1551

أعمال الموسم 2021-2022

تجربة أساتذة ...

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

حل تمارين المحور 14

الرياضيات

الاحتمالات

14

السنة الثانية ثانوي

علوم تجريبية

رياضيات

تقني رياضي

MAYBE

YES

NO

ثانية ثانوي شعبة علوم تجريبية

المجلة6

www.dzrrsm.weebly.com

هل درست محور الإحتمالات في القسم ؟

هل إنتهيت من المحور؟

كيف تقيس فهمك ؟

من الذي يطمئن قلبك على علمك ومعلوماتك ؟

إنها حلول تمارين الكتاب المدرسي ...

كلما أنجزت منها أكثر كلما، زاد إقتناعك بما فَهِمْتَ وعَقِلْتِ وأدركتْ ..

هناك طريقة لإنجازها ...طريقة سهام السهام

الفئة1) جدول قانون الإحتمال

الفئة2) علاقة الـ 4 مجاهيل $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

الفئة3) أنواع السحب

الفئة4) ...

تمارين

أصحيح أم خاطئ

بالنسبة للتمارين من **1** إلى **6** أجب بصحيح أم خاطئ معللا إجابتك:

نشكل عدداً من ثلاثة أرقام باستعمال الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

احتمال الحصول على:

1 عدد بثلاثة أرقام مختلفة هو 0,48

2 عدد يشمل 3 هو 0,78

3 عدد فردي هو 0,52

4 a ، b و c أعداد حقيقية من المجال $[0;1]$ وهي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية.نرمي زهرة نرد حيث:

$$p(1)=p(2)=a$$
$$p(3)=p(4)=b$$
$$p(5)=p(6)=c$$

إذن $b=\frac{1}{6}$

5 نرمي قطعة نقدية عشر مرات.

احتمال الحصول على عشر مرات "وجه" هو $p=\frac{1}{1000}$

6 إليك جواب تلميذ و يتضمن خطأ على التمرين التالي:

E مجموعة الأعداد الطبيعية n حيث $1\le n\le 30$

نختار عشوائيا رقم من E .

A : " اختيار رقم زوجي"

B : " اختيار رقم مضاعف لـــ3 "

احسب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(A\cup B)$

الجواب:

بين 1 و 30 يوجد 15 رقم زوجي و 10 أعداد مضاعفة لـــ 3 ، إذن $p(A)=\frac{1}{2}$ ، $p(B)=\frac{1}{3}$ ،

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)=\frac{5}{6}$$

أسئلة متعددة الاختيارات

بالنسبة للتمارين من **7** إلى **9** اختر الجواب الصحيح من بين المقترحة :

7 لتكن A ، B و C ثلاث حادثات من المجموعة Ω حيث $p(A)=0,3$ ، $p(B)=0,4$ ، $p(C)=0,7$ ، $p(A\cap B)=0,2$ ، $p(A\cup B)=0,7$ ، $p(A\cap C)=0,2$ ، $p(B\cup C)=0,7$

1) $p(B\cap C)=...$

(•) 0,35 ، (•) 0,4 ، (•) 0,5

2) $p(A\cup C)=...$

(•) 0,8 ، (•) 0,09 ، (•) 0,75

3) $p\left(\overline{A}\cap C\right)=...$

(•) 0,3 ، (•) 0,5 ، (•) 1,02

8 يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5.نسحب كرة و نسجل رقمها و نعيدها إلى الكيس ثم نسحب كرة أخرى و نسجل رقمها.ليكن X المتغير العشوائي المناسب لمجموع الرقمين .

الأمل الرياضياتي للمتغير X هو

1) 5 ، 2) 6 ، 3) 7 ، 4) 5,5

9 a عدد حقيقي ، X متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالآتي:

x	-2	1	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	a

تكون قيمة a هي :

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{7}{12}$ 3) $\frac{5}{12}$

10 يحتوي صندوق على ست قريصات مرقمة من1 إلى 6

1) نسحب من الصندوق قريصة، نسجل الرقم الذي تحمله و نعيدها إلى الصندوق ثم قريصة ثانية و نسجل رقمها.

بواسطة المخطط عين كل الحالات الممكنة .

2) في هذا السؤال لا نعيد القريصة الأولى المسحوبة إلى الصندوق قبل سحب الثانية.

بواسطة مخطط عين كل الحالات الممكنة.

حل التمرين 01 صفحة 389: حساب إحتمالات بطرق مختلفة

نجيب بصحيح أم خاطئ **بالتعليل**

نشكل عدداً من ثلاثة أرقام باستعمال الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

لوأراد يوما ما مجموعة الإمكانيات، نستعمل مخططات وجداول :مخطط الجداول بالتجميع

فكرة إستعملناها للبحث عن جميع قواسم عدد ...

Exp: $A = 2^3 \times 5^4 \times 7^2$ ...

	1	2	3	4	5
1	11	12	13	14	15
2	21	22	23	24	25
3	31	32	33	34	35
4	41	42	43	44	45
5	51	52	53	54	55

* **الأول والثاني يصنعان جدول ...**

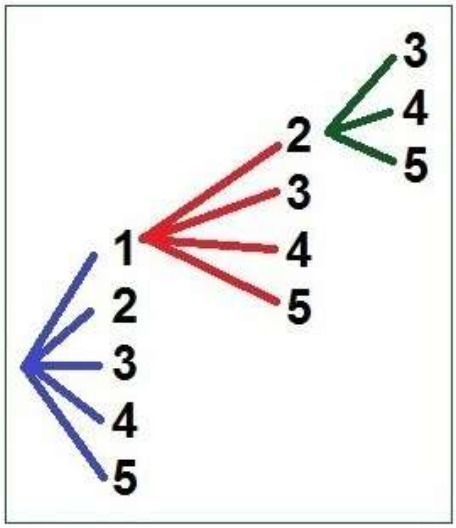
* **نتائج هذا الجدول مع الثالث لصنع الجدول الآخر ...**

عدد الحالات الممكنة هو $5 \times 5 \times 5$ أي : 125

	11	12	13	14	15	21	22	23	24	25	31	32	33	34	35	41	42	43	44	45	51	52	53	54	55
1	111	112	113	114	115	121	122	123	124	125	131	132	133	134	135	141	142	143	144	145	151	152	153	154	155
2	211	212	213	214	215	221	222	223	224	225	231	232	233	234	235	241	242	243	244	245	251	252	253	254	255
3	311	312	313	314	315	321	322	323	324	325	331	332	333	334	335	341	342	343	344	345	351	352	353	354	355
4	411	412	413	414	415	421	422	423	424	425	431	432	433	434	435	441	442	443	444	445	451	452	453	454	455
5	511	512	513	514	515	521	522	523	524	525	531	532	533	534	535	541	542	543	544	545	551	552	553	554	555

احتمال الحصول على عدد بثلاثة أرقام مختلفة هو 0,48 **هذا صحيح**

عدد الحالات الملائمة للحصول على 3 أرقام مختلفة هو : $5 \times 4 \times 3$



احتمال الحصول على عدد بثلاثة أرقام مختلفة $= \frac{3 \times 4 \times 5}{125} = \frac{12}{25} =$ 0,48

حل التمرين 02 صفحة 389: حساب إحتمالات بطرق مختلفة

نشكل عدداً من ثلاثة أرقام باستعمال الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

إرجع لحل التمرين 1 صفحة 389 السااابق ...

المسألة **نبحث عن :** احتمال الحصول على عدد يشمل 3 بطرق مختلفة ...

طريقة1)

حادثة الحصول على عدد يشمل 3 = الحادثة العكسية لعدد لا يشمل 3 .

$$\text{احتمال الحصول على عدد يشمل 3} = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

$$= \frac{125 - (4 \times 4 \times 4)}{5^3} = \frac{61}{125} = \boxed{0,488}$$

إذن : الجواب المقترح : خاطئ .

طريقة2) شرح رقم واحد للطريقة1 ، **حرف العطف "و" يصبح عملية الجداء.**

حادثة الحصول على عدد يشمل 3 = **عكس** حادثة الحصول على عدد **لا** يشمل 3

عدد **لا** يشمل 3 **معناه ثلاث شروط**

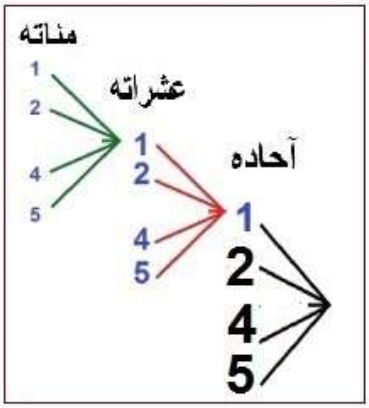
لايشمل الـ 3 في آحاده و لايشمل الـ 3 في عشراته و لايشمل الـ 3 في مئاته

4 حالات **جداء** 4 حالات **جداء** 4 حالات

طريقة3) شرح رقم إثنان للطريقة1 ، **مخطط الشجرة المقلوب**

ما نفعله بالنسبة للـ (1 الموجود في الآحاد) مكرر ....

$$\text{عدد الحالات الملائمة} = 4x4x4$$



لاحظ هذا المخطط الجديد ،

لأنه يتماشى مع مراتب الأرقام ، آحاد عشرات مئات ...

وجدناه من الأعلى للأسفل .... من الأسفل للأعلى

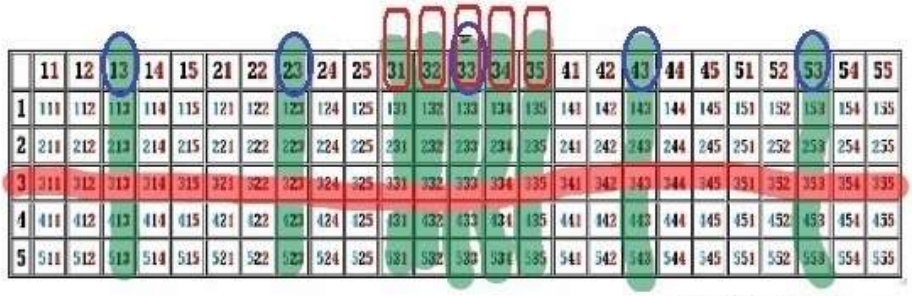
طريقة4) التفسير رقم ثلاثة للطريقة 1 ، بجدول الإمكانيات

لاحظ في الجدول الأول ، 4 أعمدة لا تحتوى على 3 ،

وكذلك 4 أسطر لا تحتوي على 3

التي ستصبح 4×4×4 في الجدول الثاني ...

	1	2	3	4	5
1	11	12	13	14	15
2	21	22	23	24	25
3	31	32	33	34	35
4	41	42	43	44	45
5	51	52	53	54	55



طريقة 5) إحصاء مباشر من جدول الإمكانيات

25+9x4=25+36=61

تجنبناها من البداية لأن هناك تكرار وتقاطعات تحيلنا الى الطريقة 6 و 7 و8 ....

طريقة6) بعلاقة موجودة في الصفحة 378

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

A الحصول على عدد رقم آحاده 3

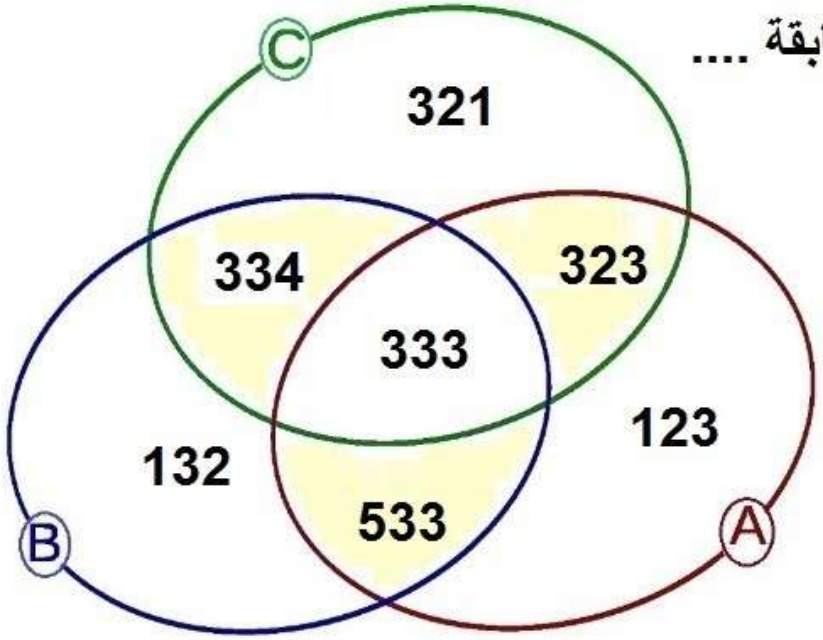
B الحصول على عدد رقم عشراته 3

C الحصول على عدد رقم مئاته 3 .... ونكمل

طريقة 7) تقريبا تسهيل للطريقة 6 بمخطط فين

تقاطع كيفي لثلاث مجموعات

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$



نحتفظ بتعريفات الحوادث السابقة ....

نوزع 125عدد

مثلا وضعنا بعض الأعداد ...

طريقة8)

ملاحظة الجدول

وبالحساب الذهني نربح خطوات ...

طريقة 9) فهم ماسبق وإدماجهم ...

حل التمرين 03 صفحة 389: حساب إحتمالات بطرق مختلفة

نشكل عدداً من ثلاثة أرقام باستعمال الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

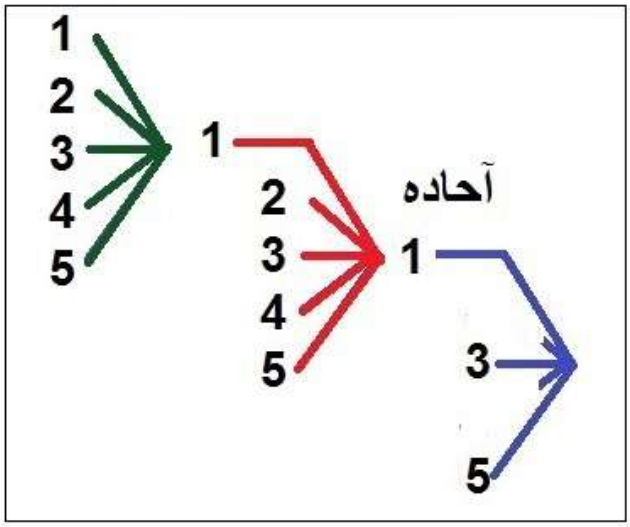
إرجع لحل التمرين 1 صفحة 389 السااابق ...

المسألة **نبحث عن :** احتمال الحصول على عدد فردي بطرق مختلفة ...

طريقة1) نتخيل مخطط الشجرة مقلوب ...

حتى يكون العدد فردي يجب أن يكون آحاده فردي

ما نفعله بالنسبة للـ (1 الموجود في الآحاد)
نكرره مع 3 والـ 5
ثم لايهما العشرات ولا تهمنا المئات .



عدد الحالات الملائمة للحصول على عدد فردي هو : $3 \times 5 \times 5 = 75$

إذن : الإحتمال هو $\frac{75}{125} = 0,6$ ومنه : الجواب المقترح خاطئ .

طريقة2) الإحصاء بجدول الإمكانيات

$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

عدد أسطر الجدول لأنها تمثل المئات.
عدد عناصر السطر الأول.

	11	12	13	14	15	21	22	23	24	25	31	32	33	34	35	41	42	43	44	45	51	52	53	54	55
1	111	112	113	114	115	121	122	123	124	125	131	132	133	134	135	141	142	143	144	145	151	152	153	154	155
2	211	212	213	214	215	221	222	223	224	225	231	232	233	234	235	241	242	243	244	245	251	252	253	254	255
3	311	312	313	314	315	321	322	323	324	325	331	332	333	334	335	341	342	343	344	345	351	352	353	354	355
4	411	412	413	414	415	421	422	423	424	425	431	432	433	434	435	441	442	443	444	445	451	452	453	454	455
5	511	512	513	514	515	521	522	523	524	525	531	532	533	534	535	541	542	543	544	545	551	552	553	554	555

طريقة3) ضع بصمتك وأخرج بطريقة تخصك بعدما تفهم كيف كانت تعمل كل الطرق السابقة ...

حل التمرين 04 صفحة 389: جدول قانون الإحتمال بمتتالية حسابية

الإجابة بصحيح أم خاطئ **بتعليل الإجابة:**

a ، b و c أعداد حقيقية من المجال $[0;1]$

بما أن:

a	b	c
b - r	b	b + r

c,b,a بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية.

فإن: $a+c=2b$

نرمي زهرة نرد حيث:

إتفاق وإصطلاح : هناك أنواع كثيرة من زهر النرد

إذا لم نحدد نوع فهو تلقائيا ذو الست الأوجه المرقم من 1 إلى 6

$p(1)=p(2)=a$ و $p(3)=p(4)=b$ و $p(5)=p(6)=c$

معناه: قانون احتمال موزع كالآتي:

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	a	a	b	b	c	c

$$p(1)+p(2)+p(3)+p(4)+p(5)+p(6)=1$$

$$2a+2b+2c=1$$

$$a+b+c=\frac{1}{2}$$

$$b+(a+c)=\frac{1}{2}$$

$$b+2b=\frac{1}{2}$$

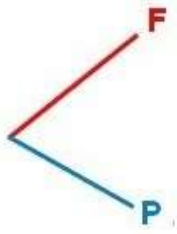
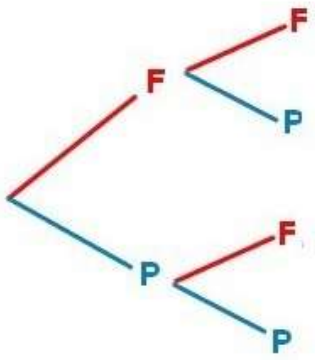
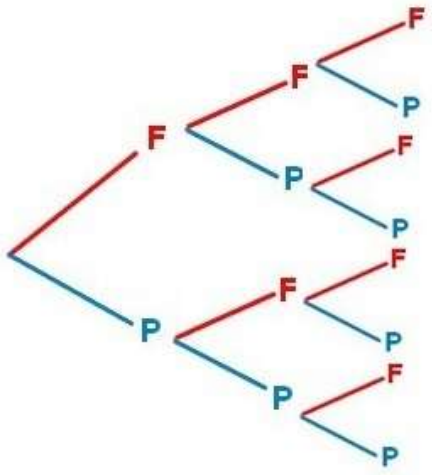
$$3b=\frac{1}{2}$$

إذن $\boxed{b=\frac{1}{6}}$ **معناه: الإقتراح المقدم لنا صحيح .**

حل التمرين 05 صفحة 389: الإستقراء الرياضي .

نرمي قطعة نقدية عشر مرات.

نستعمل الإستقراء ، نجرب مرة ، إثنان وثلاثة ثم نستنتج القاعدة ...

نرمي 1 مرة.	نرمي 2 مرة.	نرمي 3 مرة.
		

عندما: نرمي **1** مرة احتمال الحصول على **1** مرة "وجه" هو $\frac{1}{2^1}$ = $\frac{1}{\text{عدد الرميات الممكنة}}$

عندما: نرمي **2** مرة احتمال الحصول على **2** مرة "وجه" هو $\frac{1}{2^2}$

عندما: نرمي **3** مرة احتمال الحصول على **3** مرة "وجه" هو $\frac{1}{2^3}$

....

يمكننا بالإستقراء الرياضي أن نستنتج أنه

عندما: نرمي **10** مرة احتمال الحصول على **10** مرة "وجه" هو $\frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024}$

وبالتالي: احتمال الحصول على عشر مرات "وجه" هو $p = \frac{1}{1000}$ **خطأ**

الاستقراء

*** يمكن توصيف الاستقراء الرياضي بالنظر إلى التأثيرات المتعاقبة عند سقوط الدومين**

***الاستقراء أو الاستدلال الاستقرائي أو أحيانًا المنطق الاستقرائي (تصميم أسفل أعلى) هو أحد أشكال الاستدلال وبتعبير منطقي هو الاستدلال الذي ينتقل من الجزئي إلى الكلي. أي أنه الحكم على الكلي بما يوجد في جزئياته جميعها.**

حل التمرين 06 صفحة 389: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ علاقة الـ 4 مجاهيل

لاحظ : أنواع الأسئلة في الرياضيات... تعلم النقد في الرياضيات ...

سؤال وجواب:

هل القضية التالية صحيحة $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$ ؟

الحكم: هذه القضية خاطئة وهذا التمرين هو برهان ذلك ،

نوع البرهان المستخدم : البرهان بمثال مضاد .

E مجموعة الأعداد الطبيعية n حيث $1\le n\le 30$، نختار عشوائيا رقم من E.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

$A=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30\}$: " اختيار رقم زوجي"

$B=\{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30\}$: " اختيار رقم مضاعف لـــ 3 "

بين 1 و 30 يوجد 15 رقم زوجي و 10 أعداد مضاعفة إذن:

$$p(A)=\frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } E}=\frac{15}{30}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

$$p(B)=\frac{\text{عدد عناصر } B}{\text{عدد عناصر } E}=\frac{10}{30}=\boxed{\frac{1}{3}}$$

طريقة1) لحساب $p(A\cup B)$ **إحتمال اختيار الزوجية أو المضاعفة لـ 3 .**

$A\cup B=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,3,9,15,21,27\}$

$$P(A\cup B)=\frac{\text{عدد عناصر } A\cup B}{\text{عدد عناصر } E}=\frac{20}{30}=\boxed{\frac{2}{3}}$$ **بطريقة مباشرة.**

طريقة2) لحساب $p(A\cup B)$ **بالعلاقة الحسابية ذات الأربع مجاهيل**

نحسب $p(A\cap B)$ **إحتمال اختيار الزوجية و المضاعفة لـ 3 أي مضاعفة لـ 6.**

$$A\cap B=\{6,12,18,24,30\}\longrightarrow P(A\cap B)=\frac{5}{30}=\boxed{\frac{1}{6}}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\boxed{\frac{2}{3}}$$

الخلاصة: $P(A\cup B)=\frac{2}{3}$ **و ليس كما قال التلميذ، فلم يضع في حسبانه** $\boxed{A\cap B\neq\phi}$.

