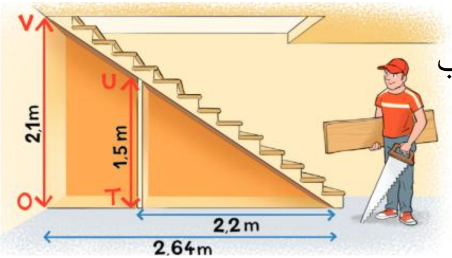
التمرين الأول:

1 هل العددان 1904 و 1960 أوليان فيما بينهما ؟ علل (بدون حساب).
2 احسب $\text{pgcd}(1904;1960)$ مفصلا خطوات الحساب.
3 اكتب العدد M في أبسط شكل حيث $M = 1 - \frac{7}{40} \div \frac{49}{8}$.

التمرين الثاني:

هل يوجد عدد حقيقي فرق مربعه و العدد 6 يساوي 3 ؟ علل.

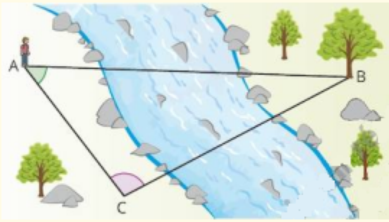
التمرين الثالث:



يريد سفيان تخصيص حيز تحت سلالم منزله لترتيب بعض الأغراض فيه فبدأ بتثبيت اللوح $[TU]$.

☜ هل اللوح $[TU]$ يوازي الجدار ؟

التحدي :



لحساب المسافة التي تفصله عن شجرة واقعة في الضفة الأخرى من النهر، أخذ علي القياسات التالية:
$AC = 60\text{m}$ ؛ $\widehat{BAC} = 50°$ و $\widehat{ACB} = 100°$.

☜ ساعد علي في حساب هذه المسافة.

التمرين الأول:

❶ العددان 1904 و 1960 زوجيان (أي يقبلان القسمة على 2) إذن فهما ليسا أوليين فيما بينهما.

❷ نطبق خوارزمية إقليدس.

$$1960 = 1904 \times 1 + \boxed{56}$$
$$1904 = 56 \times 34 + 0$$

آخر باقٍ غير معدوم هو 56 إذن $\boxed{\text{pgcd}\,(1960; 1904) = 56}$.

❸
$$M = 1 - \frac{7}{40} \div \frac{49}{8} = 1 - \frac{7}{40} \times \frac{8}{49}$$
$$= 1 - \frac{56}{1960} = \frac{1960}{1960} - \frac{56}{1960}$$
$$= \frac{1904}{1960} = \frac{1904 \div 56}{1960 \div 56}$$
$$M = \boxed{\frac{34}{35}}$$

التمرين الثاني:

نسمي x هذا العدد إن وُجد.

لدينا : $x^2 - 6 = 3$ منه $x^2 = 3 + 6$ أي $x^2 = 9$

منه $x = \sqrt{9}$ أو $x = -\sqrt{9}$ أي $x = 3$ أو $x = -3$.

الجواب : يوجد عددان حقيقيان يحققان المطلوب هما $\boxed{3 \text{ و } (-3)}$.

التمرين الثالث:

نقارن النسبتين $\frac{2,2}{2,64}$ و $\frac{1,5}{2,1}$.

لدينا $2,2 \times 2,1 = 4,62$

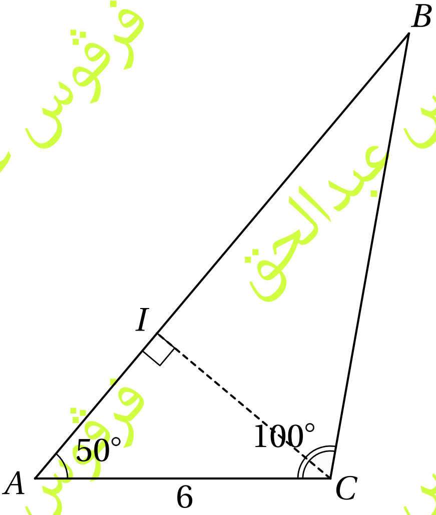
و $2,64 \times 1,5 = 3,96$

أي $\frac{2,2}{2,64} \neq \frac{1,5}{2,1}$

و حسب العكس النقيض لخاصية طالس نستنتج أن (UT) لا يوازي (VO) و هذا يعني أن اللوح الخشبي لا يوازي الجدار.

