التمريــــــــــن

الحالة الابتدائية : كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 4 حمراء .

الجزء الأول :

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس .

1. عين Ω مجموعة الامكانيات .
2. احسب احتمال الحادثة A "سحب كرة حمراء " .
3. نقترح اللعبة التالية : ويسحب لاعب كرة ، إذا سحب كرة سوداء يتحصل على $50(DA)$ و إذا سحب كرة حمراء يخسر $30(DA)$ و نعتبر X متغير عشوائي يمثل مقدار الربح أو الخسارة .

أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، هل اللعبة في صالح اللاعب ؟

الجزء الثاني :

نفرض أن الكرات غير متماثلة ، وعند السحب يكون احتمال الحصول على كرة حمراء هو ضعف احتمال الحصول على كرة سوداء .

1. أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء .
2. نقترح نفس اللعبة السابقة .

أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X'

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X')$ للمتغير العشوائي X' .

3. ما هي الطريقة الأحسن بالنسبة لهذا اللاعب ، طريقة الجزء الأول أو طريقة الجزء الثاني ؟

الجزء الثالث :

الكيس في حالته الابتدائية .

نسحب عشوائيا كرتين **في آن واحد** من الكيس .

1. أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة ثم حدد عدد الامكانيات .

ب. احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين مختلفتين في اللون" .

ج. احسب احتمال الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون" .

د. احسب احتمال الحادثة C : "الحصول على كرة سوداء على الأقل" .

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها .

أ. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي .

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X

ج. أحسب التباين $Var(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X

حل التمريـــــــــــــــن

الحالة الابتدائية : كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 4 حمراء.

الجزء الأول :

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس .

1.عين Ω مجموعة الامكانيات : $\Omega = \{N;R\}$

ملاحظة : عدد عناصر المجموعة هو 2 ، لكن الحسابات تتم بعدد الحالات الممكنة أي 7 و ليس بعدد الإمكانيات .

2.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرة حمراء" : $P(A) = \frac{4}{7}$

أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X :

قيم X	50	-30
$P(X)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ،

$$E(X) = (50\times\frac{4}{7}) - (30\times\frac{3}{7}) = \frac{110}{7}$$

هل اللعبة في صالح اللاعب ؟ $E(X) \succ 0$ إذن اللعبة في صالح اللعب .

الجزء الثاني :

نفرض أن الكرات غير متماثلة ، وعند السحب يكون احتمال الحصول على كرة حمراء هو ضعف احتمال الحصول على كرة سوداء .

1.أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء .

$P(A)$ احتمال الحصول على كرة حمراء و $P(B)$ احتمال الحصول على كرة سوداء .

$P(A)+P(B)=1$ و نعلم أن: $P(A)=2P(B)$ إذن $3P(B)=1$ و منه: $P(B)=\frac{1}{3}$ و $P(A)=\frac{2}{3}$

أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X'

قيم X'	50	-30
$P(X')$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X')$ للمتغير العشوائي X' .

$$E(X') = (50\times\frac{2}{3}) - (30\times\frac{1}{3}) = \frac{70}{3}$$

3.ما هي الطريقة الأحسن بالنسبة لهذا اللاعب ، طريقة الجزء الأول أو طريقة الجزء الثاني ؟

طريقة الجزء الثاني احسن لأن : $E(X') \succ E(X)$

الجزء الثالث :

الكيس في حالته الابتدائية .

نسحب عشوائيا كرتين **في آن واحد** من الكيس .

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة ثم حدد عدد الامكانيات .

الأستاذ : بلجودي حمــــــــو

	N	N	N	R	R	R	R
N		NN	NN	NR	NR	NR	NR
N			NN	NR	NR	NR	NR
N				NR	NR	NR	NR
R					RR	RR	RR
R						RR	RR
R							RR
R							

ب.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين مختلفتين في اللون" : NR

$$P(A)=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$$

ج.احسب احتمال الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون" : NN أو RR

$$P(B)=P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{4}{7}=\frac{3}{7} \quad \text{أو} \quad P(B)=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$$

د.احساب احتمال الحادثة C : "الحصول على كرة سوداء على الأقل" . NR أو NN

$$P(B)=\frac{15}{21}=\frac{5}{7}$$

2.ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها .

أ.عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي .

لتعيين قيم نستعين بالمخطط السابق و نسجل عدد الكرات الحمراء في خانة كل امكانية .

$$X=\{0;1;2\} \quad , \quad \begin{cases} p(X=0)=\dfrac{3}{21}=\dfrac{1}{7} \\ p(X=1)=\dfrac{12}{21}=\dfrac{4}{7} \\ p(X=1)=\dfrac{6}{21}=\dfrac{2}{7} \end{cases}$$

	N	N	N	R	R	R	R
N		0	0	1	1	1	1
N			0	1	1	1	1
N				1	1	1	1
R					2	2	2
R						2	2
R							2
R							

قيم X	0	1	2
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X

$$E(X')=(0\times\frac{1}{7})+(1\times\frac{4}{7})+(2\times\frac{2}{7})=\frac{8}{7}$$

ج. أحسب التباين $Var(X)$

$$Var(X)=\sum_{i=1}^{3}(X_i-E(X))^2\times P_i=\frac{1}{7}(1-\frac{8}{7})^2+\frac{3}{7}(2-\frac{8}{7})^2+\frac{2}{7}(3-\frac{8}{7})^2\approx 1.3$$

و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{1.3}\approx 1.14$$

الأستاذ : بلجودي حمـــــــو