, 0)$ موازياً للمستقيم

(Δ) واكتب معادلة (T)

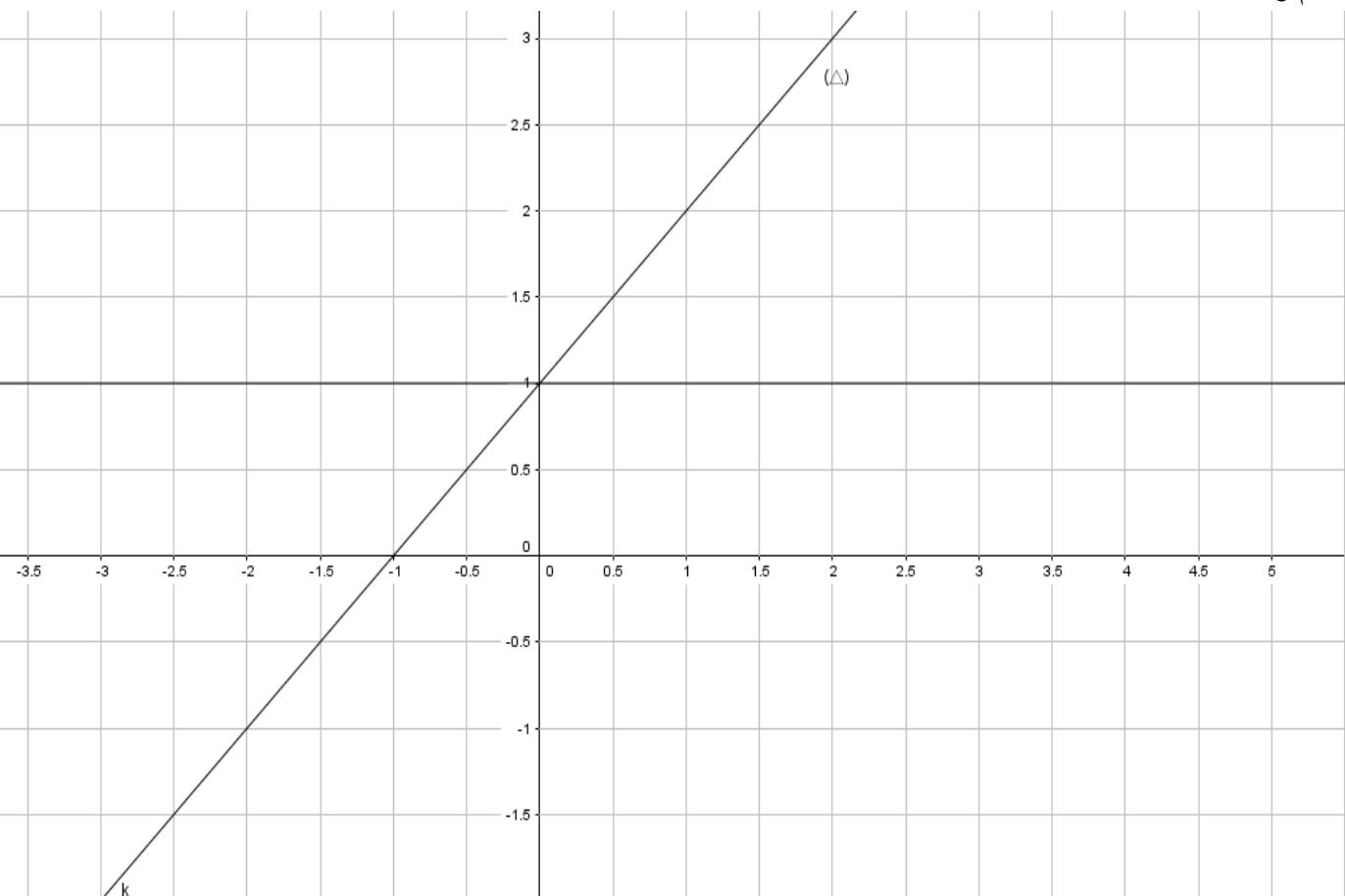
(6) ارسم (T) و (C_f).