⚠ لإثبات التوازي، نقارن النسبتين اللتين يظهر فيهما الرأس المشترك للمثلثين !

التحدي:



• نرسم الارتفاع (CI) المتعلق بالضلع $[AB]$ فيكون المثلث ACI قائما في I و بالتالي $\cos\widehat{IAC} = \dfrac{AI}{AC}$ أي $\cos 50° = \dfrac{AI}{6}$

منه $AI = 6 \times \cos 50° \approx 6 \times 0,643 = 3,858$

إذن $\boxed{AI = 3,86\text{m}}$ بالتدوير إلى السنتيمتر (أي إلى $0,01$).

• لدينا أيضا : $\sin\widehat{IAC} = \dfrac{IC}{AC}$ أي $\sin 50° = \dfrac{IC}{6}$

منه $IC = 6 \times \sin 50° \approx 6 \times 0,766 = 4,596$

إذن $\boxed{IC = 4,60\text{m}}$ بالتدوير إلى السنتيمتر (أي إلى 0,01).

• من جهة أخرى : $\widehat{ACI} = 90° - \widehat{IAC} = 90° - 50° = 40°$

و $\widehat{ICB} = \widehat{ACB} - \widehat{ACI} = 100° - 40° = 60°$

• في المثلث BCI القائم في I ، لدينا :

$\tan\widehat{ICB} = \dfrac{IB}{IC}$ أي $\tan 60° = \dfrac{IB}{4,60}$

منه $IB = 4,60 \times \tan 60° \approx 4,60 \times 1,732 = 7,9672$

إذن $\boxed{IB = 7,97\text{m}}$ بالتدوير إلى السنتيمتر (أي إلى 0,01).

• في الأخير : $AB = AI + IB = 3,86 + 7,97 = 11,83$

إذن المسافة بين علي و الشجرة هي $\boxed{AB = 11,83\text{m}}$ بالتدوير إلى السنتيمتر (أي إلى 0,01).

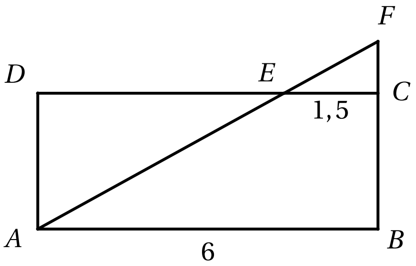
ملاحظة: يمكن حساب الطول BC بنفس الطريقة برسم الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC.

التمرين الأول:

نعتبر العددين $A=\sqrt{112}+\sqrt{121}$ و $B=\left(\sqrt{7}-2\right)^2$.

1. بسط كلا من A و B.
2. استنتج كتابة للعدد $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$ على الشكل $m+n\sqrt{7}$ حيث m و n عددان صحيحان.
3. حُل المعادلة $Ax+B=11x$ و اكتب الحلول في أبسط شكل.

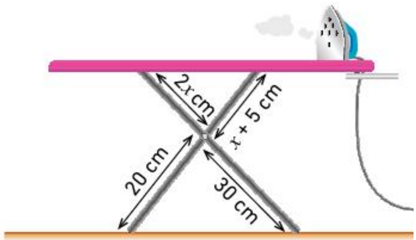
التمرين الثاني:



في الشكل المقابل، $ABCD$ مستطيل مساحته 15cm^2.
يعطى: $AB=6\text{cm}$ و $EC=1,5\text{cm}$.

☜ احسب الطول FC.

التمرين الثالث:



تأمل في الشكل المقابل.

☜ ما هي قيم x التي تجعل سطح طاولة كي الملابس أفقيا ؟

التحدي : احسب $\text{pgcd}\left(10^{2022}+10^{1444}+10^{57};10^{132}\right)$ مفصلا الخطوات.

التمرين الأول:

❶ $A=\sqrt{112}+\sqrt{121}=\sqrt{16\times 7}+11=4\sqrt{7}+11$

$B=\left(\sqrt{7}-2\right)^2=\sqrt{7}^2-2\times\sqrt{7}\times 2+2^2=7-4\sqrt{7}+4=11-4\sqrt{7}$

❷ بداية، نلاحظ أن $11-4\sqrt{7}>0$ لأن

$11-4\sqrt{7}=\sqrt{11^2}-\sqrt{4^2\times 11}=\sqrt{121}-\sqrt{16\times 11}=\sqrt{121}-\sqrt{112}>0$

و بالتالي فالكتابة $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$ لها معنى.

