

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

تجميعية مواضيع اختبار الفصل الأول للسنوات الثالثة  
الشعب العلمية

كل من ساهم بحرف واحد صدقة جارية له جزاه الله ألف خير  
ورزقه من نعم الدنيا والاخرة

جمع وتنسيق الأستاذة: مباركي فاطمة

Email: mebraki.math32@gmail.com

إمتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التبرير:

1. العدد  $e^{3\ln 2 - \ln \frac{1}{4}}$  يساوي:

ج-  $\frac{2\ln 2}{\ln \frac{1}{4}}$

ب-  $e^{3\ln(2 - \frac{1}{4})}$

أ- 32

2. مجموعة حلول المتراجحة  $e^{x^2-1} \leq 1$  هي:

ج-  $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$

ب-  $[-1; 1]$

أ-  $]-\infty; 1]$

3. حل المعادلة التفاضلية  $y' = -2y + 4$  الذي يحقق  $y(0) = 2022$  هو الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

أ-  $h(x) = 2020e^{-2x} + 2$       ب-  $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$       ج-  $h(x) = 2020e^{-x} + 4$

4. الدالة العددية  $f$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$  دالتها المشتقة  $f'$  هي:

ج-  $f'(x) = e^{-x} + \frac{1}{2}$

ب-  $f'(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} + 1$

أ-  $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$

5. إذا كان  $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$  فإن  $f'(x) = \dots$ :

ج-  $\frac{2x+1}{\ln(x^2 + x + 1)}$

ب-  $\frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$

أ-  $(2x+1)\ln(x^2 + x + 1)$

6.  $k$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $k(x) = \frac{e^{x+1}}{e^{2x} + 1}$  هي دالة:

ج- لا فردية ولا زوجية

ب- زوجية

أ- فردية

التمرين الثاني:

الجزء الأول

في الشكل المقابل ( $Cg$ ) التمثيل البياني للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (a + bx^2)e^{-x}$

(T) مماس ل ( $Cg$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 0

1. بقراءة بيانية :

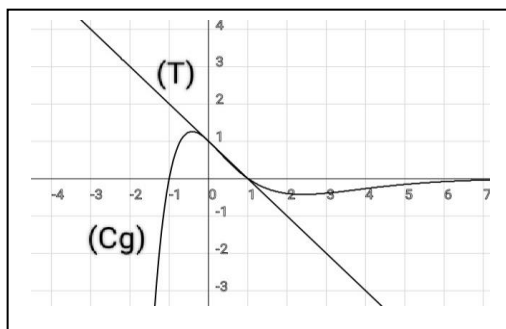
1. أكتب معادلة المماس (T)

2. عين  $g'(0)$  ,  $g(0)$  و  $g(-1)$

3. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

ثم استنتج إشارة  $g(x)$  ( حسب قيم  $x$  )

اقلب الصفحة



## الجزء الثاني

$f$  دالة معرفة على  $R$  ب:  $f(x) = (1+x)^2 e^{-x}$  .  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, i, j)$  .

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجموعة تعريفها.
2. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $R$  فإن :  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج إجه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .
3. عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$  , ثم فسر النتيجة هندسيا .
4. أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.
5. عين نقاط تقاطع  $(f)$  مع حامي محوري الإحداثيات .
6. أنشئ بيانيا  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :  $f(x) = m$  .

## التمرين الثالث:

أ. الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x^2 + \ln x$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0.6 < \alpha < 0.7$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln x}{x}$  :

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

(3) ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$  .

ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

(5) عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  ثم فسر النتيجة هندسيا

(6) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.

(7) أنشئ كلا من  $(\Delta)$ ،  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  علما أن  $f(\alpha) = 1.2$

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $\frac{1 + \ln x}{x} = m - 1$

المسـدة: 3 ساعة

يوم: 2024/12/02

التمرين الأول ( 6 ن): اختر الاجابة الصحيحة مع التبرير:

1. المعادلة  $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$  تقبل في  $\mathbb{R}$  .....

حلا واحدا	حلين	لا تقبل حلول
-----------	------	--------------

2. حل المعادلة التفاضلية  $y' = -2y + 2$  الذي يحقق  $y(0) = 2025$  هو الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ: .

$f(x) = 2024 e^{-x} + 1$	$f(x) = 2025 e^{-2x} - 1$	$f(x) = 2024 e^{-2x} + 1$
--------------------------	---------------------------	---------------------------

3. الدالة العددية  $f$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$  دالتها المشتقة  $f'$  هي:

$f'(x) = e^{-x} + \frac{1}{2}$	$f'(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} + 1$	$f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$
--------------------------------	---------------------------------	-------------------------------------

4. مجموعة حلول المتراجحة:  $\ln(2 - x) + \ln(x + 3) - \ln 4 \geq 0$  هي: .....

$S = [-2; 1]$	$S = ]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$	$S = [1; 2]$
---------------	---------------------------------------	--------------

5. إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 1} v(x) = 0$  فإن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v(e^{-3x} + 1)$  تساوي: .....

$+\infty$	0	1
-----------	---	---

6. الكتابة المبسطة للعدد  $A$  حيث:  $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2 \ln(e + 1)$  هي: .....

-1	0	1
----	---	---

التمرين الثاني ( 7 ن):

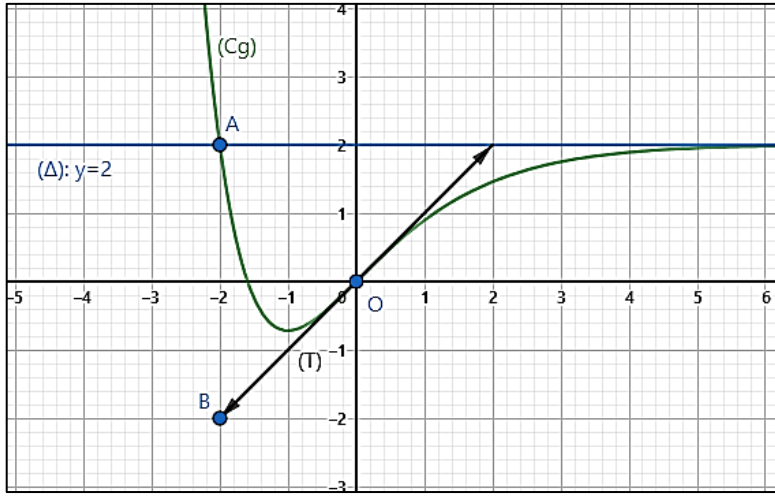
$g$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (ax + b)e^{-x} + c$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية. وليكن  $(C_g)$  التمثيل البياني للدالة  $g$  في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . المنحنى  $(C_g)$  يمر من النقطتين  $A(-2; 2)$ ،  $O(0; 0)$  ويقبل في النقطة  $O(0; 0)$  مماسا  $(T)$  يمر من النقطة  $B(-2; -2)$ ، كما أنه يقبل مستقيما مقاربا موازيا لحامل محور الفواصل معادلته  $y = 2$  بجوار  $+\infty$ .

(1) بقراءة بيانية:

أ) عين:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب) عين:  $g(0)$ ،  $g'(0)$  و  $g''(0)$  و  $g'(-1)$

ج) أكتب المعادلة الديكارتيّة للمماس  $(T)$ .



- (2) أحسب  $g'(x)$  بدلالة  $a$  و  $b$ .  
 (3) باستعمال المعطيات السابقة عين كلا من  $a, b, c$  ثم استنتج عبارة  $g(x)$   
 (4) شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .  
 (5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$ :  
 $g(x) = m + 3$

- (6) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = g(2 - |x|) + 1$   
 بين أن  $h$  دالة زوجية ثم اشرح كيفية انشاء منحنى الدالة  $h$  انطلاقا من  $(C_g)$  ثم أنشئه.  
التمرين الثالث ( 7 ن ):

- III. الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = x^2 + \ln x$   
 (4) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$   
 (5) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.  
 (6) بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0.6 < \alpha < 0.7$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

- IV. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 1 - x + \frac{1+\ln x}{x}$   
 وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .  
 (8) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
 (9) أ- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ .  
 ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.  
 (10) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ . ثم أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

- (11) عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  ثم فسر النتيجة هندسيا.  
 (12) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.  
 (13) أنشئ كلا من المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  علما أن  $f(\alpha) \simeq 1.2$   
 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $\frac{1+\ln x}{x} = m - 1$

**التمرين الأول: (07 نقاط)**(1) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  بسط العبارتين  $A$  و  $B$  :

$$A = \ln(\sqrt{n+e} - \sqrt{n})^{2024} + \ln(\sqrt{n+e} + \sqrt{n})^{2024}$$

$$B = 1 + \ln(2e) + \ln(3e) + \dots + \ln(ne)$$

(2) نعرف المتتالية  $(W_n)$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $W_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^{2n} - 4$  حيث  $\alpha \in ]0; +\infty[$ عين قيم  $\alpha$  حتى تكون  $(W_n)$  متقاربة.(3) أحسب النهاية :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x^2)}{x}$ (4) ليكن كثير الحدود :  $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 11x - 6$ تحقق أن :  $P(x) = (2x-1)(x+2)(3-x)$ \* استنتج حلول المتراجحة :  $-2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 + 11\ln x - 6 > 0$ \* استنتج حلول المتراجحة :  $-2e^{2x} + 3e^x - 6e^{-x} + 11 > 0$ **التمرين الثاني: (13 نقطة)**نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x - e + \ln(1 + 2e^{-2(x-e)})$  و  $(C_f)$  تمثيلهاالبياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .1- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$ 2- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 3- أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.4- أ- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين  $(D)$  و  $(D')$  معادلتهما :  $y = x - e$  و $y = -x + \ln 2 + e$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$  على الترتيب .ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيمين  $(D)$  و  $(D')$ .5- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$  هو محور تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .6- أنشئ  $(C_f)$  ،  $(D)$  ،  $(D')$  و  $(\Delta)$ .7- ليكن  $(D_m)$  المستقيم الذي معادلته  $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$  حيث  $m$  وسيط حقيقي .أ- بين أن جميع المستقيمات  $(D_m)$  تشمل النقطة الثابتة  $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e; \frac{\ln 2}{2}\right)$ ب- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد نقاط تقاطع المستقيم  $(D_m)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

**التمرين الأول: (05 نقط)**

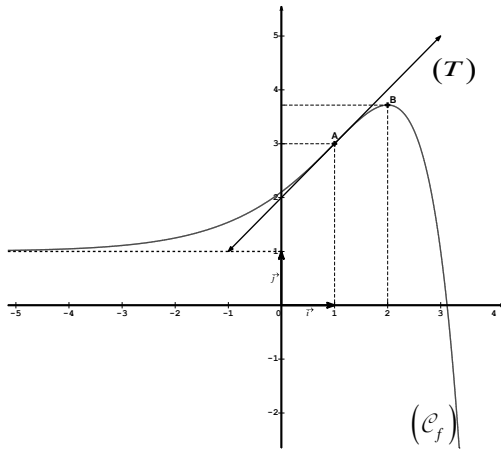
اجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة مما يلي:

(1) الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = e^{5x} + \frac{1}{5}$  هي حل للمعادلة التفاضلية  $y' - 5y = 1$ .

(2) المعادلة  $2e^{4x} + 3e^{2x} - 5 = 0$  تقبل حلاً واحداً في  $\mathbb{R}$ .

(3)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[ \frac{e^{\cos x} - 1}{x - \frac{\pi}{2}} \right] = 0$

(4) الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x + 2\sqrt{x^2 + 1}$  ، تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .  
المستقيم  $(\mathcal{D})$  الذي معادلة له:  $y = -3x$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  بجوار  $-\infty$ .

**التمرين الثاني: (06 نقط)**

الدالة  $f$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  بتمثيلها البياني  $(\mathcal{C}_f)$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، مماس  $(T)$  للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  في النقطة  $A(1;3)$  و  $B(2;e+1)$  نقطة من المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  . كما هو موضح في الشكل المقابل:

(1) بقرأة بيانية للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  أجب على السؤالين التاليين:  
أ) عين  $f'(1)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وأعط معادلة المماس  $(T)$  .  
ب) ماذا تمثل هندسيا النقطة  $A$  ؟ برر إجابتك.

(2) بين أن:  $a=3$  و  $b=1$  ، إذا علمت أن:  $f(x) = (a-x)e^{x-1} + b$

(3) ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد حلول المعادلة:  $(3-x)e^{x-1} = m$  .

(4) الدالة  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (x-3)e^{x-1} - 3$  .  $(\mathcal{C}_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) عين العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $h(x) = \alpha f(x) + \beta$  .  
ب) اشرح كيف يمكن انشاء  $(\mathcal{C}_h)$  اعتماداً على  $(\mathcal{C}_f)$  . (لا يطلب انشاء  $(\mathcal{C}_h)$ )

### التمرين الثالث: (09 نقط)

(I) الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2xe^{-x} - 1$ .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أحسب  $g(1)$ ، ثم استنتج من أجل كل عدد حقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+1)(2e^{-x} + 1)$ .

$(\mathcal{C}_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب) بين أن  $(\mathcal{C}_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً  $(\mathcal{D})$  معادلته  $y = x + 1$  بجوار  $+\infty$ .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = -g(x)$ .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $]-\infty; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) عين نقط تقاطع  $(\mathcal{C}_f)$  مع محوري الإحداثيات.

ب) أنشئ  $(\mathcal{D})$  والمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$ .

(4) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول  $x$  :  $f(x) = x - m$ .

(III) الدالة العددية  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (1 - |x|)(1 + 2e^{|x|})$ .

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $h(x) - h(-x) = 0$ .

(2) أكتب  $h(x)$  دون القيمة المطلقة، ثم استنتج طريقة لإنشاء  $(\mathcal{C}_h)$  منحنى الدالة  $h$  انطلاقاً من  $(\mathcal{C}_f)$ . (لا

يطلب إنشاء  $(\mathcal{C}_h)$ )

بالتوفيق



## اختبار الفصل الأول في مادة: الرياضيات

**التمرين الأول: ( 06 نقاط )**

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التبرير.

(1) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $g(x) = e^x - x - 2$  و  $\alpha$  عدد حقيقي سالب تماما يحقق:  $g(\alpha) = 0$ .

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{e^x - x - 2}{x - \alpha} = \frac{1}{\alpha} \quad (\text{ج}) \quad \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{e^x - x - 2}{x - \alpha} = e^{\alpha} - 1 \quad (\text{ب}) \quad \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{e^x - x - 2}{x - \alpha} = \alpha \quad (\text{أ})$$

(2) الدالة المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]3; +\infty[$  :  $f(x) = 2x - 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-3}\right)$  ، تمثيلها البياني  $(C_f)$  في مستو منسوب الى معلم متعامد يقبل:

(أ) محور تناظر معادلته  $x = 1$  (ب) النقطة  $(1; 2)$  كمرکز تناظر (ج) النقطة  $(-2; 1)$  كمرکز تناظر

(3)  $f_m$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f_m(x) = \frac{(2m+1)e^x - 4m+3}{e^x + 1}$  حيث  $m$  وسيط حقيقي.  $(C_m)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس. جميع المنحنيات  $(C_m)$  تشترك في نقطة ثابتة وحيدة احداثيها هي:

$$(\ln 2; \frac{5}{3}) \quad (\text{أ}) \quad (0; 3) \quad (\text{ب}) \quad (-\ln 2; \frac{5}{3}) \quad (\text{ج})$$

(4) ان  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{e^x - 3}{e^{2x} + 1}\right) + x$  تساوي : (أ) 1 (ب) 0 (ج)  $e$

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

نعتبر المعادلتين التفاضليتين  $(E): y' + 2y = e^{-x}(x - 3)$  ;  $(E_0): y' + 2y = 0$  :  
(1) حل المعادلة  $(E_0)$ .

(2) أوجد العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث تكون الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = (ax + b)e^{-x}$  هي حل للمعادلة  $(E)$ .

(3) بين أن  $g$  حل للمعادلة  $(E)$  تكافئ  $g - f$  حل للمعادلة  $(E_0)$ .

(4) استنتج كل حلول المعادلة  $(E)$ .

(5) أوجد الحل للمعادلة  $(E)$  الذي يحقق  $g(0) = 3$

**التمرين الثالث (08 نقاط):**

**(1)** الدالة العددية  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة في المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 e^x$  أ\* / أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

ب\* / استنتج أنه : إذا كان  $0 < x < 1$  فإن  $g(x) < g\left(\frac{1}{x}\right)$  و إذا كان  $x > 1$  فإن  $g(x) > g\left(\frac{1}{x}\right)$

**(2)** الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة في المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :

$$f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x + e^{\frac{1}{x}} - 3e$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

الدالة العددية  $h$  المعرفة في المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $h(x) = e^{\frac{1}{x}} - 3e$   $(C_h)$  تمثيلها البياني (أنظر الملحق) أ\* / أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

ب\* / بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = g(x) - g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم احسب  $f'(1)$ .  
ج\* / أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$ . ثم شكل جدول تغيراتها.

**(3)** أ\* / بين أن المعادلة:  $(x^2 - 2x + 2)e^x = -h(x)$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث:  $1.5 < \beta < 1.6$  و  $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين .

ب\* / أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمنحنى  $(C_h)$ .

ج\* / أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة التي فاصلتها 1.

**(4)** أ\* / أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$ . ( الملحق يعاد مع ورقة الإجابة )

ب\* / العدد الحقيقي  $m$  الموجب تماماً، جد قيمة  $m$  حتى تقبل المعادلة  $(E)$  حلين متمايزين:

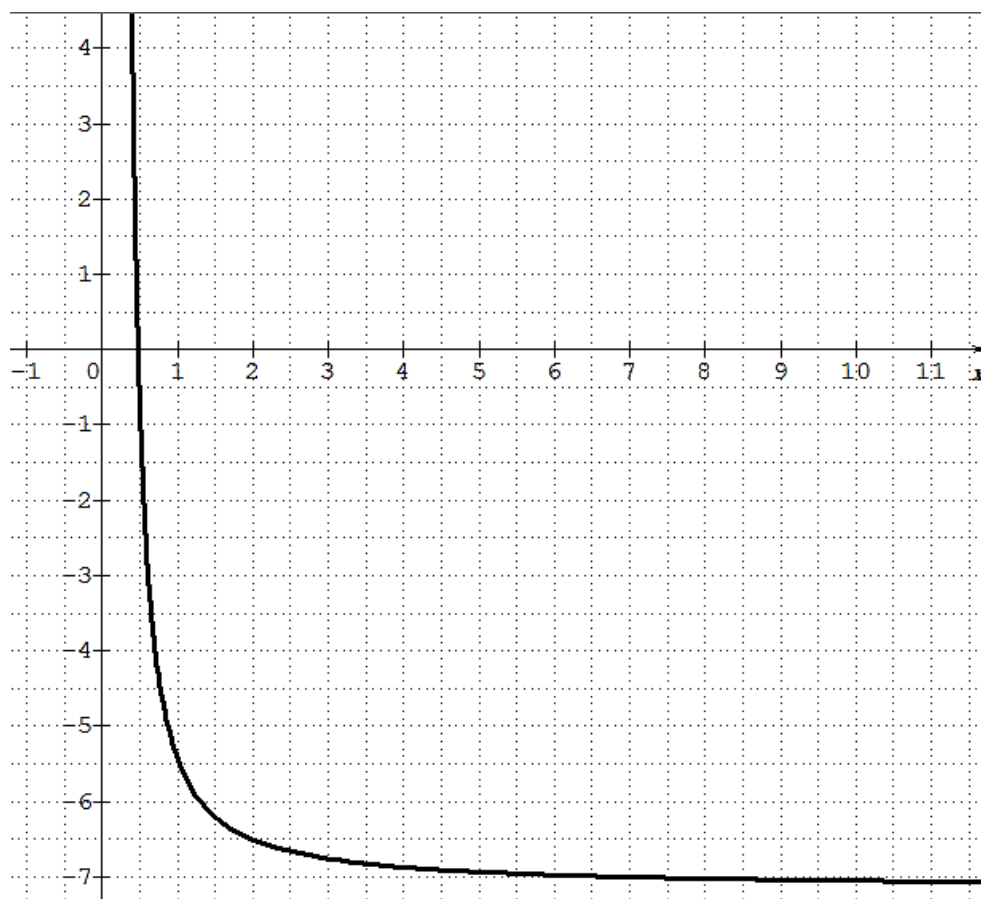
$$(E) \dots f(x) = (m^2 - 2m + 2)e^m + h(m)$$

الملحق:

الاسم: .....

اللقب: .....

القسم: .....



## التمرين الأول: (6 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

- (1) مجموعة حلول المتراجحة  $e^{x^2-4} \leq 1$  هي:  $]-\infty; -2]$  .
- (2) حل المعادلة التفاضلية  $y' = -3y + 6$  الذي يحقق  $y(0) = 2026$  هو الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  
 $f(x) = 2024e^{-3x} + 2$
- (3) الدالة العددية  $f$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  حيث:  $f(x) = x + \frac{1}{2}(e^{2x} - 1)^2$  دالتها المشتقة  $f'$  هي:  
 $f'(x) = 1 + 2(e^{2x} - 1)$  .
- (4) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $k(x) = \frac{e^{x+1}}{e^{2x+1}}$  هي دالة زوجية.

## التمرين الثاني: (14 نقطة)

الجزء الأول:

- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بالعلاقة:  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$
- (1) أحسب نهاية الدالة  $g$  عند 0 و  $+\infty$  (علما أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ ) .
  - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها .
  - (3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $g(x) \geq 0,5$

الجزء الثاني:

- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{\ln x}{x}$  ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أ- أحسب نهاية الدالة  $f$  عند 0 و  $+\infty$  .  
 ب- أعط تفسيرا بيانيا لنهاية الدالة  $f$  عند 0 .
  - (2) أ- تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{1+g(x)}{x^2}$   
 ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
  - (3) ( $T$ ) هو المماس للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = e$   
 - أكتب معادلة للمستقيم ( $T$ ) .
  - (4) أ- بين ان المستقيم ( $\Delta$ ) ذو المعادلة  $y = \frac{1}{2}x$  مقارب مائل للمنحنى ( $C_f$ ) عند  $+\infty$   
 ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى ( $C_f$ ) و ( $\Delta$ ) .
  - (5) برهن ان المنحنى ( $C_f$ ) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $0,5 < \alpha < 1$
  - (6) أثبت أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
  - (7) أنشئ ( $C_f$ ) ، ( $T$ ) و ( $\Delta$ )
  - (8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط  $m$  عدد نقاط تقاطع المنحنى ( $C_f$ ) مع المستقيم الذي معادلته:  $y = \frac{1}{2}x + m$

إختبار الفصل الاول لمادة الرياضيات

التمرين الاول : ( 5 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة في كل حالة مع التعليل :

الاقتراح - أ-	الاقتراح - ب-	الاقتراح - ج-	
$f(x) = e^{-2x} - 1$	$f(x) = e^{-2x} + 1$	$f(x) = -e^{-2x} + 1$	1/- حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ و الذي يحقق $f(0) = 0$ هو الدالة $f$ المعرفة ب :
$S = \{ \ln 3; \ln 4 \}$	$S = \{ \ln \frac{4}{3}; 1 \}$	$S = \emptyset$	2/- مجموعة حلول المعادلة $e^{2x} - 7 \cdot e^x + 12 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي :
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	3/- الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = 2e^{2x} - e^x - 3$
$f(2-x) = f(x)$	$f(2-x) = 2 + f(x)$	$f(2-x) = 4 + f(x)$	4/- الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = e^{x+2} + e^{4-x} + (x-1)^2$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $\mathbb{R}$ فإن :
تقبل حلين	تقبل حلا وحيدا	لا تقبل حلول	5/- تقبل المعادلة التالية ذات المجهول : $\ln(3x-2) + \ln(3x+2) = \ln 5$

التمرين الثاني : ( 7 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $f(x) = -x - (2x-4)e^x$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; I, J)$ .

1) أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $\hat{f}(x) = -1 - (2x-2)e^x$

2) علما أن الدالة  $\hat{f}$  معرفة بجدول التغيرات التالي :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	0	$\beta$	$+\infty$
$\hat{f}(x)$		+	+	-	-
$\hat{f}(x)$			1		
$\hat{f}(x)$			0	0	
$\hat{f}(x)$					$-\infty$
$\hat{f}(x)$					-1

أ. استنتج إشارة  $\hat{f}(x)$  على  $\mathbb{R}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

ج. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3) أ. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  المعروف بالمعادلة  $x = -1$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$ .

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .

(4) أثبت أن للمنحنى  $(C_f)$  نقطة إنعطاف  $\omega$  يطلب تعيينها .

(5) بين أن للمنحنى  $(C_f)$  مماسا  $(T)$  موازي للمستقيم  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلة له .

(6) بين أن  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $x_0$  حيث  $1,8 < x_0 < 1,9$

(7) أرسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C_f)$  . ( نضع  $\alpha = -1.67$  ,  $\beta = 0.77$  ,  $f(\alpha) = 3$  و  $f(\beta) = 4.5$  )

التمرين الثالث : ( 8 نقاط )

I.  $g$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كمايلي:  $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

1. أدرس إتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.

أ.2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل على المجال  $]0; +\infty[$  حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $1,5 < \alpha < 2$

ب) إستنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

II.  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كمايلي :  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; I, J)$  .

1. أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  . فسر النتائج هندسيا.

ب) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $\hat{f}(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$  واستنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

3. أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 (نقبل أنه لا يوجد مماس اخر ل

$(C_f)$  يوازي  $(\Delta)$ )

4. أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

5. ناقش بيانيا. حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  . عدد حلول المعادلة :  $f(x) = \frac{1}{2}x + m$

III.  $h$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كمايلي :  $h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2+1}$

-اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h$  إعتمادا على  $(C_f)$  . ثم أرسم  $(C_h)$ .

بالتوفيق للجميع

المرحلة الثانية: (7 نقاط)

1) الفعاليات :  $f(x) = -x - (2x-4)e^x$

925  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

925  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - 2xe^x - 4e^x) = +\infty$

ب- المشتقة :  $f'(x) = -1 - [2e^x + (2x-4)e^x]$

925  $f'(x) = -1 - (2x-2)e^x$  : ومنه

2) إشارة  $f'(x)$  :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$\beta$	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-

ب- اتجاه تغير الدالة  $f$  :

925  $f$  متزايدة تمامًا على  $[\alpha; \beta]$

925  $f$  متناقصة تمامًا على المجالين :

$[\beta; +\infty]$  و  $]-\infty; \alpha]$

ج- جدول تغيرات الدالة  $f$  :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$\beta$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$
$f(x)$	$+\infty$		$f(\beta)$	$-\infty$

3) لدينا :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x-4)e^x$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2xe^x - 4e^x)$

$= 0$

اذن المستقيم  $(\Delta)$  مقارب مائل

المحلي  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$

تصحيح اختبار الفصل 1 - 3 ع 3

المرحلة الأولى: (5 نقاط)

1/  $f(x) = -e^{-2x} + 1$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

$y' = -2y + 2$  : ومنه

$f(x) = Ce^{-2x} + 1$  : لدينا

$f(0) = C + 1 = 0$  : أي  $C = -1$  ومنه

$f(x) = -e^{-2x} + 1$  :  $S = \{\ln 3, \ln 4\}$  :  $P/2$

نضع  $t = e^x$  ومنه  $t^2 - 7t + 12 = 0$  : تكافئ

$t = 4$  أو  $t = 3$  : ومنه

$e^x = 4$  أو  $e^x = 3$  : أي

$x = \ln 4$  أو  $x = \ln 3$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  :  $P/3$

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty - \infty$  (ع 2)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ e^{2x} \left( 2 - \frac{1}{e^x} - \frac{3}{e^{2x}} \right) \right] = +\infty$

2/  $f(2-x) = f(x)$  :  $P/4$

$f(2-x) = e^{2-2x} + e^{4-2x} + (2-x-1)^2$

$= e^{4-x} + e^{2+x} + (1-x)^2$

$= e^{x+2} + e^{4-x} + (x-1)^2 = f(x)$

3/ ب- تقبل حلًا وحيدًا :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\ln(3x-2) + \ln(3x+2) = \ln 5$

معرفتنا من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يحقق :

$x > \frac{2}{3}$

ومنه :  $\ln[(3x-2)(3x+2)] = \ln 5$

$9x^2 - 4 = 5$  : تكافئ

$9x^2 = 9$  : أي  $x^2 = 1$  ومنه

$x = 1$  أو  $x = -1$  (حل مفروض) :  $x = -1$  :  $P/5$

تكافئ :  $x = -1$  (حل مفروض) أو  $x = 1$  :  $P/5$

حل مقبول

المحل المعادلة التفاضلية  $f(x) + 2y - 2 = 0$   
 معادلة  $f$  المعروفة ب:  $\{ \ln 3, \ln 4 \}$

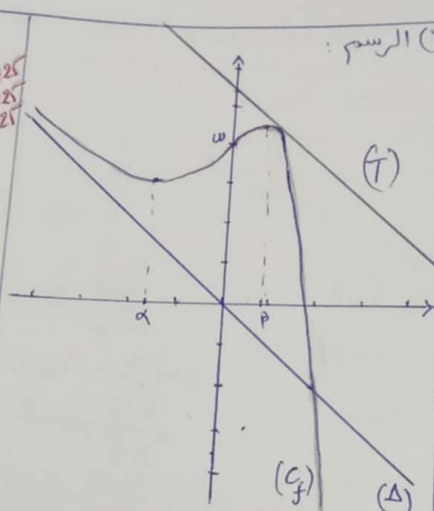
$\ln(x) = 0$

$\ln(x)$

$\ln(x)$

95

(4) الرسم:



المقرين الثالث: (8 نقاط):

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2) = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 \ln x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x^2 \left( \frac{1}{x^2} + 1 - 2 \ln x \right) \right] = -\infty$$

$$g'(x) = 2x - 4x \ln x - 2x^2 \times \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = -4x \ln x$$

إشارة  $g'(x)$  عكس إشارة  $\ln x$   
 $-4x < 0$

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	-
$g(x)$	1	2	$-\infty$

ب- دراسة الوضع النسبي:  
 ندرس إشارة الفرق:

$$f(x) - y = -(2x-4)e^x$$

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
إشارة الفرق		+	-
الوضع النسبي	فوق $(C_f)$ (A)	تقاطع في النقطة $(2, -2)$	تحت $(C_f)$ (A)

4- بما أن المشتقة الثانية  $f''$

أعددت من أجل  $x=0$  متغيرة

أشارتها فإن  $(C_f)$  يقبل نقطة

أعطاف  $\omega(0; 4)$

5- المماس  $(T)$  يوازي  $(A)$  أي

$$f'(x) = -1$$

$$-1 - (2x-2)e^x = -1$$

$$-(2x-2)e^x = 0$$

$$2x-2=0 \text{ أي } x=1$$

$$(T): y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$f(1) = 2e-1 \text{ و } f'(1) = -1$$

$$(T): y = -x + 1 + 2e - 1$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$

$$(T): y = -x + 2e$$



أي:  $f$  متزايدة تمامًا على  $[0, \alpha]$   
 وسنأخذ قيمة  $\alpha$  ما على  $[\alpha, +\infty)$   
 جدول التغيرات:

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$f(x)$		+	-
$f(x)$			

$f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$  لدينا: 2

و  $g(x) = 0$  أي:  $1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

ونحن:  $\ln x = \frac{1 + x^2}{2x^2}$

ونحن:  $f(x) = \frac{1 + x^2}{2x^2} \times \frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{2x^2}$

حاصل  $f(x)$  لدينا:  $1.5 < x < 2$

ونحن:  $4.5 < 2x^2 < 8$  ونحن:  $\frac{1}{8} < \frac{1}{x^2} < \frac{1}{4.5}$

أي:  $0.125 < f(x) < 0.222$

3. معادلة المماس ( $\Delta$ ):  $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$

حيث:  $f(1) = 0$  و  $f'(1) = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x - 1) + 0$

$\Delta: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$P(x)$  لدينا الدالة  $g$  مستمرة  
 ونأخذ قيمة  $\alpha$  ما على  $[1.5, 2]$   
 ولدينا:

$g(1.5) = 1.42$

$g(2) = -0.55$

إذن حسب مبرهنة القيمة المتوسطة فإن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $1.5 < \alpha < 2$   
 ب- اختيار  $g(x)$ :

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$g(x)$		+	-

$f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$  (P.1) النهايات:

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$  ونحن:

(C<sub>f</sub>) يقل مستقيم مقارب معادلته  $x = 0$  (محور الترتيب)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} \times \frac{x}{x^2 + 1} = 0 \times 0$

أي:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ونحن:

(C<sub>f</sub>) يقل مستقيم مقارب معادلته  $y = 0$  (محور القواميل)

المشتقة:

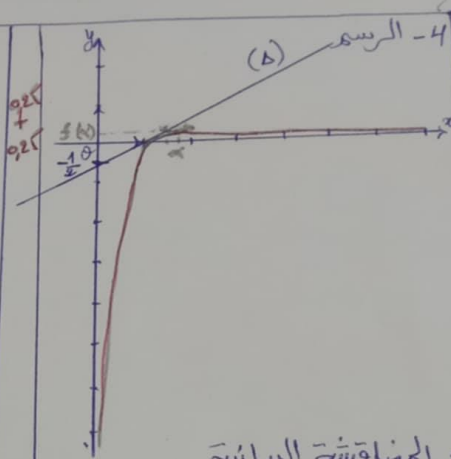
$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(x^2 + 1) - 2x \ln x}{(x^2 + 1)^2}$

$= \frac{x^2 + 1 - 2x^2 \ln x}{x(x^2 + 1)^2}$

أي:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 + 1)^2}$

لدينا  $x(x^2 + 1)^2$  إذن إشارة

$f'(x)$  هي نفس إشارة  $g(x)$



5- المناقشة البيانية

عدد حلول المعادلة  $f(x) = \frac{1}{x} + m$

• إذا كان  $m < -\frac{1}{2}$  : المعادلة تقبل حلي

•  $m = -\frac{1}{2}$  : المعادلة تقبل حلا واحدا

•  $m > -\frac{1}{2}$  : المعادلة لا تقبل حلول

$$h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2 + 1} \quad \text{. III}$$

$$h(x) = \begin{cases} f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1} ; x \in [1, +\infty[ \\ -f(x) = -\frac{\ln x}{x^2 + 1} ; x \in ]0, 1] \end{cases}$$

$$-f(x) = -\frac{\ln x}{x^2 + 1} ; x \in ]0, 1]$$

يعني :

• من أجل  $x \in [1, +\infty[$  : منطبق  $(C_h)$  على  $(C_f)$

• من أجل  $x \in ]0, 1]$  : نظير  $(C_h)$

$(C_f)$  بالنسبة لمحور الفواصل

• رسم  $(C_h)$  .

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 ن)

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

(1) حلول المعادلة  $2(\ln x)^2 - 5\ln x + 2 = 0$  على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :

(أ) $e^2$ أو $\sqrt{e}$	(ب) $-e^2$ أو $\sqrt{e}$	(ج) $e^2$
-------------------------	--------------------------	-----------

(2) حلول المعادلة التفاضلية  $y' + 5y + 4e^{-2} = 0$  و التي تحقق  $f(0) = 0$  هي :

(أ) $y = -\frac{4}{5}e^{-2}(e^{-5x} - 1)$	(ب) $y = \frac{4}{5}e^{-2}(e^{-5x} - 1)$	(ج) $y = \frac{4}{5}e^{-2}(e^{+5x} + 1)$
---	--	--

(3) دالة معرفة على  $]0; +\infty[ \cup ]-\infty; 0[$  بـ :  $f(x) = \frac{e^{-2x} + e^{2x}}{x}$  فإن :

(أ) زوجية	(ب) فردية	(ج) لا زوجية ولا فردية
-----------	-----------	------------------------

(4) مجموعة حلول المتراجحة  $e^{-3x+1} \geq e^{-2x+3}$  في  $\mathbb{R}$  هي :

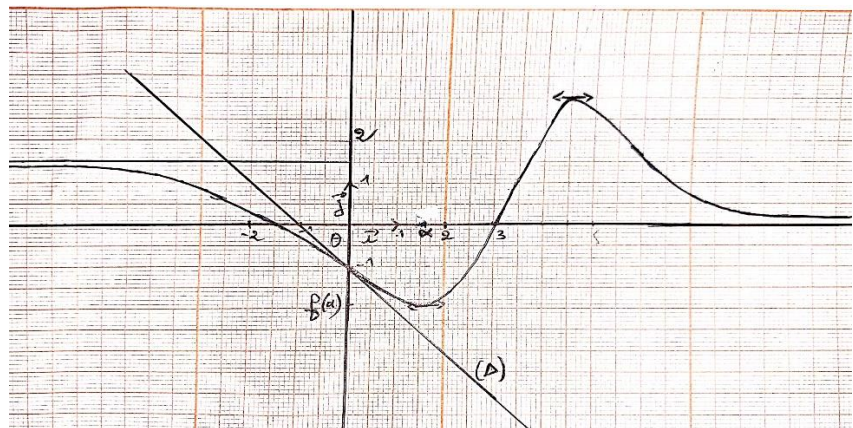
(أ) $] -\infty; -2]$	(ب) $] -\infty; +2]$	(ج) $[-2; +\infty[$
----------------------	----------------------	---------------------

(5) دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = \ln(x^2) + (\ln x)^2$  فإن :

(أ) $g'(x) = \frac{2+2\ln x}{x}$	(ب) $g'(x) = \frac{2+2\ln x}{x^2}$	(ج) $g'(x) = \frac{2}{x} + 2\ln x$
----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

التمرين الثاني: (5,5 ن)

$f$  دالة معرفة و قابلة للاشتقاق مرتين على  $\mathbb{R}$  ,  $(C_f)$  منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(\vec{i}, \vec{j})$  ، مماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(0; -1)$  و  $1,5 < \alpha < 1,6$  ( كما هو موضح في الشكل الموالي )



(1) بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

(أ) عين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) عين  $f'(0)$  ,  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) + 1}{x}$

(ج) عين الوضعية النسبية بين  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  ؟ و ماذا تستنتج ؟.

(2)  $h$  دالة معرفة على  $]-\infty; -\frac{3}{2}[ \cup ]3; +\infty[$  بـ:  $h(x) = \ln(f(x))$

(أ) أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$

التمرين الثالث: (10,5)

I.  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = xe^x + 1$  ,  $(C_g)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$

(2) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

(3) بين أن المنحنى  $(C_g)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

II.  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{x+1}{e^x-1}$  و  $(C_f)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهايات الدالة  $f$  عند الحدود المفتوحة لمجموعة تعريفها

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم ;  $f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^x-1)^2}$

(3) بين أن الدالة  $f$  متناقصة تماماً على كلا من المجالين  $]-\infty; 0[$  و  $]0; +\infty[$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x - 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$

(ب) أدرس الوضعية النسبية بين المنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$

(ج) عين نقاط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل  $(xx')$

(4) أرسم  $(C_f)$  و المستقيمت المقاربة

(5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة  $f(x) = -m + 1$

بالتوفيق - أساتذة المادة -

لا تجعل الفشل ضمن الخيارات المتاحة لك و قل فإما أن  
أنجح و إما أن أنجح

التمرين الأول: ( 04 نقاط )

اجب بصحيح او خطأ مع التبرير:

(1) مجموعة حلول المتراجحة  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + 1 > \frac{13}{9}$  في مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  هي المجال  $]-1; +\infty[$

(2) في المجال  $]0; +\infty[$  لدينا  $f(x) = g \ln \sqrt{x}$  و  $g'(x) = e^{3x}$  اذن:  $f'(x) = \frac{1}{2} \sqrt{x}$

(3) مجموعة حلول المعادلة  $12 \log^2(x) - 7 \log(x) + 1 = 0$  في  $\mathbb{R}$  هي:  $S = \left\{ \sqrt[4]{10}; \sqrt[3]{10} \right\}$

(4) النهاية  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-y)}{y^2}$  تساوي  $+\infty$

التمرين الثاني: ( 08 ن )

(I) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = \frac{2x^2 - 1}{e^{x^2 - 1}} + 1$

(1) بين أن:  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} g(x) = 1$

(2) أ) تحقق أن من اجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $g'(x) = \frac{-2x(2x^2 - 3)}{e^{x^2 - 1}}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ) بين أن الدالة  $g$  زوجية.

ب) بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل على المجال  $]0; +\infty[$  حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,51 < \alpha < 0,52$

ثم استنتج حصرا للحل الآخر  $\beta$  من المجال  $]0; +\infty[$ .

ج) استنتج من اجل كل عدد حقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) نعرف الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - \frac{x}{e^{x^2 - 1}}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (الوحدة 2 cm)

(1) أ) بين أن من اجل كل عدد حقيقي  $x$  فانه:  $f(x) + f(-x) = 0$ . فسر بيانيا النتيجة.

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وبتبديل المتغير ( $y = -x$ ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

- (2) أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإنه :  $f'(x) = g(x)$  .  
 ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) أ) بين أن :  $e^{\alpha^2-1} = 1 - 2\alpha^2$  و  $f(\alpha) = \alpha(1 + \frac{1}{2\alpha^2-1})$  واستنتج حصرا لكلا من  $f(\alpha)$  و  $f(\beta)$

- ب) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل ثلاث نقط انعطاف يطلب تعيين فواصلها.
- (4) أ) بين وجود مستقيم مقارب مائل  $(D)$  للمنحنى  $(C_f)$  يطلب تعيين معادلة ديكارتية له  
 ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى  $(C_f)$  و  $(D)$  .  
 ج) أنشئ  $(D)$  و  $(C_f)$  .
- (5)  $m$  وسيط حقيقي. عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $f(x) = |m|$  حلا وحيدا
- التمرين الثالث: ( 08 ن )

I)  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = x + e^{-x}$

- أ) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  .  
 ب) استنتج ان من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $x + e^{-x} \geq 1$   
 II) نعرف الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \ln(x + e^{-x})$  .  
 $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, i, j)$  .

- (1) أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإنه :  $f(x) = -x + \ln(1 + xe^x)$   
 ب) احسب كلا من  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .  
 (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .  
 (3) أ) بين وجود مستقيم مقارب  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  يطلب إعطاء معادلة ديكارتية له.  
 ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة الى المستقيم  $(\Delta)$  .  
 ج) بين ان من أجل  $x > 0$  :  $f(x) - \ln(x) = \ln(1 + \frac{e^{-x}}{x})$  واستنتج النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x)]$  .  
 فسر بيانيا النتيجة

- د) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى  $(C_f)$  والمنحنى  $(\Gamma)$  الممثل للدالة " $\ln$ " ( اللوغاريتمية النيبيرية )  
 (4) أ) بين وجود مماس وحيد  $(T)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  يمس المنحنى  $(C_f)$  في نقطة يطلب تعيين احداثيتها.  
 ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم  $(T)$  .  
 (5) أنشئ كلا من  $(\Gamma)$  ،  $(\Delta)$  ،  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$

(6)  $m$  وسيط حقيقي موجب تماما ، نعتبر المعادلة  $(E)$  ذات المجهول الحقيقي  $x$  :  $f(x) = -x + \ln(m)$

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد واشارة حلول المعادلة  $(E)$

$$\text{III) الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ: } h(x) = \ln\left(\frac{1}{-x + e^x}\right)$$

$(C_h)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى نفس المعلم السابق .

(1) تحقق أن من اجل كل عدد حقيقي  $x$  فانه لدينا :  $h(x) + f(-x) = 0$

(2) استنتج ان  $(C_h)$  هو صورة  $(C_f)$  بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه .

(3) أنشئ  $(C_h)$  .

## الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (4ن):

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة. عينه مع التعليل .

(1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $-y' + (\ln 3)y = \ln 9$  حيث  $y(0) = 11$  هو :

(أ)  $y = 3^{x+2} - 2$  (ب)  $y = 3^{x+2} + 2$  (ج)  $y = 9e^x + 2$

(2) حلول المعادلة  $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$  هي :

(أ)  $S = \{\}$  (ب)  $S = \{0; \frac{\ln 2}{\ln 3}\}$  (ج)  $S = \{1; 2\}$

(3) حلول المتراجحة  $\sqrt[4]{1-3x} \leq 2$  هي :

(أ)  $S = [-5; +\infty[$  (ب)  $S = ]-\infty; \frac{1}{3}]$  (ج)  $S = [-5; \frac{1}{3}]$

(4) الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$  هي دالة :

(أ) فردية (ب) زوجية (ج) لا فردية ولا زوجية

التمرين الثاني (9ن):

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي  $f(x) = \frac{xe^x + x + 2}{e^{x+1}}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) أحسب كلا من  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^{x+1})^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ- بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتهما

$y = x + 2$  و  $y = x - \infty$  عند  $+\infty$  على الترتيب .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى ( $C_f$ ) والمستقيمين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  . بين ان المنحنى ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 0

ج- اكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(4) بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $-1,7 < \alpha < -1,6$

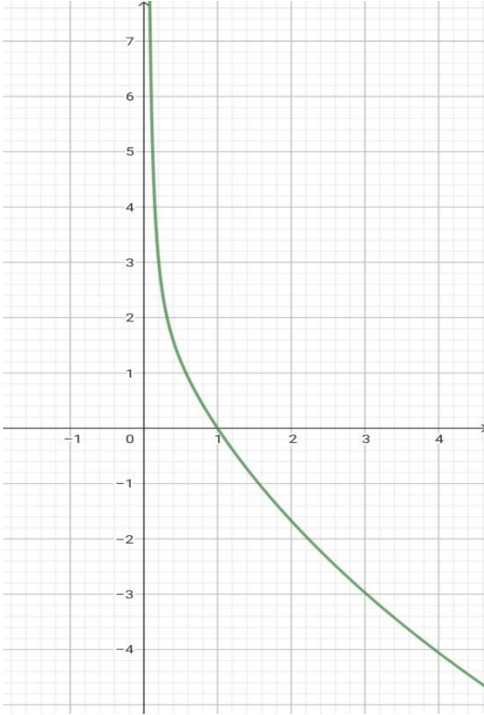
➤ بين أنه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) + f(-x) = 2$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

➤ أنشئ كلا من  $(\Delta)$  ،  $(\Delta')$  ، ( $T$ ) والمنحنى ( $C_f$ ).





## التمرين الثالث (ن7)



١. الدالة العددية  $g$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:

$$g(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$$

ولتكن  $(C_g)$  تمثيلها البياني الممثل لها كما في الشكل المقابل :

➤ أحسب  $g(1)$  ثم استنتج بيانيا إشارة  $g(x)$

٢. الدالة العددية  $f$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$

$$f(x) = \frac{1+\ln x}{1+x \ln x} \text{ بـ:}$$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

١- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  وبين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

٢- أ- بين انه من اجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x \ln x)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

٣- أ- عين قيمة  $x_0$  فاصلة نقطة تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

ب- بين أن  $y = \left(\frac{e^2}{e-1}\right)x - \frac{e}{e-1}$  هي معادلة لـ  $(T)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0$  .

٤- ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$

٥- عين بيانيا قيم الوسيط  $m$  بحيث تقبل المعادلة:  $(e-1)f(x) = e^2x - me$  حلين متمايزين .