حل التمرين 07 صفحة 389: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ علاقة الـ 4 مجاهيل

لتكن A ، B و C ثلاث حادثات من المجموعة Ω حيث

$p(A)=0,3$	$p(B)=0,4$	$p(C)=0,7$

$p(A\cap B)=0,2$	$p(A\cup B)=0,7$	$p(B\cup C)=0,7$	$p(A\cap C)=0,2$

أولا: المعطيات خاطئة والتمرين السابق رقم 6 يثمّن ذلك ...

$p(A\cup B)=p(B)+p(A)-p(A\cap B)=0,4+0,3-0,2=$ **0,5**

وقد وجدت خطأ مثله في باك تسيير وإقتصاد...

$$p(A\cup B)=\mathbf{0,5}$$

① $p(B\cap C)=\cdots$

$$P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)$$

$$P(B\cap C)=P(B)+P(C)-P(B\cup C)=0,4+0,7-0,7=0,4$$

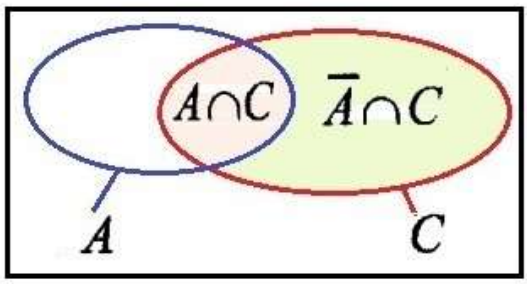
الإجابة الصحيحة هي: $P(B\cap C)=0,4$

② $p(A\cup C)=\ldots$

$$P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)=0,3+0,7-0,2=0,8$$

③ $p(\overline{A}\cap C)=\ldots$

$(A\cap C)$ و $(\overline{A}\cap C)$ غير متلائمتين



$$P\left[(\overline{A}\cap C)\cap(A\cap C)\right]=P(\varnothing)=0$$

$$P(C)=P\left[(\overline{A}\cap C)\cup(A\cap C)\right]$$

$$P(C)=P(\overline{A}\cap C)+P(A\cap C)+P\left[(\overline{A}\cap C)\cap(A\cap C)\right]$$

$$P(C)=P(\overline{A}\cap C)+P(A\cap C)$$

$$P(\overline{A}\cap C)=P(C)-P(A\cap C)=0,7-0,2=0,5$$

حل التمرين 08 صفحة 389: السحب مع الإرجاع والمتغير العشوائي.

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5.
نسحب كرة و نسجل رقمها و نعيدها ثم نسحب كرة أخرى و نسجل رقمها.

أولا نوع السحب: السحب مع الإرجاع

ثانيا جدول الإمكانيات: Google Addition chart

+	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10

ليكن:
X المتغير العشوائي المناسب لمجموع الرقمين.
قيم المتغير العشوائي هي: $X(\Omega)=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
قانون احتمال موزع كالآتي:

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=x)$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$

ومنه الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو:

$$E(X)=2\times\frac{1}{25}+6\times\frac{1}{25}+12\times\frac{1}{25}+20\times\frac{1}{25}+30\times\frac{1}{25}+28\times\frac{1}{25}+24\times\frac{1}{25}+18\times\frac{1}{25}+10\times\frac{1}{25}$$

$\boxed{E(X)=6}$ الأمل الرياضياتي للمتغير X هو $E(X)=6$ **الإقتراح الثاني هو الصحيح.**

حل التمرين 09 صفحة 389: جدول قانون الإحتمال

a عدد حقيقي، X متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالآتي:

x	-2	1	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	a

تعيين قيمة a: ط1) نفضلها لأن الأجوبة موجودة نجمع قيم الجدول ونستبدل بالإقترحات

طريقة2) مهمة في تمارين أخرى ليست بنفس صيغة السؤال

$$P(X=-2)+P(X=1)+P(X=3)=1$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+a=1 \longrightarrow \frac{7}{12}+a=1 \longrightarrow a=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12} \longrightarrow \boxed{a=\frac{5}{12}}$$

تكون قيمة a هي: $\frac{5}{12}$ **الإقتراح الثالث هو الصحيح.**

حل التمرين 10 صفحة 389: مخطط الشجرة

يحتوي صندوق على ست قريصات مرقمة من1 إلى 6

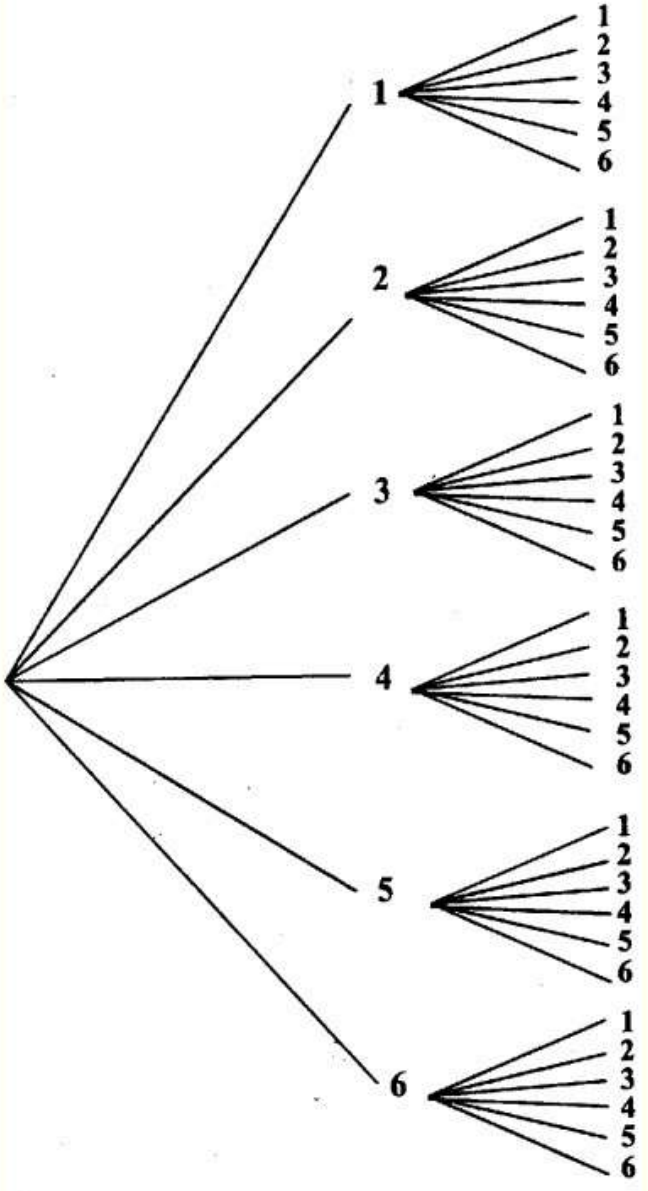
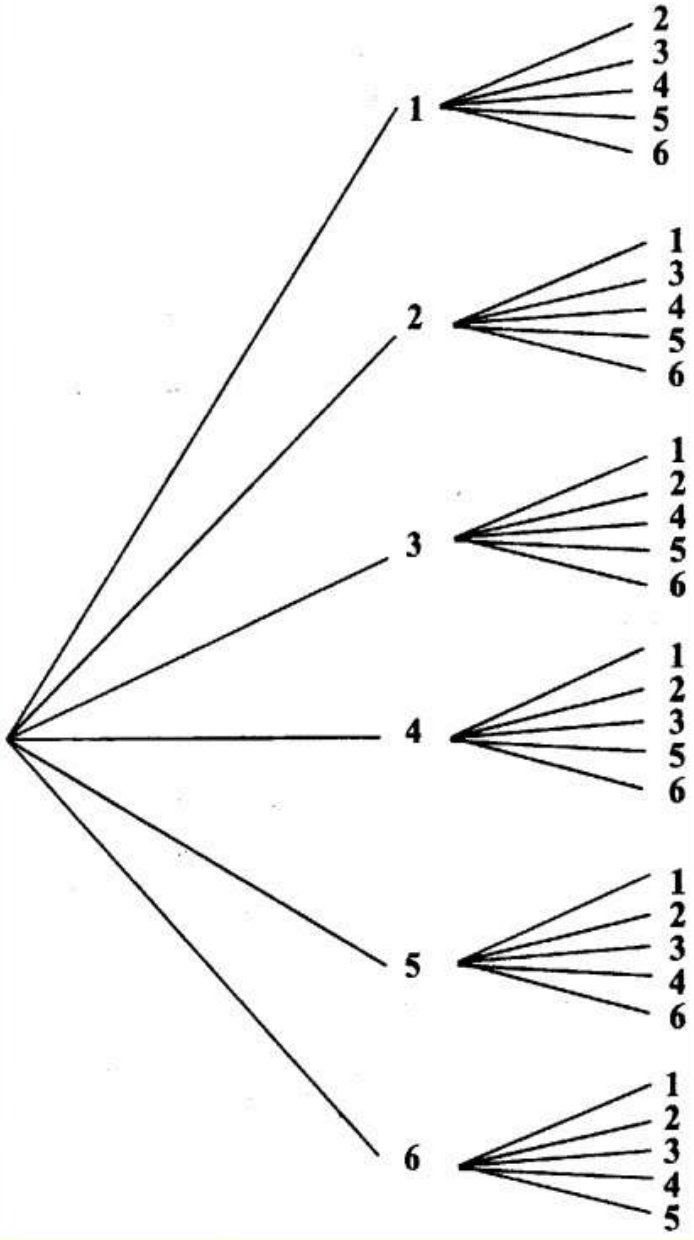
(1) نسحب من الصندوق قريصة، نسجل رقمها و نعيدها إلى الصندوق ثم قريصة ثانية و نسجل رقمها.

بواسطة المخطط **نعيين** كل الحالات الممكنة، **سيكون السحب مع الإرجاع**

(2) في هذا السؤال لا نعيد القريصة الأولى المسحوبة إلى الصندوق قبل سحب الثانية.

، **سيكون السحب بدون الإرجاع**

مخطط الشجرة لهذه التجربة:

(1) السحب مع الإرجاع	(2) السحب بدون الإرجاع
	
عدد الحالات الممكنة هو $6\times6=36$.	عدد الحالات الممكنة هو $6\times5=30$.

11 A و B حادثتان حيث $p(A)=0,3$ ، $p(A\cup B)=0,7$ ، $p(A\cap B)=0,2$. احسب $p(B)$.

12 A و B حادثتان حيث $p(A)=0,45$ ، $p(B)=0,37$ ، $p(A\cup B)=0,82$

أثبت أن A و B غير متلائمتين.

13 زهرة نرد وجوهها مرقمة من 1 إلى 6 ،احتمال ظهور الوجوه الست يحقق العلاقة:

$p(1)=p(2)=2p(3)=3p(4)=p(5)=p(6)$

احسب احتمال ظهور كل وجه.

14 نظم خمس لاعبين A ، B ، C ، D و E منافسة في لعبة الشطرنج.نفرض أن اللاعبين A ، B و C لهم نفس الاحتمال للربح و اللاعبين D و E لهما نفس الاحتمال للربح و أن اللاعب A له ثلاث مرات حظوظ للربح بالنسبة للاعب D.

1)احسب الاحتمال للربح لكل لاعب.

2) احسب الاحتمال لربح D أو E.

3) ما هو احتمال ربح A أو B أو C.

4) ما هو احتمال أن B لا يربح.

15 تضع الطفلة هند الحروف N ، I ، H ، D في علبة تسحب الطفلة عشوائيا حرفاً و تضعه في الجدول التالي

الرابع	الثالث	الثاني	الأول

احسب احتمال أن تكتب الطفلة اسمها

16 نسحب ورقة من لعبة 32 ورقة .ما هو احتمال الحصول على:

1) عدد فردي؟ 2) بنت ؟ 3) قلب أو شاب ؟

17 نرمي ثلاث قطع نقدية مرقمة 1 ، 2 ، 3 . نسجل النتائج على شكل ثلاثية (مثال PFP، القطعة 1 ظهر، القطعة2 وجه ،القطعة3 ظهر) .

1) مثل النتائج بمخطط أو شجرة.

2) ما هو عدد كل الإمكانيات ؟

3) لماذا كل الإمكانيات متساوية الاحتمال؟ احسب احتمال كل إمكانية.

18 يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، 4 كرات خضراء و 3 كرات صفراء .نسحب عشوائيا كرة من الكيس.

هل يوجد تساوي احتمال إذا كانت مجموعة الإمكانيات Ω هي: 1) $\Omega=\{B,V,J\}$؟ 2) Ω هي الكرات العشر؟

19 نرمي زهرة نرد حيث وجه واحد مرقم 1 ، وجهين مرقمين2 ، ثلاثة وجوه مرقمة3 .

1) هل هناك تساوي احتمال ؟

2) عين مجموعة الإمكانيات التي يكون من أجلها تساوي احتمال.

20 نرمي نردين واحد أسود و الآخر أخضر .نسمي n رقم الوجه العلوي للنرد الأسود و ℓ رقم النرد الأخضر.

A الحادثة: " $n\leq 3$ ". B الحادثة: " $\ell\leq 3$ "

C الحادثة: " $n+\ell<3$ أو $\ell>2$ "

احسب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$

21 الجدول التالي يمثل نتائج امتحان لتلاميذ مؤسسة ما حسب صفتهم داخلي أو خارجي

	خارجي	داخلي
الناجحون	195	212
الراسبون	43	81

1) نختار تلميذا عشوائياً من هذه المؤسسة

ما هو احتمال أن يكون :

أ - داخلي و ناجح ؟ ب - خارجي ؟ جـ - راسب ؟

2) نختار عشوائياً تلميذا داخليا.ما هو احتمال أن يكون ناجحاً؟

3) نختار عشوائياً تلميذا راسبا.ما هو احتمال أن يكون خارجياً؟

22 يحتوي كيس على 3 قريصات بيضاء و 5 قريصات سوداء.نسحب قريصتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد إلى الكيس القريصة المسحوبة قبل سحب القريصة الثانية.

1) مثل النتائج بمخطط (أو شجرة).

2) ما هو احتمال الحصول على نفس اللون ؟

حل التمرين 11 صفحة 390: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ علاقة الـ 4 مجاهيل

A و B حادثتان حيث :

$p(A)=0,3$ ، $p(A\cup B)=0,7$ ، $p(A\cap B)=0,2$

حساب $p(B)$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(B)=P(A\cup B)+P(A\cap B)-P(A)$$

$$P(B)=0,7+0,2-0,3=0,6$$

وعليه: $\boxed{P(B)=0,6}$

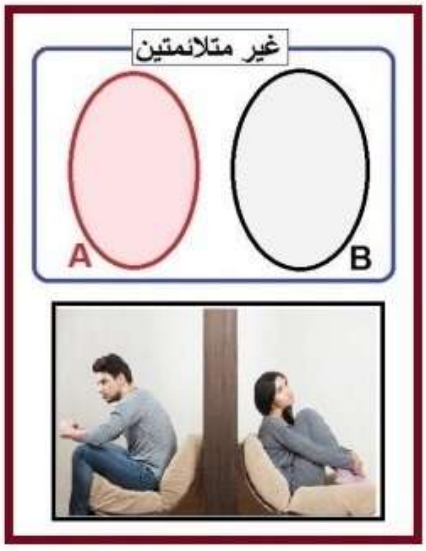
حل التمرين 12 صفحة 390: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ علاقة الـ 4 مجاهيل

A و B حادثتان حيث :

$p(A)=0,45$ ، $p(B)=0,37$

$p(A\cup B)=0,82$

إثبات أن A و B غير متلائمتين.



$$\boxed{p(A\cup B)=p(B)+p(A)-p(A\cap B)}$$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

$$P(A\cap B)=0,45+0,37-0,82=\boxed{0}$$

ومنه: $(A\cap B)=\varnothing$

وعليه: الحادثتين A و B غير متلائمتين.

****

وظيفة الوسائل المادية في تمارين الإحتمالات

1) أوراق الكوتشينة ، ت 16 ص 390.

2) زهر نرد غير مغشوش من ستة أوجه مرقم من 1 إلى 6، ت19ص390 .

حل التمرين 13 صفحة 390: جدول قانون الإحتمال

زهرة نرد وجوهها من 1 إلى 6 ،احتمال ظهور الوجوه الست يحقق العلاقة:

$$p(1)=p(2)=2p(3)=3p(4)=p(5)=p(6)$$

حساب احتمال ظهور كل وجه.

نكتب الكل بدلالة $P(1)$ فتكون معادلة بالمجهول $P(1)$

العلاقة المعطاة معناها

$p(1)$	$p(2)$	$p(3)$	$p(4)$	$p(5)$	$p(6)$
$p(1)$	$p(1)$	$\frac{p(1)}{2}$	$\frac{p(1)}{3}$	$p(1)$	$p(1)$

لدينا $\Rightarrow P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$

نستبدل الأعداد من الجدول

$$P(1)+P(1)+\frac{1}{2}P(1)+\frac{1}{3}P(1)+P(1)+P(1)=1$$

ومنه $\Rightarrow 4P(1)+\frac{5}{6}P(1)=\left[4+\frac{5}{6}\right]P(1)=\frac{29}{6}P(1)=1$

وبالتالي احتمال ظهور كل وجه **نلخصها في الجدول:**

$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(4)$	$P(5)$	$P(6)$
$\frac{6}{29}$	$\frac{6}{29}$	$\frac{3}{29}$	$\frac{2}{29}$	$\frac{6}{29}$	$\frac{6}{29}$

****

وظيفة الجدول ذو مدخلين

التمرين 21 صفحة 390 — التمرين 34 صفحة 392

التمرين 28 صفحة 391 — التمرين 35 صفحة 392

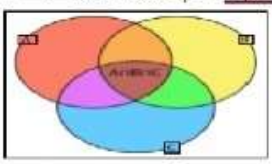
التمرين 31 صفحة 391

حل التمرين 14 صفحة 390: علاقة الـ 4 مجاهيل ▪▪▪ = $P(A\cup B)$ و جدول قانون الإحتمال

نظم خمس لاعبين A ، B ، C ، D و E منافسة في لعبة الشطرنج.

Ahmadov
Bilaloviche
Chikibalov
Dahmanoviche
Emranov

أولا: لماذا الشطرنج ؟
لأنها رياضة فردية والفائز دوما واحد **فقط** ، وهذه جزئية لها أهميتها في باقي التمرين
ثانيا: أهم سؤال هوالثالث !!



وقد كان في الصفحة 378.

① الاحتمال للربح لكل لاعب.

A ، B و C لهم نفس الاحتمال للربح
و D و E لهما نفس الاحتمال للربح
و أن A له ثلاث مرات حظوظ للربح بالنسبة لـ D.
⟹ التربيض

x	A	B	C	D	E
$P(X=x)$	α	α	α	β	β
	3β	3β	3β	β	β

لأنه قانون الإحتمال $P(A)+P(B)+P(C)+P(D)+P(E)=1$ ⟶ $11\beta=1$

⟶ $\beta=\frac{1}{11}$ و $\alpha=\frac{3}{11}$

الخلاصة: $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{3}{11}$ و $P(D)=P(E)=\frac{1}{11}$

② الاحتمال لربح D أو E $=P(D\cup E)=P(D)+P(E)-P(D\cap E)=\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-0=\frac{2}{11}$

لأنه: لا يمكن لـ D و E أن يربحان معا أي الحادثتين D و E غير متلائمتين، $P(D\cap E)=P(\varnothing)=0$

③ احتمال ربح A أو B أو C $= P(A\cup B\cup C)= P(A)+P(B)+P(C)-P(B\cap C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$
$=P(A)+P(B)+P(C)=3/11+3/11+3/11=9/11$

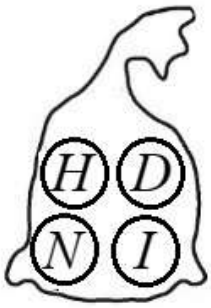
لنفس السبب السابق ، الحوادث A ، B ، C غير متلائمة مثنى مثنى
وبالتالي إحتمال تقاطعها مثنى مثنى يساوي الصفر
كذلك للثلاثية فلا يمكن ربحهم معا فاحتمال تقاطع ثلاثتهم معدووم ، $P(A\cap B\cap C)=0$

④ احتمال أن B لا يربح $= P(\overline{B})=1-P(B)=1-3/11=8/11$.

لاحظ كيف نلخص هذا النوع من التمارين:

H	A	B	C	D	E	$D\cup E$	$A\cup B\cup C$	$\overline{B}$
$P(H)$	$\frac{3}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{8}{11}$

حل التمرين 15 صفحة 390: نفس فكرة التمرين 36



تضع الطفلة هند الحروف N ، I ، H ، D في علبة

أولا **نظيف شروط :**

نفرض أن الحروف (القريصات المكتوبة عليها) لها نفس الحظ في الظهور

تسحب الطفلة عشوائيا حرفا و تضعه في الجدول

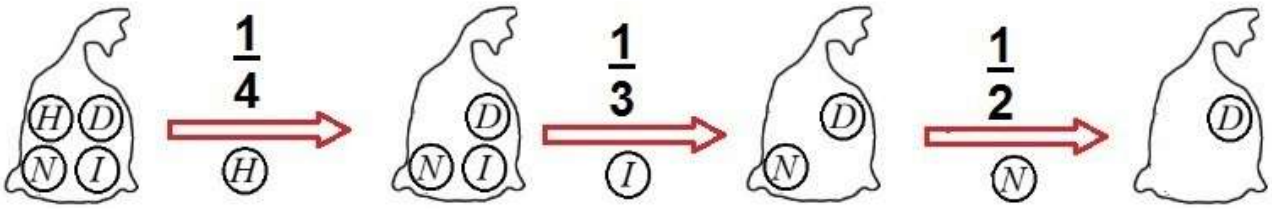
ثانيا **نوع السحب على التوالي دون إرجاع** هنا الترتيب مهم و التكرار غير مسموح

نفس فكرة التمرين 36 ص 392 لكن هل بسحب مختلف ؟

طريقة1)

Ⓗ	Ⓘ	Ⓝ	Ⓓ
الأول	الثاني	الثالث	الرابع

حساب احتمال أن تكتب الطفلة اسمها

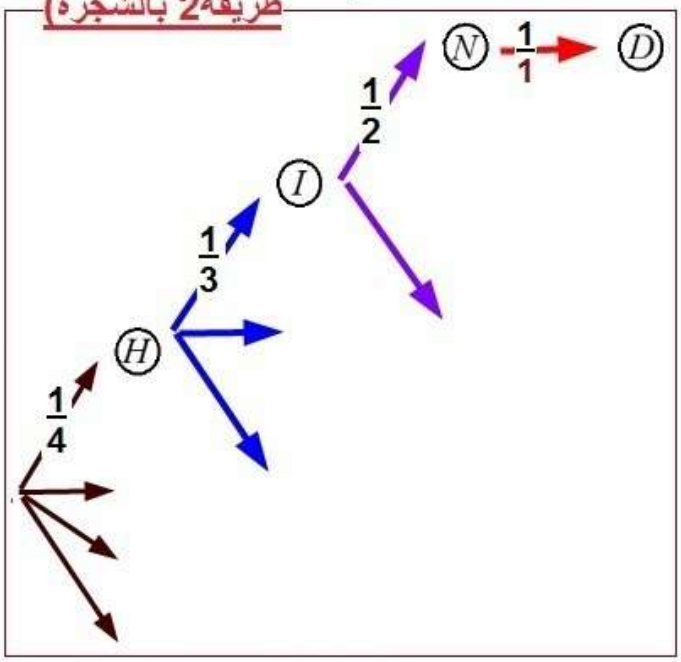


$$\text{احتمال أن تكتب الطفلة اسمها} = \frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{24}} \simeq \boxed{4\%}$$

احتمال أن تكتب الطفلة اسمها هو $\boxed{\frac{1}{24}}$

ثالثا **التفنن في الإجابة**

طريقة2 بالشجرة)



طريقة3 لغويا)

الحرف الأول لديه **4** إمكانيات D أو H أو I أو N .