من جهة أخرى، و من السؤال السابق $11-4\sqrt{7}=\left(\sqrt{7}-2\right)^2$ منه $\sqrt{11-4\sqrt{7}}=\sqrt{\left(\sqrt{7}-2\right)^2}$. و بما أن $7>4$ فإن $\sqrt{7}>\sqrt{4}$ أي $\sqrt{7}>2$ منه $\sqrt{7}-2>0$ و بالتالي :

$\sqrt{11-4\sqrt{7}}=\sqrt{\left(\sqrt{7}-2\right)^2}=\sqrt{7}-2=\boxed{-2+\sqrt{7}}$

و هو من الشكل $m+n\sqrt{2}$ حيث $m=-2$ $n=1$.

❸ $Ax+B=11x$ منه $\underbrace{\left(11+4\sqrt{7}\right)}_{A}x+\underbrace{11-4\sqrt{7}}_{B}=11x$

منه $\left(11+4\sqrt{7}\right)x-11x=-11+4\sqrt{7}$

أي $\left(\cancel{11}+4\sqrt{7}-\cancel{11}\right)x=-11+4\sqrt{7}$

أي $4\sqrt{7}x=-11+4\sqrt{7}$ منه

$$x=\frac{-11+4\sqrt{7}}{4\sqrt{7}}=\frac{\left(-11+4\sqrt{7}\right)\times\sqrt{7}}{4\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{-11\sqrt{7}+4\sqrt{7}^2}{4\times 7}$$

$$=\frac{-11\sqrt{7}+4\times 7}{28}=\boxed{\frac{-11\sqrt{7}+28}{28}}$$

للمعادلة $Ax+B=11x$ حل وحيد هو $\boxed{\frac{-11\sqrt{7}+28}{28}}$.

التمرين الثاني:

• نحسب الطول BC.

لدينا $\mathscr{S}_{ABCD} = 15\text{cm}^2$ أي $6 \times BC = 15$ منه $BC = 15 \div 6 = 2,5$.

إذن $\boxed{BC = AD = 2,5\text{cm}}$.

• بما أن $ABCD$ مستطيل فإن $(FC) // (AD)$ و $(EC) // (AB)$.

• نسحب الطول ED : $ED = CD - CE = 6 - 1,5 = 4,5$

• في المثلث ADE، لدينا : $F \in (EA)$ و $C \in (ED)$ بحيث $(FC) // (AD)$

فحسب خاصية طالس $\dfrac{FC}{AD} = \dfrac{EC}{ED} = \dfrac{EF}{EA}$ أي $\dfrac{FC}{2,5} = \dfrac{1,5}{4,5} = \dfrac{EF}{EA}$ منه

$FC = \dfrac{2,5 \times 1,5}{4,5} = \dfrac{3,75}{4,5} = \dfrac{3,75 \times 4}{4,5 \times 4} = \dfrac{15}{18} = \dfrac{15 \div 3}{18 \div 3} = \dfrac{5}{6}$.

إذن $\boxed{FC = \dfrac{5}{6}\text{cm}}$.

• طريقة أخرى: نضع $FC = x$ و نطبق خاصية طالس في المثلث ABF

و نجد $\frac{EC}{AB} = \frac{FC}{FB} = \frac{FE}{FA}$ أي $\frac{1,5}{6} = \frac{x}{x+2,5} = \frac{FE}{FA}$ منه $6x = 1,5\,(x+2,5)$

منه $6x = 1,5 + 3,75$ منه $6x - 1,5x = 3,75$ أي $4,5x = 3,75$ منه

$x = \frac{3,75}{4,5} = \frac{5}{6}$. إذن $FC = x = \frac{5}{6}\text{cm}$.

التمرين الثالث:

حتى يكون سطح الطاولة أفقيا (أي يوازي سطح الأرض)، يجب أن يكون $\frac{x+5}{20} = \frac{2x}{30}$ منه $2x \times 20 = 30\,(x+5)$ منه $40x = 30x + 150$ منه $40x - 30x = 150$ أي $10x = 150$ منه $x = 150 \div 10 = 15$.

إذن حتى يكون سطح الطاولة أفقيا، يجب أن يكون $\boxed{x = 15}$.