بالتوفيق

المدة : ساعتين

اختبار في مادة : الرياضيات

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة مع التبرير"

1.  $f$  و  $g$  دالتان عديتان قابلتان للاشتقاق على  $\mathbb{R}$ ، إذا كانت  $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$  و  $g(x) = f(3x)$  فإن :

أ -  $g'(x) = \frac{1}{x^2+3}$       ب -  $g'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$       ج -  $g'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$

2. الكتابة المبسطة للعدد  $A$  حيث  $A = \ln(e^{3\alpha} + e^\alpha) + \ln(e^{5\alpha} + e^{3\alpha}) + \ln(e^{4\alpha} + e^{2\alpha})$  :

أ -  $6\alpha + \ln(e^{2\alpha} + 1)$       ب -  $6 + \ln(e^{2\alpha} + 1)$       ج -  $6\alpha + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{e^x - e^2}{x^2 + x - 6} \right) =$

أ -  $\frac{e^2}{5}$       ب -  $e^2$       ج - 0

4. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية:  $y' + 3y = 12$  الذي يحقق :  $f(1) = 2$  هو :

أ -  $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$       ب -  $f(x) = -2e^{-3x+1} + 4$       ج -  $f(x) = -2e^{-3x+3} + 4$

5. حلول المعادلة :  $\log(11x^2 - 6x + 5) = \log(x^2) + 1$  :

أ -  $S = \{1; -5\}$       ب -  $S = \{1; 5\}$       ج -  $S = \{-1; -5\}$

6. عدد أرقام العدد  $2025^{2024}$  :  $n$

أ - 6692      ب - 6690      ج - 6693

7. دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$  من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :

أ -  $f(-x) + f(x) = 0$       ب -  $f(-x) + f(x) = e$       ج -  $f(-x) + f(x) = 2$

## التمرين الثاني:

- I.  $g(x) = 1 + (3x^2 + 3x - 3)e^x$  : —  $\mathbb{R}$  معرفة على
1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  ( تعطى  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$  )
  2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها
  3. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $0.5 < \alpha < 0.6$  و  $-1.05 < \beta < -1.04$
  4. استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$
- II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 2 - x + (3x - 3x^2)e^x$
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
1. أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$
  2. أ- بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :  $f'(x) = -g(x)$  فان :  
ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
  3. أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة :  $y = -x + 2$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$   
ب- أدرس الوضع النسبي لـ  $(\Delta)$  مع  $(C_f)$
  4. بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف  $M$  و  $M'$  يطلب تعيين إحداثياتهما
  5. أكتب معادلة المماس  $(T)$  لـ  $(C_f)$  عند مبدأ المعلم
  6. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\gamma$  حيث :  $1.09 < \gamma < 1.1$
  7. أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  ( تعطى  $f(\alpha) \approx 2.7$  و  $f(\beta) \approx 0.8$  )
  8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $f(x) = m$

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة مع التبرير"

1.  $f$  و  $g$  دالتان عديتان قابلتان للاشتقاق على  $\mathbb{R}$ ، إذا كانت  $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$  و  $g(x) = f(3x)$  فإن :  $g'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$  - ج

أ -  $g'(x) = \frac{1}{x^2+3}$       ب -  $g'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$       ج -  $g'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$

2. الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن :

أ -  $f(x) + f(-x) = 3$       ب -  $f(x) + f(-x) = 0$       ج -  $f(x) + f(-x) = 2$

3. العدد :  $\ln(2 - \sqrt{3})^{2025} + \ln(2 + \sqrt{3})^{2025}$  يساوي

أ - 0      ب - 1      ج - 2025

4. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية :  $y' + 3y = 12$  الذي يحقق :  $f(1) = 2$  هو :

أ -  $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$       ب -  $f(x) = -2e^{-3x+1} + 4$       ج -  $f(x) = -2e^{-3x+3} + 4$

5. حلول المتراجحة :  $e^{-2x^2} \geq e^{3x+1}$  :

أ -  $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$       ب -  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$       ج -  $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$

6. التقريب التآلفي عند  $X_0 = 0$  لـ  $f(x) = e^x - 1$  هو :

أ -  $f(x) \simeq x$       ب -  $f(x) \simeq -x$       ج -  $f(x) \simeq -x - 1$

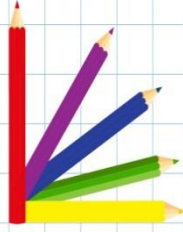
7.  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$  من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :

أ -  $f(-x) + f(x) = 0$       ب -  $f(-x) + f(x) = e$       ج -  $f(-x) + f(x) = 2$

## التمرين الثاني:

- I.  $g(x) = 1 + (3x^2 + 3x - 3)e^x$  : —  $\mathbb{R}$  دالة عددية معرفة على
1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  (تعطى  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$ )
  2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها
  3. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $0.5 < \alpha < 0.6$  و  $-1.05 < \beta < -1.04$
  4. استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$
- II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 2 - x + (3x - 3x^2)e^x$
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
1. أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$
  2. أ- بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن:  $f'(x) = -g(x)$   
ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
  3. أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = -x + 2$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$   
ب- أدرس الوضع النسبي لـ  $(\Delta)$  مع  $(C_f)$
  4. بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف  $M$  و  $M'$  يطلب تعيين إحداثياتهما
  5. أكتب معادلة المماس  $(T)$  لـ  $(C_f)$  عند مبدأ المعلم
  6. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\gamma$  حيث:  $1.09 < \gamma < 1.1$
  7. أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  (تعطى  $f(\alpha) \approx 2.7$  و  $f(\beta) \approx 0.8$ )
  8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $f(x) = m$

بالتوفيق



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مؤسسة التربية والتعليم الخاصة سليم

ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT SALIM



www.ets-salim.com



021 87 10 51



021 87 16 89



Hai Galloul - bordj el-bahri alger

رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

خضيري- ابتدائي- متوسط - ثانوي

إعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010

ديسمبر 2024

المستوى: الثالثة ثانوي علوم طبيعية

المدة: 03 سا00

اختبار الفصل الاول في مادة الرياضيات

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الاجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التعليل

التمرين الأول:

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الاجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التعليل

(1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $y' = \ln(2) \cdot y$  والذي يحقق  $y'(e) = \ln(2)$  هو

ا-  $y(x) = 2e^{x \ln 2}$  ب-  $y(x) = 2^{x-e}$  ج-  $y(x) = e^{x \ln 2}$

(2) مجموعة حلول المتراجحة  $\ln(-2023x+1) < \ln(2023)$  ذات المجهول الحقيقي  $x$  في المجال:

ا-  $\left[ \frac{2022}{2023}; +\infty \right[$  ب-  $\left] -\infty; -\frac{2022}{2023} \right[$  ج-  $\left] -\frac{2022}{2023}; \frac{1}{2023} \right[$

(3) من اجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم نعتبر العدد  $S_n$  بحيث:

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n =$  فان  $S_n = \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \dots + \log\left(\frac{n-1}{n}\right)$

ا-  $-\infty$  ب- غير موجودة ج-  $+\infty$

(4) اذا كانت  $g$  دالة معرفة على  $IR^*$  ب:  $g(x) = \frac{e^{4x} - e^{2x}}{x}$  فان

ا-  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$  ب-  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$  ج-  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2}$

$(C_f)$  المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عين الاعداد الحقيقية  $b; a$  و  $c$  بحيث يكون  $f(x) = x + a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$  لكل  $x$  من  $D_f$

(2) ادرس تغيرات الدالة  $f$

(3) برهن ان المعادلة  $f(x)=0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  من المجال  $\left[\frac{2}{3};1\right]$

(4) برهن ان المنحنى  $(C_f)$  له مستقيم مقارب  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته

(5) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة ل  $(\Delta)$

(6) ارسم كل من  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $x^3 - (4+m)x^2 + 2(4+m)x - 4 - m = 0$

### التمرين الثالث:

I- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $IR$  ب:  $g(x) = e^x - x + 2$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$

(2) بين انه من اجل كل  $x$  من  $IR$ :  $g(x) > 0$

II- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $IR$  ب:  $f(x) = (x-1)e^{-x}$

ليكن  $(C_f)$  المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $IR$  فان:  $f'(x) = e^{-x} g(x)$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

(4) بين ان المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  مستقيم مقارب مائل ل  $(C_f)$  عند  $+\infty$

(5) ادرس الوضعية النسبية للمستقيم  $(\Delta)$  بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$

(6) برهن ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $\omega$  يطلب تعيين احداثياتها

(7) ليكن  $(T_a)$  مستقيم معادلته  $y = x + a$  حيث  $a \in IR$

عين قيمة  $a$  حتى يكون  $(T_a)$  مماسا ل  $(C_f)$  في نقطة يطلب تعيينها احداثياتها

(8) احسب  $f(-1)$  و  $f(0)$  ثم أنشئ كل من  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و  $(T_a)$  على المجال  $[-1; +\infty[$

(9)  $m$  وسيط حقيقي عين قيم  $m$  بحيث تقبل المعادلة:  $f(x) = x - 2m$  حلين مختلفين

(10) الدالة المعرفة على  $IR$  كما يلي  $k(x) = [f(x)]^2$

(ا) احسب  $k'(x)$  بدلالة كل من  $f(x)$  و  $f'(x)$  ثم استنتج إشارة  $k'(x)$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $k$

## التمرين الأول (9 نقاط):

اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

السؤال	الجواب (1)	الجواب (2)	الجواب (3)
1. المعادلة $y' = (2\ln 3)y$ حلها في $\mathbb{R}$ هي الدوال من الشكل	$x \mapsto c \times 9^x$	$x \mapsto ce^{6x}$	$x \mapsto c \times 6^x$
2. $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x + \frac{1}{e^x + 1}$ لدينا $e^x > 0$ ومنه:	$x < f(x) < x + 1$	$x + 1 < f(x) < x + 2$	$-x < f(x) < x + 1$
3. $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ التفسير الهندسي للنهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x] = 0$ هو:	مقارب أفقي لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$ $y = 0$ معادلة مستقيم	مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$ $y = \ln x$ معادلة مستقيم	مقارب لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$ $y = \ln x$ معادلة منحنى
4. $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = (1 - x^2) \ln  x + 1 $ دالتها المشتقة $f'$ هي:	$f'(x) = x - 1 + 2x \ln  x + 1 $	$f'(x) = 1 - x - 2x \ln  x + 1 $	$f(x) = -2x + \frac{1}{x + 1}$
5. حلول المتراجحة $(\ln x)^2 - \ln x^2 \leq 0$ هي:	$S = [1; e^2]$	$S = [0; \ln 2]$	$S = ]0; 2]$
6. المعادلة $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$ تقبل في $\mathbb{R}$	حلين	3 حلول	ليس لها حل

## التمرين الثاني (11 نقطة):

(I) الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (ax^2 + b)e^{-x^2} + c$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية.

جدول تغيراتها يعطى في الشكل المقابل

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	-
$g(x)$		$g(-\sqrt{\frac{3}{2}})$		$g(\sqrt{\frac{3}{2}})$	
	1		-1		1

$g(-\sqrt{\frac{3}{2}}) = g(\sqrt{\frac{3}{2}}) \approx 1.9$



(1) عين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  ،  $g(0)$  ،  $g'(0)$  و  $g'\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$  ثم بين أن  $c=1$  ،  $b=-2$  و  $a=4$

(2) أ) بين أن  $g$  دالة زوجية

ب) بين أن المعادلة  $g(x)=0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $-0.5 < \alpha < -0.4$  و  $\beta = -\alpha$

(3) عين حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x - 1 - 2xe^{-x^2}$  .

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الرسم 2cm)

(1) بين أنه من أجل كل  $x$  حقيقي غير معدوم،  $f(x) = x\left(1 - \frac{1}{x} - 2e^{-x^2}\right)$  ثم أحسب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ ، } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = g(x)$  ،

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أحسب من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f(-x) + f(x)$  ، ثم فسر ذلك هندسيا

(4) أ) بين أن المستقيم ( $\Delta$ ) ذو المعادلة  $y = x - 1$  مقارب مائل لـ ( $C_f$ )

ب) أدرس الوضع النسبي بين ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ )

(5) بين أن المستقيم ( $T$ ) ذو المعادلة  $y = -x - 1$  يمس ( $C_f$ ) في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثيتها

(6) أرسم ( $\Delta$ ) و ( $T$ ) ثم ( $C_f$ )

(7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f(x) = mx - 1$

بالتوفيق 😊

من اعداد الاستاذين: ق.م و ح.ي

**التمرين الأول ( 05 نقط ) : لكل سؤال ثلاث إجابات ، اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير**

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج
01	الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = \begin{cases} x-1 & ; x \leq 1 \\ 2-ax & ; x > 1 \end{cases}$ حيث $a \in \mathbb{R}$ هي مستمرة عند 1 من أجل	$a = 2$	$a = 0$	$a = -1$
02	العدد الحقيقي $\ln(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2024} + \ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2024}$ يساوي :	2024	0	2
03	حلول المعادلة التفاضلية : $y' = \sqrt{2}y - 1$ على $\mathbb{R}$ هي الدوال	$f(x) = ce^{\sqrt{2}x} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ حيث $(c \in \mathbb{R})$	$f(x) = ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} - 1$ حيث $(c \in \mathbb{R})$	$f(x) = ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} + 1$ حيث $(c \in \mathbb{R})$
04	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$ تساوي	0	1	2
05	إذا كانت $f$ دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ : $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ و $h$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x) = f(3x)$ فإن	$h'(x) = \frac{1}{x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$

**التمرين الثاني (6 نقط)**

$g$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1, 3\}$  .  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ،  
( $T$ ) مماس للمنحنى  $(C_g)$  عند النقطة التي فاصلتها 0 معادلته :  $y = -\frac{8}{3}x + 5$  جدول تغيراتها يعطى بالشكل الاتي .

$x$	$-\infty$	-3	-1	1	3	5	$+\infty$
$g(x)$	1						1
		0				0	
			$+\infty$	4	$+\infty$		
						$-\infty$	

- حدد نهايات الدالة  $g$  عند حدود مجموعة التعريف. ثم فسر النتيجة هندسيا.
- عين معادلة المماس للمنحنى  $(C_g)$  عند النقطة التي فاصلتها 1 .

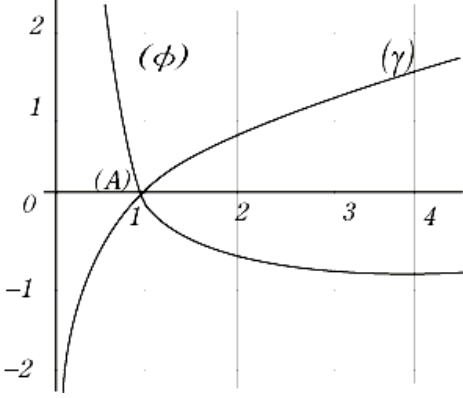
(3) عين  $g'(0), g(0)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{g(x)} - \sqrt{g(0)}}{x}$

أقلب الصفحة

4) عين إشارة كل من  $g(x)$  و  $g'(x)$

5) ماهي عدد حلول المعادلة  $g(x) = \frac{1}{2}$  : علل.

### التمرين الثالث (9 نقط)



I)  $(\phi)$  و  $(\gamma)$  التمثيلين البيانيين للدالتين  $x \mapsto \ln x$  و  $x \mapsto \frac{1}{x^2} - 1$  على الترتيب

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$

كما في الشكل المقابل :  $A$  هي نقطة تقاطع  $(\phi)$  و  $(\gamma)$  .

1) بقراءة بيانية حدد وضعية  $(\gamma)$  بالنسبة إلى  $(\phi)$  على  $]0; +\infty[$

2)  $g$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب :  $g(x) = \ln x - \frac{1}{x^2} + 1$

إستنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$

II)  $f$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{-x^2 + 6x + \ln x}{2x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$

1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  . ماذا تستنتج.

2) أ- أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{2x^2}$

ب- تأكد أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[0; 1]$  و متناقصة تماما على  $[1; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها.

ت- عين دون حساب  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+h)}{h}$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة ل  $(\Delta)$  .

4) أ- أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا للمستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.

ب- بين أن المعادلة أن :  $f(x) = 0$  . تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $0.2 < \alpha < 0.3$  و  $6.2 < \beta < 6.3$

ج- أنشئ المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$

د- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = x + m$  .

بالتوفيق والنجاح في البكالوريا



التمرين الأول (04 ن):

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $-y' + 2y - 2 = 0$  الذي يحقق  $y(0) = 2023$  هو:  $y = 2022e^{2x} + 1$

4. إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$  فإن  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(e^{-x+2} + 1)$  تساوي 1

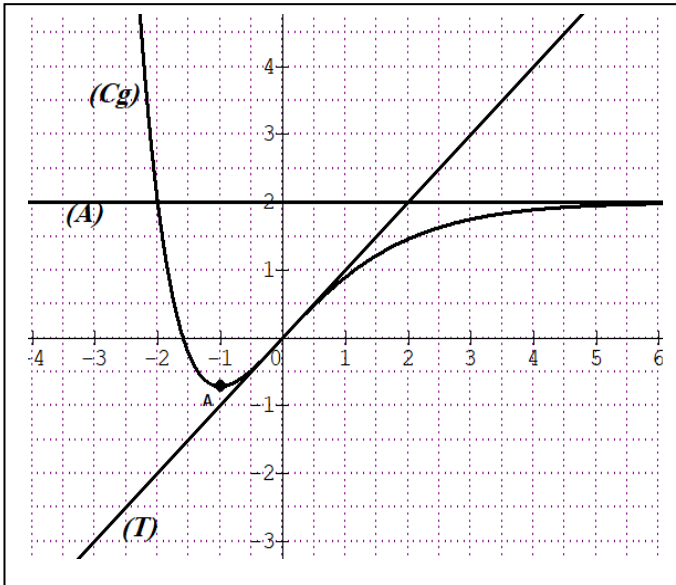
5.  $f$  حلا في  $\mathbb{R}$  للمعادلة التفاضلية:  $y' + 6y - 2 = 0$  و  $(C)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي

المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس، المنحنى  $(C)$  يقبل عند  $+\infty$  مستقيما مقاربا معادلته  $y = \frac{1}{3}$

6. الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  ب:  $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$  تقبل محور تناظر معادلته  $x = 1$

التمرين الثاني (04 ن):

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $g(x) = (ax+b)e^{-x} + c$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية  $(C_g)$  تمثيلها البياني في



معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نقطة من  $(C_g)$  حيث:

$A(-1; -e+2)$ ، هو مماس للمنحنى  $(C_g)$  عند النقطة

$O(0;0)$   $(\Delta)$  هو مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_g)$  بجوار  $+\infty$

(1) بقراءة بيانية عين ما يلي:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

(ب)  $g(0)$ ،  $g'(0)$  و  $g''(0)$

(ج) معادلة كل من: المماس  $(T)$  والمستقيم  $(\Delta)$

(د) جدول تغيرات الدالة  $g$

(2) أ) احسب  $g'(x)$  بدلالة  $a$  و  $b$

(ب) باستعمال المعطيات السابقة عين كل من  $a, b, c$  ثم استنتج عبارة  $g(x)$

(II) نعتبر الدالة  $k$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $k(x) = g(|x|)$ ،  $(C_k)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن  $k$  دالة زوجية ثم أنشئ  $(C_k)$  انطلاقا من  $(C_g)$  مع الشرح

## التمرين الثالث (05):

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$1$	$3$	$+\infty$
$u(x)$						

$u$  دالة معرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  يعطى جدول تغيراتها كالآتي:

1. اوجد حلول المعادلتين  $u'(x) = 0$  ،  $u(x) = 0$

2. عين إشارة  $u'(x)$  و  $u(x)$

3. نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $]-\infty; 0[ \cup ]1; +\infty[$  بـ:  $h(x) = \ln(u(x))$

أ- أحسب نهايات الدالة  $h$  عند أطراف مجموعة التعريف المفتوحة

ب- أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $u'(x)$  و  $u(x)$  ثم عين إشارتها واستنتج اتجاه تغير الدالة  $h$

ج- شكل جدول تغيرات الدالة

د- إذا علمت أن المنحنى  $(C_u)$  الممثل للدالة  $u$  يقبل مماس عند النقطة  $A(-3; 1)$  معادلته  $y = x + 3$  ،

عين معادلة للمماس المنحنى  $(C_h)$  عند النقطة ذات الفاصلة -3

## التمرين الرابع (07):

I. الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x^2 + \ln x$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0.6 < \alpha < 0.7$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln x}{x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

(3) ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$  .

ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

(5) عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  ثم فسر النتيجة هندسيا

(6) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا (T) موازيا لـ  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.

(7) أنشئ كلا من  $(\Delta)$ ، (T) والمنحنى  $(C_f)$  علما أن  $f(\alpha) = 1.2$

(8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $\frac{1 + \ln x}{x} = m - 1$

انتهى الموضوع مع تمنيات أستاذة المادة لكم بالتوفيق

التمرين الأول: ( 05 نقاط )

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير:

(1) المعادلة  $2e^{2x} - 3e^x - 2 = 0$  ذات المجهول الحقيقي  $x$  :

(أ) تقبل حلًا وحيداً. (ب) تقبل حلين مختلفين. (ج) لا تقبل حلولاً.

(2) للمعادلة  $\ln(x-2) + \ln(x-4) = 3\ln 2$  حلّ وحيد في المجال  $+\infty$  ; 4] هو:

(أ) 9 (ب) 6 (ج) 8

(3) حلّ المعادلة التفاضلية  $y' - 2y - 6 = 0$  الذي يُحقّق  $y(\ln 3) = 15$  هو الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

(أ)  $h(x) = 2e^{3x} + 3$  (ب)  $h(x) = -2e^{2x} + 3$  (ج)  $h(x) = 2e^{2x} - 3$

(4) الدالة  $h$  المعرفة على المجال  $]-1; 1[$  بـ:  $h(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$  هي دالة:

(أ) زوجية. (ب) فردية. (ج) لا زوجية ولا فردية.

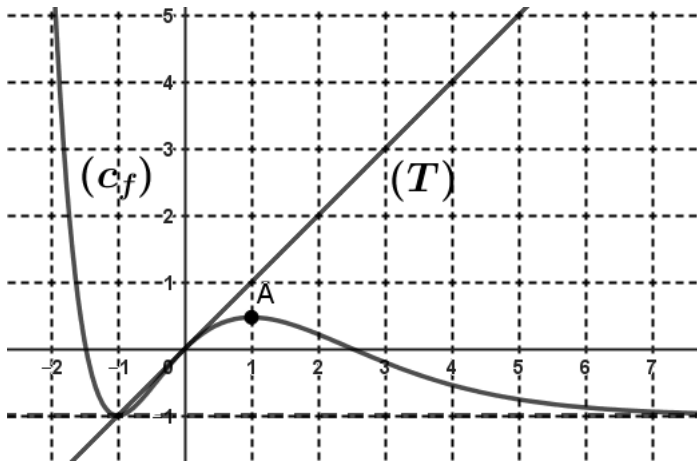
التمرين الثاني: ( 07 نقاط )

$f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x} - 1$ ، حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية،  $(c_f)$  تمثيلها

البياني في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .  $(T)$  مماس ل  $(c_f)$  في

النقطة ذات الفاصلة 0. النقطة  $A$  إحداثياتها  $(1; 4e^{-1} - 1)$ ، كما هو مبين في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية:



(1) عين:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) عين كلا من:  $f(0)$ ،  $f(-1)$ ،  $f'(0)$  و  $f'(-1)$

(3) اكتب معادلة للمماس  $(T)$

(4) عين  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)}$  و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) + 1}{h}$

(5) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(6) اعتماداً على ما سبق عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  و

(7) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = f(e^{-x})$

أ) احسب  $g'(x)$  (دون تعيين عبارة  $g(x)$ )  
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I)  $g(x) = x^2 - 2\ln(x)$  :  $]0; +\infty[$  المجال

1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $g(x) > 0$

II)  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1 + \ln(x)}{x}$  :  $]0; +\infty[$  المجال

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول  $2cm$ )

1) أ) احسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب) بين أن المستقيم  $(D)$  ذا المعادلة  $y = \frac{1}{2}x$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$ .

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$ .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(D)$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f''(x) = \frac{2\ln(x) - 1}{x^3}$

ب) استنتج أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثياتها.