بعد السحب الأول الحرف الثاني لديه **3** إمكانيات.

الحرف الثالث لديه **2** إمكانيات.

الحرف الرابع لديه **1** إمكانية

ومنه: عدد السحابات الممكنة هو: $4\times3\times2\times1=24$

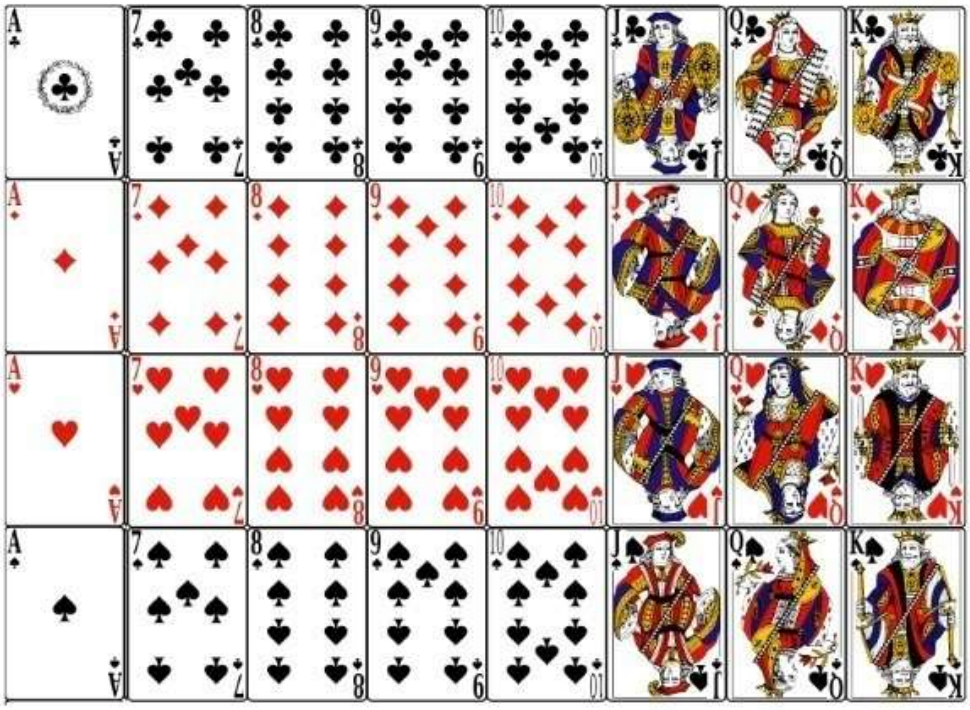
وعليه: احتمال أن تكتب الطفلة اسمها هو: $\frac{1}{24}$.

حل التمرين 16 صفحة 390: الإحتمالات توظف أوراق الكوتشينة

نسحب ورقة من لعبة 32 ورقة .

أولا وقبل كل شئ نتعرف على أوراق اللعبة ، فهي مجموعة الإمكانيات ...

On rappelle qu'un jeu de 32 cartes est composé des cartes 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as, déclinées en quatre couleurs : trèfle, pique, coeur et carreau.



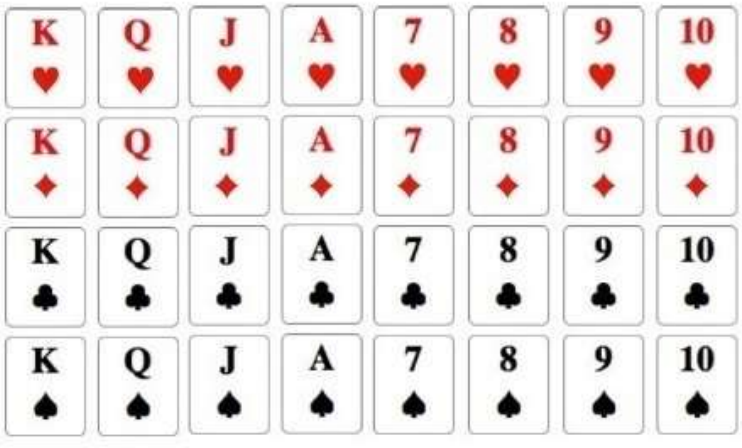
King, Queen, Knave = Roi, Dame, Valet = شاب أو ولد ,ميم أو بنت,باش أو شايب

On tire au hasard une carte du jeu et on définit les événements suivants :

① احتمال الحصول على عدد فردي = $\frac{12}{32} = P(\{A,7,9\}) = \boxed{\frac{3}{8}}$.

L'as est une valeur de carte à jouer, correspondant au nombre 1.

② احتمال الحصول على بنت = $\frac{4}{32} = P(\{Q\}) = \boxed{\frac{1}{8}}$.



③ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

احتمال الحصول على قلب أو شاب

$P(\{♥\} \cup \{K\}) = P(\{♥\}) + P(\{K\}) - P(\{♥\} \cap \{K\})$

$= \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \boxed{\frac{11}{32}}$

وبالتالي:

احتمال الحصول على قلب أو شاب هو $\boxed{\frac{11}{32}}$.

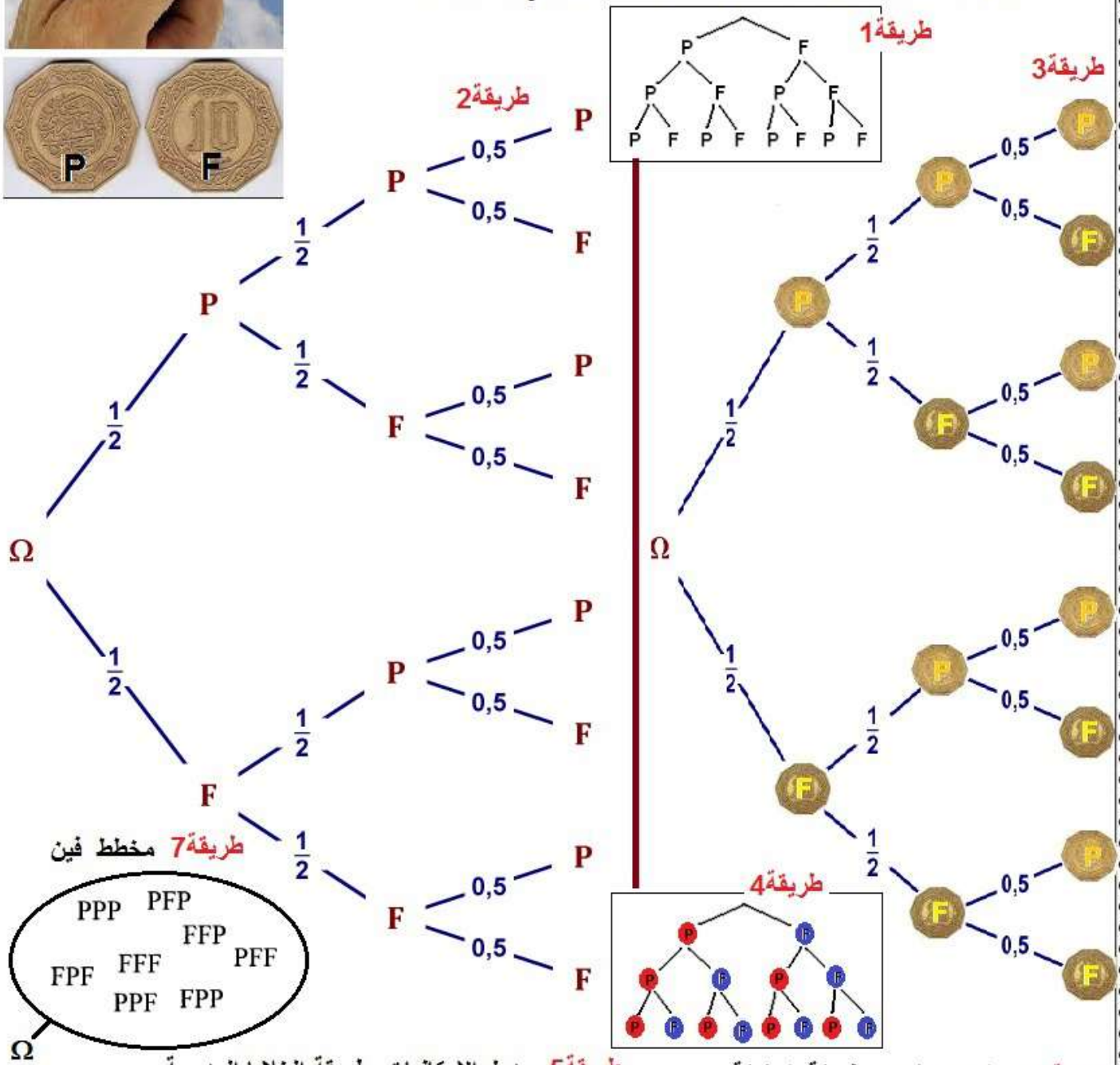
حل التمرين 17 صفحة 390: التفسير الهندسي لتجربة عشوائية.

نرمي ثلاث قطع نقدية مرقمة 1 ، 2 ، 3 . نسجل النتائج على شكل ثلاثية

① نمثل النتائج بمخطط أو شجرة.

P = Pile = ظهر و F = Face = وجه

Exemple : PFP = Pile + Face + Pile



طريقة6 جدول الإمكانيات بطريقة الحقيقة

عناصر Ω	ق3	ق2	ق1
PPP	P	P	P
PPF	F	P	P
PFP	P	F	P
PFF	F	F	P
FPP	P	P	F
FPF	F	P	F
FFP	P	F	F
FFF	F	F	F

طريقة5 جدول الإمكانيات بطريقة الخلايا المدمجة.

النتائج النهاية للتجربة	القطعة 3	القطعة 2	القطعة 1
PPP	P	P	P
PPF	F		
PFP	P	F	
PFF	F		
FPP	P	P	F
FPF	F		
FFP	P	F	
FFF	F		

التفسير الهندسي في علم الإحتمالات

قصد فهم التجربة العشوائية والإعتماد عليها في بناء نظريات أخرى نلجأ إلى استيعاب وتوضيح وتفسير هندسي شأنه شأن الجبر سابقا ....
وقد وجدنا سبعة أنواع من المخططات على الأقل ...

(2) عدد كل الإمكانيات هو **8** و هو**عدد عناصر النتائج الممكنة**

$\Omega = \{ PPP ; PPF ; PFP ; PFF ; FPP ; FPF ; FFP ; FFF \}$

(3) لماذا كل الإمكانيات متساوية الاحتمال؟

لأنه إتفاق وإصطلاح:
إذا قلنا : نرمي قطعة نقدية وليس مثل الصفحة 381
فإننا نقصد : قطعة متوازنة غير مغشوشة بوجه وظهر وشخصيا:
أراه عيبا في الرياضيات الجزائرية ، لن نخسر شئ إذا وضحنا المعطيات كل مرة ...

(3) كل الإمكانيات متساوية الاحتمال **لأننا نفرض إتفاقا أنه**

لدينا: **كل القطع غير مزيفة فكل الإمكانيات متساوية الاحتمال مع** $P(P)+P(F)=1$

وعليه: $P(P)=P(F)=\frac{1}{2}$ ومنه: كل الإمكانيات **في** Ω متساوية الاحتمال.

* **حساب** احتمال كل إمكانية **في** Ω

$$\boxed{\frac{1}{8}} = \frac{\text{عدد عناصر الإمكانية}}{\text{عدد عناصر}\ \Omega} = \text{احتمال كل إمكانية في } \Omega$$

وعليه: احتمال كل إمكانية هو $\boxed{\frac{1}{8}}$

****

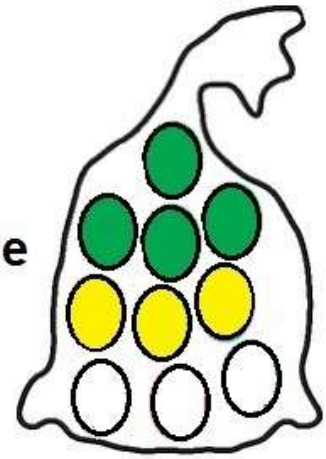
وظيفة المعادلة ذات الأربع مجاهيل

02 صفحة 389	11 صفحة 390	25 صفحة 391
06 صفحة 389	12 صفحة 390	33 صفحة 392
07 صفحة 389	14 صفحة 390	39 صفحة 393
		40 صفحة 393

حل التمرين 18 صفحة 390: شروط لتساوي الإحتمال

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، 4 كرات خضراء و 3 كرات صفراء .

Dans une urne, il y a 3 boules blanches (B), 4 boules vertes (V) et 3 boules jaunes (J).



نسحب عشوائيا كرة من الكيس.

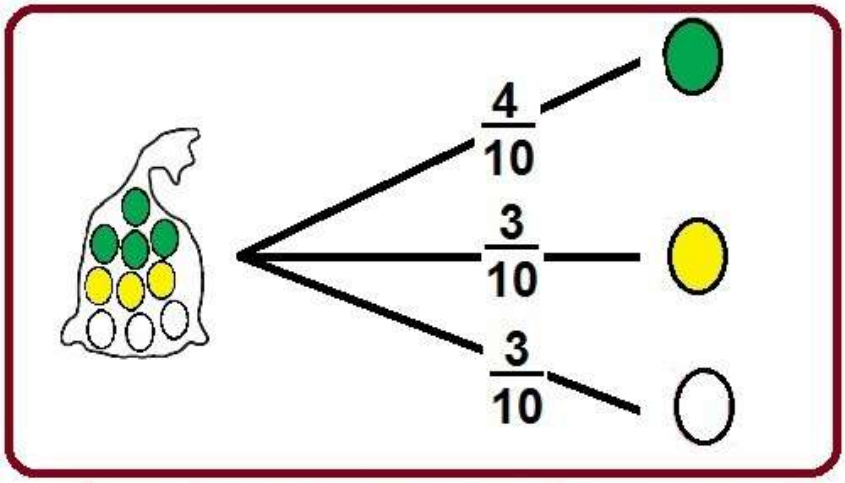
On tire au hasard une boule dans cette urne

البحث عن إمكانية تساوي احتمال

أولا: نفرض الكرات لا نفرق بينها في اللمس.

ثانيا : ندرس الإقتراحين.

① إذا كانت مجموعة الإمكانيات $\Omega=\{B,V,J\}$



$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

ومنه: $P(B)=\frac{3}{10}$ ، $P(V)=\frac{4}{10}$ ، $P(J)=\frac{3}{10}$

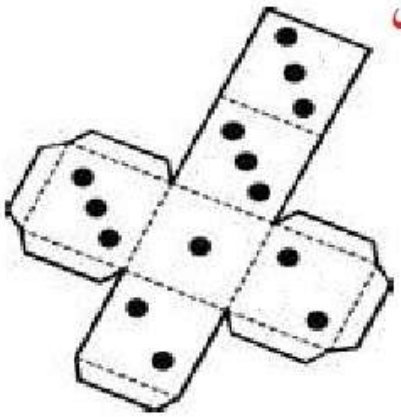
وعليه: لا يوجد تساوي احتمال.

② إذا كانت مجموعة الإمكانيات Ω هي الكرات العشر أي:

$$\Omega=\{B_1,B_2,B_3,V_1,V_2,V_3,V_4,J_1,J_2,J_3\}$$

هنا احتمال كل إمكانية هو $\frac{1}{10}$ وعليه: يوجد تساوي احتمال.

حل التمرين 19 صفحة 390: شروط لـتساوي الإحتمال



نرمي زهرة نرد حيث وجه واحد مرقم 1 ،
وجهين مرقمين2 ، ثلاثة وجوه مرقمة3 .

① نطرح سؤال هل هناك تساوي احتمال ؟

الجواب: قد يكون نعم وقد يكون لا

على حسب مجموعة الإمكانيات التي نعتمد عليها

عندما: $\Omega = \{1,2,3\}$ **لا يكون** هناك تساوي احتمال .

لأن: $p(1) = \frac{1}{6}$ ، $p(2) = \frac{2}{6}$ ، $p(3) = \frac{3}{6}$.

ولاحظ جدول قانون الإحتمال هنا مكتوب بطريقة تلميحية :

x	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

② نعين مجموعة الإمكانيات التي يكون من أجلها تساوي احتمال.

هنا مربط الفرس ، كيف نضع شروط تسمح لنا بالحصول على تساوي الإحتمال ؟

إذن : إذا اعتبرنا الإمكانيتين $\{3\},\{1,2\}$ نجد:

x	$\{1,2\}$	$\{3\}$
$P(X=x)$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$

أي : هناك تساوي احتمال عندما: $\Omega = \{\{1\ ;\ 2\}\ ;\ 3\}$

الخلاصة:

لا يكون هناك تساوي احتمال **عندما:** $\Omega = \{1,2,3\}$

هناك تساوي احتمال عندما: $\Omega = \{\{1\ ;\ 2\}\ ;\ 3\}$

معناه: من هنا فصاعدا لا نقول هناك تساوي إحتمال ونسكت ، يجب ذكر شوروط الكلام.

البقلاوة حرام في رمضان ، وحلال في شعبان هههههه

حل التمرين 20 صفحة 390: المعادلات ذات لمجهول n.

نرمي نردين واحد أسود و الآخر أخضر.
نسمي n رقم الوجه العلوي للنرد الأسود
و ℓ رقم النرد الأخضر.

ℓ \ n	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

أولا : نتسائل ماهو المخطط المناسب ؟
من هي مجموعة الإمكانيات ؟

ثانيا: الكتابة بالثنائيات المرتبة.

ثالثا : نحسب الإحتمالات المطلوبة منا.

عدد الحالات الممكنة هو 36.

حساب $p(A)$: لغويا: A الحادثة: " $n \leq 3$ ".

جبريا: $A = \{ (n,L) \in \Omega ;\ n \leq 3 \}$

$A = \{ (n,L) \in \Omega ;\ n = 3$ أو $n = 2$ أو $n = 1 \}$

$$p(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

هندسيا:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)

A

حساب $p(B)$: لغويا: B الحادثة: " $\ell \leq 3$ "

جبريا: $B = \{ (n,\ell) \in \Omega ;\ \ell \leq 3 \}$

$B = \{ (n,\ell) \in \Omega ;\ \ell = 3$ أو $\ell = 2$ أو $\ell = 1 \}$

$$p(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

هندسيا:

B

(1,1)	(1,2)	(1,3)
(2,1)	(2,2)	(2,3)
(3,1)	(3,2)	(3,3)
(4,1)	(4,2)	(4,3)
(5,1)	(5,2)	(5,3)
(6,1)	(6,2)	(6,3)

حساب $p(C)$:

C_1 الحادثة: " $\ell > 2$ " معناه: $\ell = 3$ أو $\ell = 4$ أو $\ell = 5$ أو $\ell = 6$ ، $p(C_1) = \frac{24}{36}$

C_2 الحادثة: " $n + \ell < 3$ "

معناه: $n + \ell = 1$ أو $n + \ell = 2$ معناه: $\ell = 1$ و $n = 1$

($n + \ell = 1$ مستحيل)

معناه: $C_2 = \{(1,1)\}$ معناه: $p(C_2) = \frac{1}{36}$

(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

C_1

$$p(C) = p(C_1 \cup C_2) = p(C_1) + p(C_2) = \frac{24}{36} + \frac{1}{36} = \frac{25}{36}$$

حل التمرين 21 صفحة 390: الجدول ذو مدخلين

الجدول يمثل نتائج امتحان لتلاميذ مؤسسة ما حسب صفتهم داخلي أو خارجي

هو الجدول ذو مدخلين الممكن ترجمته للشجرتان المتكافئتان

	خارجي	داخلي	المجموع
الناجحون	195	212	**407**
الراسبون	43	81	**124**
المجموع	**238**	**293**	**531**

1) **عندما** نختار تلميذا عشوائياً من هذه المؤسسة **المقام** دوما **531**.

(أ) احتمال أن يكون داخلي و ناجح هو $\frac{212}{531}$.

(ب) احتمال أن يكون خارجي هو $\frac{238}{531}$.

(ج) احتمال أن يكون راسب هو $\frac{124}{531}$.

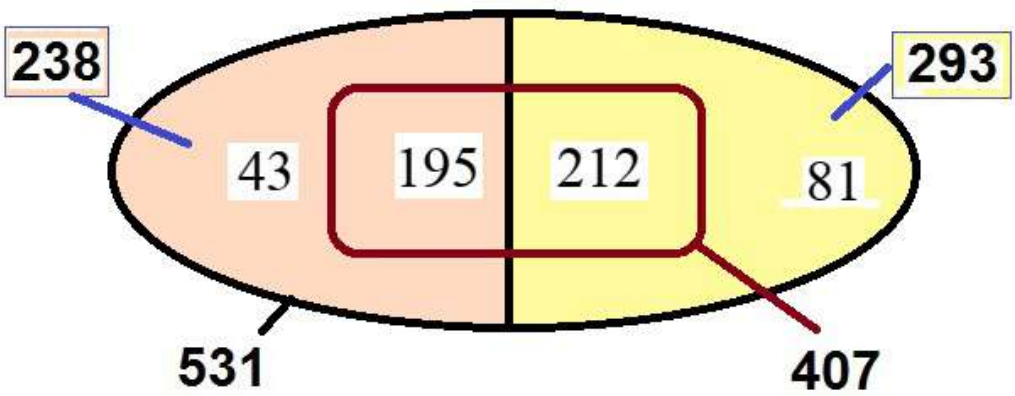
2) **عندما** نختار عشوائيا تلميذا داخليا **المقام** دوما **293**.