(7) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$

الاسم ولقب:



الاسم ولقب:



** الاختبار الاول في مادة الرياضيات **

التمرين الأول:

$$g(x) = 2e^x - x - 2 \quad \text{دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كمالي: } \mathbf{1}$$

ادرس تغيرات الدالة g $\mathbf{1}$ ٢) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين حقيقيين احدهما معدوما و الآخر $\alpha < -1.5$: $\alpha < -1.6$ ٣) حدد اشارة x تبعا لقيم العدد الحقيقي $g(x)$

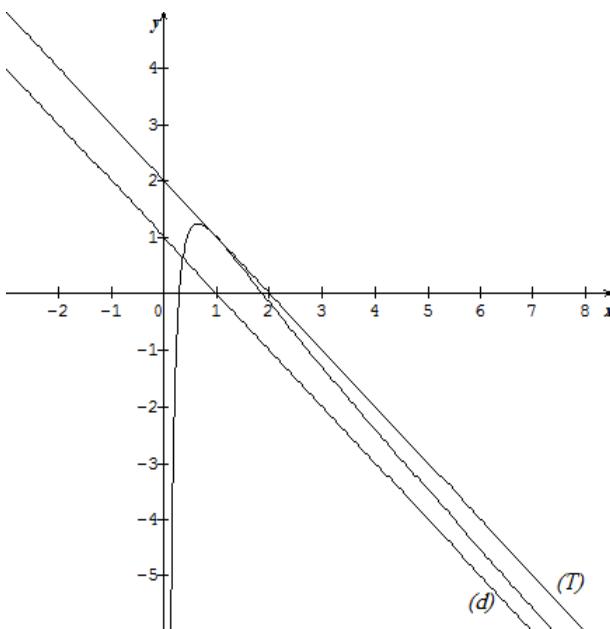
$$f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x \quad \text{دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ و } f(C) \text{ تمثيلها البياني في مستوى المنسوب الى مم كمالي: } \mathbf{2}$$

٤) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^x g(x)$ ادرس تغيرات الدالة f $\mathbf{2}$

$$\text{اثبت ان: } f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4} \quad \text{و استنتج حصرا له.} \mathbf{3}$$

٥) انشئ $C(f)$

$$m^2 e^{-2x} + x e^{-x} + e^{-x} - 1 = 0 \quad \text{نناقش بيانيا و حسب قيم العدد الحقيقي } m \text{ عدد و اشارة حلول المعادلة:} \mathbf{5}$$

التمرين الثاني:(C) التمثيل البياني للدالة f المبين في الشكل المقابل .٦) انشئ جدول تغيرات f $\mathbf{1}$ 

$$f(x) = ax + b + \frac{c + c \ln x}{x} \quad \text{نضع} \mathbf{2}$$

عين الاعداد الحقيقية : c, b, a اعتمادا على الشكل المقابل .

(3) احسب $(1)' f$ و استنتج معادلة المماس (T)

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع (C) و المستقيم (d_m) الذي معادلته $y = -x + m$

$H(x) = e^{f(x)}$ دالة معرفة على المجال $[0, +\infty]$ كمالي : (5)

• احسب $(H')'$ و استنتاج اتجاه تغير H

• عين جدول تغيرات H

التمرين الثالث :

و b عددين طبيعيان غير معدومين .

نضع : $y = 4a - 3b$ و $x = 7a - 5b$

(1) اثبت انه اذا كان d قاسما للعددين الطبيعيين a و b فان d قاسم للعددين الصحيحين x و y

(2) عين كل الثنائيات الطبيعية (a, b) التي تتحقق :

$$\begin{cases} (7a - 5b)(4a - 3b) = 1300 \\ PGCD(a, b) = 5 \end{cases}$$

الحل النموذجي لاختبار الفصل الاول لقسم 3 تقني رياضى

التمرين الاول : (8ن)

$$g(x) = 2e^x - x - 2 \quad (1)$$

$$g'(x) = 2e^x - 1$$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$- \ln 2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	ϕ	+
$g(x)$		$-1 + \ln 2$	$+\infty$