4) أ) بين أن  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  بحيث :  $0,34 < \alpha < 0,35$

ب) ارسم  $(D)$ ،  $(T)$  و  $(C_f)$

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = \frac{1}{2}x + e^m$



المدة: 3 ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة: الرياضيات

### التمرين الأول (06 ن)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة مع التبرير:

1.  $f$  و  $g$  دالتان عديتان قابلتان للاشتقاق على  $\mathbb{R}$ ، إذا كانت  $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$  و  $g(x) = f(3x)$  فإن :

- أ -  $g'(x) = \frac{1}{x^2+3}$     ب -  $g'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$     ج -  $g'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
2. المعادلة  $x^5 + x - 1 = 0$  :

- أ - تقبل حلين في  $\mathbb{R}$     ب - لا تقبل حلول في  $\mathbb{R}$     ج - تقبل حل وحيد في  $\mathbb{R}$

3.  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$  من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :

- أ -  $f(-x) + f(x) = 0$     ب -  $f(-x) + f(x) = e$     ج -  $f(-x) + f(x) = 2$

4. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية:  $y' + 3y = 12$  الذي يحقق :  $f(1) = 2$  هو :

- أ -  $f(x) = 2e^{-3x+3} + 4$     ب -  $f(x) = -2e^{-3x+1} + 4$     ج -  $f(x) = -2e^{-3x+3} + 4$

5. حلول المتراجحة :  $6 + e^{2x} < 5e^x$  :

- أ -  $S = ]\ln 2; \ln 3[$     ب -  $S = ]2; 3[$     ج -  $S = ]-\infty; \ln 2[ \cup ]\ln 3; +\infty[$

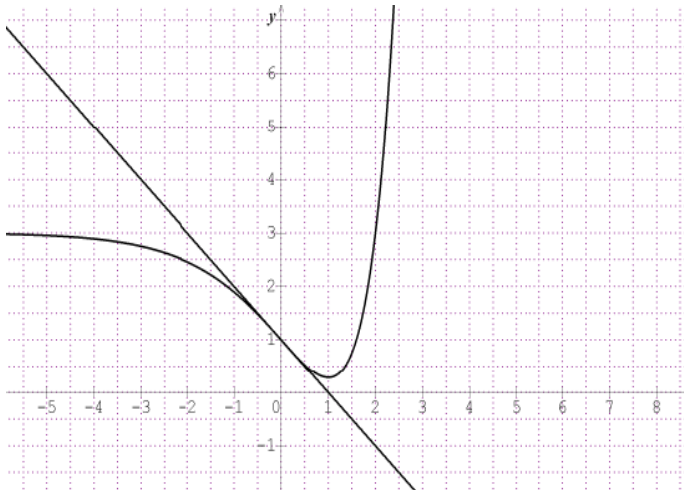
### التمرين الثاني (06 ن)

لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (ax + b)e^x + c$

$(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

علما أن  $(C_g)$  يشمل النقطة  $A(1; 3-e)$  و  $(T)$  هو مماس المنحنى  $(C_g)$  في النقطة  $B(0; 1)$  "الشكل المقابل"

بقراءة بيانية:



1. عين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2. أحسب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g'(h)+1}{h}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)+e-3}{x-1}$

3. أكتب معادلة ديكارتية لـ  $(T)$

4. عين الأعداد الحقيقية  $a$ ،  $b$  و  $c$

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$

عدد وإشارة حلول المعادلة :  $g(x) = -x + m$



6. بالاعتماد على المنحنى  $(C_g)$  أنشئ مع التبرير المنحنى الممثل للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = g(2-x)$

7.  $k$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $k(x) = \frac{1}{g(x)}$

أ- أكتب  $k'(x)$  بدلالة  $g(x)$  و  $g'(x)$  ثم شكل جدول التغيرات

### التمرين الثالث (08 ن)

I. 1.  $h$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^* \rightarrow$  :  $h(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$

$(C_h)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$

ب - أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا

2. أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة :  $y = 2x - 1$  مقارب مائل لـ  $(C_h)$  عند  $+\infty$

ب- أدرس وضعية  $(C_h)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$

3. بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}^*$  فان :  $h(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$  ، ثم استنتج أن  $(C_h)$  يقبل مستقيما مقاربا مانلا

آخر  $(\Delta')$  يطلب تعيين معادلته ثم أدرس وضعيته بالنسبة لـ  $(C_h)$

4. أ- بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}^*$  فان :  $h'(x) = \frac{(e^x - 2)(2e^x - 1)}{(e^x - 1)^2}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $h$  وشكل جدول تغيراتها.

5. أنشئ  $(C_h)$  ،  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$

II.  $k$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^* \rightarrow$  :  $k(x) = 2|x| - 1 + \frac{1}{e^{|x|} - 1}$

1. بين أن الدالة  $k$  زوجية

2. أرسم في نفس المعلم السابق  $(C_k)$  التمثيل البياني للدالة  $k$

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضياتالتمرين 01 : (06 نقاط)

في كل مما يلي يوجد إجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير :

(1) الكتابة المبسطة للعدد  $A$  حيث :  $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$  هي :

أ.  $A = e + 1$       ب.  $A = 0$       ج.  $A = -1$

(2) مجموعة حلول المتراجحة :  $\ln(2 - x) + \ln(x + 3) - \ln 4 \geq 0$  هي :

أ.  $s = [1; 2]$       ب.  $s = ]-2; 1[$       ج.  $s = [-2; 1]$

(3) الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2y - y' + 1 = 0$  هي الدوال  $f$  حيث :

أ.  $f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2}$       ب.  $f(x) = ce^x - \frac{1}{2}$       ج.  $f(x) = ce^{2x} - 2$

(4) الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  هي :

أ. دالة زوجية      ب. دالة فردية      ج. لازوجية و لا فردية

(5)  $f$  دالة معرفة على  $\{0\} - [-1; 1]$  بـ :  $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ . دالتها المشتقة هي :

أ.  $f'(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$       ب.  $f'(x) = \frac{-1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$       ج.  $f'(x) = \frac{2}{x^2\sqrt{1-x^2}}$

التمرين 02 : (07 نقاط)

أ.  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

(1) احسب نهايتي الدالة  $g$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,68 < \alpha < 1,69$  .

(4) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

II.  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^{x+1}}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{o})$ .

(1) أ. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وفسر النتيجة هندسيا .

ب. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  .

(2) أ. بين انه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^{x+1})^2}$  .

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) عين دون الحساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  وفسر النتيجة هندسيا .

(4) أ. أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 4x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  .

(5) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(T)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(6) أرسم كلا من  $(\Delta)$  و  $(T)$  و  $(C_f)$  ( نأخذ  $f(\alpha) = 1,75$  ) .

- (7)  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $h(x) = |f(x)|$  .  
 أ- عبر عن  $h(x)$  بدلالة  $f(x)$  .  
 ب - اشرح كيفية رسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم أرسمه.

### التمرين 03 : (07 نقاط)

- أ. نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة :  $g(x) = x^2 - 2\ln x$   
 (1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  (يطلب منك حساب النهايات) .  
 (2) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$  .  
 II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة :  $f(x) = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x)$   
 ( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$   
 (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .  
 (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تاما :  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$  .  
 ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.  
 (3) أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = 1 - x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  .  
 ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .  
 (4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $0.41 < \alpha < 0.42$   
 (5) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.  
 (6) أرسم  $(\Delta)$  ,  $(T)$  و  $(C_f)$  .  
 (7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:  
 $(E): f(x) = m - x$

### التمرين الأول: (6 ن)

أختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التعليل

1. حل المعادلة التفاضلية:  $y' + 2y = 4$  و  $f(1) = 3$  هو :

أ. $f(x) = e^{2-2x} + 2$	ب. $f(x) = e^{2x} - 2$	ج. $f(x) = e^{2x} + 2$
--------------------------	------------------------	------------------------

2. مجموعة حلول المتراجحة  $3(\ln(x))^2 - 2\ln(x) - 1 \leq 0$  هي :

أ. $\left] e^{-\frac{1}{3}} ; e \right]$	ب. $\left] e^{-\frac{1}{3}} ; e \right[$	ج. $\left[ e^{-\frac{1}{3}} ; e \right]$
--	--	--

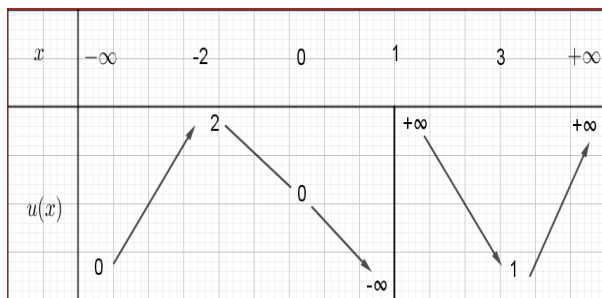
3. تبسيط العدد  $A$  حيث :  $A = \ln((2 - \sqrt{3})^{2024}) + \ln((2 + \sqrt{3})^{2024})$  هو :

أ. $A = 0$	ب. $A = 2024$	ج. $A = \ln(2)$
------------	---------------	-----------------

4. حلول المعادلة في  $R$  حيث :  $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$  هي :

أ. $s = \{0 ; 1\}$	ب. $s = \{1 ; 2\}$	ج. $s = \{0 ; \ln(2)\}$
--------------------	--------------------	-------------------------

### التمرين الثاني (5 ن) :



الدالة  $u$  معرفة بجدول تغيراتها كالتالي :

1. عين حلول المعادلة :  $u'(x) = 0$  و  $u(x) = 0$

2. عين إشارة كلا من  $u'(x)$  و  $u(x)$

3. نعتبر الدالة  $h$  المعرفة بالعلاقة :  $h(x) = \ln(u(x))$

أ. بين أن مجموعة تعريف الدالة  $h$  هي :  $]-\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$

ب. أحسب نهايات الدالة  $h$  عند أطراف مجموعة تعريفها

ج. أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $u'(x)$  و  $u(x)$ . ثم عين اشارتها واستنتج اتجاه تغير الدالة  $h$

د. شكل جدول تغيرات الدالة  $h$

## التمرين الثالث (9 ن) :

**I.** لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $R$  كما يلي :  $g(x) = e^x + x + 1$

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  , ثم شكل جدول تغيراتها

2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $[-1.27 ; -1.28]$

3. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$

**II.** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  كما يلي :  $f(x) = (x + 2)(1 - e^{-x})$  ,  $(c_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. عين نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = g(x)e^{-x}$

3. استنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$  , ثم شكل جدول تغيراتها

4. عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left( \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$  , ثم فسر النتيجة هندسيا

5. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 2$  مقارب مائل للمنحنى  $(c_f)$  بجوار  $+\infty$

6. أدرس الوضع النسبي بين  $(c_f)$  و  $(\Delta)$

7. أثبت أنه يوجد مماس  $(T)$  وحيد للمنحنى  $(c_f)$  يوازي  $(\Delta)$

8. تحقق أن معادلة المماس  $(T)$  هي :  $y_{(T)} = x + 2 - e$

9. بين أن  $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$

10. جد نقط تقاطع  $(c_f)$  مع محوري الإحداثيات

11. مثل بيانيا كلا من :  $(T)$  ,  $(\Delta)$  ,  $(c_f)$  ,  $f(\alpha) = -1.9$

12. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة :  $\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$

**التمرين الأول: (4 ن)**

عين الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(1) العبارة  $\ln(2 + \sqrt{3})^{2024} + \ln(2 - \sqrt{3})^{2024}$  تساوي:

(أ) 2023 (ب) 2024 (ج) 0

(2) حلول المتراجحة  $\ln(x + 1) + \ln(3 - x) \leq \ln(2x + 1) + \ln 3$  في  $\mathbb{R}$  هي:

(أ)  $S = [0; 3]$  (ب)  $S = [0; 3[$  (ج)  $S = [0; \ln 3[$

(3)  $f$  و  $g$  دالتان معرفتان على الترتيب على  $]0; +\infty[$  و  $\mathbb{R}$  حيث  $f(x) = g(\ln \sqrt{x})$

و  $g'(x) = e^{3x}$  فإن:

(أ)  $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$  (ب)  $f'(x) = \frac{2\sqrt{x}}{\ln x}$  (ج)  $f'(x) = \frac{x}{\ln x}$

(4) الدالة  $f$  المعرفة على  $]1; +\infty[ \cup ]-\infty; -1[$  بـ:  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  هي دالة:

(أ) زوجية (ب) فردية (ج) لا زوجية ولا فردية

**التمرين الثاني (6 ن)**

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R} - \{-2; +2\}$  بـ:  $f(x) = \frac{|x+1|-1}{x^2-4}$

وليكن  $(C_f)$  تمثلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق .

1- أ- تحقق أن عبارة الدالة  $f$  في المجال  $] -2; -1[ \cup ] -\infty; -2[$  دون رمز القيمة المطلقة هي:  $f(x) = -\frac{1}{x-2}$

؟

ب- استنتج عبارة الدالة  $f$  في المجال  $]2; +\infty[ \cup ] -1; 2[$  دون رمز القيمة المطلقة؟

2- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  ثم فسر النتائج هندسياً؟

3- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]2; +\infty[ \cup ] -2; 2[ \cup ] -\infty; -2[$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4- استنتج دون حساب  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$  و  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$

ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة هندسياً؟

I. الجزء الأول: المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

الدالة العددية  $g$  معرفة على المجال  $[-2; +2]$  كما يلي:  $g(x) = (a - 2x)e^x + b$  حيث  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية  
أ- أحسب  $g'(x)$  بدلالة  $a$  و  $b$ .

ب- عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحل جملة معادلتين التالية :

$$\begin{cases} g'(0) = 1 \dots\dots\dots (1) \\ g'(x) - g(x) = -2e^x - 2 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

II. الجزء الثاني: نضع  $a = 3$  و  $b = 2$

ولتكن  $g$  دالة عددية معرفة على المجال  $[-2; +2]$  كما يلي:  $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة العددية  $g$  على المجال  $[-2; +2]$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,68 < \alpha < 1,69$ .

ثم حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

III. الجزء الثالث: الدالة العددية  $f$  معرفة على  $[-2; +2]$  بـ:  $f(x) = 1 + \frac{4x - 2}{e^x + 1}$

ليكن  $(C_f)$  تمثلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1- أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-2; +2]$  يكون:  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل عند النقطة  $A(x_0; 1)$  مماس  $(T)$  يطلب إيجاد  $x_0$  وكتابة معادلة المماس  $(T)$ .

3- بين أن:  $f(\alpha) = 4\alpha - 5$  ثم عين حصرا لـ:  $f(\alpha)$

4- عين دون حساب:  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  اعط تفسير للنتيجة؟ أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

IV. نعتبر الدالة العددية  $k$  معرفة على  $[-2; +2]$  بـ:  $k(x) = \frac{-4xe^x - 2e^x}{e^x + 1}$

1- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $[-2; +2]$  فإن:  $k(x) = f(-x) - 1$ .

اشرح كيف يمكن رسم  $(C_k)$  انطلاقا من  $(C_f)$ . ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $k$  على المجال  $[-2; +2]$

بالتوفيق

### التمرين الأول : (06 نقاط)

فيما يلي أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل مرة:

(1) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; 2\pi]$  كما يلي:  $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$  ، وليكن  $(C_f)$  منحناها البياني

في  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  م.م.م.م.م.م

❖ من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; 2\pi]$  تكون:  $f'(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$

❖ من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; 2\pi]$  تكون:  $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x} \cdot \cos(x + \frac{\pi}{4})$

❖ المماس للمنحني  $(C_f)$  عند المبدأ معادلته هي:  $y = x$

❖ من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; 2\pi]$  يكون: المنحني  $(C_f)$  يقع بين المنحنيين  $(C_g)$  و  $(C_h)$

حيث:  $g(x) = e^{-x}$  و  $h(x) = -e^{-x}$

❖ المنحنيان  $(C_f)$  و  $(C_g)$  لهما نقطة مشتركة وحيدة فاصلتها هي:  $\pi$

(2) نعتبر الدالة  $k$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $k(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1)$  ،  $(C_k)$  منحناها البياني

في  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  م.م.م.م.م.م

❖ المبدأ  $O$  هو مركز التناظر للمنحني  $(C_k)$

❖  $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = +\infty$

❖ من أجل كل عدد حقيقي  $x$  تكون:  $k'(x) = \frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2 + 1)^2}$

❖ من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; 1]$  ، تكون:  $k(x) > 0$

❖ المعادلة:  $k(x) = 1$  لا تقبل حلولاً على المجال  $[0; 1]$

### التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$

و ليكن  $(C)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

الجزء الأول:

(1) أ) أحسب كلاً من:  $f'(x)$  و  $f''(x)$

ب) استنتج تغيرات الدالة  $f'$



- (ج) بين أن المعادلة  $f'(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  ، حيث:  $-1,3 < \alpha < -1,2$  .  
 (د) استنتج إشارة  $f'(x)$  وتغيرات الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيرات هذه الأخيرة.  
 (2) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحني  $(C)$  بجوار  $+\infty$  .  
 ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني  $(C)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .  
 (3) أنشئ كلاً من  $(\Delta)$  و  $(C)$  .

الجزء الثاني:

نعرف على مجموعة الأعداد الطبيعية  $\mathbb{N}$  ، المتتالية  $(u_n)$  كالاتي : 
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

- (1) أ) باستعمال المنحني  $(C)$  و المستقيم  $(\Delta)$  عين على محور الفواصل :  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  .  
 ب) أعط تخميناً حول اتجاه و تقارب المتتالية  $(u_n)$  .  
 (2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  تكون :  $-1 < u_n \leq 0$  .  
 ب) برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة، ثم استنتج أن لها نهاية  $I$  لا يطلب حسابها.  
 (3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  تكون :  $0 < u_{n+1} + 1 \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$  .  
 ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  تكون :  $0 < u_n + 1 \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$  . ماهي إذن نهاية المتتالية  $(u_n)$  ؟

### التمرين الثالث : (06 نقاط)

(I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كيلي :  $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$  .

(1) أحسب نهاية الدالة  $g$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  .

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1+e^{2x})$  .

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  تكون :  $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(2x)$  .

(2) بوضع :  $X = 1 + e^{2x}$  ، بين أن :  $f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X}$  . استنتج عندئذٍ نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  .

(3) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  ، (يمكن وضع :  $h = e^{2x}$  ) .

(4) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(5) ليكن  $(C_f)$  هو المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$  .

❖  $(1cm)$  هي الوحدة على محور الفواصل ،  $(4cm)$  هي الوحدة على محور الترتيب .

أ) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$  .

ب) أنشئ  $(T)$  والمنحني  $(C_f)$  .

بالتوفيق للجميع ..... الأستاذ: ب.ع

### حل التمرين الأول:

الإجابة بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل مرة :

(1) لدينا : الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; 2\pi]$  كما يلي :  $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$  :

(أ) خطأ ، لأن :  $f'(x) = -e^{-x} \times \sin x + \cos x \times e^{-x}$  ، ومنه :

$$f'(x) = e^{-x}(\cos x - \sin x)$$

(ب) صحيح ، لأن :  $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x} \cdot \cos(x + \frac{\pi}{4})$  ، أي :

$$f'(x) = \sqrt{2}e^{-x}(\cos x \cdot \cos(\frac{\pi}{4}) - \sin x \cdot \sin(\frac{\pi}{4}))$$

أي :  $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x}(\cos x \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin x \times \frac{\sqrt{2}}{2})$  ، ومنه :  $f'(x) = e^{-x}(\cos x - \sin x)$  :

(ج) صحيح ، لأن : المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند المبدأ هو :  $y = f'(0)(x-0) + f(0)$  ،

$$\begin{cases} f'(0) = 1 \\ f(0) = 0 \end{cases} \text{ لدينا :}$$

ومنه :  $y = x$  هو المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند المبدأ.

(د) صحيح ، لأن :  $-1 \leq \sin x \leq 1$  ، أي :  $-e^{-x} \leq e^{-x} \cdot \sin x \leq e^{-x}$  ، ومنه :  $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$  :

إذن : المنحنى  $(C_f)$  يقع بين المنحنيين  $(C_g)$  و  $(C_h)$  .

(و) خطأ ، لأن : لنحل المعادلة  $f(x) = g(x)$  ، أي :  $e^{-x} \cdot \sin x = e^{-x}$  ، أي :  $e^{-x} \cdot \sin x - e^{-x} = 0$  :

أي :  $e^{-x}(\sin x - 1) = 0$  ، أي :  $\sin x - 1 = 0$  ، أي :  $\sin x = 1$  ، ومنه :  $x = \frac{\pi}{2}$  .

(2) لدينا : الدالة  $k$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $k(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1)$  .

(أ) خطأ ، لأن :  $k(-x) = k(x)$  ، أي : الدالة  $k$  زوجية ، إذن : المنحنى  $(C_k)$  له محور تناظر هو

حامل محور الترتيب

(ب) خطأ ، لأن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = -\infty$  ، لدينا :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{2x^2}{x^2 + 1}) = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\ln(x^2 + 1) = -\infty$  :

(ج) صحيح ، لأن :  $k'(x) = \frac{4x(x^2 + 1) - 2x(2x^2)}{(x^2 + 1)^2} - \frac{2x}{x^2 + 1}$  ، أي :

$$k'(x) = \frac{4x^3 + 4x - 4x^3}{(x^2 + 1)^2} - \frac{2x(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$$

$$k'(x) = \frac{2x(1-x^2)}{(x^2+1)^2} : \text{أي} , k'(x) = \frac{2x-2x^3}{(x^2+1)^2} : \text{أي} , k'(x) = \frac{4x-2x^3-2x}{(x^2+1)^2} : \text{أي}$$

$$. k'(x) = \frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2} : \text{ومنه} \diamond$$

(د) خطأ ، لأن : من أجل كل  $x \in [0;1]$  يكون :  $2x \geq 0$  و  $1-x \geq 0$  و  $1+x > 0$  .

ومنه :  $k'(x) \geq 0$  ، أي :

إذن : من أجل كل  $x \in [0;1]$  ، يكون :  $k(x) \geq 0$  .

$x$	0	1
$k'(x)$	0	+
$k(x)$	0	$1-\ln(2)$

(و) صحيح ، لأن : لدينا :  $0 \leq x \leq 1$  أي :  $k(0) \leq k(x) \leq k(1)$  ، ومنه :  $0 \leq k(x) \leq 0,3$  .

إذن : المعادلة  $k(x) = 1$  لا تقبل حلولاً على المجال  $[0;1]$  .

### حل التمرين الثاني :

لدينا الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$  .

الجزء الأول :

(1) أ) حساب :  $f'(x)$  و  $f''(x)$  .

$$(*) \quad f'(x) = 1 - \frac{1}{4}[e^{-x} - e^{-x}(x+1)] : \text{أي} , f'(x) = 1 - \frac{1}{4}e^{-x}[1 - (x+1)] : \text{ومنه} ,$$

$$. f'(x) = 1 + \frac{1}{4}x.e^{-x}$$

$$(*) \quad f''(x) = \frac{1}{4}e^{-x} - e^{-x} \times \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}e^{-x}(1-x) : \text{ومنه} : f''(x) = \frac{1}{4}e^{-x}(1-x) \text{ (إشارة } f''(x) \text{ من إشارة } (1-x) \text{)}$$

(ب) استنتاج تغيرات الدالة  $f'$  :

$$(*) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = -\infty , \text{ لأن } : \lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{1}{4}x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x}) = +\infty .$$

$$(*) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1 : \text{لأن } : \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{1}{4}x.e^{-x}\right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{1}{4} \times \frac{x}{e^x}\right] = 1 ,$$

$$. \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{e^x}\right) = 0\right)$$

(\*) جدول التغيرات :

$$f'(1) = 1 + \frac{1}{4} e^{-1}$$

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-
$f'(x)$	$-\infty$	$f'(1)$	1

(ج) الدالة  $f'$  مستمرة ورتبية على المجال  $[-1, 3; -1, 2]$  و  $f'(-1, 2) = +\dots$  أي:  $f'(-1, 3) < 0 < f'(-1, 2)$   $f'(-1, 3) = -\dots$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة  $f'(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  ، حيث:  $-1, 3 < \alpha < -1, 2$  .