احتمال أن يكون ناجحاً هو $\frac{212}{293}$

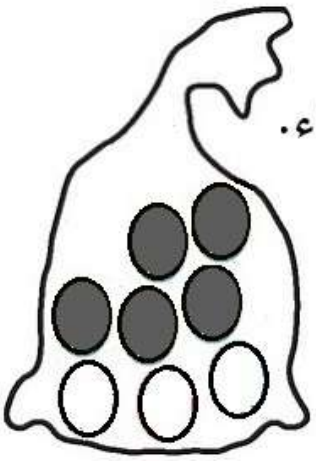
3) **عندما** نختار عشوائياً تلميذا راسبا **المقام** دوما **124**.

احتمال أن يكون خارجياً هو $\frac{43}{124}$

لاحظ مخطط فين ...



حل التمرين 22 صفحة 390: أنواع السحب الثلاث.



يحتوي كيس على 3 قريصات **B** بيضاء و 5 قريصات **N** سوداء.

نُرَقِّمْ القريصات البيضاء B أي: B_1 ، B_2 ، B_3 .

و نُرَقِّمْ القريصات السوداء N أي: N_1 ، N_2 ، N_3 ، N_4 ، N_5 .

$$\Omega = \{3B,5N\} = \{B_1,B_2,B_3,N_1,N_2,N_3,N_4,N_5\}$$

رمز جديد سمحت لنفسي به وسأرى ...

نسحب قريصتين على التوالي بحيث نعيد إلى الكيس القريصة المسحوبة قبل سحب القريصة الثانية.

النوع السحب **على التوالي مع الإرجاع** هنا الترتيب مهم و التكرار مسموح

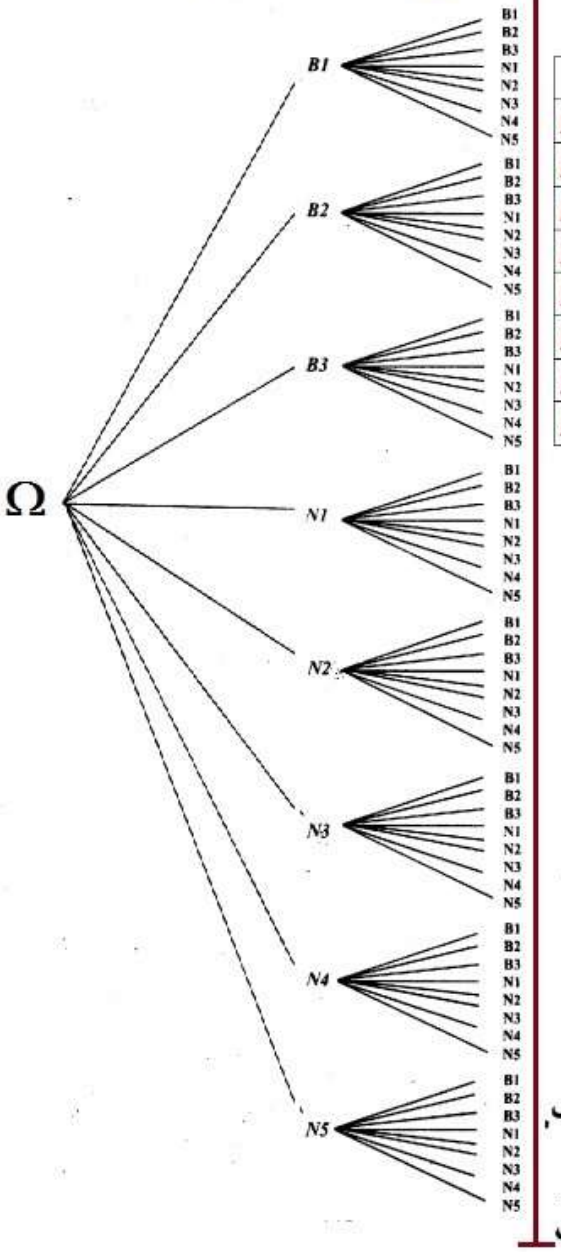
كل نتيجة هي عبارة عن ثنائية مرتبة أو نكتبها على شكل آحاد وعشرات

① النتائج بمخطط (أو شجرة).

ⓐ **جدول الإمكانيات**

	B_1	B_2	B_3	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5
B_1	B_1B_1	B_1B_2	B_1B_3	B_1N_1	B_1N_2	B_1N_3	B_1N_4	B_1N_5
B_2	B_2B_1	B_2B_2	B_2B_3	B_2N_1	B_2N_2	B_2N_3	B_2N_4	B_2N_5
B_3	B_3B_1	B_3B_2	B_3B_3	B_3N_1	B_3N_2	B_3N_3	B_3N_4	B_3N_5
N_1	N_1B_1	N_1B_2	N_1B_3	N_1N_1	N_1N_2	N_1N_3	N_1N_4	N_1N_5
N_2	N_2B_1	N_2B_2	N_2B_3	N_2N_1	N_2N_2	N_2N_3	N_2N_4	N_2N_5
N_3	N_3B_1	N_3B_2	N_3B_3	N_3N_1	N_3N_2	N_3N_3	N_3N_4	N_3N_5
N_4	N_4B_1	N_4B_2	N_4B_3	N_4N_1	N_4N_2	N_4N_3	N_4N_4	N_4N_5
N_5	N_5B_1	N_5B_2	N_5B_3	N_5N_1	N_5N_2	N_5N_3	N_5N_4	N_5N_5

ⓑ **مخطط الشجرة المفصل**



إذن : عدد الحالات الممكنة هو $8 \times 8 = 64$

② احتمال الحصول على نفس اللون

طريقة1) بقراءة بيانية للمخطط نجد ،من الجدول

عدد الحالات التي يكون فيها الكرتين **بيضاوين** $3\times3=9$

عدد الحالات التي يكون فيها الكرتين **سوداوين** $5\times5=25$

$$\frac{25+9}{64} = \frac{34}{64} = \boxed{\frac{17}{32}}$$

احتمال الحصول على نفس اللون هو $\boxed{\frac{17}{32}}$

طريقة2) من الشجرة

إما القريصات المسحوبة هي بيضاء للسحبة الأولى لنا 3 إمكانيات.

والسحبة الثانية لديها أيضا 3 إمكانيات و عليه لدينا 9 إمكانيات

أو القريصات المسحوبة هي سوداء لدينا: $5 \times 5 = 25$ إمكانيات

23 أعد نفس التمرين السابق و لكن لا نعيد القريصة الأولى قبل السحب الثاني.

24 يحتوي صندوق على 7 كرات منها ثلاث كرات سوداء مرقمة 1 ، 2 ، 3 و أربع كرات حمراء مرقمة 1 ، 2 ، 3 ، 4. نسحب عشوائيا كرة من الصندوق

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A :"الكرة المسحوبة سوداء". B :"الكرة المسحوبة حمراء".

C : " الكرة المسحوبة تحمل رقما فرديا"

2) احسب احتمال الحوادث التالية: $A\cap B$ ، $A\cap C$ ، $B\cap C$ ، $A\cup B$ ، $A\cup C$ ، $B\cup C$.

25 A و B حادثتان حيث: $p\left(\overline{A}\right)=0,44$ ، $p\left(\overline{B}\right)=0,63$ و $p\left(\overline{A\cup B}\right)=0,52$.احسب $P(A\cap B)$

26 نفرض أنه في ولادة هناك نفس الحظوظ حتى تكون بنت أو ولد .

1) باعتبار الترتيب في الولادات عين كل الإمكانيات لعائلة بثلاثة أطفال.

2) احسب احتمال أن تكون عائلة بثلاث أطفال تتضمن بنتين.

27 يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة 1 ، 2 ، 5 ، 7 نسحب كرتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد الكرة الأولى إلى الكيس قبل السحب الموالي.نضع X رقم الكرة الأولى و Y رقم الكرة الثانية

1) أعط قائمة الإمكانيات 16 لهذه التجربة.

2) احسب احتمال الأحداث التالية:

A : " $X=5$." B : " $X+3Y\leq 3$."

C : " $X=2Y$." D : " $X+Y$ عدد فردي ".

28 الجدول التالي يمثل توزيع عمال حسب وسيلة تنقلهم إلى عملهم و حسب مكان إقامتهم

	حافلة	سيارة	مشيا على الأقدام
المدينة	23	34	20
القرية	56	18	5

نختار عامل من هذه المؤسسة .ما هو احتمال أن يكون:

1) يسكن في المدينة ويلتحق بمكان عمله مشياً على الأقدام؟

2) يسكن في القرية ؟

3) يذهب بالسيارة ى؟

4) نختار عاملاً يسكن في المدينة.ما هو احتمال أن يلتحق ماشيا عللا الأقدام؟

29 في قسم به 45 تلميذاً يوجد 14 تلميذاً في نادي الموسيقى و10 تلاميذ في نادي الرسم و 5 تلاميذ في كلا الناديين.نختار عشوائياً تلميذاً من هذا القسم .احسب احتمال أن يكون هذا التلميذ : 1) من نادي الموسيقى ؟

2) من الناديين؟

3) نختار تلميذاً من نادي الرسم.ما هو احتمال أن يكون من نادي الموسيقى؟

30 نرمي قطعة نقدية مزيفة مرة واحدة. نسمي P الحادث " الحصول على ظهر " و F الحادث " الحصول على وجه".

1) علما أن احتمال الحصول على ظهر هو $p(P)=\frac{1}{3}$ ،احسب $p(F)$.

2) نرمي هذه القطعة ثلاث مرات

أ) ضع مخططاً توضح فيه جميع الحالات الممكنة لهذه التجربة.

ب) ما هو احتمال :- الحصول على " وجه" ؟

- الحصول على "مرتين وجه " ؟

31 ينقسم دم الإنسان إلى أربع فصيلات A ، B ، O ، AB وإلى نوعين Rh^+ و Rh^- .

في مجتمع P فصيلات الدم موزعة كالآتي: $A:20\%$ ، $B:25\%$ ، $O:45\%$ ، $AB:10\%$

و توزيع R*hésus* يكون كالآتي:

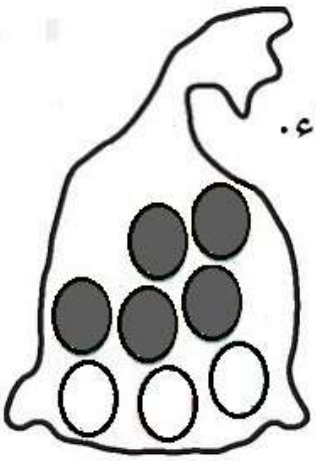
	A	B	O	AB
Rh^+	80%	85%	83%	90%
Rh^-	20%	15%	17%	10%

نختار عشوائيا شخصا من P . احسب الاحتمال حتى يكون

1) من فصيلة O^+ . 2) من فصيلة B .

3) من Rh^- . 4) من Rh^+ و O .

حل التمرين 23 صفحة 391: أنواع السحب الثلاث.



يحتوي كيس على 3 قريصات **B** بيضاء و 5 قريصات **N** سوداء.

نُرَقِّمْ القريصات البيضاء B أي: B_1 ، B_2 ، B_3 .

و نُرَقِّمْ القريصات السوداء N أي: N_1 ، N_2 ، N_3 ، N_4 ، N_5 .

$$\Omega = \{3B,5N\} = \{B_1,B_2,B_3,N_1,N_2,N_3,N_4,N_5\}$$

رمز جديد سمحت لنفسي به وسأرى ...

نسحب قريصتين على التوالي بحيث **لا** نعيد إلى الكيس القريصة المسحوبة قبل سحب القريصة الثانية.

نوع السحب: **على التوالي دون إرجاع** هنا الترتيب مهم و التكرار غير مسموح

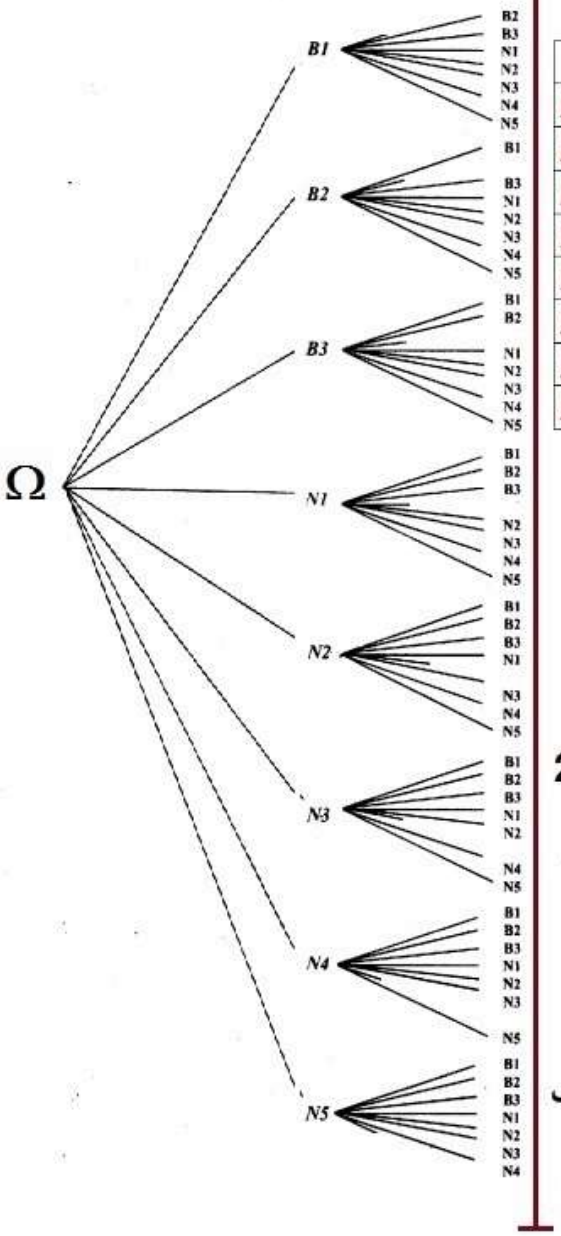
كل نتيجة هي عبارة عن ثنائية مرتبة أو نكتبها على شكل آحاد وعشرات

① النتائج بمخطط (أو شجرة).

ⓐ **جدول الإمكانيات**

	B_1	B_2	B_3	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5
B_1		B_1B_2	B_1B_3	B_1N_1	B_1N_2	B_1N_3	B_1N_4	B_1N_5
B_2	B_2B_1		B_2B_3	B_2N_1	B_2N_2	B_2N_3	B_2N_4	B_2N_5
B_3	B_3B_1	B_3B_2		B_3N_1	B_3N_2	B_3N_3	B_3N_4	B_3N_5
N_1	N_1B_1	N_1B_2	N_1B_3		N_1N_2	N_1N_3	N_1N_4	N_1N_5
N_2	N_2B_1	N_2B_2	N_2B_3	N_2N_1		N_2N_3	N_2N_4	N_2N_5
N_3	N_3B_1	N_3B_2	N_3B_3	N_3N_1	N_3N_2		N_3N_4	N_3N_5
N_4	N_4B_1	N_4B_2	N_4B_3	N_4N_1	N_4N_2	N_4N_3		N_4N_5
N_5	N_5B_1	N_5B_2	N_5B_3	N_5N_1	N_5N_2	N_5N_3	N_5N_4	

ⓑ **مخطط الشجرة المفصل**



إذن : عدد الحالات الممكنة هو $64 - 8 = 56$

② احتمال الحصول على نفس اللون

طريقة1) بقراءة بيانية للمخطط نجد ،من الجدول

عدد الحالات التي يكون فيها الكرتين **بيضاوين** $3\times2=6$

عدد الحالات التي يكون فيها الكرتين **سوداوين** $25-5=20$

$$\frac{20+6}{56} = \frac{26}{56} = \boxed{\frac{13}{28}}$$

احتمال الحصول على نفس اللون هو $\boxed{\frac{13}{28}}$

طريقة2) من الشجرة

إما القريصات المسحوبة هي بيضاء للسحبة الأولى لنا 3 إمكانيات والسحبة الثانية لديها 2 إمكانيات و عليه لدينا 6 إمكانيات

أو القريصات المسحوبة هي سوداء لدينا: $5x4=20$ إمكانية

حل التمرين 24 صفحة 391: صندوق به كرات ملونة ومرقمة

أولا : رموز التمرين سهلة الوضع ...

Une urne contient 4 boules Rouges et 3 boules Noires

يحتوي صندوق على 7 كرات منها أربع كرات حمراء وثلاث كرات سوداء

السوداء مرقمة 1 ، 2 ، 3 **والحمراء** مرقمة 1 ، 2 ، 3 ، 4.

$$\Omega=\{N_1\,;\,N_2\,;\,N_3;R_1\,;\,R_2\,;\,R_3\,;\,R_4\}$$

صندوق $=\left\{(N_1);(N_2);(N_3);(R_1);(R_2);(R_3);(R_4)\right\}$

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق

نظرة عامة عن التمرين:

ثلاث حوادث مقدمة لغويا ، ثلاثة مقدمة جبريا عن التقاطع والأخرى عن الإتحاد.

عدد الحالات الملائمة / عدد الحالات الممكنة $=$ عددعناصر H / عددعناصر Ω ، $P(H)=$ ، نطبق هذه الفكرة 9 مرات

1 حساب احتمال الحوادث:

إحتمال الحادثة	عناصرها بالقائمة	الرمز	لها اسم لغوي- منطق صوري
$\frac{3}{7}$	$\{N_1\,;\,N_2\,;\,N_3\}$	A	"الكرة المسحوبة سوداء".
$\frac{4}{7}$	$\{R_1\,;\,R_2\,;\,R_3\,;\,R_4\}$	B	"الكرة المسحوبة حمراء".
$\frac{4}{7}$	$\{N_1\,;\,N_3;R_1\,;\,R_3\}$	C	الكرة المسحوبة تحمل رقما فرديا

2 حساب احتمال الحوادث: لها اسم رياضي- منطق رمزي

$A\cap B$	$\{\}=\varnothing$	$p(A\cap B)=0$
$B\cap C$	$\{R_1\,;\,R_3\}$ الكرة المسحوبة حمراء وتحمل رقما فرديا	$p(C\cap B)=$ 2/7
$A\cap C$	$\{N_1\,;\,N_3\}$ الكرة المسحوبة سوداء وتحمل رقما فرديا	$p(A\cap C)=$ 2/7
$A\cup B$	Ω الكرة المسحوبة سوداء أو حمراء	$p(A\cup B)=1$
$B\cup C$	$\{R_1\,;\,R_2\,;\,R_3\,;\,R_4\,;\,N_1\,;\,N_3\}$	$p(B\cup C)=$ 6/7
$A\cup C$	$\{N_1\,;\,N_2\,;\,N_3;R_1\,;\,R_3\}$	$p(A\cup C)=$ 5/7

حل التمرين 25 صفحة 391: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ علاقة الـ 4 مجاهيل

A و B حادثتان حيث:

$p(\overline{A})=0,44$	$p(\overline{B})=0,63$	$p(\overline{A\cup B})=0,52$.

حساب $P(A\cap B)$

نظرية:

$$P(H)=1-P(\overline{H})$$

$$\begin{cases} P(A\cup B)=1-P(\overline{A\cup B})=1-0,52=0,48 \\ P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,44=0.56 \\ P(B)=1-P(\overline{B})=1-0,63=0,37 \end{cases}$$

المعطيات القديمة	$p(\overline{A\cup B})=0,52$	$p(\overline{B})=0,63$	$p(\overline{A})=0,44$
المعطيات الجديدة	$P(A\cup B)=0,48$	$P(B)=0,37$	$P(A)=0.56$

أصبح يشبه التمرين 11 ...

لدينا $\Rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ومنه $\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

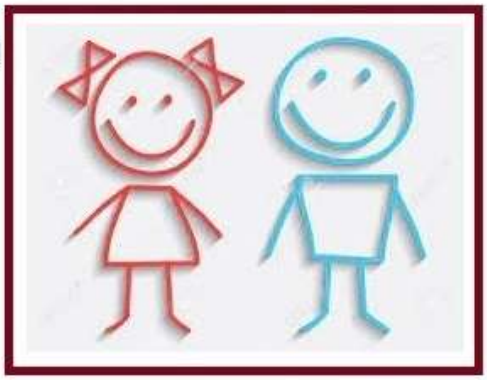
$= 0.56 + 0,37 - 0,48 = 0,45$

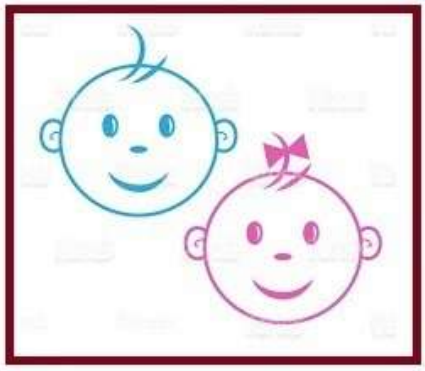
وبالتالي : $P(A\cap B)=0,45$

حل التمرين 26 صفحة 391: حساب إحتمالات إنطلاقا من مخطط شجرة.