التحدي: نطبق خوارزمية إقليدس

$$10^{2022}+10^{1444}+10^{57}=10^{132}\times\left(10^{1890}+10^{1312}\right)+\boxed{10^{57}}$$

$$10^{132}=10^{57}\times10^{75}+0$$

أخر باقٍ غير معدوم هو 10^{57} إذن

$$\boxed{\operatorname{pgcd}\left(10^{2022}+10^{1444}+10^{57};10^{132}\right)=10^{57}}$$

ملاحظة : طبقنا القاعدة $a^m\times a^n=a^{m+n}$.

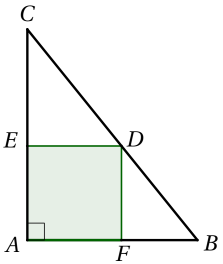
$132+1890=2022$ ؛ $132+1312=1444$ ؛ $57+75=132$

التمرين الأول:

$ABCD$ مربع طول ضلعه $1+\sqrt{3}$ ؛ $EFGH$ مستطيل بعداه 1 و x.

❶ عين قيمة x حتى يكون للشكلين نفس المحيط.
❷ عين قيمة x حتى يكون للشكلين نفس المساحة.

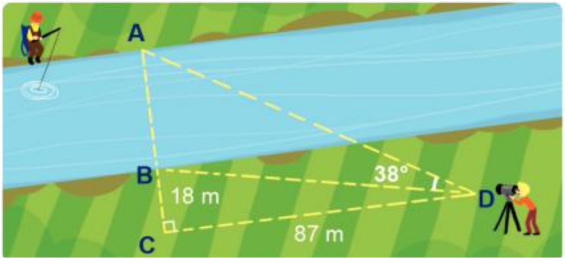
التمرين الثاني:



ABC مثلث قائم في A بحيث $AB = 7\text{cm}$ و $AC = 9\text{cm}$.
$AEDF$ مربع بحيث $E \in [AC]$ و $F \in [AB]$.

☜ احسب الطول AE.

التمرين الثالث:



تأمل في الشكل المقابل.

☜ احسب عرض النهر.

التحدي : هل 713849265 يقسم 7162335497897 ؟ برر بدون حساب.

التمرين الأول:

• محيط المربع : $P_{ABCD} = 4\left(1+\sqrt{3}\right) = 4+4\sqrt{3}$

مساحة المربع $S_{ABCD} = \left(1+\sqrt{3}\right)^2 = 1^2 + 2\times 1\times\sqrt{3} + \sqrt{3}^2$

$= 1+2\sqrt{3}+3 = 4+2\sqrt{3}$

• محيط المستطيل : $P_{EFGH} = 2\left(x+1\right) = 2x+2$

مساحة المستطيل : $S_{EFGH} = x\times 1 = x$

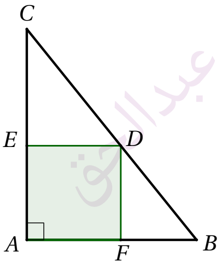
❶ للشكلين نفس المحيط معناه $P_{EFGH} = P_{ABCD}$ أي $2x+2 = 4+4\sqrt{3}$

منه $2x = 4+4\sqrt{3}-2$ أي $2x = 2+4\sqrt{3}$ منه

$$x = \frac{2+4\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{2} = \boxed{1+2\sqrt{3}}$$

❷ للشكلين نفس المساحة معناه $S_{EFGH} = S_{ABCD}$ أي $x = \boxed{4+2\sqrt{3}}$.

التمرين الثاني:



بما أن ABC مثلث قائم في A فإن $(AB) \perp (CA)$.

و بما أن $AEDF$ مربع فإن $(DE) \perp (CA)$.

منه $(ED) // (AB)$ (يعامدان نفس المستقيم).

نضع $AE = x$. لدينا أيضا $ED = x$.

في المثلث ABC ، لدينا : $E \in (CA)$ و $D \in (CB)$ بحيث $(ED) // (AB)$

فحسب خاصية طالس : $\dfrac{ED}{AB} = \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CD}{CB}$ أي $\dfrac{x}{7} = \dfrac{9-x}{9} = \dfrac{CD}{CB}$ منه

$9x = 7(9-x)$ منه $9x = 63 - 7x$ منه $9x + 7x = 63$ أي $16x = 63$ منه

$x = 63 \div 16 = 3{,}9375$.

إذن $\boxed{AE = 3{,}9375\text{cm}}$.