(د) إستنتاج إشارة  $f'(x)$  وتغيرات الدالة  $f$  ، ثم تشكيل جدول تغيرات هذه الأخيرة :

نلخص الإشارة وإتجاه التغير في جدول التغيرات

مباشرة :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty (*)$$

(2) أ) بيان أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$

مقارب مائل للمنحني  $(C)$  بجوار  $+\infty$  :

$$(*) \text{ لنحسب : } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{1}{4}(x+1)e^{-x} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{4} \left( \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) = 0$$

إذن : المستقيم  $(\Delta)$  مقارب مائل للمنحني  $(C)$  بجوار  $+\infty$  .

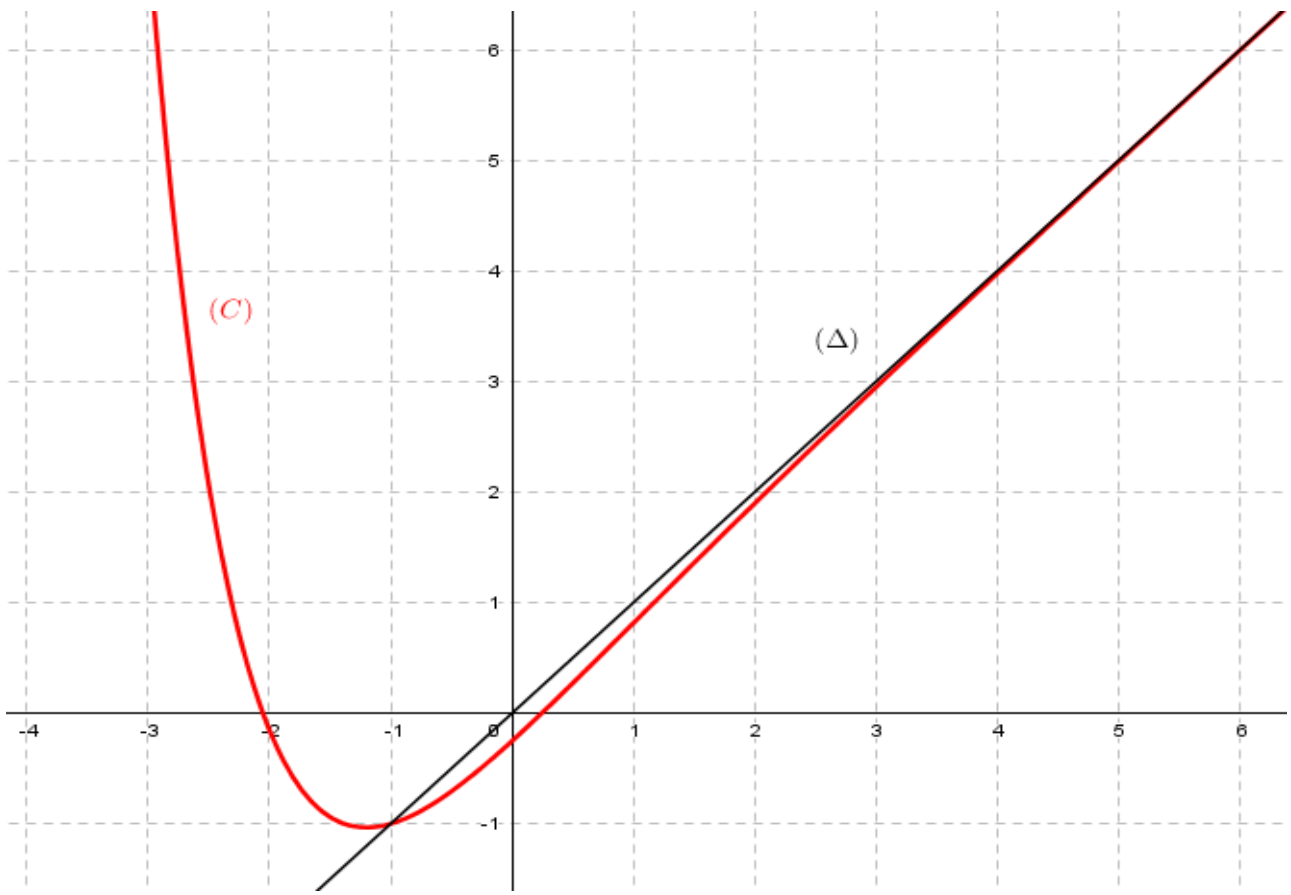
(ب) دراسة الوضع النسبي للمنحني  $(C)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  :

(\*) ندرس إشارة الفرق ، أي :  $f(x) - x = -\frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$  ، إذن إشارة الفرق من إشارة :  $-\frac{1}{4}(x+1)$  .

نلخص الوضعية في الجدول التالي :

$x$	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y$	+		-
الوضعية	(C) يقع تحت $(\Delta)$		
	(C) يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(-1; -1)$		(C) يقع فوق $(\Delta)$

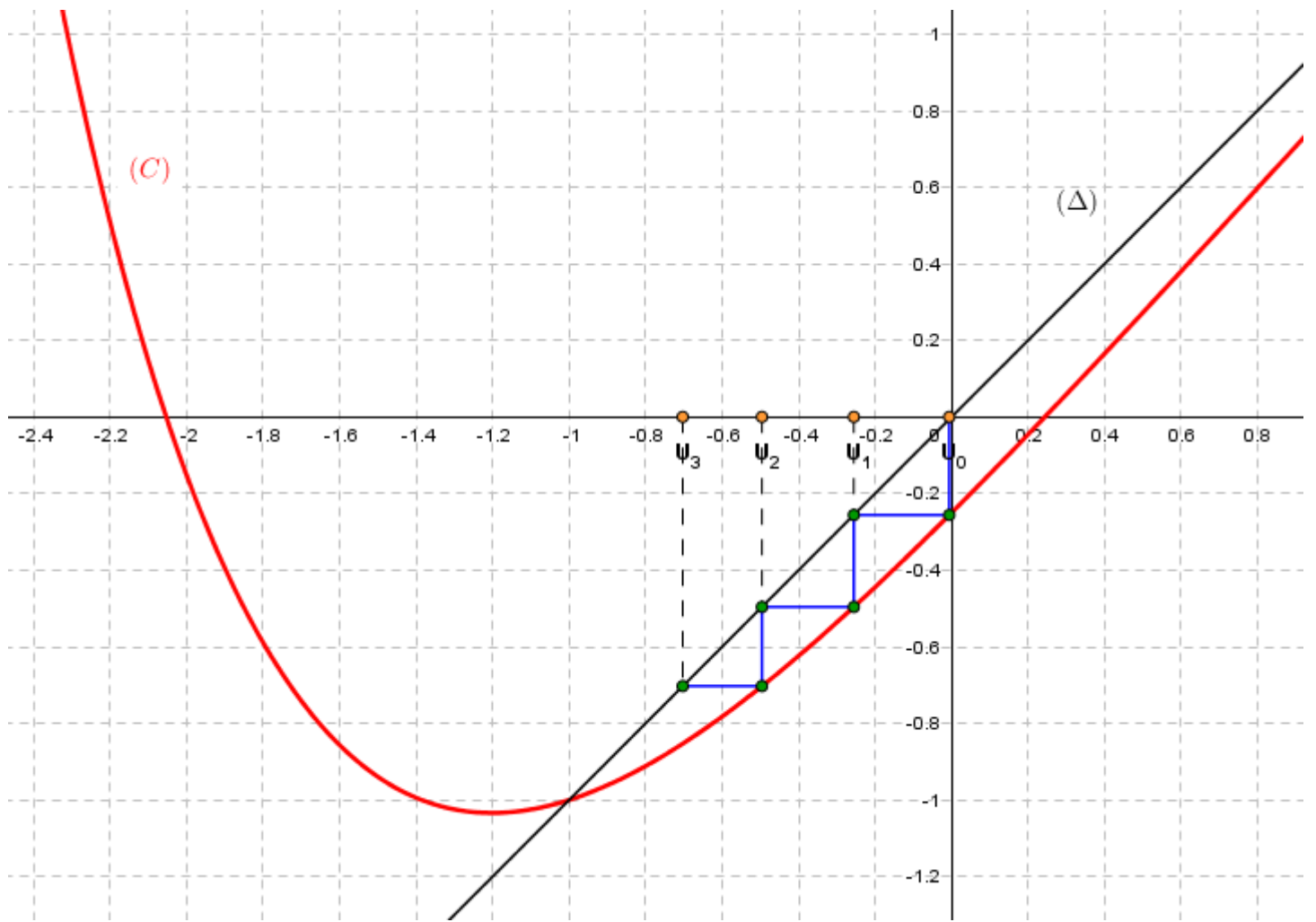
(3) إنشاء  $(\Delta)$  و  $(C)$  :



الجزء الثاني :

• 
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$
 لدينا من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، المتتالية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

(1) أ) باستعمال المنحني  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  تعيين على محور الفواصل :  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  :



(ب) إعطاء تخمين حول إتجاه وتقارب المتتالية  $(u_n)$  :

نلاحظ أنّ المتتالية  $(u_n)$  متناقصة ، و تتقارب نحو فاصلة نقطة تقاطع المنحني  $(C)$  مع المستقيم  $(\Delta)$  والتي هي :  $-1$  .

(2) أ) برهان أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  تكون :  $-1 < u_n \leq 0$  :

(\*) نتحقّق من أجل  $n=0$  :  $u_0 = 0$  ، ومنه :  $-1 < u_0 \leq 0$  ( محقّقة ) .

(\*) نفرض أنّ :  $-1 < u_n \leq 0$  ونثبت أنّ :  $-1 < u_{n+1} \leq 0$  .

لدينا فرضاً أنّ :  $-1 < u_n \leq 0$  ، ونعلم أنّ الدالة  $f$  متزايدة على المجال  $]-1;0]$  ، إذن :

$$f(-1) < f(u_n) \leq f(0)$$

أي :  $-1 < u_{n+1} \leq -\frac{1}{4}$  ، ومنه :  $-1 < u_{n+1} \leq 0$  ، وهو المطلوب .

(\*) وأخيراً من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون :  $-1 < u_n \leq 0$  .

(ب) برهان أنّ المتتالية  $(u_n)$  متناقصة ، ثمّ استنتاج أنّ لها نهاية  $l$  :

(\*) دراسة إتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  :  $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n$  ، من دراسة الوضعية (سابقاً)

$$f(x) - x < 0$$

وذلك من أجل كل  $x > -1$  ، وبما أنّ :  $u_n > -1$  فإنّه سيكون :  $f(u_n) - u_n < 0$  ، أي :

$$u_{n+1} - u_n < 0$$

إذن نستنتج أنَّ المتتالية  $(u_n)$  متناقصة على  $\mathbb{N}$  .  
 (\*) المتتالية  $(u_n)$  متناقصة ومحدودة من الأسفل بـ  $-1$  ، ومنه المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ، أي لها نهاية  $l$  .

(3) أ) برهان أنَّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  تكون :  $0 < u_{n+1} + 1 \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$  :  
 (\*) أولاً نحسب العدد :

$$u_{n+1} + 1 = f(u_n) + 1 = u_n - \frac{1}{4}(u_n + 1)e^{-u_n} + 1 = (u_n + 1) - \frac{1}{4}(u_n + 1)e^{-u_n}$$

$$، u_{n+1} + 1 = (u_n + 1) \left[ 1 - \frac{1}{4} e^{-u_n} \right] : \text{ ومنه } .$$

(\*) ثانياً نحسب الفرق :  $(u_{n+1} + 1) - \frac{3}{4}(u_n + 1) = (u_n + 1) \left( 1 - \frac{1}{4} e^{-u_n} \right) - \frac{3}{4}(u_n + 1)$  :  
 أي :

$$(u_{n+1} + 1) - \frac{3}{4}(u_n + 1) = (u_n + 1) \left[ 1 - \frac{1}{4} e^{-u_n} - \frac{3}{4} \right] = (u_n + 1) \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{4} e^{-u_n} \right) = (u_n + 1) \frac{1}{4} (1 - e^{-u_n})$$

لدينا :  $1 - e^{-u_n} \leq 0$  و بما أنَّ  $(u_n + 1) \frac{1}{4} > 0$

توضيح : نعلم أنَّ :  $-1 < u_n \leq 0$  ، أي :  $-u_n \geq 0$  ، أي :  $e > e^{-u_n} \geq 1$  ، أي :

$$-e < -e^{-u_n} \leq -1$$

أي :  $1 - e < 1 - e^{-u_n} \leq 0$  ، ومنه :  $1 - e^{-u_n} \leq 0$  .

إذن :  $(u_{n+1} + 1) - \frac{3}{4}(u_n + 1) \leq 0$  ، أي :  $(u_{n+1} + 1) \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$  .

(\*) من البرهان بالتراجع سابقاً نستنتج أنَّ :  $0 < (u_{n+1} + 1) \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$  .

(ب) إستنتاج أنَّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  تكون :  $0 < u_n + 1 \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$  :

لدينا :  $0 < (u_{n+1} + 1) \leq \frac{3}{4}(u_n + 1)$  ، ننطلق في التعويض والحساب :

$$، .....، 0 < (u_2 + 1) \leq \frac{3}{4}(u_1 + 1) ، 0 < (u_1 + 1) \leq \frac{3}{4}(u_0 + 1)$$

$$، 0 < (u_n + 1) \leq \frac{3}{4}(u_{n-1} + 1)$$

بالضرب نجد :

$$(u_1 + 1)(u_2 + 1)(u_3 + 1) \times ..... \times (u_n + 1) \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n (u_0 + 1)(u_1 + 1)(u_2 + 1) \times ..... \times (u_{n-1} + 1)$$

بالإختزال نجد :  $0 < (u_n + 1) \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n (u_0 + 1)$  ، بما أن :  $u_0 = 0$  فإن :

$$0 < u_n + 1 \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n \text{ وهو المطلوب}$$

(\*) إستنتاج نهاية المتتالية  $(u_n)$  : بما أن :  $0 < u_n + 1 \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$  ،

أي :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 1) = 0$  ، إذن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = -1$

### حل التمرين الثالث :

(I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كإيلي :  $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$  ،

(1) حساب نهاية الدالة  $g$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  :

(\*)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$  ، لأن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x}{1+e^x}\right) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\ln(1+e^x) = 0$  ،

(\*)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$  ، لأن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{1+e^x}\right) = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\ln(1+e^x) = -\infty$  ،

(2) دراسة إتجاه تغير الدالة  $g$  و تشكيل جدول تغيراتها ، ثم استنتاج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  :

(\*) إتجاه التغير : لنحسب  $g'(x)$  :

$$g'(x) = \frac{e^x(1+e^x) - e^x \times e^x}{(1+e^x)^2} - \frac{e^x}{1+e^x} = \frac{e^x + e^{2x} - e^{2x}}{(1+e^x)^2} - \frac{e^x}{1+e^x}$$

$$g'(x) = \frac{-e^{2x}}{(1+e^x)^2} \text{ ، ومنه : } g'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2} - \frac{e^x(1+e^x)}{(1+e^x)^2} = \frac{e^x - e^x - e^{2x}}{(1+e^x)^2}$$

نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  تكون :  $g'(x) < 0$  ، إذن : الدالة  $g$  متناقصة تماما على  $\mathbb{R}$  .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	—	
$g(x)$	0	$-\infty$

(\*) جدول التغيرات :

(\*) إشارة  $g(x)$  على

نلاحظ من جدول التغيرات

حقيقي  $x$  تكون : 0

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1+e^{2x})$  ،

(1) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  تكون :  $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(2x)$  ،

(\*) لنحسب  $f'(x)$  :

$$f'(x) = -2e^{-2x} \times \ln(1+e^{2x}) + \frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}} \times e^{-2x} = 2e^{-2x} \left[ -\ln(1+e^{2x}) + \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} \right]$$



و منه :  $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(2x)$  . وهو المطلوب ، لاحظ أنّ :

$$. g(2x) = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}} - \ln(1 + e^{2x})$$

(\*) بما أنّ :  $g(x) < 0$  على  $\mathbb{R}$  فإنّه ستكون :  $g(2x) < 0$  على  $\mathbb{R}$  ، و منه نستنتج أنّ :

$$. f'(x) < 0$$

إذن : الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $\mathbb{R}$  .

(2) تبين أنّ :  $f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X}$  ، ثمّ إستنتاج نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  :

(\*) نضع :  $X = 1 + e^{2x}$  ، أي :  $X-1 = e^{2x}$  ، و منه :  $e^{-2x} = \frac{1}{X-1}$  .

(\*) لدينا :  $f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1 + e^{2x})$  ، أي :  $f(x) = \frac{1}{X-1} \times \ln(X)$  ، و منه :  $f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X}$

إذن :  $f(x) = \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X}$  ، وهو المطلوب .

(\*) إستنتاج النهاية عند  $+\infty$  :  $\lim_{X \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{X \rightarrow +\infty} \left[ \frac{X}{X-1} \times \frac{\ln X}{X} \right] = 0$  .

لأنّ :  $\lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{X}{X-1} = 1$  و  $\lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{X} = 0$  .

(3) حساب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  :

(\*) لنضع :  $h = e^{2x}$  ، و منه :  $\begin{cases} X \rightarrow -\infty \\ h \rightarrow 0 \end{cases}$

لأنّ :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-2x} \cdot \ln(1 + e^{2x}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \ln(1 + h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + h)}{h} = 1$

،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  إذن :  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + t)}{t} = 1$

(4) تشكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$  :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <span>1</span> <span>→ 0</span> </div>	

(5) ليكن  $(C_f)$  هو المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

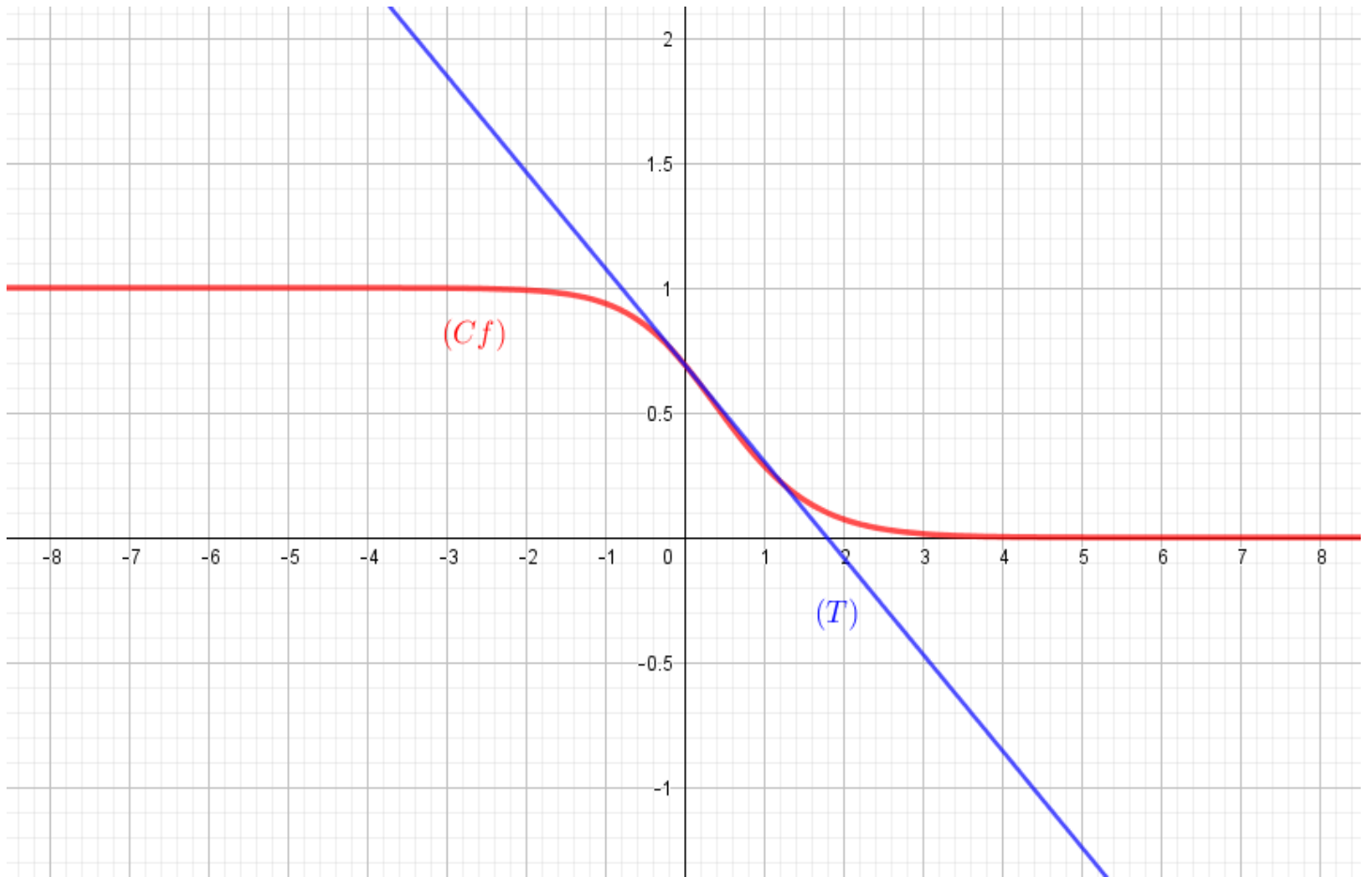
❖  $(1\text{ cm})$  هي الوحدة على محور الفواصل ،  $(4\text{ cm})$  هي الوحدة على محور الترتيب .

أ) كتابة معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

،  $(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$  ، و منه :  $(T): y = (-2\ln(2) + 1)x + \ln 2$

$$\bullet \begin{cases} f'(0) = -2 \ln(2) + 1 \\ f(0) = \ln 2 \end{cases} \quad \text{لأنّ :}$$

ب) إنشاء  $(T)$  والمنحني  $(C_f)$  :



بالتوفيق للجميع في بكالوريا 2019 ..... الأستاذ : ب.ع

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية		
مديرية التربية لولاية البيض	التاريخ: 2016.12.05	ثانوية الشلالة
المستوى : الثالثة علوم تجريبية	التوقيت: 11-08	
الإختبار الاول في مادة الرياضيات		

### التمرين الأول: (06ن)

اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

الأسئلة	الاقتراح الأول	الاقتراح الثاني										
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+x}-6} = \dots\dots\dots$ <p>يعطى جدول التغيرات التالي:</p> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>0</td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td>0</td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p>و المعادلة : <math>f(x)=-1</math></p>	$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$	0	1
$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$								
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$								
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)} = +\infty$										
	المعادلة تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$	المعادلة تقبل حلين على الأقل في $\mathbb{R}$										
	$f'(1) = -1$	$f'(1) = -2$										
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$										
	$f'(0) = \frac{3}{2}$	$f'(0) = 0$										

### التمرين الثاني: (07.5ن)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(0, \vec{i}, \vec{j})$

I.  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

- احسب نهاية الدالة  $g$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$ .
- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها.
- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $1,68 < \alpha < 1,69$ .
- عين تبعا لقيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

II.  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{e^{x+4x-1}}{e^{x+1}}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني .

- احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$ .
- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 4x - 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  في جوار  $-\infty$ .
- ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$ .
- بين أن  $f(\alpha) = 4\alpha - 5$  ثم استنتج حصرا لـ  $f(\alpha)$ .
- اثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  فان  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^{x+1})^2}$  ثم استنتج اتجاه تغير  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

6. اكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحني  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

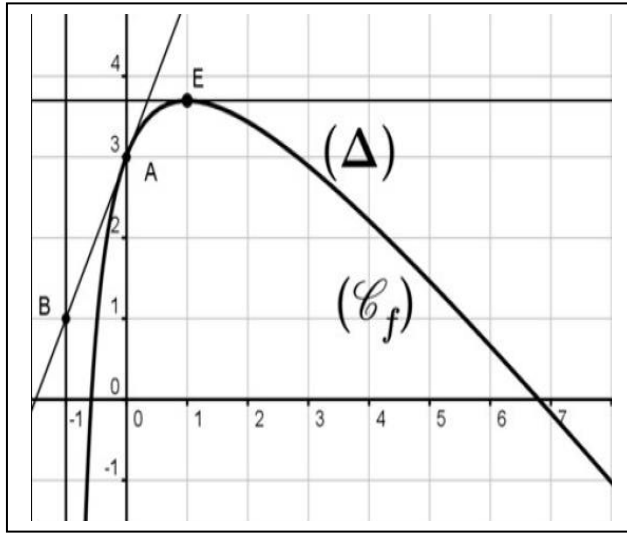
7. ارسم  $(T)$  ،  $(\Delta)$  ،  $(C_f)$

8. ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي  $m$  وجود وعدد حلول المعادلة :  $me^x - 4x + m + 2 = 0$

### التمرين الثالث: (06.5)

#### الجزء 1:

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ،  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $]-1; +\infty[$  ،  
ننشئ النقط  $E(1; 3 + \ln 2)$  ،  $B(-1; 1)$  ،  $A(0; 3)$  المستقيم  $(AB)$  مماس للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة  $A$  ،  
 $(\Delta)$  مماس للمنحني  $(C_f)$  عند  $E$  .



1. باستعمال المعلومات المتوفرة عيّن :

- معادلة المستقيم  $(AB)$  ،  $f(0)$  ،  $f'(0)$  ،  $f(1)$  ،  $f'(1)$  .
- إشارة و عدد حلول المعادلة  $f(x) = 1$  .
- جدول تغيرات الدالة  $f$  .

2. نقبل أنّ الدالة  $f$  معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ :

$$f(x) = ax + 5 + \frac{b}{x+1} + \ln(x+1)$$

- عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$

#### الجزء 2:

لتكن الدالة  $f$  معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{-x^2 + 4x + 3}{x+1} + \ln(x+1)$

1. أ- عيّن  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بيّن أنّ منحنى الدالة  $f$  يقطع محور الفواصل في نقطتين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $-0.6 < \alpha < -0.5$  ،  $6.7 < \beta < 6.8$

بالتوفيق (أستاذتي المادة)

**التمرين الأول (05.5):**

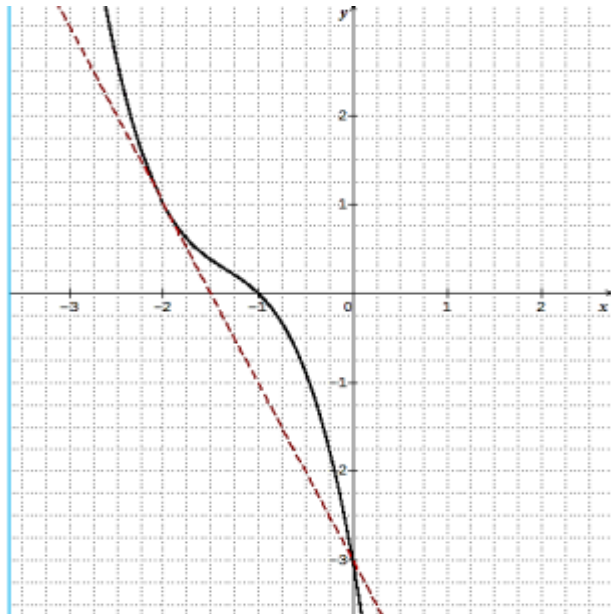
جدول التغيرات الموالي هو لدالة  $u$  معرفة على  $D_u = [-2; 3]$ .

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$u'(x)$	+	0	-	-	0	+
$u(x)$	2	3	0	-1	0	2

1. عيّن إشارة  $u(x)$ .
2. نعتبر الدوال  $f, g, h$  و  $k$  المعرفة كما يلي:  $f = u^2$ ؛  $g = u^3$ ؛  $h = \frac{1}{u}$ ؛  $k = \sqrt{u}$ .
3. أ) عيّن مجموعة تعريف لكل دالة من الدوال  $f, g, h$  و  $k$ .  
ب) عبّر عن كل من  $f'(x)$ ،  $g'(x)$ ،  $h'(x)$  و  $k'(x)$  بدلالة  $u'(x)$  و  $u(x)$ .  
ج) استنتج جدول تغيرات لكل دالة من الدوال  $f, g, h$  و  $k$ .

**التمرين الثاني : (06.5)**

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = ax^3 - 4x^2 - 6x + b$ .  
( $C_g$ ) البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس ( $O ; \vec{i}, \vec{j}$ ) و ( $T$ ) مماس للمنحنى ( $C_g$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 2- كما هو موضح في الشكل المقابل



**أ. بقراءة بيانية:**

1. أحسب  $g'(-2)$  ثم أكتب معادلة المماس ( $T$ ).
2. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
3. عيّن إشارة  $g(x)$ .
4. عيّن العددين  $a$  و  $b$ .
- II. لتكن الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  بـ:  
$$f(x) = -2x - 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$$
  
( $C_f$ ) البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.
1. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند -1 ثم فسر النتيجة بيانياً.
2. أحسب نهايتي الدالة عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .

3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$  :  $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x+1)^4}$  .
4. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
5. بين ان المعادلة  $f(x)=0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  حيث:  $-1.7 < \beta < -1.6$  .
6. بين ان المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = -2x - 1$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  .
7. أرسم المنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .
8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $(x+1)^2 + m + mx^2 = -1 - 2mx$

### التمرين الثالث(08 ن):

- I. a.  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة :  $g(x) = (x^2 - 3)e^x + 3$  .
  1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  2. بين أن المعادلة  $g(x)=0$  تقبل حلين أحدهما معدوم والاخر  $\alpha$  حيث:  $1.53 < \alpha < 1.54$
  3. استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .
- II. f دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة :  $f(x) = 3x + 1 + (x^2 - 2x - 1)e^x$ 
  1. أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف.
  2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = g(x)$  .
  3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  4. أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 3x)$  ثم استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.  
 ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  .
  5. بين ان المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\beta$  حيث:  $2.03 < \beta < 2.04$  .
  6. بين ان  $(C_f)$  يقبل مماسين  $(T)$  و  $(T')$  يوازيان  $(\Delta)$  .
  7. بين ان  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتيهما.
  8. بين ان  $f(\alpha) = 3\alpha - 2 + \frac{6\alpha-6}{\alpha^2-3}$
  9. أ- أرسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(T')$  ثم  $(C_f)$  (نأخذ  $\alpha=1.53$  ،  $f(\alpha)=-2.3$  ،  $f(\sqrt{3})=-2.1$  ،  $f(-\sqrt{3})=-3.2$  )  
 ب- عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى يكون للمعادلة  $f(x)=m$  ثلاث حلول مختلفة مثنى مثنى .
- III. h دالة معرفة على  $\mathbb{R}^*$  بالعلاقة :  $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ 
  - أعط جدول تغيرات الدالة  $h$  .

انتهى

مع تمنيات أستاذة المادة مباركي. ف لكم بالنجاح

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية		
مديرية التربية لولاية البيض	ثانوية حميتو على الشلالة	
المستوى : الثالثة علوم تجريبية	2018.12.03	المدة : 3 ساعات
اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات		

### التمرين الأول (05 نقاط) :

اختر الاجابة الصحيحة مع تبرير اختيارك :

1. المعادلة  $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$  تقبل في  $\mathbb{R}$  .....  

حلا واحدا	حلين	لا تقبل حلول
-----------	------	--------------
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \dots\dots\dots$   

0	1	غير موجودة
---	---	------------
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = \dots\dots\dots$   

-1	1	0
----	---	---
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} = \dots\dots\dots$   

0	$+\infty$	1
---	-----------	---
5. المعادلة التفاضلية  $y = 2y' - 1$  تقبل كمجموعة حلول .....  

$x \mapsto ke^{2x} - 1 ; k \in \mathbb{R}$	$x \mapsto ke^{\frac{1}{2}x} - 1 ; k \in \mathbb{R}$	$x \mapsto ke^{2x} + 1 ; k \in \mathbb{R}$
--	--	--

### التمرين الثاني (07.5 نقاط) :

1. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة :  $g(x) = e^x + x + 2$   
1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  .  
2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$  ، ثم تحقق أن  $-2.2 < \alpha < -2.1$  .  
3. استنتج اشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  .
- II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $f(x) = \frac{1-xe^x}{e^x+1}$  و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$  .  
1. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  ثم فسر النتيجة هندسيا .  
2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = \frac{e^{-x}-x}{e^{-x}+1}$  ، ثم أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  .  
ب- أدرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها .  
3. أ- تحقق أنه من اجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  :  $f(x) + x = \frac{1+x}{e^x+1}$   
ب- استنتج ان المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة :  $y = -x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$   
ج- استنتج الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  .  
د- بين أن :  $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$  .

4. أ- بين أن  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\beta$  حيث  $0.5 < \beta < 0.6$

ب- أرسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

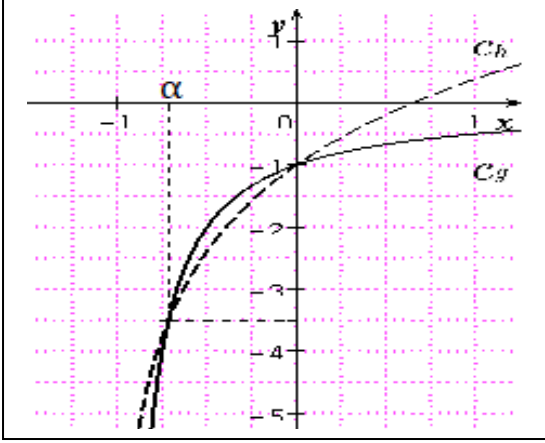
ج- ليكن  $m$  عدد حقيقي موجب تماما

ناقش حسب قيم الوسيط  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :  $1 - (x + \ln m)e^x - \ln m = 0$

### التمرين الثالث (07.5 نقاط) :

1.  $h$  و  $g$  دالتان عدديتان معرفتان على :  $]-1; +\infty[$  ب :  $g(x) = \frac{-1}{x+1}$  و  $h(x) = -1 + 2 \ln(x+1)$

$(C_g)$  ،  $(C_h)$  تمثيليهما البيانيين على الترتيب في المعلم المتعامد  $(o; \vec{i}, \vec{j})$  كما في الشكل المقابل :



1. بين أن المعادلة :  $g(x) = h(x)$  تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث :  $-0.8 < \alpha < -0.7$

2. أ) حدد بيانيا الوضعية النسبية للمنحنين  $(C_g)$  و  $(C_h)$ .

ب) استنتج إشارة :  $g(x) - h(x)$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجموعة  $D = ]-1; 0[ \cup ]0; +\infty[$  ب :

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  (لاحظ :  $f(x) = \frac{1}{x} \times \frac{\ln(x+1)}{x}$ )

ب) بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ، ثم فسر النتائج بيانيا.

2. أ) أثبت من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D$  أن :  $f'(x) = \frac{g(x)-h(x)}{x^3}$

ب) استنتج إشارة  $f'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. بين أن :  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$  ، ثم عين حصرا ل :  $f(\alpha)$

4. أنشئ  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة (نأخذ :  $f(\alpha) = -2.5$ )

5. نعتبر الدالة  $k$  المعرفة على  $D$  ب :  $k(x) = \ln|f(x)|$

1- عين إشارة الدالة  $f$  من أجل كل  $x$  من  $D$ .

2- عين  $k'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  ثم استنتج إشارة  $k'(x)$ .

3- شكل جدول تغيرات الدالة  $k$ .

نجاحكم يسعدنا

أساتذة المادة





### التمرين الأول (04ن):

اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التبرير:

1. مجموعة حلول المتراجحة  $e^{x^2-1} \leq 1$  هي:

- أ-  $]-\infty; 1]$       ب-  $[-1; 1]$       ج-  $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$

2. حل المعادلة التفاضلية  $y' = -2y + 4$  الذي يحقق  $y(0) = 2022$  هو الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

- أ-  $h(x) = 2020e^{-2x} + 2$       ب-  $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$       ج-  $h(x) = 2020e^{-x} + 4$

3. الدالة العددية  $f$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$  دالتها المشتقة  $f'$  هي:

- أ-  $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$       ب-  $f'(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} + 1$       ج-  $f'(x) = e^{-x} + \frac{1}{2}$

4.  $k$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $k(x) = \frac{e^{x+1}}{e^{2x} + 1}$  هي دالة:

- أ- فردية      ب- زوجية      ج- لا فردية ولا زوجية

### التمرين الثاني (04ن):

$g$  دالة معرفة بجدول تغيراتها

$x$	-4	-2	0	1
$g(x)$	0	4	0	5

1. اوجد حلول المعادلتين  $g(x) = 0$  ،  $g'(x) = 0$ .

2. عين إشارتي  $g(x)$  و  $g'(x)$

3.  $h$  دالة معرفة على المجال  $[-4; 1]$  بـ:  $h(x) = [g(x)]^2$

أ- أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $g(x)$  و  $g'(x)$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة  $h$  على المجال  $[-4; 1]$

4.  $k$  دالة معرفة على  $[-4; 0] \cup [0; 1]$  بـ:  $k(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$

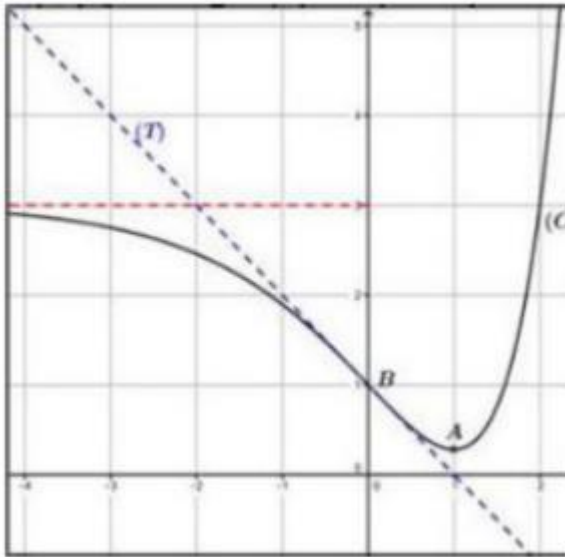
أ- أحسب  $k\left(\frac{-1}{2}\right)$  ثم  $k'\left(\frac{-1}{2}\right)$  ، ثم اكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_k)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $-\frac{1}{2}$

### التمرين الثالث (05ن):

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بمنحنائها البياني  $(C_f)$  الذي يشمل النقطة  $A(1; 3 - e)$  ، مماس للمنحنى  $(C_f)$

في النقطة  $B(0; 1)$  كما هو مبين في الشكل المقابل

## بقراءة بيانية:



1. عين  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. عين  $f''(0)$ ،  $f'(0)$ ،  $f'(1)$ ،  $f(0)$
3. احسب  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{f(x) - 3 + e}{x - 1} \right)$ ،
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{f'(x) + 1}{x} \right)$
4. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$
5. اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة B.
6.  $m$  وسيط حقيقي، ناقش بياناً حسب قيم الوسيط  $m$  عدد حلول المعادلة:

$$f(x) + m - 3 = 0$$

7. لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = f(2 - |x|) + 1$

(أ) بين أن  $g$  دالة زوجية.

(ب) اشرح كيف يمكن انشاء منحنى الدالة  $g$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه.

## التمرين الرابع (07):

1. الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x - 1 + e^{-x}$ .

1. ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها.

أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد معدوم.

2. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \ln(x - 1 + e^{-x})$ .

نسمي  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) أ\* / أحسب:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب\* / أحسب:  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ . فسر النتيجة هندسياً.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

3) أ\* / أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ :  $f(x) = -x + \ln(xe^x - e^x + 1)$ .

ب\* / استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً  $(\Delta)$  بجوار  $-\infty$  يطلب تعيين معادلته.

ج\* / ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

4) أ\* / أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_{\ln})$ ؟

ب\* / ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمنحنى  $(C_{\ln})$ .

5) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $-1.2 < \alpha < -1.1$  و  $1.8 < \beta < 1.9$ .

6) أ\* / أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 1.

ب\* / أنشئ المستقيمين  $(\Delta)$  و (T) والمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_{\ln})$ .

## اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

## التمرين الأول ( 05 نقط ) :

لكل سؤال ثلاث إجابات، إجابة واحدة منها صحيحة، المطلوب: تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج
01	$(u_n)$ و $(v_n)$ متتايتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = e^3$ و $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $v_n = \ln(u_n) - 2$ المتتالية $(v_n)$ :	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
02	الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ تقبل محور تناظر معادلته:	$x=1$	$x=-1$	$x=2$
03	إذا كانت عبارة مشتقة دالة $f$ على $\mathbb{R}$ هي: $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ وكان: $h(x) = f(3x)$ فإن:	$h'(x) = \frac{1}{x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
04	$f$ حلا في $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية: $y' + 6y - 2 = 0$ و $(C)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس، المنحنى $(C)$ يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا معادلته:	$y = -\frac{1}{3}$	$y = \frac{1}{3}$	$y = -\frac{1}{2}$

## التمرين الثاني (06 نقاط) :

(I)  $f$  دالة معرفة على  $I = ]-\infty; -1[ \cup ]-1; 0]$  بـ :  $f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل ( الوثيقة المرفقة ) .

1 / بقراءة بيانية : شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

2 / دالة معرفة على المجال  $[0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

$(C_g)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ) أحسب نهاية  $g$  عند  $+\infty$  .

ب) برهن أن  $(C_g)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  عند  $+\infty$  يطلب تعيين معادلة له .

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  و أنشئ جدول تغيراتها .

(II)  $k$  دالة معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  كما يلي :  $k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

$(C_k)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

1 / أ) أحسب  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$  ،  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$  ماذا تستنتج ؟  
 ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة .

2 / أكتب معادلتى نصفى المماسين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  للمنحنى  $(C_k)$  عند النقطة التى فاصلتها  $x_0 = 0$  .  
 3 / أرسم  $(\Delta_1)$  ،  $(\Delta_2)$  و  $(C_k)$  . ( الإنشاء على الوثيقة المرفقة تعاد مع ورقة الإجابة )

### التمرين الثالث ( 09 نقاط ):

I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 + 2 \ln x$  .  
 1 / ادرس تغيرات الدالة  $g$  .

2 / بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\beta$  حيث:  $0.75 < \beta < 0.76$  . ثم استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$  .

نسمي  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  فى المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1 / أ\* أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب\* بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = -x + 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$  ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .

2 / أ\* أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$  .

ب\* استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

3 / أ\* بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  ، يطلب كتابة معادلة له .

ب\* ارسم المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

4 /  $m$  عدد حقيقي، عين قيم العدد الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $0 = -mx + 2 + 2 \ln x \dots (E)$  حلين مختلفين موجبين.

III)  $\alpha$  عدد حقيقي موجب تماماً. نعتبر الدالة  $f_\alpha$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f_\alpha(x) = 1 - x + \frac{\alpha}{x}(1 + \ln x)$  .

نسمي  $(C_\alpha)$  تمثيلها البياني فى المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1 / أثبت أن جميع المنحنيات  $(C_\alpha)$  تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثيها.

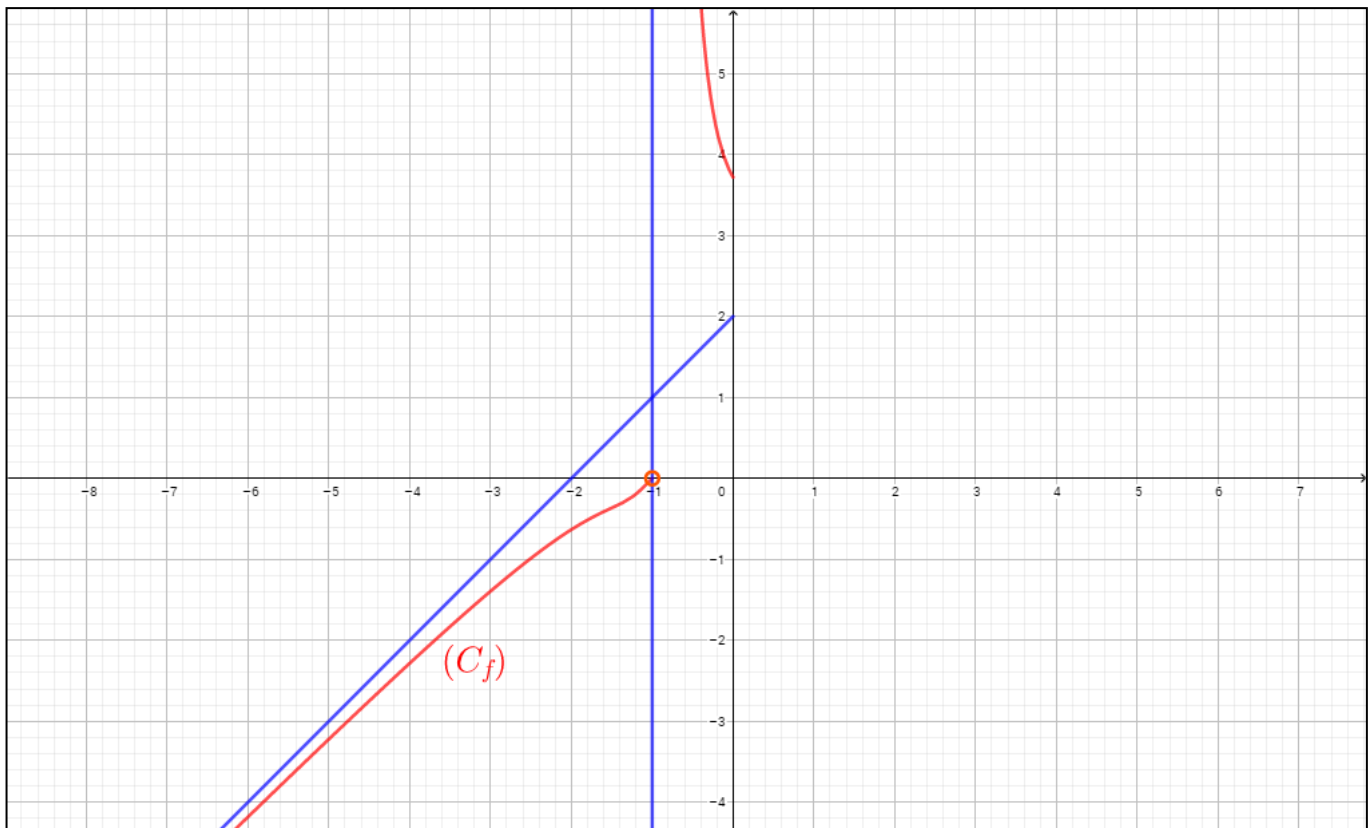
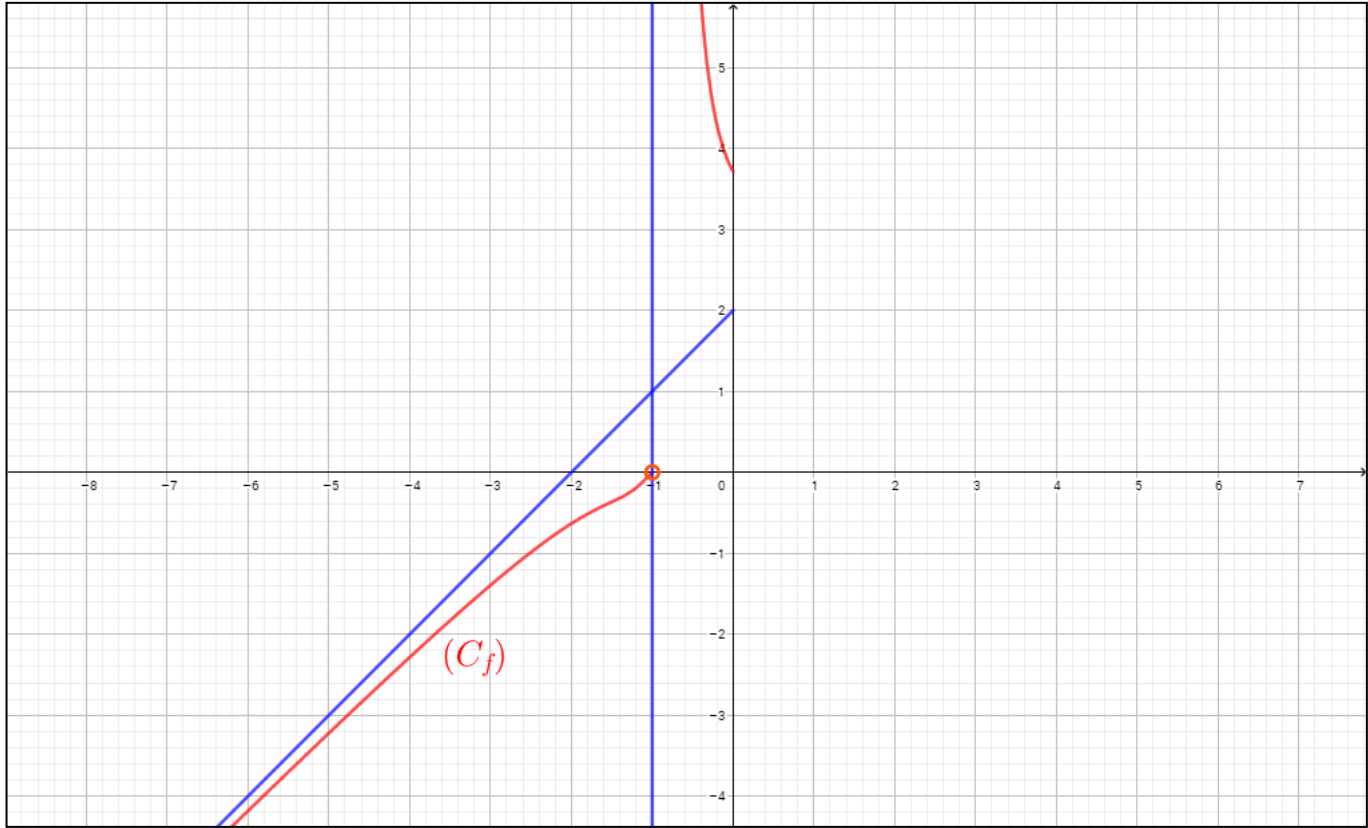
2 / نعتبر النقط  $A\left(-2; \frac{4}{\alpha}\right)$  ،  $B\left(1; \frac{2 \ln \alpha}{\alpha}\right)$  و  $C(-2\alpha; 2\alpha - 2)$  ولتكن  $G_\alpha$  مرجح الجملة المثقلة:

$$\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}.$$

أ\* عين بدلالة  $\alpha$  إحداثي النقطة  $G_\alpha$  .