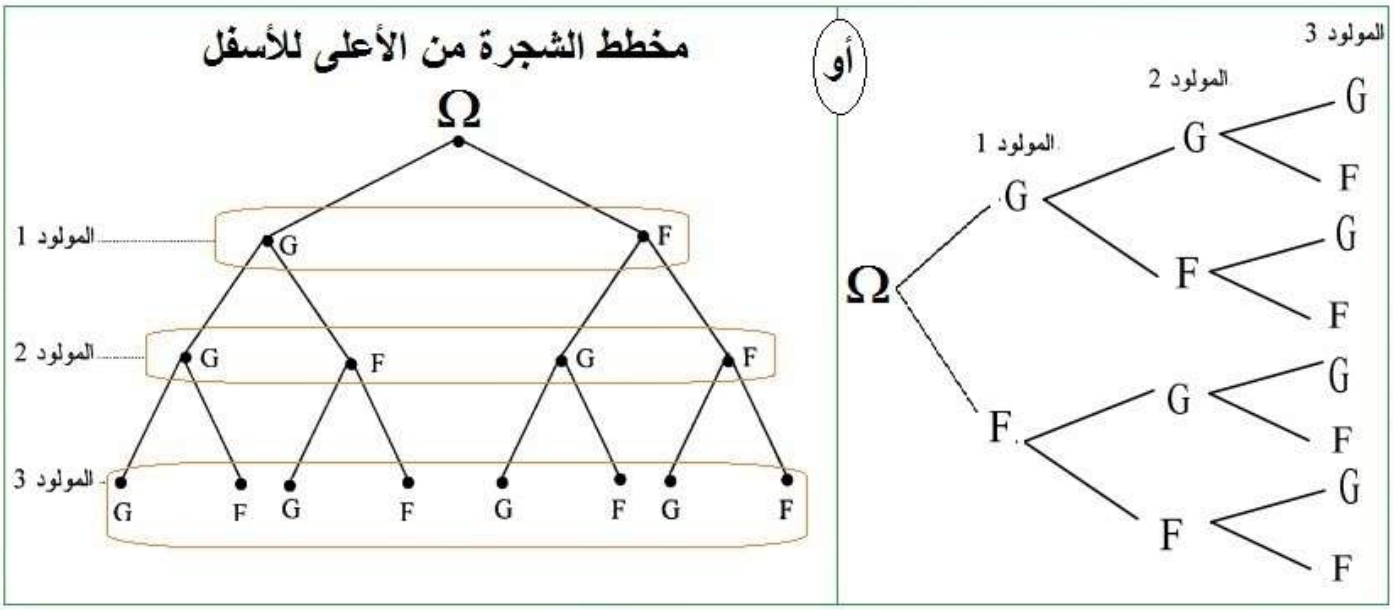
نفرض أنه في ولادة هناك نفس الحظوظ حتى تكون F بنت أو G ولد .

Fille ou Garçon





① باعتبار الترتيب في الولادات نعين كل الإمكانيات لعائلة بثلاثة أطفال.



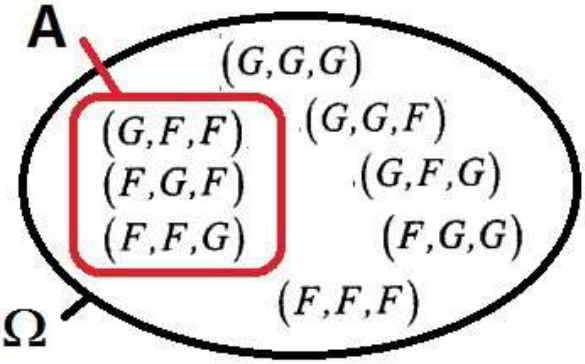
عدد الإمكانيات لعائلة بثلاث أطفال هو $8 = 2^3$ ومنه الإمكانيات الثمانية هي:

$$\Omega = \{(G,G,G),(G,G,F),(G,F,G),(G,F,F),(F,G,G),(F,G,F),(F,F,G),(F,F,F)\}$$

② **حساب** احتمال أن تكون عائلة بثلاث أطفال تتضمن بنتين

طريقة1) من مجموعة الحالات المتاحة و الممكنة نجد الحالات المناسبة و الملائمة

$A = \{(G,F,F),(F,G,F),(F,F,G)\}$ معناه F مرتين فقط

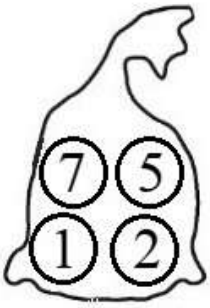


طريقة2) بقراءة بيانية من مخطط الشجرة ، 3 أغصان

طريقة3) بحساب من إحدى جدولي الإمكانيات مثلما كان في حل التمرين 17.

طريقة4) العام القادم هناك طريقة جديدة ونستخدم الحاسبة للتحقق منها ... طريقة 5 , 6 ...

حل التمرين 27 صفحة 391: عمليات على المتغير العشوائي.



يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة 1 ، 2 ، 5 ، 7

نسحب كرتين من الكيس على التوالي

بحيث نعيد الكرة الأولى إلى الكيس قبل السحب الموالي.

نوع السحب على التوالي مع الإرجاع هنا الترتيب مهم و التكرار مسموح

نضع X رقم الكرة الأولى

و Y رقم الكرة الثانية

① قائمة الإمكانيات 16 لهذه التجربة Ω : **معناه الكتابة بالقائمة للإمكانيات**

$$\{(7,7)،(7,5)،(7,2)،(7,1)،(5,7)،(5,5)،(5,2)،(5,1)،(2,7)،(2,5)،(2,2)،(2,1)،(1,7)،(1,5)،(1,2)،(1,1)\}$$

نجدها بجدول الإمكانيات أو بمخطط الشجرة مثل حل التمرين 47 ...

② حساب احتمال الأحداث :

$$A=\{(5,7)،(5,5)،(5,2)،(5,1)\}\ ;\ p(A)=\frac{4}{16}=\boxed{\frac{1}{4}}\ .\quad "\ X=5\ "$$

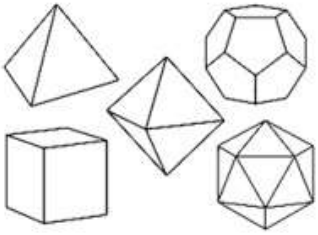
$$B=\{\}\ ;\ p(B)=\boxed{0}\ .\quad "\ X+3Y\leq 3\ "$$

فأصغر قيمة لـ X هي 1 وأصغر قيمة لـ Y هي 1 ومنه عناصر "$X+3Y$" اكبر تماما من 3.

$$C=\{(2,1)\}\ ;\ p(C)=\boxed{\frac{1}{16}}\ .\quad "\ X=2Y\ "$$

$$D=\{(7,2)،(5,2)،(2,7)،(2,5)،(2,1)،(1,2)\}\ ;\ p(D)=\boxed{\frac{6}{16}}\ .\quad "\ X+Y\ \text{عدد فردي}\ "$$

****



حل التمرين 28 صفحة 391: الجدول ذو مدخلين , شَبَهْ ت 34

أولا: نحل التمرين بطريقة تبدو سهلة وسلسة ... على بركة الله ...

الجدول يمثل توزيع عمال حسب وسيلة تنقلهم و حسب مكان إقامتهم

وسيلة تنقلهم أو مكان إقامتهم = توزيعهم أي نكمل الجدول ذو مدخلين

تنقلهم / إقامتهم	حافلة	سيارة	مشيا على الأقدام	المجموع
المدينة	23	34	20	**77**
القرية	56	18	5	**79**
المجموع	**79**	**52**	**25**	**156**

بقراءة الجدول ذو مدخلين عموديا أو أفقيا ، فقط ، نجيب عن كل الأسئلة:

* **أولا:** نختار عامل من هذه المؤسسة :

عندما: نختار عامل من هذه المؤسسة **فالمقام يكون 156**

(1) احتمال أن يسكن في المدينة ويلتحق بعمله مشياً على الأقدام هو: $\frac{20}{156}$.

(2) احتمال أن يسكن في القرية هو: $\frac{79}{156}$.

(3) احتمال أن يذهب بالسيارة هو: $\frac{52}{156}$.

* **ثانيا:** نختار عاملاً يسكن فى المدينة :

عندما: نختار عاملاً يسكن فى المدينة **فالمقام يكون 77**

(4) احتمال أن يلتحق ماشيا عللا الأقدام هو: $\frac{20}{77}$.

ثانيا: نتفنن في حله ونلاحظ عليه، لأهميته البالغة وسيكون مرجعًا لنا ...

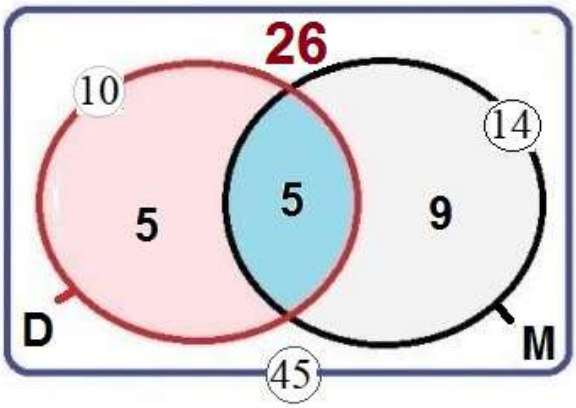
هذه كانت النية ، لكن تراجعت عنها ، فمازال أمامي بقية التمارين لم أنجزها ، ...

فعندي بحث عنوانه : الجدول ذو مدخلين

جاري الإنجاز ، سأجمع فيه شتات البلور المنثور فيه لاحقا ...

حل التمرين 29 صفحة 391: حساب إحتمالات من مخطط فين

أولا : وضع مخطط للإجابة أو تفسير هندسي للمعطيات أو ترييض المسألة مثلا : بمخطط فين



في قسم به 45 تلميذاً يوجد

14 تلميذاً في نادي الموسيقى و10 تلاميذ في نادي الرسم

و 5 تلاميذ في كلا الناديين.

De la Musique au Dessin et vice-versa.

مبدئيا:

5 = 5 - 10 في نادي الرسم **فقط** .

9 = 5- 14 في نادي الموسيقى **فقط** .

26 = (5- 10+ 14) - 45 ليسوا من كلا الناديين.

$$45 = (5 + 5) + (5 + 9) - 5 + 26$$

(I) نختار عشوائياً تلميذاً من هذا القسم . **نسبة الجزء على الكل**

عندما: نختار عشوائياً تلميذاً من هذا القسم **فالمقام هو 45**

① احتمال أن يكون هذا التلميذ من نادي الموسيقى = $\frac{\text{عدد تلاميذ نادي الموسيقى}}{\text{عدد تلاميذ القسم}}$ وهو $\frac{14}{45}$.

② احتمال أن يكون هذا التلميذ من الناديين = $\frac{\text{عدد التلاميذ في كلا الناديين}}{\text{عدد تلاميذ القسم}}$ وهو $\frac{5}{45}$ أو $\frac{1}{9}$.

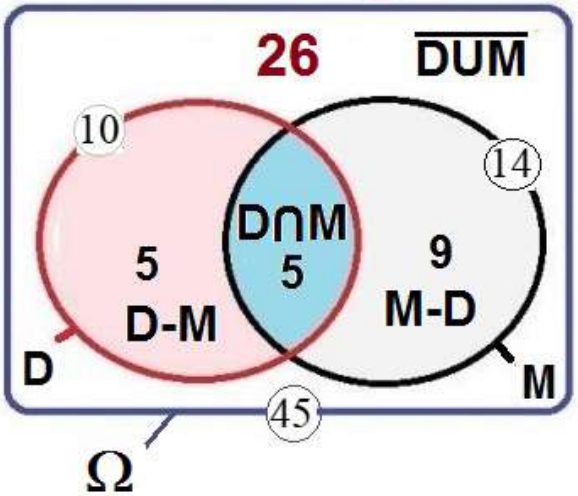
(II) نختار تلميذاً من نادي الرسم. **النسبة من نسبة أخرى**

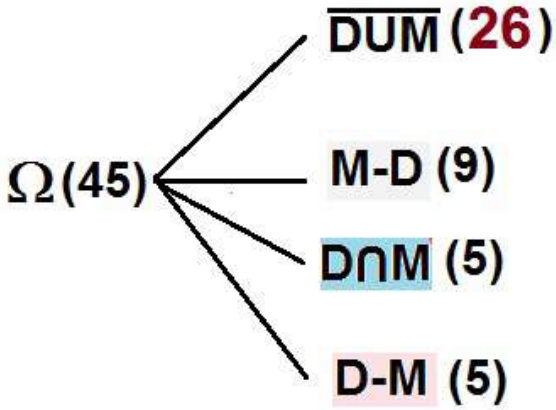
عندما: نختار تلميذاً من نادي الرسم **فالمقام هو 10**

③ احتمال أن يكون من نادي الموسيقى = $\frac{\text{عدد التلاميذ من الرسم والموسيقى}}{\text{عدد تلاميذ نادي الرسم}}$ وهو $\frac{5}{10}$ أو $\frac{1}{2}$.

ملاحظة: **********

$$\Omega = [D-M \cup D\cap M \cup M-D] \cup \overline{D \cup M}$$





حل التمرين 30 صفحة 391: حساب إحتمالات إنطلاقا من مخطط شجرة.

نرمي قطعة نقدية مزيفة مرة واحدة.

نسمي **Pile** $= P$ الحادث " الحصول على ظهر " و **Face** $= F$ الحادث " الحصول على وجه".

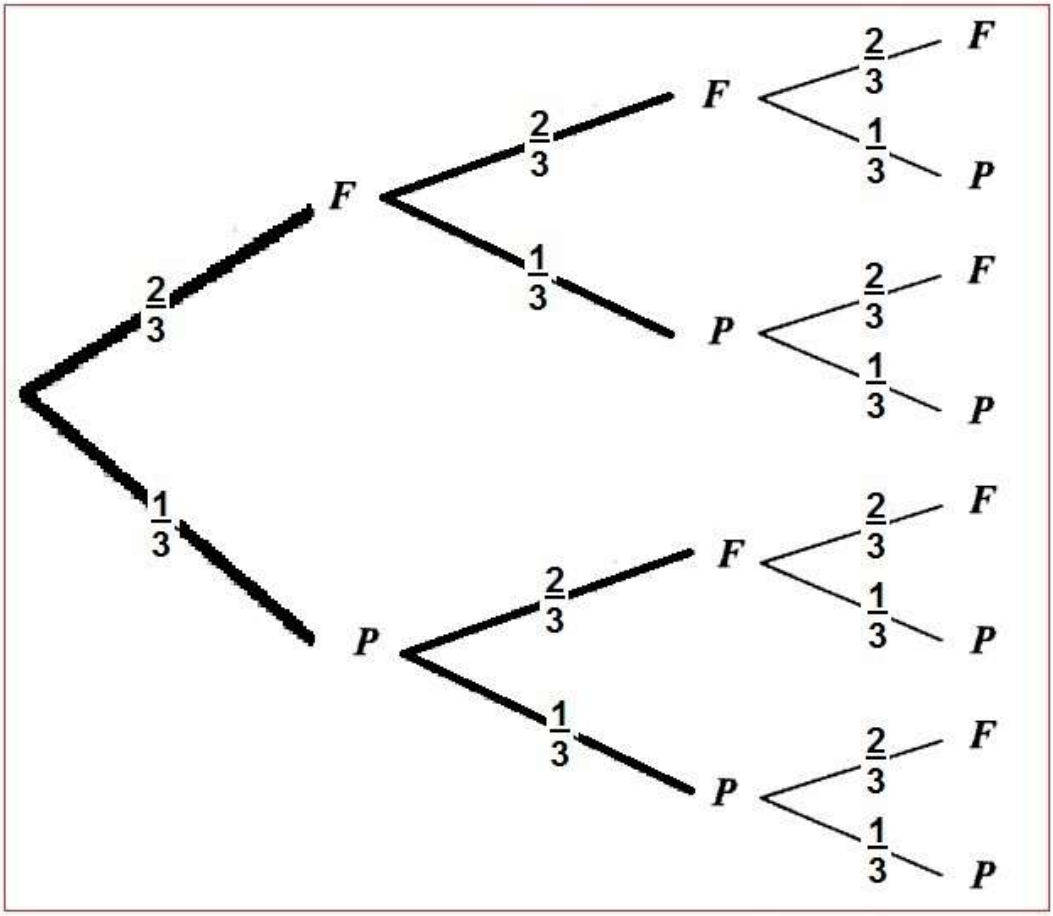
① علما أن احتمال الحصول على ظهر هو $p(P)=\frac{1}{3}$ ، **حساب** $p(F)$.

لدينا $\Rightarrow P(P)+P(F)=1$ ومنه $\Rightarrow P(F)=1-P(P)=1-\frac{1}{3}=\boxed{\frac{2}{3}}$

وبالتالي احتمال ظهور كل وجه **نلخصها في الجدول:**

$P(P)$	$P(F)$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

② نرمي هذه القطعة ثلاث مرات مخطط **الشجرة** يوضح جميع الحالات لهذه التجربة:



لدينا: 8 إمكانيات ممكنة لهذه التجربة العشوائية.

$$\Omega=\{(F,F,F);(F,F,P);(F,P,F);(F,P,P);(P,F,F);(P,F,P);(P,P,F);(P,P,P)\}$$

إمكانيات التجربة	(F,F,F)	(F,F,P)	(F,P,F)	(F,P,P)	(P,F,F)	(P,F,P)	(P,P,F)	(P,P,P)
نحصل على وجه		✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
نجد مرتين وجه				✗		✗	✗	

ومنه: احتمال الحصول على وجه هو $\boxed{\frac{7}{8}}$ **وكذلك** احتمال الحصول على مرتين وجه هو $\boxed{\frac{3}{8}}$.

حل التمرين 31 صفحة 391: الجدول ذو مدخلين

ينقسم دم الإنسان إلى أربع فصيلات A ، B ، O ، AB

و ينقسم دم الإنسان إلى نوعين Rh^+ و Rh^- .

نوعين = أربع فصيلات = دم الإنسان

الطريقة1) نترجم إلى الجدول ذو مدخلين

فصيلة / نوع	A	B	O	AB	المجموع
Rh^+	80% 20% **0,16**	85% 25% **0,2125**	83% × 45% **0,3735**	90% 10% **0,09**	**0,836**
Rh^-	20% 20% **0,04**	15% 25% **0,0375**	17% × 45% **0,0765**	10% 10% **0,01**	**0,164**
المجموع	20%	25%	45%	10%	**100%**

نختار عشوائيا شخصا من P .

بقراءة الجدول ذو مدخلين عموديا أو أفقيا ، فقط ، نجيب عن كل الأسئلة:

① الاحتمال حتى يكون من فصيلة O^+ = 83% × 45% = **0,3735** = 37,35%

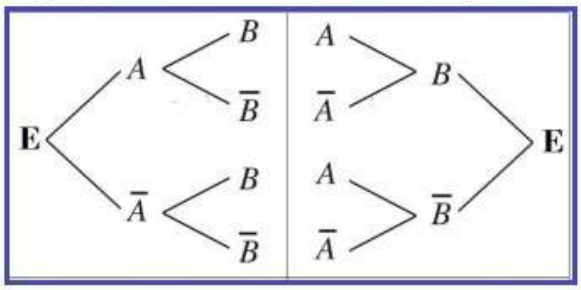
② الاحتمال حتى يكون من فصيلة B = 25% = **0,25**

③ الاحتمال حتى يكون Rh^- = 0,04 + 0,0375 + 0,0765 + 0,01 = **0,164**

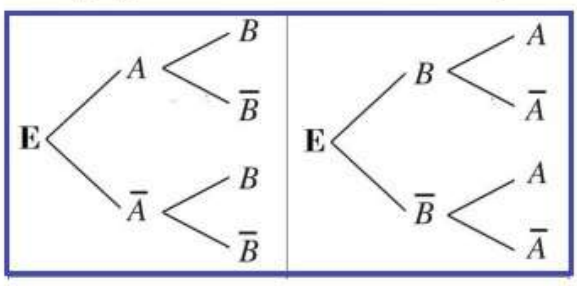
④ الاحتمال حتى يكون O و Rh^+ = الاحتمال حتى يكون O^+ = **0,3735**

الطريقة2) نتعمق في الموضوع ، الشجرتان المتكافئتان بالوضعيتان

الشجرتان المتكافئتان المتناظرتان



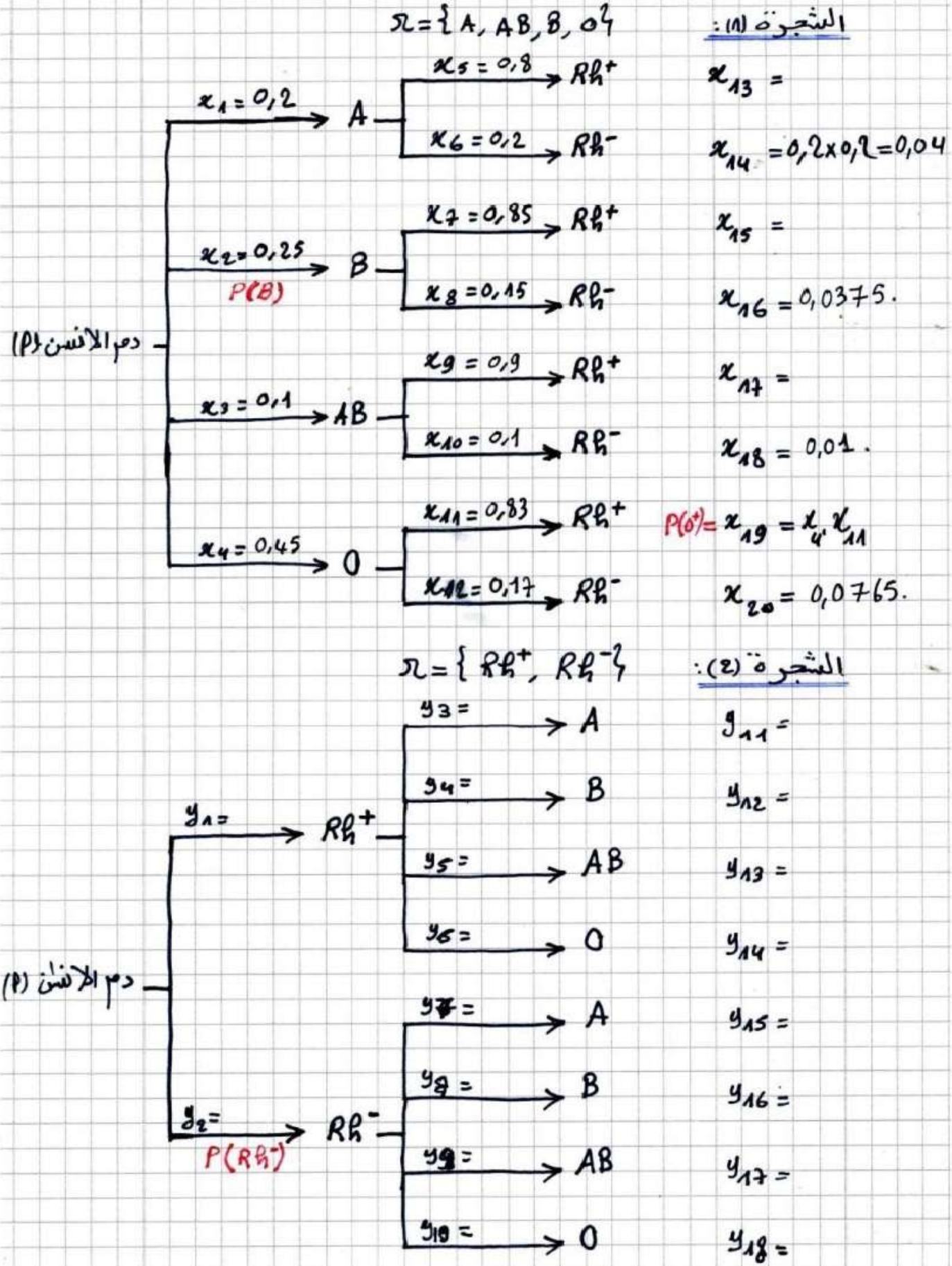
الشجرتان المتكافئتان المتعاقبتان



الحل بطريقتين مقصود .... لأسباب كثيرة ....