التمرين الثالث:

• في المثلث BCD القائم في C، لدينا : $\tan\widehat{CDB} = \dfrac{CB}{CD} = \dfrac{18}{87} \approx 0,207$

منه $\widehat{CDB} = 0,207\ \boxed{\text{2ndf}}\ \boxed{\tan} \approx 11,7^\circ$.

إذن $\boxed{\widehat{CDB}} = 12^\circ$ بالتدوير إلى الوحدة.

• منه $\widehat{ADC} = \widehat{ADB} + \widehat{BDC} = 38^\circ + 12^\circ = 50^\circ$.

• في المثلث ACD القائم في C ، لدينا : $\tan\widehat{ADC} = \dfrac{AC}{CD}$ أي

$\tan 50^\circ = \dfrac{AC}{87}$ منه $AC = 87 \times \tan 50^\circ \approx 87 \times 1,192 \approx 103,7$

• منه $AB = AC - BC = 103,7 - 18 = 85,7$.

عرض النهر هو إذن $\boxed{AB = 85,7\text{m}}$.

التحدي: العدد 713849265 يقبل القسمة على 5 (لأن رقم آحاده 5)

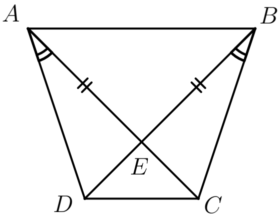
لكن 7162335497897 لا يقبل القسمة على 5 (لأن رقم آحاده ليس 0 و لا 5). نستنتج إذن أن 713849265 لا يقسم 7162335497897.

التمرين الأول:

مستطيل بعداه a و b ؛ محيطه 28cm و مساحته 48cm^2.

1. احسب $(a+b)^2$.
2. بين أن $a^2+b^2=100$.
3. استنتج طول قطر هذا المستطيل.

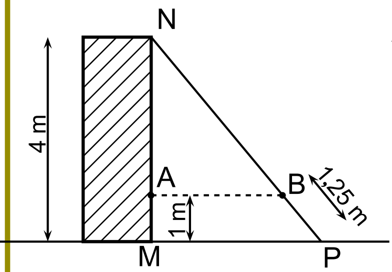
التمرين الثاني:



تأمل في الشكل المقابل.

☜ برهن أن الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

التمرين الثالث:



الشكل المقابل يمثل سلما $[NP]$ طوله 5m مسند إلى جدار شاقولي $[MN]$ ارتفاعه 4m.
لمنع انزلاق السلم، تم تثبيته إلى الجدار بواسطة حبل $[AB]$.

1. احسب قيس الزاوية $\widehat{ABN}$ التي يصنعها الحبل مع السلم.
2. احسب طول الحبل.

التحدي : حدد مقلوب $2\sqrt{3}+1$ و اكتبه بمقام ناطق.

التمرين الأول:

محيط هذا المستطيل $P = 2(a+b) = 28$ و مساحته $S = ab = 48$.

❶ $2(a+b) = 28$ منه $a+b = \frac{28}{2} = 14$ منه $(a+b)^2 = 14^2 = 196$.

❷ $(a+b)^2 = 196$ منه $a^2 + 2ab + b^2 = 196$ منه

$$a^2 + b^2 = 196 - 2ab = 196 - 2 \times 48 = 196 - 96 = 100$$

❸ نسمي c طول قطر هذا المستطيل.

حسب نظرية فيثاغورس $c^2 = a^2 + b^2 = 100$ منه $c = \sqrt{100} = 10$.

إذن طول قطر هذا المستطيل هو $c = 10\text{cm}$.

التمرين الثاني:

• المثلثان AED و BEC متقايسان لأن $\widehat{AED} = \widehat{BEC}$ (متقابلتان بالرأس)؛ $AE = BE$ و $\widehat{EAD} = \widehat{EBC}$ (زاويتان و الضلع المحصور بينهما).

من تقايسهما نستنتج أن $ED = EC$ ؛ $\widehat{ADE} = \widehat{BCE}$ و $AD = BC$.

- بما أن $EA = EB$ و $ED = EC$ فإن $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC}$.
- النقط A ؛ E ؛ C من جهة و النقط B ؛ E ؛ D من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC}$ فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن $(AB) // (CD)$.
- بما أن $(AB) // (CD)$ و $AD = BC$ فإن الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

التمرين الثالث:

❶ • الجدار شاقولي معناه $(MP) \perp (MN)$ و المثلث MNP قائم في M.