ب\* استنتج مجموعة النقط  $G_\alpha$  عندما يسمح العدد  $\alpha$  المجموعة  $\mathbb{R}_+^*$  .

بالتوفيق



### التمرين الأول:

سؤال 1	سؤال 2	سؤال 3	سؤال 4
أ	أ	ج	ب

### التبرير:

(1) من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$  :

$$v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) - 2 = \ln(e\sqrt{u_n}) - 2$$

$$= \ln e + \ln \sqrt{u_n} - 2 = -1 + \frac{1}{2} \ln u_n = \frac{1}{2} (\ln u_n - 2) = \frac{1}{2} v_n$$

(2) من أجل كل عدد حقيقى  $x$  حيث  $(1+x) \in \mathbb{R} - \{1\}$  ،  $(1-x) \in \mathbb{R} - \{1\}$

نبين أن :  $f(1+x) = f(1-x)$

$$f(1-x) = (1-x)^2 + 2(1-x) - \ln(1-x-1)^2$$

$$= 1 - 2x + x^2 - 2 + 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$f(1+x) = (1+x)^2 - 2(1+x) - \ln(1+x-1)^2$$

$$= 1 + 2x + x^2 - 2 - 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots\dots\dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة  $x=1$  هو محور تناظر لـ  $(C_f)$

(3) لدينا من أجل كل عدد حقيقى  $x$  :

$$h'(x) = [f(3x)]' = 3f'(3x)$$

$$= 3 \left( \frac{1}{(3x)^2 + 3} \right) = \frac{3}{9x^2 + 3} = \frac{1}{3x^2 + 1}$$

(4) لدينا :  $y' + 6y - 2 = 0$  تكافئ :  $y' = -6y + 2$   
حلول المعادلة التفاضلية :  $y' = -6y + 2$  فى  $\mathbb{R}$  هي الدوال

حيث :  $y = ce^{-6x} + \frac{1}{3}$  مع  $c$  ثابت حقيقى.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ce^{-6x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

### التمرين الثانى:

$$I = ]-\infty; -1[ \cup ]-1; 0], f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad (I)$$

1 / تشكيل جدول تغيرات الدالة  $f$  :

$$D_g = [0; +\infty[, g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} / 2$$

(أ) حساب نهاية  $g$  عند  $+\infty$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \right) = -\infty$$

(ب) إثبات أن  $(C_g)$  يقبل مستقيما مقاربيا مائلا  $(\Delta)$  عند  $+\infty$  و تعيين معادلة له :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -1 + \frac{1}{x} + \frac{e^{\frac{1}{x+1}}}{x} \right) = -1 \quad \text{لدينا :}$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \right) = 2 \quad \text{ومنه } (C_g) \text{ يقبل}$$

مستقيما مقاربيا مائلا  $(\Delta)$  عند  $+\infty$  معادلته  $y = -x + 2$  .

(ج) دراسة اتجاه تغير الدالة  $g$  :

$g$  تقبل الاشتقاق على المجال  $[0; +\infty[$  و دالتها المشتقة  $g'$  حيث

$$g'(x) = - \left( 1 + \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{1}{x+1}} \right)$$

إذن من أجل كل  $x$  من  $[0; +\infty[$  :  $g'(x) < 0$  ومنه الدالة  $g$  متناقصة تماما على المجال  $[0; +\infty[$

جدول التغيرات :

$x$	0	$+\infty$
$g'(x)$	—	
$g(x)$	$1+e$	$-\infty$

$$D_k = \mathbb{R} - \{-1\}, k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad (II)$$

1 / أ) حساب  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$  و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$  :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left( -1 + \frac{e^{\frac{1}{h+1}} - 1}{h+1} \times \frac{-e}{h+1} \right) = -1 - e$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$	$-\infty$	$0$	$+\infty$

صفحة 01 من 03

ومنه الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$

**\*جدول التغيرات:**

$x$	$0$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2 / تبيان أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$

حيث  $0.75 < \beta < 0.76$  :  $g$  مستمرة ومتزايدة

تماما على  $]0; +\infty[$  فهي مستمرة ومتزايدة تماما على المجال  $]0.75; 0.76[$  و

$g(0.75) \approx -0.013$  و  $g(0.76) \approx 0.029$  إذن

$g(0.75) \times g(0.76) < 0$  ومنه و حسب مبرهنة

القيم المتوسطة المعادلة ( )  $g(x) = 0$  وحيدا  $\beta$  حيث  $\beta < 0.76$

3 / إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$  :

$$f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x) \quad (II)$$

$$D_f = ]0; +\infty[$$

1 / حساب نهايتي  $f$  عند  $0$  و  $+\infty$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

ب\* نبين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا  $(\Delta)$

معادلته  $y = -x + 1$  عند  $+\infty$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2}{x}(1 + \ln x) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x} \right] = 0$$

\* دراسة وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$  :

لدينا  $[f(x) - (-x + 1)] = \frac{2}{x}(1 + \ln x)$  ومنه

$x$	$0$	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$1 + \ln x$	$-$	$0$	$+$

إذن  $(C_f)$  يقع فوق  $(\Delta)$  على المجال  $[\frac{1}{e}; +\infty[$

وتحت  $(\Delta)$  على المجال  $]0; \frac{1}{e}[$  و  $(C_f)$  يقطع

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left( 1 + \frac{e^{\frac{-h}{h+1}} - 1}{-h} \times \frac{-e}{h+1} \right) = 1 - e$$

**الاستنتاج :**

لدينا :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$$

إذن الدالة  $k$  لا تقبل الاشتقاق عند  $0$ .

**ب ( التفسير الهندسي :**

بما أن الدالة  $k$  قابلة للاشتقاق عند  $0$  من اليمين ومن اليسار فإن منحنى الدالة  $k$  يقبل نصفي مماسين عند النقطة التي فاصلتها  $0$  ومنه النقطة  $A(0; e+1)$  هي نقطة زاوية .

2 / كتابة معادلتى نصفي المماسين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$

للمنحني  $(C_k)$  عند النقطة التي فاصلتها  $x_0 = 0$  :

$$(\Delta_1): y = (1 - e)x + e + 1 ; x \leq 0$$

$$(\Delta_2): y = (-1 - e)x + e + 1 ; x \geq 0$$

3 / رسم  $(\Delta_1)$ ،  $(\Delta_2)$  و  $(C_k)$  :

لدينا

$$\begin{cases} k(x) = f(x) & ; x \in ]-\infty; -1[ \cup ]-1; 0[ \\ k(x) = g(x) & ; x \in [0; +\infty[ \end{cases}$$

ومنه  $(C_k)$  ينطبق على  $(C_f)$  على المجالين

$]-1; 0[$  ،  $]-\infty; -1[$  و  $(C_k)$  ينطبق على  $(C_g)$

على المجال  $]0; +\infty[$  .

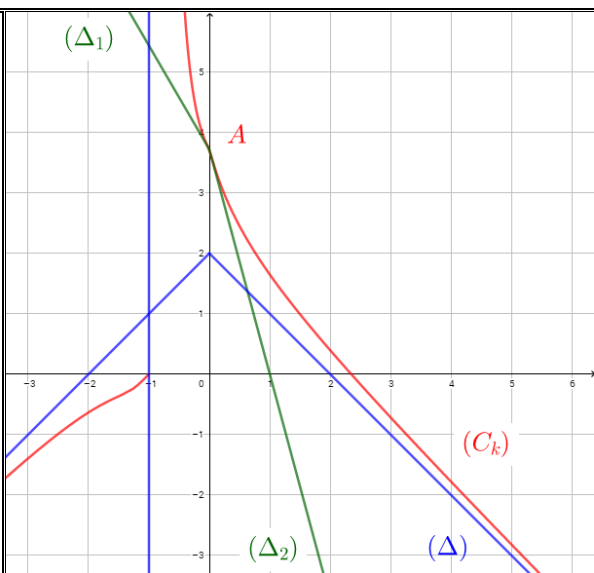
(Δ) في النقطة ذات الإحداثيات  $\left(\frac{1}{e}; \frac{-1+e}{e}\right)$

2 / إثبات أنه من أجل كل  $x$  من  $D_f$ :

$$f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$$

الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $D_f$  و دالتها المشتقة  $f'$  حيث :

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1 + \left[ \frac{-2}{x^2} (1 + \ln x) + \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{x} \right] \\ &= -1 - \frac{2}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2} + \frac{2}{x^2} = -\frac{(x^2 + 2 \ln x)}{x^2} = \frac{-g(x)}{x^2} \end{aligned}$$



التمرين الثالث:

$g$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  :-

$$g(x) = x^2 + 2 \ln x$$

1 / دراسة تغيرات الدالة  $g$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty^*$$

$g^*$  قابلة للاشتقاق على  $]0; +\infty[$  و :

$$g'(x) = 2x + \frac{2}{x} > 0$$

صفحة 02 من 03

III  $\alpha$  عدد حقيقي موجب تماما. نعتبر الدالة

$f_\alpha$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  :-

$$f_\alpha(x) = 1 - x + \frac{\alpha}{x} (1 + \ln x)$$

1 / إثبات أن جميع المنحنيات  $(C_\alpha)$  تشمل

نقطة ثابتة :

$$y = f_\alpha(x) \text{ معناه}$$

$$y = 1 - x + \frac{\alpha}{x} (1 + \ln x)$$

$$(y - 1 + x) - \alpha \left( \frac{1 + \ln x}{x} \right) = 0 \text{ معناه}$$

تكون العبارة محققة من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما  $\alpha$  إذا كان :  $y - 1 + x = 0$  و

$$-\frac{\ln x + 1}{x} = 0$$

$$\text{وهذا معناه } x = \frac{1}{e} \text{ و } y = \frac{e-1}{e}$$

ومنه جميع المنحنيات  $(C_\alpha)$  تشمل نقطة ثابتة

$$\text{هي النقطة } \Omega \left( \frac{1}{e}; \frac{e-1}{e} \right)$$

ب / استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  :

من أجل كل  $x$  من  $D_f$  لدينا : إشارة  $f'(x)$  هي عكس

$x$	0	$\beta$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

إشارة  $g(x)$  وهي :

\* جدول تغيرات الدالة  $f$  :

$x$	0	$\beta$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\beta)$	$-\infty$

3 / أ \* نبين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماس  $(T)$

يوازي  $(\Delta)$  :

$$\text{نحل المعادلة } f'(x) = -1 \text{ معناه } \frac{-g(x)}{x^2} = -1$$

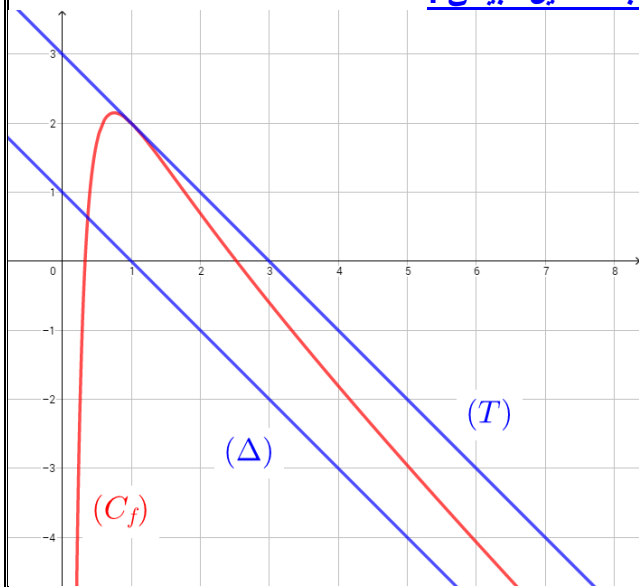
$$\text{معناه : } x^2 + 2 \ln x = x^2 \text{ ومنه : } \ln x = 0 \text{ ومنه } x = 1$$

إذن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$

عند النقطة ذات الفاصلة  $x = 1$  معادلته  $y = -x + 3$



## ب\* التمثيل البياني :



## 4/ تعيين قيم العدد الحقيقي $m$ حتى تقبل المعادلة

$$(E): -mx + 2 + 2\ln x = 0 \quad \text{حليين مختلفين موجبين :}$$

$$-mx + 2 + 2\ln x = 0 \quad \text{يكافئ} \quad m = \frac{2}{x}(1 + \ln x)$$

$$\text{أي أن } m = f(x) - 1 + x \quad \text{معناه} \quad f(x) = -x + m + 1$$

حلول هذه المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع المستقيمات ذات المعادلة  $y = -x + m + 1$  :  
الموازية لـ  $(T)$  و  $(\Delta)$  ومنه نجد :

المعادلة  $(E)$  تقبل حلين متمايزين موجبين تماما : من أجل  $m + 1 \in ]1; 3[$  أي  $m \in ]0; 2[$ .

$$2/ \text{ لدينا } A\left(-2; \frac{4}{\alpha}\right), B\left(1; \frac{2\ln \alpha}{\alpha}\right) \text{ و } C(-2\alpha; 2\alpha - 2)$$

و  $G_\alpha$  مرجح الجملة المثقلة :  
 $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$

أ\* تعيين بدلالة  $\alpha$  إحداثي النقطة  $G_\alpha$  :

$$x_G = \frac{1(-2) + 2(1) + (-1)(-2\alpha)}{2}$$

$$y_G = \frac{1\left(\frac{4}{\alpha}\right) + 2\left(\frac{2\ln \alpha}{\alpha}\right) + (-1)(2\alpha - 2)}{2}$$

$$\text{ومنه : } \begin{cases} x_G = \alpha \\ y_G = 1 - \alpha + \frac{2}{\alpha}(1 + \ln \alpha) \end{cases}$$

$$G_\alpha\left(\alpha; 1 - \alpha + \frac{2}{\alpha}(1 + \ln \alpha)\right)$$

ب\* استنتاج مجموعة النقط  $G_\alpha$  عندما يسمح

العدد  $\alpha$  المجموعة  $\mathbb{R}_+^*$  :

لدينا إحداثيات  $G_\alpha$  :

$$\text{معناه } \begin{cases} x_G = \alpha \\ y_G = 1 - \alpha + \frac{2}{\alpha}(1 + \ln \alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_G = \alpha \\ y_G = f(\alpha) \end{cases}$$

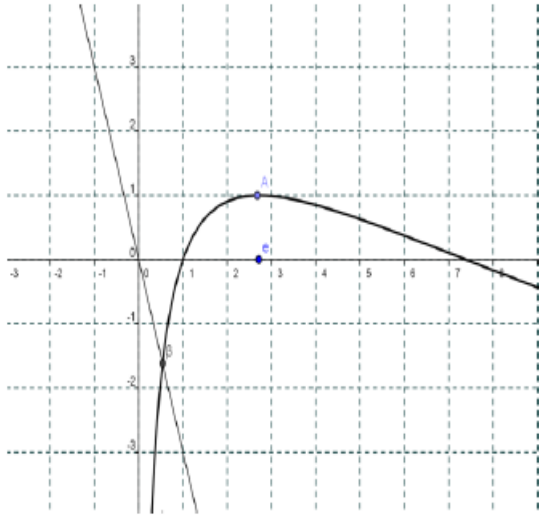
ومنه :  $y_G = f(x_G)$  وهذا يعني أن مجموعة

النقط  $G_\alpha$  عندما يسمح العدد  $\alpha$  المجموعة  $\mathbb{R}_+^*$

هي جميع نقط المنحنى  $(C_f)$

### التمرين الأول: (07.5ن)

I. نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = a(\ln x)^2 + b \ln x$  و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ،  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = -3x$  (كما هو مبين في الشكل المقابل) المنحني  $(C_g)$  يقبل عن النقطة  $A(e, 1)$  مماسا أفقيا.



1. عين  $g'(x)$  بدلالة  $a$  و  $b$

2. بين أن:  $a = -1$  و  $b = 2$

3. أ) عين بيانيا الوضع النسبي للمنحني  $(C_g)$  والمستقيم  $(\Delta)$  (  $\beta$  هي فاصلة نقطة تقاطع للمستقيم  $(\Delta)$  والمنحني  $(C_g)$  )

ب) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $h(x)$  حيث:

$$h(x) = g(x) + 3x \quad (h \text{ معرفة على نفس المجال السابق})$$

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  فإن:  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$

2. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$

### التمرين الثاني (12.5ن)

I. نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$  ،

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $g(x) \geq 0$

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها
3. أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$  ثم فسر النتيجة هندسيا  
 ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = x-1$
4. أ) بين أن النقطة  $I$  ذات الإحداثيات  $(2;3)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$   
 ب) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة  $\alpha$  فاصلتها حيث:  $0 < \alpha < 0.2$
5. أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة ديكارتيه له.  
 ب) أحسب  $f(-1)$  ثم أرسم  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C_f)$
6. ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:  

$$(E) \dots \dots \dots x e^{-x+2} - 1 - m = 0$$

### التمرين الأول: (07.5ن)

لكل سؤال اقتراح واحد صحيح عينه مع التعليل

1. العبارة  $\ln(2-\sqrt{3})^{2024} + \ln(2+\sqrt{3})^{2024}$  تساوي: (أ) 1 (ب) 2024 (ج) 0
2. الدالة  $f$  المعرفة على من أجل كل عدد حقيقي موجب بالعبارة:  $f(x) = \sqrt{e^{\sqrt{x}}}$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  و دالتها المشتقة معرفة بـ: (أ)  $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}$  (ب)  $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{e^{\sqrt{x}}}}$  (ج)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$
3.  $f$  و  $g$  دالتان معرفتان على المجال  $]0; +\infty[$  و  $\mathbb{R}$  على الترتيب بـ:  $f(x) = g(\ln \sqrt{x})$  و  $g'(x) = e^{3x}$  فإن: (أ)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  (ب)  $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$  (ج)  $f'(x) = 3e^{3\sqrt{x}}$
4. الدالة  $f$  المعرفة على  $]1; +\infty[ \cup ]-\infty; -1[$  بـ:  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  الدالة  $f$  (أ) دالة زوجية (ب) دالة فردية (ج) دالة لا زوجية ولا فردية
5. مجموعة حلول المتراجحة  $\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2\ln 2$  هي: (أ)  $]1; 2]$  (ب)  $[-3; 2]$  (ج)  $[\ln 2; \ln 3]$

### التمرين الثاني (12.5ن)

- I. نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$  ،  
1. أدرس تغيرات الدالة  $g$   
2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $g(x) \geq 0$
- II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$   
(C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$   
1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$   
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها  
3. (أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$  ثم فسر النتيجة هندسيا  
(ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C<sub>f</sub>) بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = x - 1$

- 4.أ) بين أن النقطة  $I$  ذات الاحداثيات  $(2;3)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$
- ب) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة  $\alpha$  فاصلتها حيث:  $0 < \alpha < 0.2$
5. أ) بين ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة ديكارتيه له.
- ب) أحسب  $f(-1)$  ثم أرسم  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C_f)$
6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:
- $$(E).....xe^{-x+2} - 1 - m = 0$$

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول ( 4 نقاط ) :

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة عين الاجابة الصحيحة مع التبرير

$$(1) \quad g \text{ هي الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } \begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} : x \neq 0 \\ g(0) = \alpha \end{cases} \quad g \text{ مستمرة على } \mathbb{R} \text{ يعني ان}$$

(أ)  $\alpha = 1$  (ب)  $\alpha = 0$  (ج)  $\alpha = 3$

$$(2) \quad f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \text{ من أجل كل عدد حقيقي } x :$$

(أ)  $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$  (ب)  $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$  (ج)  $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

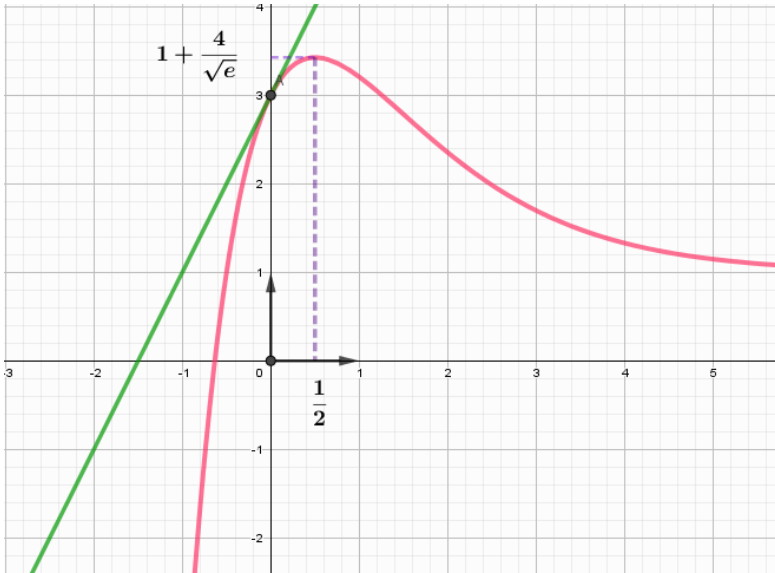
$$(3) \quad \text{المعادلة التفاضلية من الشكل } y' = ay + b \text{ و التي حلها } f(x) = 3e^{-2x} + 4 \text{ هي}$$

(أ)  $y' = -2y + 8$  (ب)  $y' + 2y - 8 = 0$  (ج)  $2y = y' + 8$

$$(4) \quad h \text{ دالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } h(x) = -4 + (4 - 2x)e^x \text{ المعادلة } h(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث}$$

(أ)  $1,60 < \alpha < 1,61$  (ب)  $1,61 < \alpha < 1,62$  (ج)  $1,59 < \alpha < 1,60$

التمرين الثاني (4 نقاط) :



$f$  دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  بتمثيلها البياني  $(C_f)$  في معلم متعامد ومتجانس و  $(T)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(0 ; 3)$ .