هذا جزء من بحث قيد الإنجاااز ...

هو من فئة الشجرتان المتكافئتان ...



العدد %: نظرية: الرمز % يساوي $\frac{1}{100}$.

مثلاً $\longrightarrow$ $80\% = 80 \times \frac{1}{100} = \frac{80}{100} = 0,80 = 0,8$

شكّلنا شجرتين متكافئتين حيث:

$$y_1 = x_{13} + x_{15} + x_{17} + x_{19}$$

بمعنى $\longrightarrow$ $P(Rh^+) = P(A \cap Rh^+) + P(B \cap Rh^+) + P(AB \cap Rh^+) + P(O \cap Rh^+)$

في مجتمع P وزعنا بفصيلات الدم أو بحسب Rhésus

نختار عشوائيًا شخصًا من P.

أولاً: نضع: O^+: الشخص المختار من فصيلة O^+.

فما هو إحتمال هذا الحدث؟ وكيف نشغل الشجرة؟

$$x_{19} = P(O^+) = P(O \cap Rh^+) = P(O) \cdot P_O(Rh^+) = x_4 \cdot x_{11}$$

$$P(O^+) = 0,45 \times 0,83$$

$$\therefore \boxed{P(O^+) = 0,3735 = 37,35\%}$$ استهلنا الشجرة (1).

ثانيًا: نضع: B: الشخص المختار من فصيلة B.

$$P(B) = x_2 = 0,25 = 25\%$$

$$\therefore \boxed{P(B) = 0,25 = 25\%}$$ استهلنا الشجرة (1).

ثالثًا: نضع: Rh^-: الشخص المختار من فصيلة Rh^-

سنة 3 نسميه دستور الإحتمالات الكلية بمساطة الشجرة (2)

$$P(Rh^-) = P(A \cap Rh^-) + P(B \cap Rh^-) + P(AB \cap Rh^-) + P(O \cap Rh^-)$$

بمساطة $\longrightarrow$ $P(Rh^-) = y_2 = x_{14} + x_{16} + x_{18} + x_{20}$

$$y_2 = (0,2 \times 0,2) + (0,25 \times 0,15) + (0,1 \times 0,1) + (0,45 \times 0,17)$$

$$\therefore \boxed{P(Rh^-) = 0,164 = 16,4\%}$$ استهلنا الشجرة (2)

رابعًا: نضع: $O \cap Rh^+$: الشخص المختار فصيلة O ومن Rh^+.

حسبناها سابقًا $P(O \cap Rh^+) = P(O^+) = P(O) \cdot P_O(Rh^+) =$ $\therefore \boxed{P(O \cap Rh^+) = 0,3735}$

32 في حقيبة السفر لأحمد يوجد سروالان واحد أبيض والآخر أسود ، معطفان واحد أبيض والآخر أسود وثلاثة أقمصة ، اثنان بيضاوان والآخر أسود.أخذ أحمد بطريقة عشوائية سروالاً و معطفاً و قميصاً.

1) بواسطة شجرة عين كل الإمكانيات التي تسمح لأحمد بارتداء سروال و معطف و قميص.

2) لتكن A الحادثة:" لباس أحمد أسود"

- بين أن $P(A)=\frac{1}{12}$

3) احسب احتمال أن يكون أحمد مرتديا سروالا ومعطفا من لونين مختلفين.

4) احسب احتمال ألا يكون أحمد مرتديا قميصا أسودا و لا معطفا أبيضا.

33 في شركة تأمين عقود المسجلين موزعة كالآتي:

72% مسجلين على الأقل في تأمين السيارات

54% مسجلين على الأقل في تأمين السكن

30% مسجلين على الأقل في التأمين على الحياة.

7% مسجلين في التأمينات الثلاث.

25% مسجلين تأمين السكن و السيارات فقط.

31% مسجلين تأمين السيارات فقط .

14% مسجلين تأمين السكن فقط.

1) مثل هذه الوضعية بمخطط.

2) ترسل الشركة مراسلة عن طريق البريد لأحد زبائنها مختار عشوائيا، نضع:

A " المؤمن مسجل في تأمين السيارات "

H " المؤمن مسجل في تأمين السكن "

V " المؤمن مسجل في التأمين على الحياة "

أ- احسب احتمال الأحداث التالية: $A\cap V$ ، $A\cup H$ ، $A\cup H$ ، $A\cap V\cap H$ ، $\overline{A\cup H}$ ، $\overline{A\cup V}$

2) عبر بدلالة A ، H و V على الأحداث التالية:

E " المؤمن مسجل في التأمين عن السيارات والسكن وغير مسجل في التأمين عن الحياة ".

F " المؤمن مسجل فقط في التأمين عن السيارات ".

G "المؤمن مسجل في التأمين عن السيارات والسكن فقط ".

34 في ثانوية يبلغ تعداد تلاميذها 720 ، يوجد230 تلميذاً ذكرا منهم 49 راشداً ، و 51 تلميذة قاصرا.نختار تلميذاً بطريقة عشوائية. احسب احتمال أن يكون هذا التلميذ:

1) بنتا 2) تلميذاً قاصراً. 3) بنتا أو ولدا راشدا.

35 علبة تتضمن 50 حبة حلوى و هي إما مربعة الشكل أو دائرية الشكل و إما بالشكولاطة أو المربى.

30% بالشكولاطة و من بينها 10 مربعة الشكل و 60% من كل الحلوى هي دائرية الشكل.

1) أملئ الجدول التالي:

	مربعة الشكل	دائرية الشكل	
بالشكولاطة			
بالمربى			
			المجموع

2) يختار طفل عشوائياً حبة حلوى من العلبة.احسب احتمال الأحداث التالية:

A " يختار حبة حلوى مربعة الشكل "

B " يختار حبة حلوى بالمربى "

C " يختار حبة حلوى مربعة الشكل و بالمربى "

D " يختار حبة حلوى مربعة الشكل أو بالمربى "

3) اختار الطفل حبة حلوى مربعة الشكل .

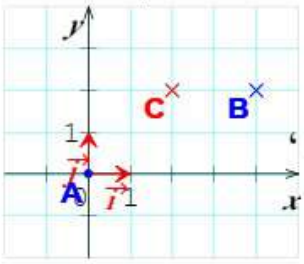
احسب احتمال أن تكون بالشكولاطة.

36 نضع في كيس الحروف A ، M ، H ، T.نسحب الحروف الأربعة على التوالي و نضعها في الجدول التالي

الحرف4	الحرف3	الحرف2	الحرف1

احسب احتمال الحصول على الكلمة " MATH ".

37 تسير نملة من نقطة A إلى النقطة B في كل مرحلة تتحرك بمربع على اليمين أو بمربع نحو الأعلى (مثال الإمكانية يمين ، أعلى ، يمين ، أعلى ، يمين ، يمين) نمثلها بـ $(\vec{i},\vec{j},\vec{i},\vec{j},\vec{i},\vec{i})$.



1) بواسطة مخطط عين كل الإمكانيات للوصول إلى B . ما هو عدد كل الإمكانيات ؟

2) احسب الاحتمال حتى تمر النملة بالنقطة C .

38 في جيب سليمة $27DA$ ، ثلاث قطع ذات $1DA$، قطعتين ذات $5DA$ ، قطعتين ذات $2DA$ و قطعة واحدة ذات $10DA$.

تأخذ سليمة من جيبها عشوائياً قطعتين.

حل التمرين 32 صفحة 392: حساب إحتمالات بشجرة الإمكانيات.

نتخيل التمرين ونشعر بمعطياته ...

De la Veste, à la Chemise, en passant par le manteau et le Pantalon

Pantalon Blanc Homme pas cher ....pantalons Noirs incontournables....

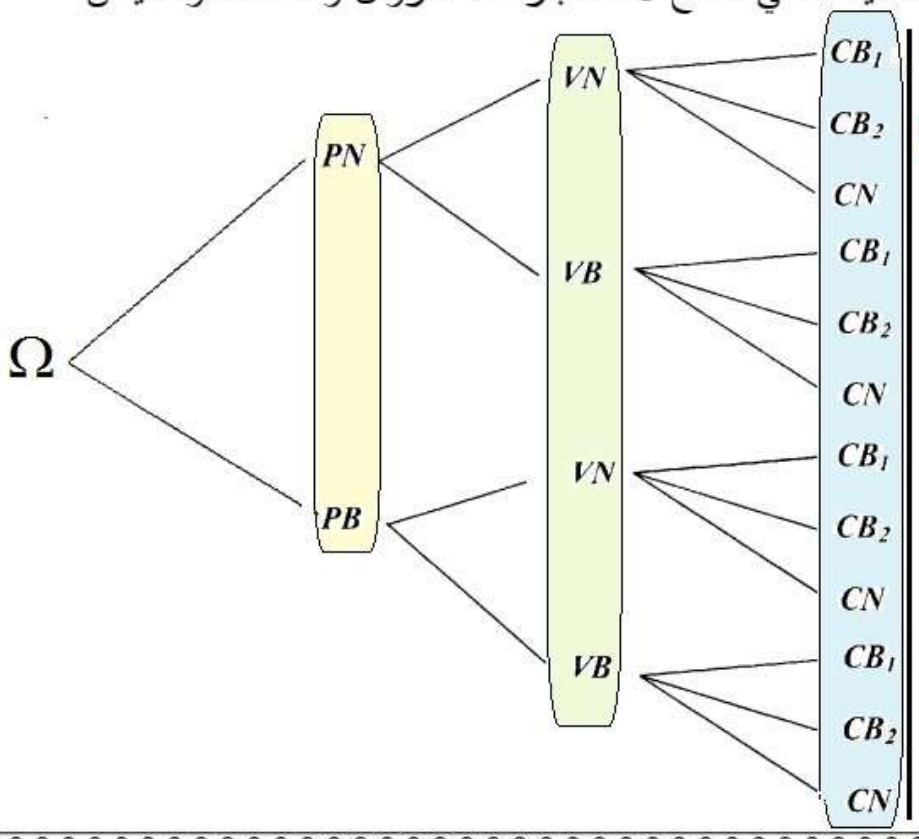
نضع: V معطف ، P سروال ، C قميص ، B أبيض ، N أسود

نُرَيِّضْ المسألة: في حقيبة السفر لأحمد يوجد سروالان واحد أبيض والآخر أسود ، معطفان واحد أبيض والآخر أسود وثلاثة أقمصة ، اثنان بيضاوان والآخر أسود.

$$\text{حقيبة} = \Omega = \{PB, PN, VB, VN, CB_1, CB_2, CN\}$$

أخذ أحمد بطريقة عشوائية سروالاً و معطفاً و قميصاً.

1) بواسطة شجرة **نعين** كل الإمكانيات التي تسمح لأحمد بارتداء سروال و معطف و قميص.



النوع الثاني من السحب
على التوالي دون إرجاع

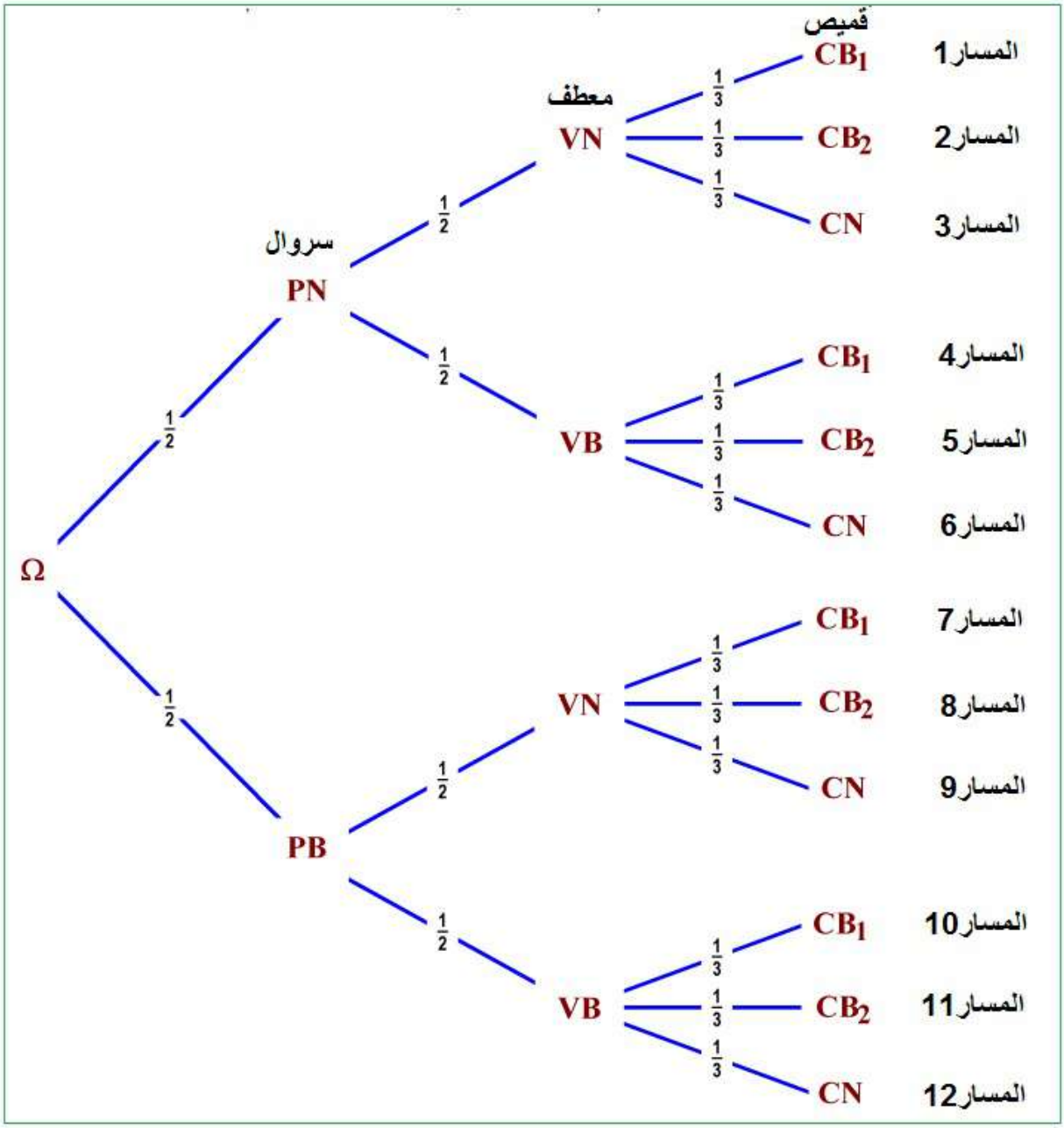
هنا الترتيب مهم
و التكرار غير مسموح

قمنا بتلوين السحبات الثلاث
كما فعل في الصفحة 373

التفسير الهندسي للوضعية بمخطط ا لشجرة:

لاحظ شجرة الإمكانيات بدون أرقام وشجرة الإحتمالات بالأرقام ...

باعتبار التجربة متساوية الإحتمال نحصل على شجرة الإحتمالات التالية :



2) لتكن A الحادثة:" لباس أحمد أسود" **برهان** أن $P(A)=\frac{1}{12}$

عدد الإمكانيات 12 ومنه لباس سمير أسود (PN,VN,CN) **جداء أغصان المسار3** ومنه: $\boxed{P(A)=\frac{1}{12}}$

3) **حساب** احتمال أن يكون أحمد مرتديا سروالا ومعطفا من لونين مختلفين **والقميص لايهم.**

أي: PN,VB أو PB,VN **مجموع جداء أغصان المسارات** 8,7,6,5,4، **و9** هو $6\times\frac{1}{12}=\frac{6}{12}=\boxed{\frac{1}{2}}$.

4) احسب احتمال ألا يكون أحمد مرتديا قميصا أسودا و لا معطفا أبيضا.

معناه: المعطف أسود و القميص أبيض : يوجد أربع حالات حسب الشجرة :

معناه: مجموع جداء أغصان المسارات 7,2,1 و 8 وهو: $4\times\frac{1}{12}=\frac{4}{12}=\boxed{\frac{1}{3}}$.

حل التمرين 33 صفحة 392: مخطط فين Diagramme de Venn

في شركة تأمين عقود المسجلين موزعة كالآتي:

72% مسجلين على الأقل في تأمين السيارات

نضع **تسميات للأحداث ونترجم رياضيا:**

A " المؤمن مسجل في تأمين السيارات "

P(A) = 0,72

54% مسجلين على الأقل في السكن

H " المؤمن مسجل في تأمين السكن "

P(H) = 0,54

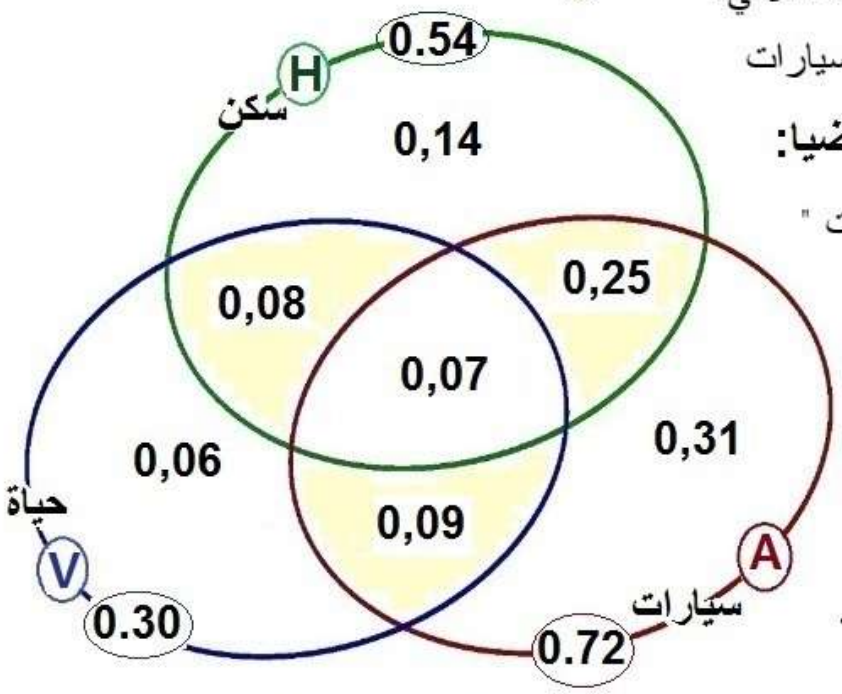
30% على الأقل في التأمين على الحياة.

V " المؤمن على الحياة "

P(V) = 0,30

Assurance Automobile, Habitation et Vie

(1) **تمثيل** الوضعية بمخطط فين



(2) ترسل الشركة مراسلة عن طريق البريد لأحد زبائنها مختار عشوائيا:

حساب الإحتمالات المقترحة:

احتمال $A \cap V$ = **P(A∩V) = 0.72 - 0,31- 0,25 = 0,16 = 0,07 + 0,09**

احتمال $A \cap H$ = **P(A∩H) = 0,25+0,07 = 0,32**

احتمال $A \cup H$ = **P(A∪H) = P(A) + P(H) - P(A∩H) = 0,72+0,54- 0,32 = 0,94**

احتمال **أن يكون** مسجل في التأمينات الثلاث = $P(A \cap H \cap V) = 7\% = \frac{7}{100} = 0,07$

$P(\overline{A \cup H}) = 1 - P(A \cup H) = 1 - 0,94 = 0,06$

طريقة1) مسجلين تأمين السكن فقط = $P(\overline{A \cup V}) = 0,14 = 14\%$ **بقراءة المخطط فقط**

(طريقة2) $P(\overline{A \cup V}) = 1 - P(A \cup V) = 1 - [P(A) + P(V) - P(A \cap V)] = 1 - 0,72 - 0,30 - 0,16 = 0,14$

(3) **التعبير** بدلالة A ، H و V على الأحداث **المقترحة:**

$E = A \cap H \cap \overline{V}$ " مسجل في التأمين عن السيارات والسكن وغير مسجل في التأمين عن الحياة ".