- $NB = 5 - 1,25 = 3,75$ ؛ $NA = 4 - 1 = 3$ ؛ $\frac{NA}{NM} = \frac{3}{4} = 0,75$ ؛

$\frac{NB}{NP} = \frac{3,75}{5} = 0,75$. إذن $\frac{NA}{NM} = \frac{NB}{NP}$.

- النقط N ؛ A ؛ M من جهة و النقط N ؛ B ؛ P من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{NB}{NP} = \frac{NA}{NM}$ فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن $(MP) \parallel (AB)$.

- $(AB) \parallel (MP)$ و $(MN) \perp (MP)$ إذن $(AB) \perp (NM)$ و المثلث ABN قائم في A.

- في المثلث ABN القائم في A ، لدينا :

$\sin \widehat{ABN} = \frac{AN}{NB} = \frac{3}{3,75} = 0,8$ منه $\widehat{ABN} = 0,8 \boxed{\text{2ndf}}\boxed{\sin} \approx 53,1°$

إذن قيس الزاوية التي يصنعها الحبل مع السلم هو $\widehat{ABN} = 53°$ بالتدوير إلى الوحدة.

❷ حساب طول الحبل :

- **طريقة I** : بنظرية فيثاغورس

$AB^2 = NB^2 - NA^2 = 3,75^2 - 3^2 = 5,0625$

منه $AB = \sqrt{5,0625}\text{m} = 2,25\text{m}$.

• طريقة 2 : بالنسب المثلثية

$$AB = BN \times \cos \widehat{ABN} = 3,75 \times \cos 53° \approx 3,75 \times 0,6 = 2,25$$

• طريقة 3 : نجد $MP = 3\text{m}$ بنظرية فيثاغورس ثم نطبق خاصية طالس و نجد $\frac{NA}{NM} = \frac{AB}{MP}$ أي $\frac{3}{4} = \frac{AB}{3}$ منه $AB = \frac{3 \times 3}{4} = 2,25$.

التحدي:

مقلوب $2\sqrt{3}+1$ هو $\frac{1}{2\sqrt{3}+1}$. لدينا :

$$\frac{1}{2\sqrt{3}+1} = \frac{1 \times (2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}+1) \times (2\sqrt{3}-1)} = \frac{2\sqrt{3}-1}{(2\sqrt{3})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-1}{4 \times 3 - 1} = \frac{2\sqrt{3}-1}{12-1} = \boxed{\frac{2\sqrt{3}-1}{11}}$$

التمرين الأول:

D عبارة حرفية حيث $D=(2x+3)(2x-1)-(3x-4)(2x+3)$.

1. انشر و بسط العبارة D.
2. حُل المعادلة $D=-2x^2$.
3. حلل العبارة D إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى ثم حل المعادلة $D=0$.
4. احسب قيمة العبارة D من أجل $x=-\frac{3}{2}$.
5. أعط الكتابة العلمية لقيمة العبارة D من أجل $x=10^3$.

التمرين الثاني:

بين أن الأعداد التالية متساوية.

$$a=3\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{128}$$

$$d=\frac{\sqrt{54}-\sqrt{24}}{\sqrt{48}-3\sqrt{12}+\sqrt{27}} \qquad c=\left(2\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{3}+2\right) \qquad b=\left(2-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+1\right)$$

التمرين الثالث:

α قيس لزاوية حادة بحيث $\sin\alpha=2\cos\alpha$.

☜ احسب α.

التحدي : x عدد حقيقي موجب تماما بحيث $x+\frac{1}{x}=7$. احسب قيمة $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

التمرين الأول:

❶ نشر و تبسيط العبارة D.

$\times$	$2x$	-1
$2x$	$4x^2$	$-2x$
$+3$	$+6x$	-3

$\times$	$2x$	3
$3x$	$6x^2$	$+9x$
-4	$-8x$	-12

$$D=(2x+3)(2x-1)-(3x-4)(2x+3)$$
$$=4x^2-2x+6x-3-\left(6x^2+9x-8x-12\right)$$
$$=4x^2+4x-3-\left(6x^2+x-12\right)$$
$$=4x^2+4x-3-6x^2-x+12$$
$$=\boxed{-2x^2+3x+9}$$

$D=-2x^2$ معناه $\cancel{-2x^2}+3x+9=\cancel{-2x^2}$ منه $3x+9=0$

منه $3x=-9$ منه $x=-9\div 3$ أي $x=-3$.