(2) g مستمرة و رتيبة (متناقصة تماما) على المجال $[-1.6, -1.5]$ و :

$$g(-1.6)g(-1.5) < 0$$

$$g(-1.5) \approx -0.05, g(-1.6) \approx 0.004$$

حسب مبرهنة القيمة المتوسطة يوجد α وحيد من $[-1.6, -1.5]$ حيث :

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$g(x)$	+	∅	-	∅

$$f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$$

$$f'(x) = e^x g(x)$$

: جدول تغيرات f ②

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	∅	-	∅
$f(x)$		$f(\alpha)$	0	$+\infty$

$$e^\alpha = \frac{\alpha + 2}{2} : \text{لدينا } g(\alpha) = 0 \quad ③$$

$$0.11 < f(\alpha) < 0.24 \quad , \quad f(\alpha) = \frac{-(\alpha^2 + 2\alpha)}{4}$$

(C) انشاء ④

$$f(x) = m^2 \quad ⑤$$

للمعادلة حل وحيد موجب $m \in [-\sqrt{f(\alpha)}, \infty)$

للمعادلة حلين $m = -\sqrt{f(\alpha)}$

للمعادلة ثلاثة حلول $m \in [-\sqrt{f(\alpha)}, 0]$

للمعادلة حل معذوم $m = 0$

للمعادلة ثلاثة حلول $m \in [0, \sqrt{f(\alpha)}]$

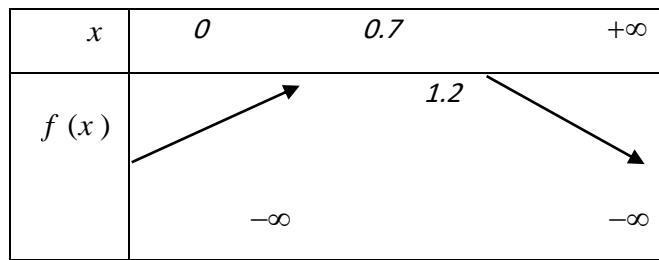
للمعادلة حلين $m = \sqrt{f(\alpha)}$

حل واحد موجب $m \in [\sqrt{f(\alpha)}, +\infty)$

للمعادلة حلين $m = \sqrt{f(\alpha)}$

حل واحد موجب $m \in [\sqrt{f(\alpha)}, +\infty)$

التمرين الثاني : (8ن)



تعيين الاعداد الحقيقة a, b, c من البيان : ②

$$f(x) = -x + 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$$

$$f(1) = 1, f'(1) = -1 \quad ③$$

$$(T) \text{ معادلة المماس } (T) : y = -x + 2$$

إذا كان : ④

$m \in]-\infty, 1[$ توجد نقطة تقاطع وحيدة

$m = 1$ توجد نقطة تقاطع وحيدة فاصلتها 1

$m \in]1, 2[$ توجد نقطتي تقاطع

$m \in]2, +\infty[$ لا توجد

$m = 2$ توجد نقطة تقاطع وحيدة

$$H'(x) = f'(x)e^{f(x)} \quad ⑤$$

لهمَا نفس اتجاه التغير fH

التمرين الثالث : (4ن)

اثبات انه اذا كان d قاسما للعددين الطبيعيين a و b فان d قاسم للعددين الصحيحين x و y (من الخواص) ①

ايجاد الثنائيات الطبيعية (a, b) التي تتحقق :

$$\begin{cases} (7a - 5b)(4a - 3b) = 1300 \\ PGCD(a, b) = 5 \end{cases}$$

بالتعمير $a' = 5a$ و $b' = 5b$ حيث a' و b' اوليان فيما بينهما نجد

$$(7a' - 5b')(4a' - 3b') = 52$$

$$D_{52} = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$$

$$(a, b) = (755, 1005)$$

أي ملاحظات أو مشاركات أخرى راسلونا