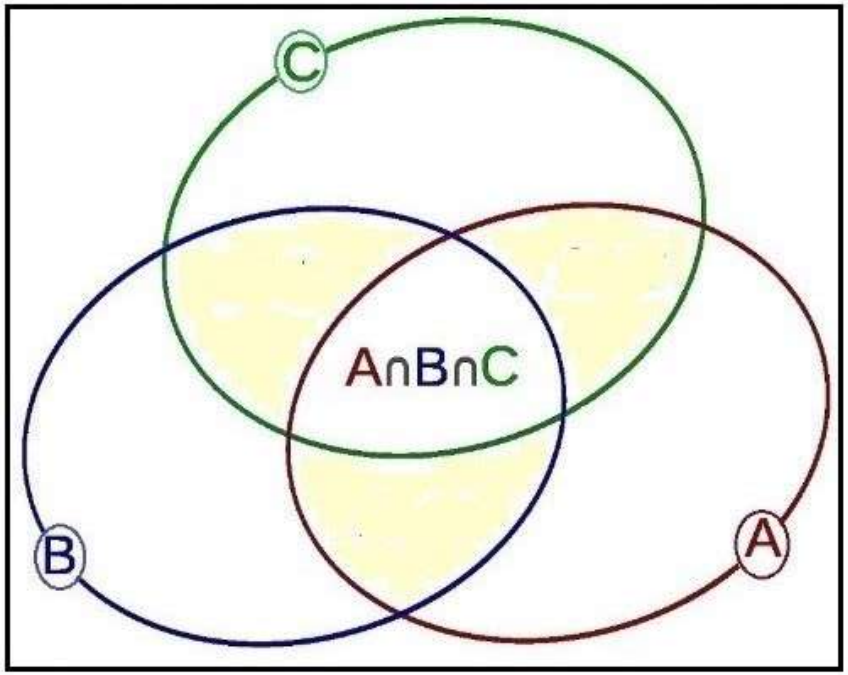
$F = A \cap (\overline{H \cup V})$ " المؤمن مسجل فقط في التأمين عن السيارات ". , **P(F) = 0,31.**

$G = E$ "المؤمن مسجل في التأمين عن السيارات والسكن فقط ". **,P(G)= 25% = 0,25**

ملاحظة: مجموع أعداد الشكل = 1 وموجود في الصفحة 378 مايلي:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 1$$

Finding $P(A \cup B \cup C) = ?$



We know that

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Putting $B = B \cup C$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + \big(P(B \cup C)\big) - \mathbf{P(}\ \mathbf{A} \cap (B \cup C)\mathbf{)}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + \big(P(B) + P(C) - P(B \cap C)\big) - \mathbf{P(}\ \mathbf{A} \cap (B \cup C)\mathbf{)}$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - \mathbf{P}\big(\mathbf{(A \cap B) \cup (A \cap C)}\big)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - \big(P(A \cap B) + P(A \cap C) - \mathbf{P\,((A \cap B) \cap (A \cap C))}\big)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - \big(P(A \cap B) + P(A \cap C) - \mathbf{P\,(A \cap B \cap C)}\big)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + \mathbf{P\,(A \cap B \cap C)}$$

$$\boxed{P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + \mathbf{P\,(A \cap B \cap C)}}$$

Hence proved

حل التمرين 34 صفحة 392: الجدول ذو مدخلين , شَبَهْ ت 28

نترجم إلى الجدول ذو مدخلين

بجدول يمثل توزيع الثانوية حسب **جنسهم** و حسب **عمرهم**

عمرهم أو جنسهم = توزيعهم

عمرهم / جنسهم	القاصرين	الراشدين	المجموع
ذكور	A= 230-49=181	49	230
إناث	51	D= 488-49=439	E=490
المجموع	B=181+51=232	C=720-232=488	720

نملئ الجدول ذو المدخلين بقرائته عموديا أو أفقيا حسب ترتيب الحروف اللاتينية ...

نختار تلميذاً بطريقة عشوائية.

عندما: نختار تلميذاً من الثانوية بطريقة عشوائية **يكون:** المقام **720**

① $\frac{49}{72} = \frac{490}{720} = \frac{\text{عدد البنات في الثانوية}}{\text{عدد تلاميذ الثانوية}}$ = احتمال أن يكون هذا التلميذ بنتا

② $\frac{29}{90} = \frac{232}{720} = \frac{\text{عدد القاصرين}}{\text{العدد الكلي}}$ = احتمال أن يكون هذا التلميذ "تلميذاً قاصراً"

ملاحظة: عندما نقرأ السؤال الذي بعده أو نص التمرين نجد أنه لا يقصد "ولدا قاصرا"

$\frac{181}{720}$ = احتمال أن يكون هذا التلميذ "ولدا قاصراً"

ملاحظة أخرى: لم يقل " نختار ذكر ، ما احتمال أن يكون تلميذا قاصرا"

ليكون الجواب هنا هو : $\frac{181}{230}$

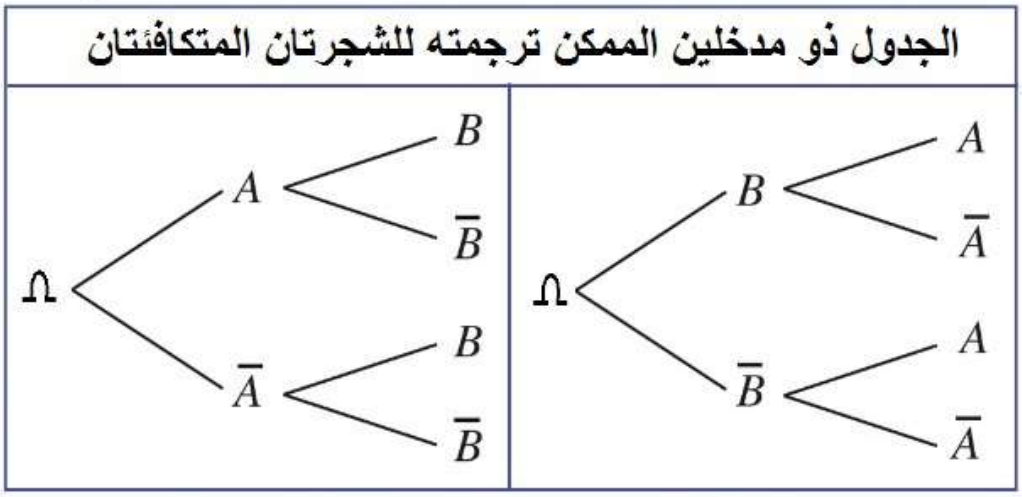
③ $\frac{539}{720} = \frac{490}{720} + \frac{49}{720}$ = احتمال أن يكون هذا التلميذ بنتا أو ولدا راشدا

لاحظ المقام ولاحظ معنى السؤال المطروح حذاااااري

احتمال أن يكون هذا التلميذ "بنتا" + احتمال أن يكون هذا التلميذ "ولدا راشدا"

حل التمرين 35 صفحة 392: الجدول ذو مدخلين

الجدول ذو مدخلين الممكن ترجمته للشجرتان المتكافئتان

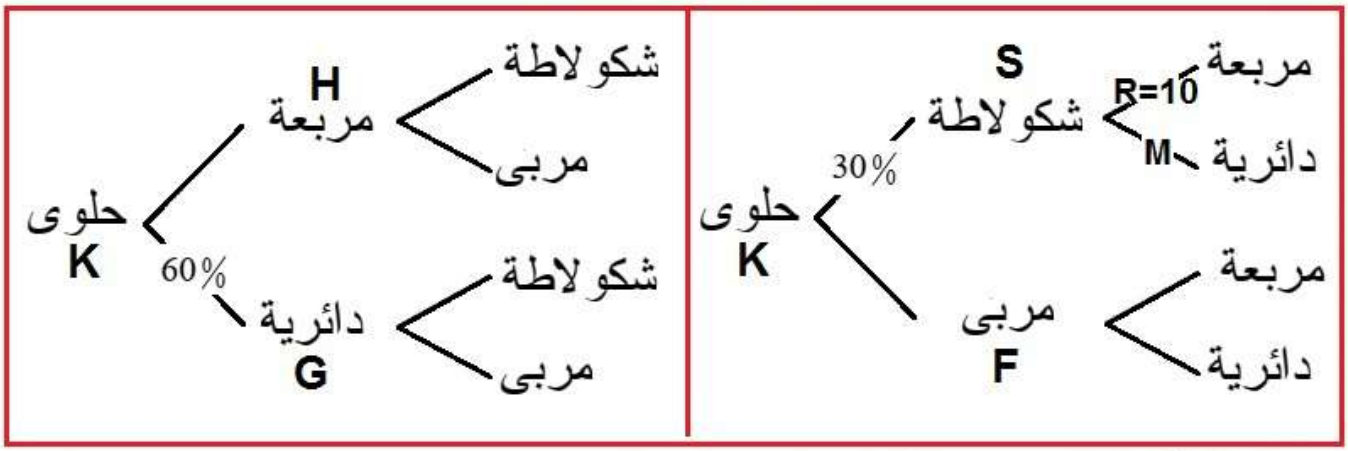


1) نملؤه بمجاهيل ثم نستدرك , نتجنب إستعمال الرموز المحجوزة ...

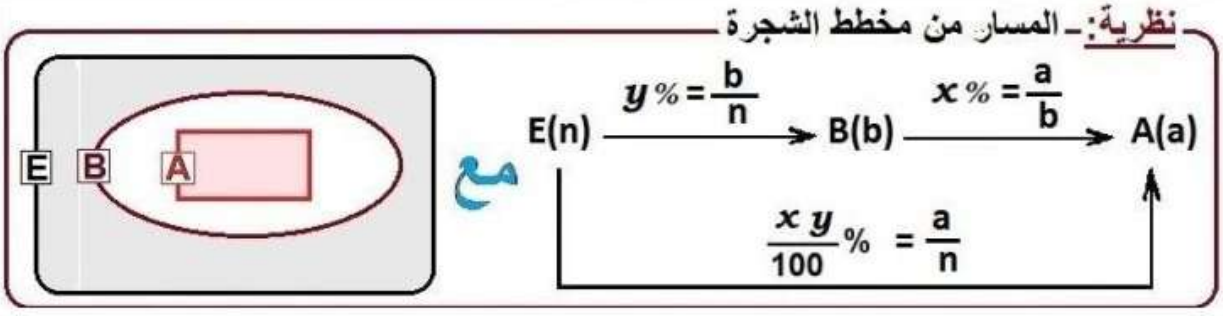
بقراءة عمودية وأفقية نكمل الجدول

	دائرية الشكل	مربعة الشكل	المجموع
بالشكولاطة	M = 5	R = 10	S = 15
بالمربى	D = 25	T = 10	F = 35
المجموع	G = 30	H = 20	K = 50

علبة تتضمن 50 حبة حلوى **معناه:** K = 50 نرسم معطيات التمرين



نظرية: المسار من مخطط الشجرة



S = 30% K = 0,3 x 50 = 15

G = 60% K = 0,6 x 50 = 30

H = K - G = 20

F = K - S = 35

معطيات R=10

M = S - R = 5

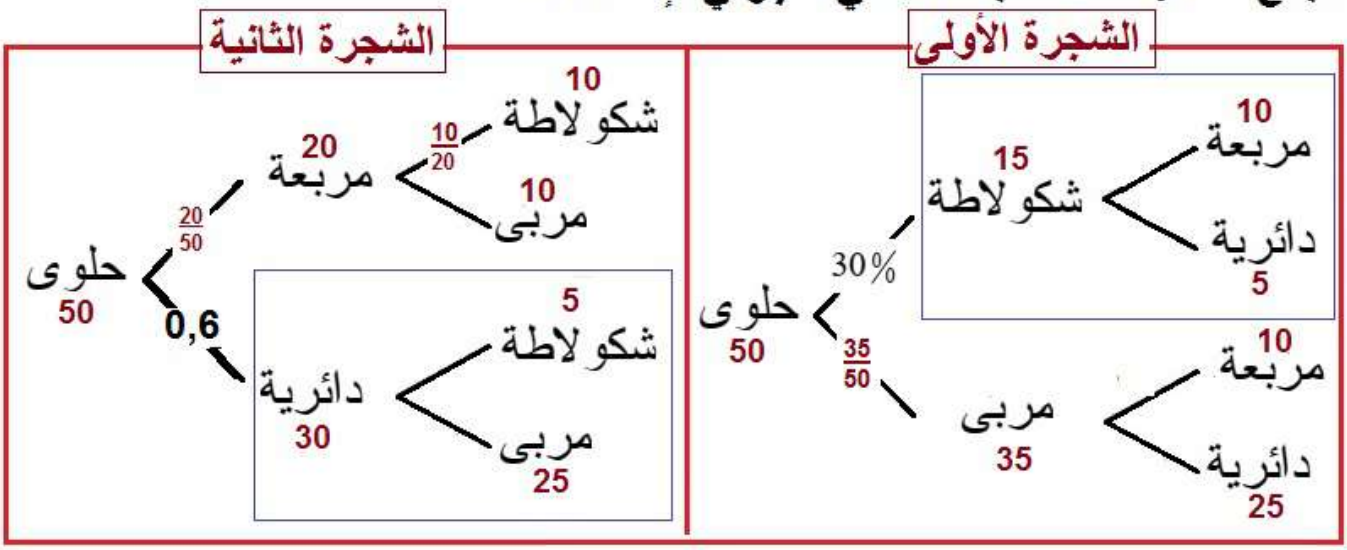
T = H - R = 10

D = F - T = 25

(2) **عندما** يختار طفل عشوائياً حبة حلوى من العلبة **المقام** دوما 50

حساب الأحداث :

نجمع المعلومات السابقة ... في شجرتي الإحتمالات



A " يختار حبة حلوى مربعة الشكل " **الشجرة الثانية**	$P(A) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} = \boxed{0.4}$
B " يختار حبة حلوى بالمربى " **الشجرة الأولى**	$P(B) = \frac{35}{50} = \frac{7}{10} = \boxed{0.7}$
C "يختار حبة حلوى مربعة و بالمربى **المسار الثالث من الأولى أو الثاني من الثانية.**	$P(C) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = \boxed{0.2}$

D " يختار حبة حلوى مربعة الشكل أو بالمربى "

$$P(D) = P(A \cup B)$$

$$P(D) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad , \quad A \cap B = C$$

$$P(D) = P(A) + P(B) - P(C) = \frac{2}{5} + \frac{7}{10} - \frac{1}{5} = \frac{9}{10} = 0.9$$

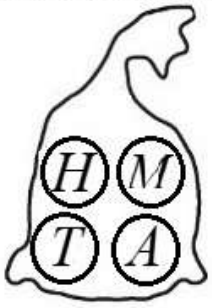
$$\boxed{P(D) = 0.9}$$

(3) **عندما** اختار الطفل حبة حلوى مربعة الشكل **المقام** دوما 20.

احسب احتمال أن تكون بالشكولاطة.

الشجرة الثانية $P(E) = \frac{10}{20} = \boxed{\frac{1}{2}}$

حل التمرين 36 صفحة 392: يشبه التمرين 15



نضع في كيس الحروف A ، M ، H ، T.

نسحب الحروف الأربعة على التوالي و نضعها في الجدول

أولا نظيف شروط :

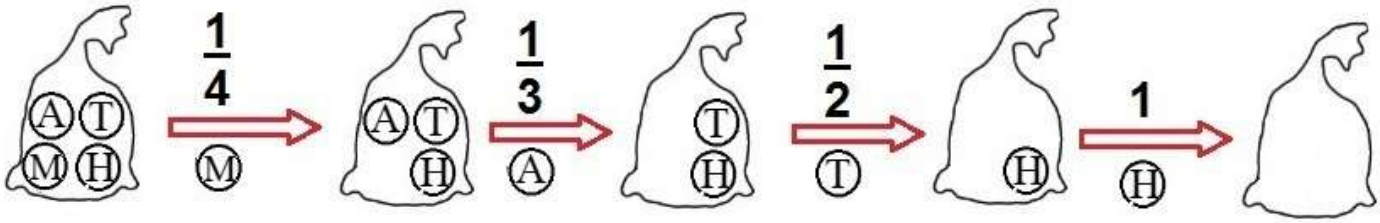
نفرض أن الحروف (القريصات المكتوبة عليها) لها نفس الحظ في الظهور

ثانيا نوع السحب **على التوالي دون إرجاع** هنا الترتيب مهم و التكرار غير مسموح

حساب احتمال الحصول على الكلمة " MATH ".

طريقة1)

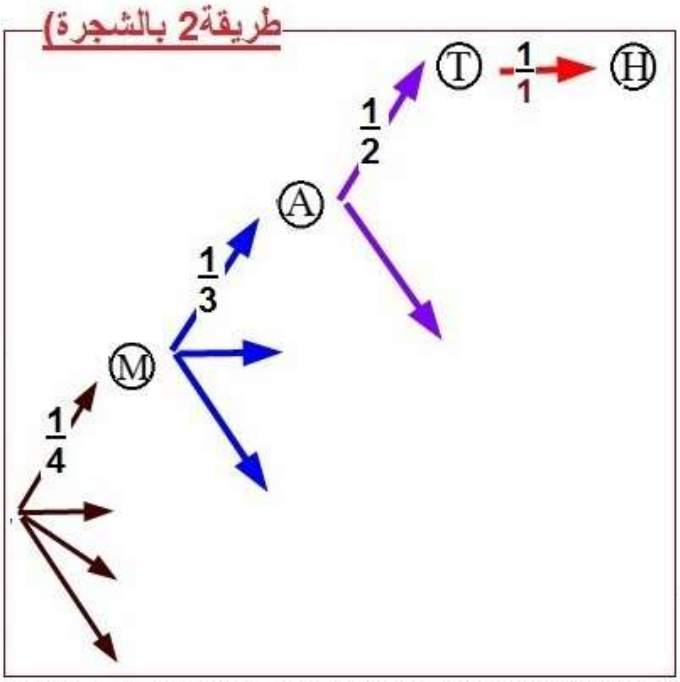
Ⓜ	Ⓐ	Ⓣ	Ⓗ
الأول	الثاني	الثالث	الرابع



احتمال الحصول على"MATH " $= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \boxed{\frac{1}{24}} \simeq \boxed{4\%}$

احتمال الحصول على الكلمة " MATH " هو $\boxed{\frac{1}{24}}$

طريقة2 بالشجرة)



ثالثا طريقة3 لغويا)

الحرف الأول لديه **4** إمكانيات A أو H أوMأو T .

بعد السحب الأول الحرف الثاني لديه **3** إمكانيات.

الحرف الثالث لديه **2** إمكانيات.

الحرف الرابع لديه **1** إمكانية .

ومنه: عدد السحابات الممكنة هو: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

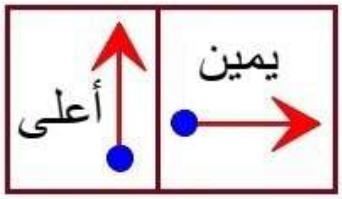
ومنه: احتمال الحصول على كلمة " $MATH$ " هو $\frac{1}{24}$

حل التمرين 37 صفحة 392: تنقل نملة على مرصوفة بمخطط شجرة للأسفل.

أولا: موضوع النمل في الرياضيات ليس جديد ، هناك تمارين أخرى في السنوات السابقة ...

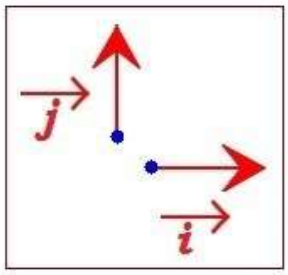
ثانيا: نوع التمرين في الرياضيات السابقة معروف تحت إسم التنقل على مرصوفة بنوعيه...

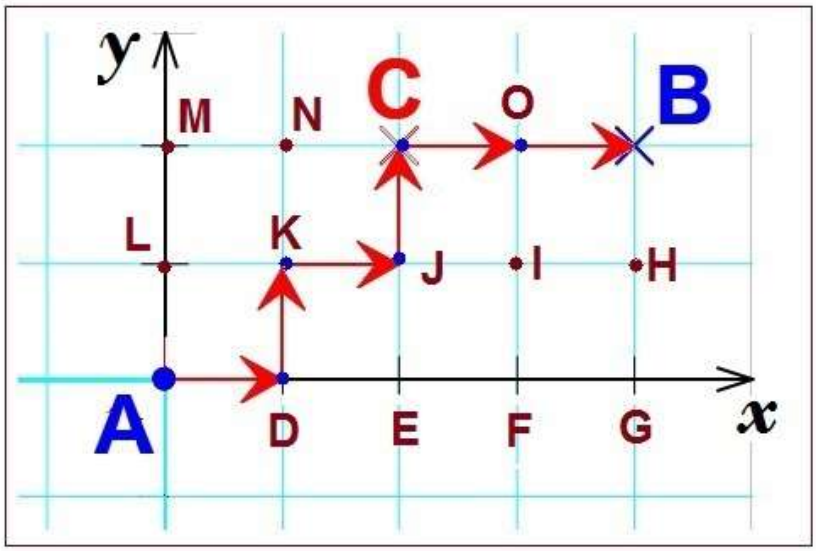
ثالثا: على ضوء ما سبق ننطلق في الحل على بركة الله ...



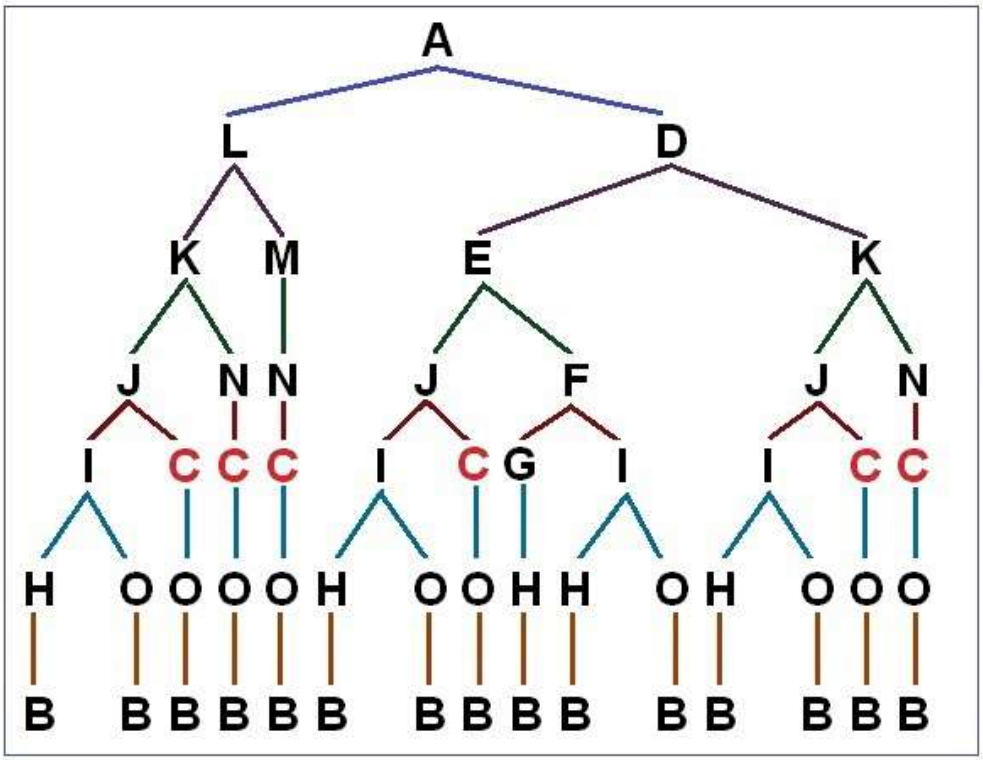
تسير نملة من نقطة A إلى النقطة B في كل مرحلة تتحرك بمربع على اليمين أو بمربع نحو الأعلى

مثال: الإمكانيات $\left(\vec{i},\vec{j},\vec{i},\vec{j},\vec{i},\vec{i}\right)$ = (يمين،يمين ،أعلى،يمين،أعلى،يمين)





① بواسطة مخططنعين كل الإمكانيات للوصول إلى B .