للمعادلة $D=-2x^2$ حل حقيقي وحيد هو (-3).

❸ • تحليل العبارة D : باستخراج العامل المشترك $(2x+3)$

$$D=(2x+3)(2x-1)-(3x-4)(2x+3)$$

منه $D=(2x+3)[(2x-1)-(3x-4)]$

منه $D=(2x+3)(2x-1-3x+4)$

منه $\boxed{D=(2x+3)(-x+3)}$

• حل المعادلة $D=0$:

$D=0$ معناه $(2x+3)(-x+3)=0$ (معادلة جداء معدوم)

منه $\begin{cases} 2x+3=0 \\ \text{أو } -x+3=0 \end{cases}$ منه $\begin{cases} 2x=-3 \\ \text{أو } x=-3 \end{cases}$ منه $\begin{cases} x=\frac{-3}{2} \\ \text{أو } x=-3 \end{cases}$.

للمعادلة $D=0$ حلان حقيقيان هما $\frac{-3}{2}$ و (-3).

❹ بما أن $\frac{-3}{2}$ حل للمعادلة $D=0$ فإن $D\left(-\frac{3}{2}\right)=0$.

❺ كتابة قيمة العبارة D من أجل $x = 10^3$ كتابة علمية :

$$D\left(10^3\right) = -2\left(10^3\right)^2 + 3 \times 10^3 + 9 = -2 \times 10^{3\times 2} + 3 \times 1000 + 9$$

$$= -2 \times 10^6 + 3\,000 + 9 = -2 \times 1\,000\,000 + 3\,009$$

$$= -2\,000\,000 + 3\,009 = -1\,996\,991$$

$$= \boxed{-1,996\,991 \times 10^6}$$

التمرين الثاني:

$$a = 3\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{128} \quad = \quad 3\sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{64 \times 2}$$

$$= 3 \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} \quad = \quad 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$$

$$= (6 + 3 - 8)\sqrt{2} \quad = \quad 1\sqrt{2} \quad = \quad \boxed{\sqrt{2}}$$

$$b = \left(2-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+1\right) = 2\sqrt{2}+2-\sqrt{2}^2-\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}-\sqrt{2}+\cancel{2}-\cancel{2} = \boxed{\sqrt{2}}$$

$$c = \left(2\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{3}+2\right) = 2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+4\sqrt{2}-\sqrt{6}\times\sqrt{3}-2\sqrt{6}$$

$$= \cancel{2\sqrt{6}}+4\sqrt{2}-\sqrt{18}-\cancel{2\sqrt{6}} = 4\sqrt{2}-\sqrt{9\times 2}$$

$$= 4\sqrt{2}-3\sqrt{2} = (4-3)\sqrt{2} = 1\sqrt{2} = \boxed{\sqrt{2}}$$

$$d = \frac{\sqrt{54}-\sqrt{24}}{\sqrt{48}-3\sqrt{12}+\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{9\times 6}-\sqrt{4\times 6}}{\sqrt{16\times 3}-3\sqrt{4\times 3}+\sqrt{9\times 3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{4\sqrt{3}-3\times 2\sqrt{3}+3\sqrt{3}} = \frac{(3-2)\sqrt{6}}{4\sqrt{3}-6\sqrt{3}+3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{(4-6+3)\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \boxed{\sqrt{2}}$$

نستنتج إذن أن $a = b = c = d = \sqrt{2}$.

التمرين الثالث:

بما أن α قيس لزاوية حادة فإن $0 < \cos\alpha < 1$ منه $\cos\alpha \neq 0$ و بالتالي نستطيع قسمة طرفي المساواة $\sin\alpha = 2\cos\alpha$ على $\cos\alpha$

فنجد $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2$ أي $\tan\alpha = 2$ منه $\alpha = 2\ \boxed{2\text{ndf}}\ \boxed{\tan} \approx 63,4°$.

إذن $\boxed{\alpha = 63°}$ بالتدوير إلى الوحدة.

التحدي:

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = \sqrt{x}^2 + 2 \times \cancel{\sqrt{x}} \times \frac{1}{\cancel{\sqrt{x}}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + 2 + \frac{1}{x}$$

$$= x + \frac{1}{x} + 2 = 7 + 2 = 9$$

منه $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{9} = 3$.