بقراءة بيانية أحسب عن الأسئلة التالية

(1) أحسب  $f(0)$  و  $f'(0)$

ثم أكتب معادلة المماس  $(T)$ .

(2) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) عين قيم العدد الحقيقي  $m$  حتى يكون للمعادلة

$$f(x) = 1 + m$$

(4) نضع  $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان باستعمال السؤال (1) عين عددين  $a$  و  $b$  ثم عبارة  $f(x)$ .

### التمرين الثالث ( 5 نقاط )

الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي

$x$	-4	-2	0	1
$g(x)$		4	0	5

(1) أوجد حلول المعادلتين  $g(x)=0$  و  $g'(x)=0$

(2) عين إشارتي  $g(x)$  و  $g'(x)$ .

(3)  $h$  دالة معرفة على  $[-4;1]$  بـ  $h(x)=[g(x)]^2$

أ- أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $g(x)$  و  $g'(x)$ .

ب- شكل جدول تغيرات الدالة  $h$  دالة على  $[-4;1]$

(4)  $k$  دالة معرفة على  $[-4;0[ \cup ]0;1]$  بـ  $k(x)=g\left(\frac{1}{x}\right)$

أحسب  $k\left(-\frac{1}{2}\right)$  ثم  $k'\left(-\frac{1}{2}\right)$  ثم أكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_k)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $\left(-\frac{1}{2}\right)$ .

### التمرين الرابع ( 7 نقاط ) :

$f$  دالة معرفة على  $]-\infty;-1[ \cup ]0;+\infty[$  بـ  $f(x)=x+1+2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

(1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty;-1[ \cup ]0;+\infty[$  :  $f'(x)=\frac{x^2+x-2}{x(x+1)}$

استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty;-1[ \cup ]0;+\infty[$  :  $f(-1-x)+f(x)=1$  فسر النتيجة بيانيا

(4) أثبت ان المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y=x+1$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$ .

(5) برهن انه يوجد مماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  يُعتمد المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $3x-5y=0$  ثم أكتب معادلة المماس  $(T)$ .

(6) أرسم  $(T)$  و  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

(7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة  $2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=m-1$

مع تمنيات أساتذة المادة - بالتوفيق و النجاح

## اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: ((10 ن))

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات و المتراجحات التالية: (1)  $e^{-2x+1} - 1 = 0$  و (2)  $e^{2x} > 2 - e^x$

$$\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2\ln 2 \quad (4) \quad \text{و} \quad \ln(x-1)(x+2) = 2\ln 2 \quad (3)$$

$$\log x = 0,1 \quad (5) \quad \log x < \log(1-x) \quad (6) \quad \text{و} \quad -2.9^x 5.3^x = 2 \quad (7)$$

1. احسب التكامل  $I_1 = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$  ، ليكن  $I_2 = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx$  . أحسب  $I_1 + I_2$  ثم استنتج قيمة  $I_2$ .

$$c = \sqrt[5]{3} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[15]{3^{12}} \quad b = \sqrt{\sqrt[3]{4096}} \quad a = \sqrt[9]{521} \quad \text{بسط الأعداد التالية دون استعمال الحاسبة:}$$

التمرين الثاني: ((10 ن))

الجزء الأول: نعتبر المعادلتين التفاضليتين:  $(E_1): y' = 2y$  و  $(E_2): y' = y$

أ) حل المعادلتين:  $(E_1), (E_2)$

ب) عين الحل الخاص  $f_1$  للمعادلة  $(E_1)$  بحيث:  $f_1'(0) = 1$

ج) عين الحل الخاص  $f_2$  للمعادلة  $(E_2)$  بحيث:  $f_2'(0) = 2$

الجزء الثاني: لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = e^{2x} - 2e^x$

التمثيل البياني للدالة  $g$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{i}\| = 1cm$  (C)

أ) أدرس نهاية الدالة  $g$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

ب) استنتج وجود مستقيم مقارب  $(d)$  يطلب تعيين معادلة له.

ت) أحسب  $g'(x)$ ، أدرس إشارة  $g'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

ث) أثبت أن المنحنى (C) الممثل للدالة  $g$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث:  $0.6 < \alpha < 0.7$

ج) عين معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى (C) عند النقطة  $A(0, -1)$ .

ح) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى (C).

خ) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة:  $e^{2x} - 2e^x - m = 0$

د) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد ب المنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمتين التي معادلاتها  $x = -3$ ،  $x = \alpha$

ذ) لتكن الدالة  $\ln x \rightarrow h: x \rightarrow$  عين دستور الدالة  $\varphi$  حيث:  $\varphi = g \circ h$  ثم استنتج أنه يمكن

المنحنى البياني  $(C_\varphi)$  للدالة استناد إلى دالة مرجعية بسيطة و تحويل نقطي يطلب تعيينه.



المستوى: 3 ع ت +3 تقر اختبار مادة الرياضيات للفصل الأول المدة : 3 ساعة

### التمرين الأول : (06ن)

1. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة التالية :  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x + c$  .  
 $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$   
 إذا علمت أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  و المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها 1, ويشمل النقطة  $B(0, -2)$  و يقبل عند النقطة  $A(1, 0)$  مماس معادلته  $y = 3x - 3$  .  
 (1) عين قيم الأعداد الحقيقية  $(a, b, c)$  .

(2) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $f(x)$  .

II. نضع  $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$  ,

ونعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; 5]$  كما يلي:  $g(x) = 4 \ln x + x^2 - 2x + 1 + \frac{4}{x}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  وفسر النتيجة هندسيا .

(2) بين انه من اجل كل  $x$  من  $]0; 5]$  :  $g'(x) = \frac{2f(x)}{x^2}$

(3) استنتج اشارة  $g'(x)$  وشكل جدول تغيرات الدالة  $g$  .

### التمرين الثاني : (04ن)

(1) نعتبر المعادلة التفاضلية (1)  $\dot{y} + 3y + 2 = 0 \dots\dots$

أ) أعط الحل العام للمعادلة (1)

ب) عين الحل الخاص الذي يحقق  $f(0) = 3$

(2) انشر  $(e^2 - 1)^2$  ثم حل المعادلة التالية في  $IR$  :  $e^{2x} - (e^2 + 1)e^x + e^2 = 0$  .

(3) بين صحة المساواة التالية :  $e^{-x} - e^{-5x} = \frac{e^{4x} - 1}{e^{5x}}$  2)  $\frac{1 - e^{-3x}}{1 + e^{-3x}} = \frac{e^{3x} - 1}{e^{3x} + 1}$  1)

### التمرين الثالث: (10ن)

i. الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = 1 + (1 - x)e^x$

1- ادرس تغيرات الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  حيث  $1,27 < \alpha < 1,28$  واستنتج حسب

قيم  $x$  إشارة  $g(x)$

ii. الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{e^x + x + 1}{e^x + 1}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المعلم المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ( $\vec{i}, \vec{j}$ ) ( $0, \vec{i}, \vec{j}$ )

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- بين أن المستقيم ( $\Delta$ ) ذو المعادلة  $y = x + 1$  مستقيم مقارب للمنحنى ( $C_f$ ).

(3) ادرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى كل من ( $\Delta$ ) و ( $\Delta'$ ) حيث ( $\Delta'$ ) هو المستقيم ذو المعادلة  $y = 1$ .

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

ب- عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  ثم فسر النتيجة هندسيا .

ت- بين ان  $f(\alpha) = \alpha$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(5) أ- أثبت أن المنحنى ( $C_f$ ) يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها  $-\alpha$

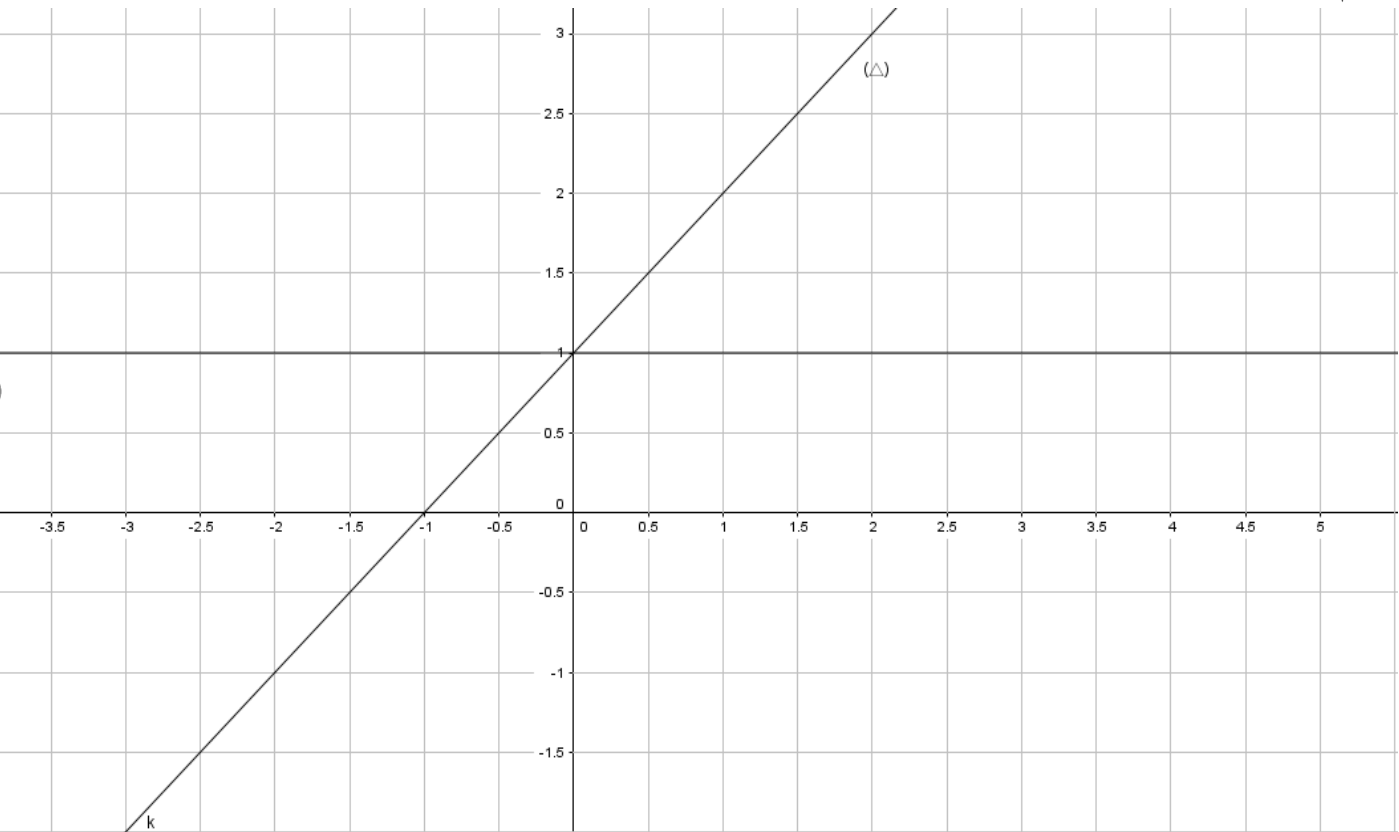
ب- أثبت أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مماسا ( $T$ ) في النقطة  $M(-\alpha, 0)$  موازيا للمستقيم

( $\Delta$ ) واكتب معادلة ( $T$ )

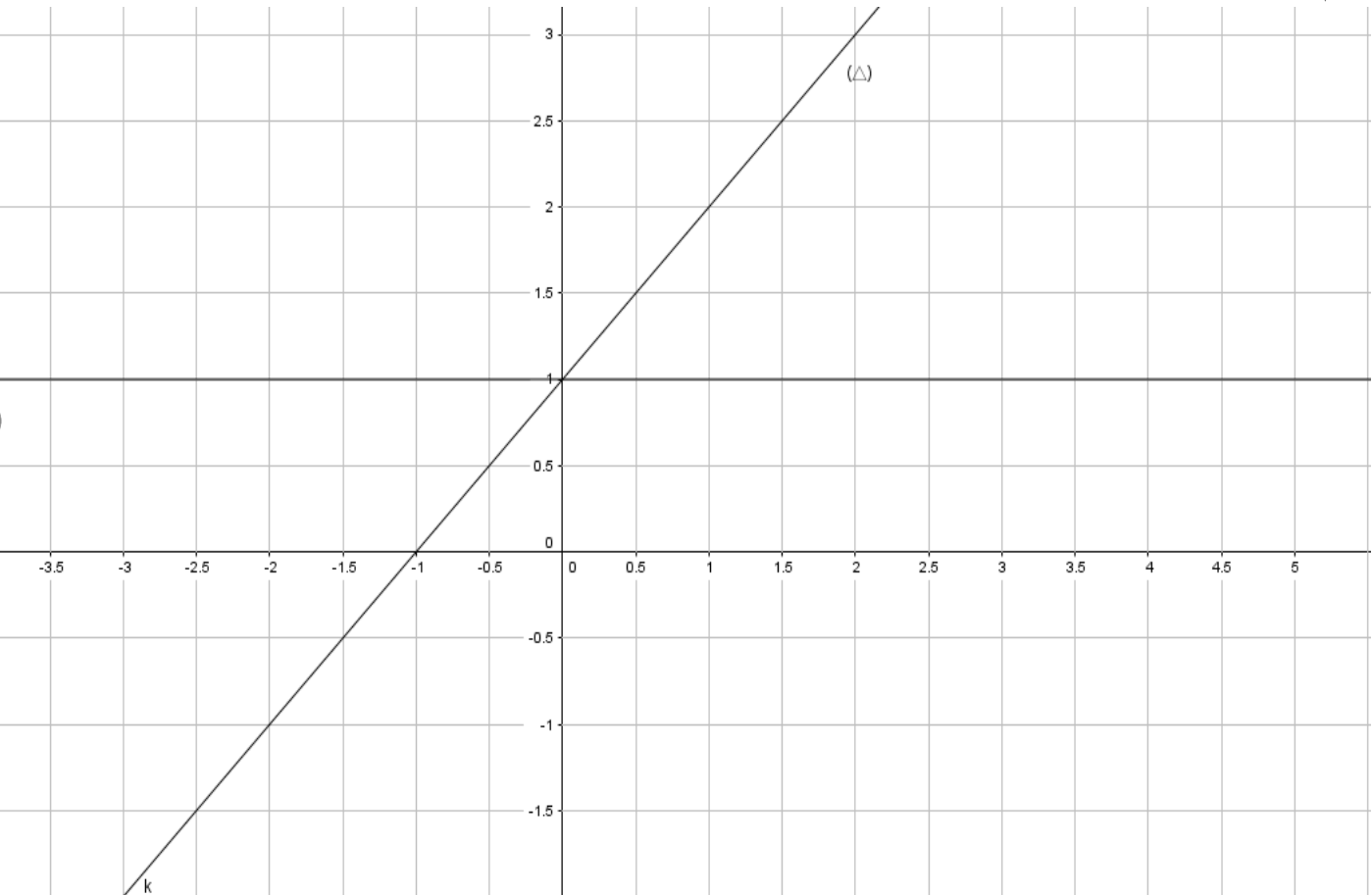
(6) ارسم ( $T$ ) و ( $C_f$ ).

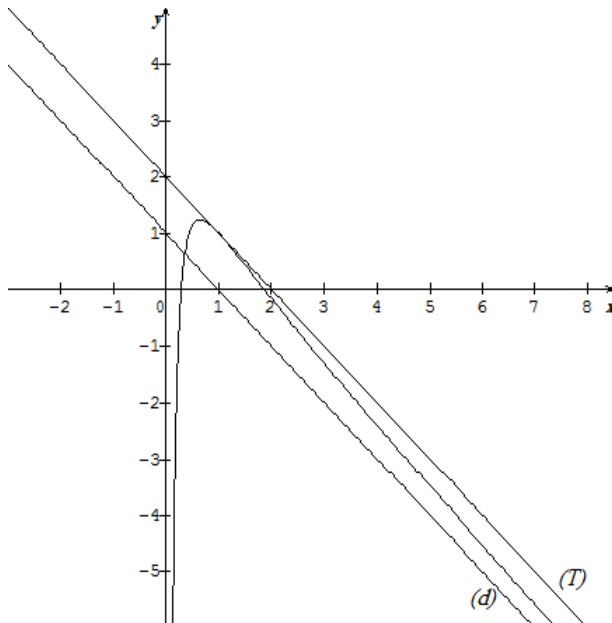
(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = x + f(m)$

الاسم واللقب: .....



الاسم واللقب: .....



**\*\* الاختبار الاول في مادة الرياضيات \*\***التمرين الأول:**①**  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $g(x) = 2e^x - x - 2$ **①** ادرس تغيرات الدالة  $g$ **②** بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين حقيقيين احدهما معدوما و الاخر  $\alpha : -1.6 < \alpha < -1.5$ **③** حدد اشارة  $g(x)$  تبعا لقيم العدد الحقيقي  $x$ **②**  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  و  $C(f)$  تمثيلها البياني في مستو المنسوب الى م م م  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  كمايلي :  $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$ **①** اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي  $x : f'(x) = e^x g(x)$ **②** ادرس تغيرات الدالة  $f$ **③** اثبت ان :  $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$  و استنتج حصرا له.**④** انشئ  $C(f)$ **⑤** ناقش بيانيا و حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد و اشارة حلول المعادلة :  $m^2 e^{-2x} + x e^{-x} + e^{-x} - 1 = 0$ التمرين الثاني : $(C)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  المبين في الشكل المقابل .**①** انشئ جدول تغيرات  $f$ **②** نضع  $f(x) = ax + b + \frac{c + c \ln x}{x}$

عين الاعداد الحقيقية :  $a, b, c$  اعتمادا على الشكل المقابل .

③ احسب  $f(1)$  و  $f'(1)$  واستنتج معادلة المماس  $(T)$

④ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد نقط تقاطع  $(C)$  و المستقيم  $(d_m)$  الذي معادلته  $y = -x + m$  :

⑤  $H$  دالة معرفة على المجال  $]0, +\infty[$  كمايلي :  $H(x) = e^{f(x)}$

● احسب  $H'(x)$  و استنتج اتجاه تغير  $H$

● عين جدول تغيرات  $H$

التمرين الثالث :

$a$  و  $b$  عددا طبيين غير معدومين .

نضع :  $x = 7a - 5b$  و  $y = 4a - 3b$

① اثبت انه اذا كان  $d$  قاسما للعددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  فان  $d$  قاسم للعددين الصحيحين  $x$  و  $y$

② عين كل الثنائيات الطبيعية  $(a, b)$  التي تحقق :

$$\begin{cases} (7a - 5b)(4a - 3b) = 1300 \\ PGCD(a, b) = 5 \end{cases}$$

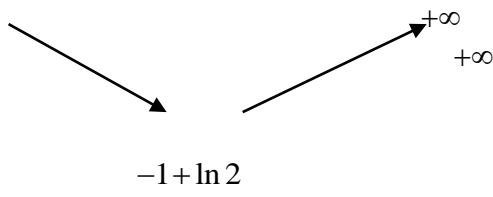
الحل النموذجي لاختبار الفصل الاول لقسم 3 تقني رياضي

التمرين الاول : (8ن)

$$g(x) = 2e^x - x - 2 \quad \text{①} \quad \text{①}$$

$$g'(x) = 2e^x - 1$$

جدول التغيرات :

$x$	$-\infty$	$-\ln 2$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$\phi$	$+$
$g(x)$			

②  $g$  مستمرة و رتيبة (متناقصة تماما) على المجال  $[-1.6, -1.5]$  و :

$$g(-1.6)g(-1.5) < 0$$

$$g(-1.5) \approx -0.05, g(-1.6) \approx 0.004$$

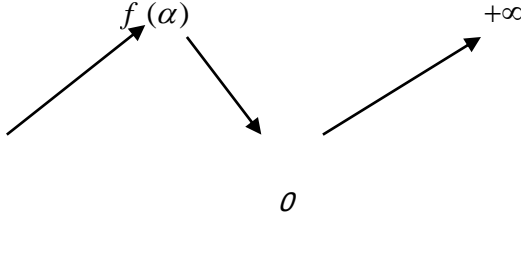
حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد  $\alpha$  وحيد من  $]-1.6, -1.5[$  حيث :  $g(\alpha) = 0$

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$	
$g(x)$	+	$\phi$	-	$\phi$	+

$$f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$$

$$f'(x) = e^x g(x)$$

(2) جدول تغيرات  $f$  :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	$\phi$	-	$\phi$	+
$f(x)$					

(3) لدينا  $g(\alpha) = 0$  ومنه :  $e^\alpha = \frac{\alpha+2}{2}$

$0.11 < f(\alpha) < 0.24$  ،  $f(\alpha) = \frac{-(\alpha^2 + 2\alpha)}{4}$

(4) انشاء (C)

(5)  $f(x) = m^2$

$m \in ]-\infty, -\sqrt{f(\alpha)}[$  للمعادلة حل وحيد موجب

$m = -\sqrt{f(\alpha)}$  للمعادلة حلين

$m \in ]-\sqrt{f(\alpha)}, 0[$  للمعادلة ثلاث حلول

$m = 0$  للمعادلة حل معدوم

$m \in ]0, \sqrt{f(\alpha)}[$  للمعادلة ثلاث حلول

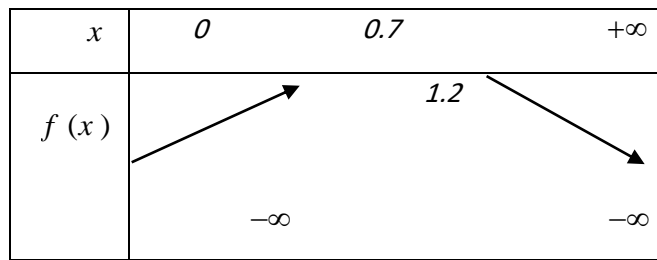
$m = \sqrt{f(\alpha)}$  للمعادلة حلين

$m \in ]\sqrt{f(\alpha)}, +\infty[$  حل واحد موجب

$m = \sqrt{f(\alpha)}$  للمعادلة حلين

$m \in ]\sqrt{f(\alpha)}, +\infty[$  حل واحد موجب

التمرين الثاني : (8ن)



② تعيين الاعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث  $f(x) = ax + b + \frac{c + c \ln x}{x}$  من البيان :  $f(x) = -x + 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$

③  $f(1) = 1, f'(1) = -1$

(T) :  $y = -x + 2$  معادلة المماس (T)

④ اذا كان :

$m \in ]-\infty, 1[$  توجد نقطة تقاطع وحيدة

$m = 1$  توجد نقطة تقاطع وحيدة فاصلتها 1

$m \in ]1, 2[$  توجد نقطتي تقاطع

$m \in ]2, +\infty[$  لا توجد

$m = 2$  توجد نقطة تقاطع وحيدة

⑤  $H'(x) = f'(x)e^{f(x)}$

$fH$  لهما نفس اتجاه التغير

### التمرين الثالث : (4ن)

① اثبات انه اذا كان  $d$  قاسما للعددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  فان  $d$  قاسم للعددين الصحيحين  $x$  و  $y$  (من الخواص)

② ايجاد الثنائيات الطبيعية  $(a, b)$  التي تحقق :

$$\begin{cases} (7a - 5b)(4a - 3b) = 1300 \\ PGCD(a, b) = 5 \end{cases}$$

بالتعويض  $a = 5a'$  و  $b = 5b'$  حيث  $a'$  و  $b'$  اوليان فيما بينهما نجد

$$(7a' - 5b')(4a' - 3b') = 52$$

$$D_{52} = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$$

$$(a, b) = (755, 1005)$$

أي ملاحظات أو مشاركات أخرى راسلونا