حسب الشجرة
عدد كل الإمكانيات هو **15**

② الاحتمال حتى تمر النملة بالنقطة C

هو $\frac{6}{15} = \boxed{\frac{2}{5}}$

أي **40%**

توجد 6 طرق تمر بـ C

حل التمرين 38 صفحة 392: حساب إحتمالات بجدول إمكانيات

في جيب سليمة $27DA$ ،

ثلاث قطع ذات $1DA$، قطعتين ذات $5DA$ ، قطعتين ذات $2DA$ و قطعة واحدة ذات $10DA$.

تأخذ سليمة من جيبها عشوائياً قطعتين.

نوع السحب سحب قطعتين في آن واحد **ميزته:** لا يهم الترتيب و التكرار غير مسموح

+	1	1	1	2	2	5	5	10
1		2	2	3	3	6	6	11
1			2	3	3	6	6	11
1				3	3	6	6	11
2					4	7	7	12
2						7	7	12
5							10	15
5								15
10								

(1) بواسطة جدول **نعين** كل الحالات الممكنة.

إذن :

عدد الحالات الممكنة هو 28 .

(2) **حساب** الاحتمالات

- حتى تأخذ على الأقل $10DA$

معناه إما 10، 11، 12 أو 15

$$\frac{2+2+3+1}{28} = \frac{8}{28} = \boxed{\frac{2}{7}}.$$

- حتى تأخذ على الأقل DA **5** **معناه إما 15,12,11,10,7,6**

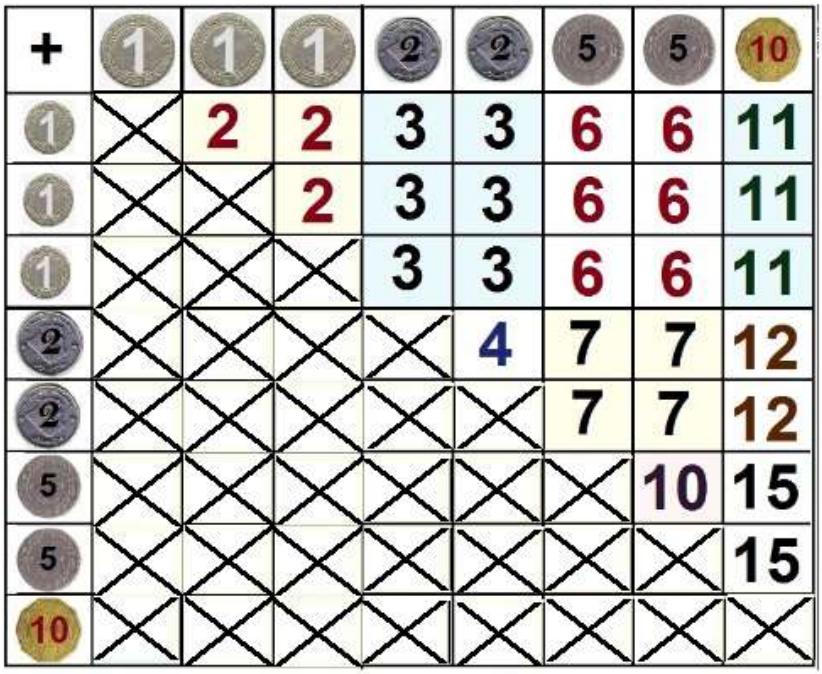
$$\frac{2+2+3+1+4+6}{28} = \frac{18}{28} = \boxed{\frac{9}{14}}.$$

الخلاصة:

إحتمال حتى تأخذ على الأقل $10DA$ هو $\boxed{\frac{2}{7}}$.

إحتمال حتى تأخذ على الأقل DA **5** هو $\boxed{\frac{9}{14}}$.

يتبع بملاحظات...



+	1	1	1	2	2	5	5	10
1	X	2	2	3	3	6	6	11
1	X	X	2	3	3	6	6	11
1	X	X	X	3	3	6	6	11
2	X	X	X	X	4	7	7	12
2	X	X	X	X	X	7	7	12
5	X	X	X	X	X	X	10	15
5	X	X	X	X	X	X	X	15
10	X	X	X	X	X	X	X	X

النوع الأول من السحب

المتزامن (في آن واحد)

هنا لا يهم الترتيب

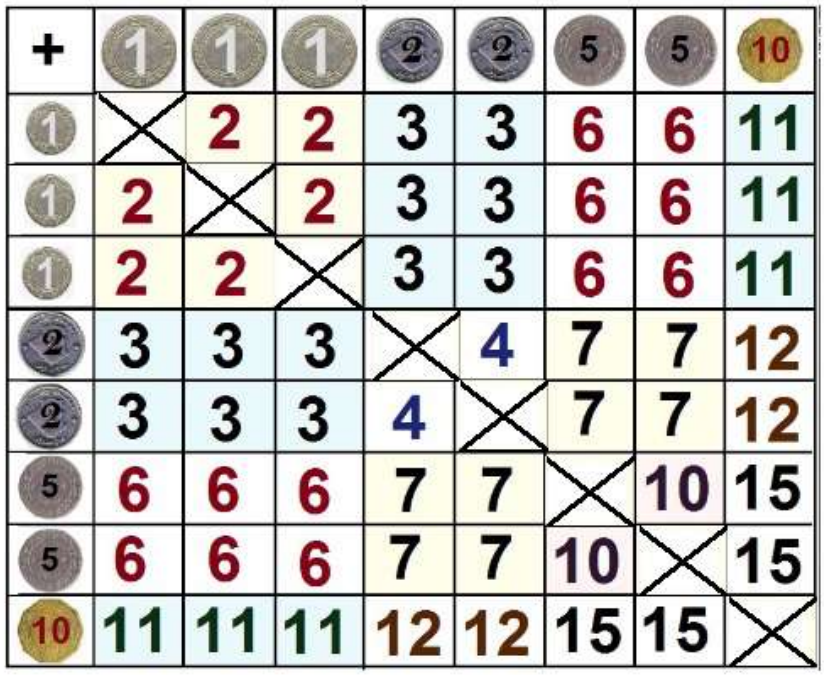
والتكرار غير مسموح

و عليه

فعدد المخارج الكلي هو **28**

العام القادم تحسبها

بطريقة أخرى



+	1	1	1	2	2	5	5	10
1	X	2	2	3	3	6	6	11
1	2	X	2	3	3	6	6	11
1	2	2	X	3	3	6	6	11
2	3	3	3	X	4	7	7	12
2	3	3	3	4	X	7	7	12
5	6	6	6	7	7	X	10	15
5	6	6	6	7	7	10	X	15
10	11	11	11	12	12	15	15	X

النوع الثاني من السحب

على التوالي دون إرجاع

هنا الترتيب مهم

و التكرار غير مسموح

و عليه

فعدد المخارج الكلي هو **56**

العام القادم تحسبها

بطريقة أخرى

+	1	1	1	2	2	5	5	10
1	2	2	2	3	3	6	6	11
1	2	2	2	3	3	6	6	11
1	2	2	2	3	3	6	6	11
2	3	3	3	4	4	7	7	12
2	3	3	3	4	4	7	7	12
5	6	6	6	7	7	10	10	15
5	6	6	6	7	7	10	10	15
10	11	11	11	12	12	15	15	20

النوع الثالث من السحب

على التوالي مع الإرجاع

هنا الترتيب مهم

و التكرار مسموح

مادام المسحوبة تعاد

فيمكن سحبها فى المرة الثانية

فعدد المخارج الكلي هو **64**

العام القادم تحسبها

بطريقة أخرى

1) بواسطة جدول عين كل الحالات الممكنة.

2) احسب الاحتمال حتى تأخذ :

• على الأقل $10DA$. • على الأقل $5DA$

39 سؤالان مطروحان في استفتاء على الناخب أن يختار الجواب "نعم" أو "لا" لكلا السؤالين.نتائج الاستفتاء موزعة كالآتي: 65% أجابوا "نعم" عن السؤال الأول.

51% أجابوا "نعم" عن السؤال الثاني.

46% أجابوا "نعم" عن السؤالين الأول و الثاني.

نختار عشوائياً ناخباً.احسب احتمال أن يكون هذا الناخب أجاب بـــ "لا" عن كلا السؤالين.

40 مؤسسة تضم 600 عاملاً. نميز بين الأشخاص الذين يضعون نظارات "L" والأشخاص الذين يضعون ربطة عنق"C". 150 شخصاً لا يضعون نظارة ولا ربطة عنق.

نختار عشوائياً شخصاً من المؤسسة.

1) احسب احتمال الحادثة "$L \cup C$" .

2) علماً أن $P(L)=0,5$ و $P(C)=0,4$ ،احسب احتمال أن نختار شخصاً يضع نظارة و ربطة عنق.

41 يحتوي كيس على 50 كرة مرقمة من 1 إلى 50 .نختار عشوائياً كرة من الكيس. لتكن الأحداث:

A :" رقم الكرة المسحوبة أصغر أو يساوي30 "

B :" رقم الكرة المسحوبة أكبر أو يساوي n " (n عدد طبيعي من المجال $[1;30]$)

1) احسب $P(A \cup B)$.ما ذا يمكن أن تقول عن الحادثة $A \cup B$ ؟

2) علماً أن $P(A \cap B)=0,15$ ، استنتج قيمة العدد الطبيعي n

42 X ، متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالآتي:

X	-5	-2	3	4	7
$P(X=x)$	0,2	0,35	0,1	0,15	0,2

1) احسب الأمل الرياضياتي لـــ X .

2) عين تباين X .

43 X ،متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالآتي:

X	-1	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	α	α	$\frac{1}{3}$

1) عين قيمة العدد α .

2) احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي لـــ X .

3) احسب $V(X)$ انحراف لـــ X و $\sigma(X)$ تباين X .

44 ليكن X متغير عشوائي يأخذ القيم

-8 ، 3 ، 4 ، 7 و 9

نضع : $u_1=P(X=-8)$ ، $u_2=P(X=3)$

$u_3=P(X=4)$ ، $u_4=P(X=7)$ و $u_5=P(X=9)$

1) علماً أن u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ،عين قانون احتمال X .

2) احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .

3) عين تباين المتغير X .

45 صندوق يحتوي على كرة حمراء، كرتين بيضاوين و ثلاث كرات سوداء. نسحب عشوائياً كرتين على التوالي.ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

1) عين قانون احتمال المتغير X .

2) احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .

3) احسب تباين المتغير X .

46 يحتوي كيس على 4 قريصات مرقمة من 2 ، 3 ، 6 و 9 . نسحب عشوائيا قريصة ثم نعيدها إلى الكيس ثم نسحب قريصة أخرى ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين المسحوبين .

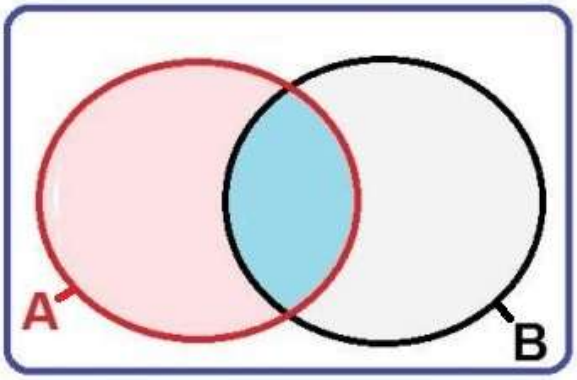
1) املأ الجدول التالي:

القريصة الأولى / القريصة الثانية	2	3	6	9
2				
3				
6				
9				

حل التمرين 39 صفحة 393: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ علاقة الـ 4 مجاهيل

سؤالان مطروحان,على الناخب أن يختار الجواب "نعم" أو "لا" لكلا السؤالين.

نرمز و نضع الاستفتاء كالآتي:



الحادثة **A** أجابوا "نعم" عن السؤال الأول.

$$P(A)=65\%=\boxed{0,65}$$

وعكسها $\overline{A}$ أجابوا "لا" عن السؤال الأول.

بنفس الطريقة

الحادثة **B** أجابوا "نعم" عن السؤال الثاني.

$$P(B)=51\%=\boxed{0,51}$$

وعكسها $\overline{B}$ أجابوا "لا" عن السؤال الثاني.

بهذه الرموز والتسميات سينتج لنا حوادث أخرى منها :

الحادثة $A\cap B$ أجابوا "نعم" عن السؤالين الأول و الثاني.

$$P(A\cap B)=46\%=\boxed{0,46}$$

الحادثة $\overline{A}\cap\overline{B}$ أجابوا "لا" عن السؤالين الأول و الثاني.

نختار عشوائياً ناخباً.

نحسب احتمال أن يكون هذا الناخب أجاب بـــ "لا" عن كلا السؤالين.

أخيرًا <u>المطلوب</u> **هو حساب** $P(\overline{A}\cap\overline{B})$

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$$
$$=1-\left[P(A)+P(B)-P(A\cap B)\right]$$
$$=1-\left[0,65+0,51-0,46\right]=0,30=\boxed{30\%}$$

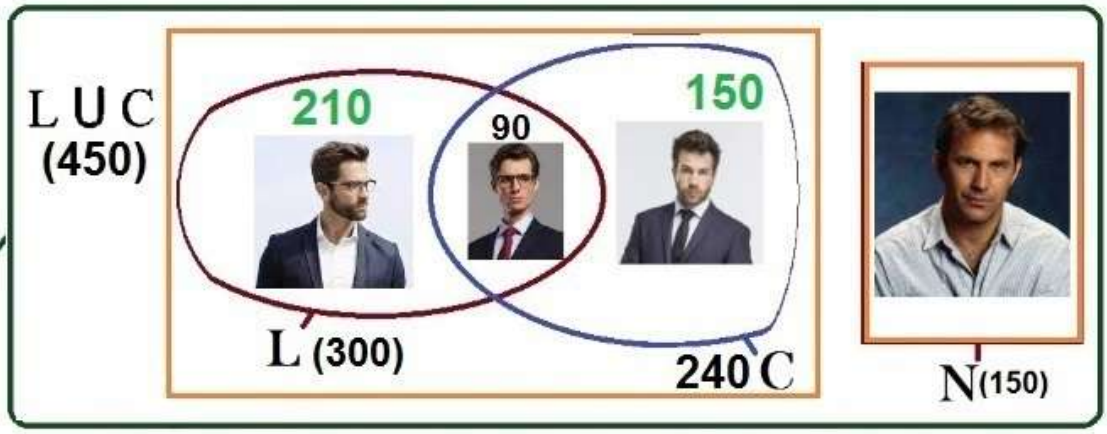
الخلاصة:

احتمال أن يكون هذا الناخب أجاب بـــ "لا" عن كلا السؤالين **هو 0,3**

حل التمرين 40 صفحة 393: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ علاقة الـ 4 مجاهيل

مؤسسة تضم 600 عامل ، منهم الذين يضعون نظارة ومنهم من يضع ربطة عنق و150 عامل لا يضع نظارة ولا ربطة عنق.

Un Etablissement qui compte 600 ouvriers, dont certains portent des Lunettes et d'autres qui portent une Cravate, et 150 ouvriers qui ne portent Ni lunettes ni cravate.



نختار عشوائيا شخصا من المؤسسة ونحسب ① احتمال الحادثة "$L\cup C$" .

$$P(L\ U\ C)=1-P(\overline{L\ U\ C})=1-\frac{150}{600}=\frac{450}{600}=0,75=\boxed{75\%}$$

احتمال الحادثة "$L\cup C$" هو 0,75 معناه عددهم هو 450 = 600×0,75 ولاحظ

$$\overline{L\cup C}=\overline{L\cup C}=\overline{L}\cup\overline{C}=\overline{L}\cap\overline{C}$$

عكس "الذين بلا نظارة وبلا ربطة عنق"

② علماً أن $P(L)=0,5$ و عدد عناصر (L) = 600×0,5=300

$P(C)=0,4$ و عدد عناصر (C) = 600×0,4=240

$P(L\cap C)$ = احتمال أن نختار شخصاً يضع نظارة و ربطة عنق.

لدينا : $P(L\ U\ C)=P(L)+P(C)-P(L\cap C)$

$$P(L\cap C)=P(L)+P(C)-P(L\cup C)=0,5+0,4-0,75=0,15=\boxed{15\%}$$

احتمال أن نختار شخصاً يضع نظارة و ربطة عنق هو 0,15

عدد عناصر $(L\cap C)$ = 600×0,15=90

ملاحظة: عادة أجد أخطاء في هذه التمارين ... لهذا كان التحقق تلقائيا خلال حل التمرين ...

150 يرتدون ربطة عنق فقط، و ، 210 يرتدون نظارة فقط ...

حل التمرين 41 صفحة 393: المعادلات ذات لمجهول n.

يحتوي كيس على 50 كرة مرقمة من 1 إلى 50 $\boxed{\Omega = \{1,2,3,...,49,50\}}$

نختار عشوائياً كرة من الكيس.

A : " رقم الكرة المسحوبة أصغر أو يساوي30 " إذن : $\boxed{\frac{3}{5}}$. $P(A) = \frac{30}{50} = \boxed{\frac{3}{5}}$

B : " رقم الكرة المسحوبة أكبر أو يساوي n " $n \in [1;30]$ جرِّبْ n = 27 ... لتجد

$$\boxed{P(B) = \frac{51 - n}{50} \ , \ n \in [1;30]}$$

1) حساب $P(A \cup B)$:

يوجد (n - 31) عدد يحقق " أصغر أو يساوي 30 و أكبر أو يساوي n "

$$\boxed{P(A \cap B) = \frac{31 - n}{50}}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{30}{50} + \frac{51 - n}{50} - \frac{31 - n}{50} = \boxed{1}$$

إذن : الحادثة $A \cup B = \Omega$ هي الحادثة الأكيدة.

2) إذاكان: $P(A \cap B) = 0,15$ فإن: $\frac{31 - n}{50} = 0,15$ ومنه: $\boxed{n = 24}$

حل التمرين 42 صفحة 393: حساب الأمل والتباين لمتغير عشوائي.

X ، متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالآتي:

X	-5	-2	3	4	7
$P(X=x)$	$0,2$	$0,35$	$0,1$	$0,15$	$0,2$

أولا: هل الجدول صحيح ؟ في المنطق نسميه : الفرض العدمي.

بما أن: $0,2 + 0,35 + 0,1 + 0,15 + 0,2 = 1$ فالمعطيات صحيحة.

1) حساب الأمل الرياضياتي لـ X .

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{n} x_i \, \mathbf{p_i}$$

$$E(X) = (-5)\times 0,2 + (-2)\times 0,35 + 3\times 0,1 + 4\times 0,15 + 7\times 0,2$$

$$E(X) = 0,6$$

2) حساب التباين:

طريقة1)

$$\mathbf{V} = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} \, \mathbf{p_i} - \mathbf{E}^2$$

$$V(X) = (-5)^2\times 0,2 + (-2)^2\times 0,35 + 3^2\times 0,1 + 4^2\times 0,15 + 7^2\times 0,2 - 0,6^2$$

طريقة2) بـ مباشرة $V(x) = 19,14$

طريقة3)

$$\mathbf{V} = \sum_{i=1}^{n} (x_1 - \mathbf{E})^2 \, \mathbf{p_i}$$

$$V(X) = (-0,5-0,6)^2\times(0,2) + (-2-0,6)^2\times(0,35) + (3-0,6)^2\times 0,1$$
$$+ (4-0,6)^2\times 0,15 + (7-0,6)^2\times 0,2$$

$$V(x) = 19,14$$

من هي أحسن طريقة ؟

الطريقة الأولى فهي سهلة للحفظ ونتذكرها بصريا ثم الطريقة الثانية للتحقق.

حل التمرين 43 صفحة 393: حساب الأمل والتباين لمتغير عشوائي.

X ،متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالآتي:

x	-1	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	α	α	$\frac{1}{3}$

1 تعيين قيمة العدد α .

$$P(X=-1)+P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=1$$

ومنه $\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+2\alpha+\frac{1}{3}=1$ وعليه $\alpha=\frac{11}{80}$

2 حساب $E(X)$ الأمل الرياضياتي لـ X .

أولا: نعوض قيمة α الموجودة في الجواب السابق ونصنع جدول جديد

x	-1	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{11}{80}$	$\frac{11}{80}$	$\frac{1}{3}$

$$E(X)=(-1)\times\frac{1}{8}+0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{11}{80}+3\times\frac{11}{80}+4\times\frac{1}{3}$$

التحقق: بـ مباشرة Espérance $E(X)=\frac{479}{240}$

3 حساب $V(X)$ انحراف لـ X

طريقة1) تشبه الأولى وتبدو سهلة وبالحاسبة التحقق

$$V(X)=(-1)^2\times\frac{1}{8}+0^2\times\frac{1}{6}+1^2\times\frac{1}{10}+2^2\times\frac{11}{80}+3^2\times\frac{11}{80}+4^2\times\frac{1}{3}-\left(\frac{479}{240}\right)^2$$

variance $V(X)=3,36$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=1,83$ تباين X .

écart type $\sigma(X)=1,83$

طريقة2) لحساب الإنحراف المعياري.

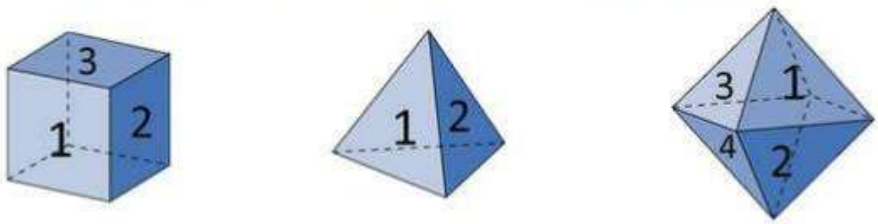
x	-1	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{11}{80}$	$\frac{11}{80}$	$\frac{1}{3}$

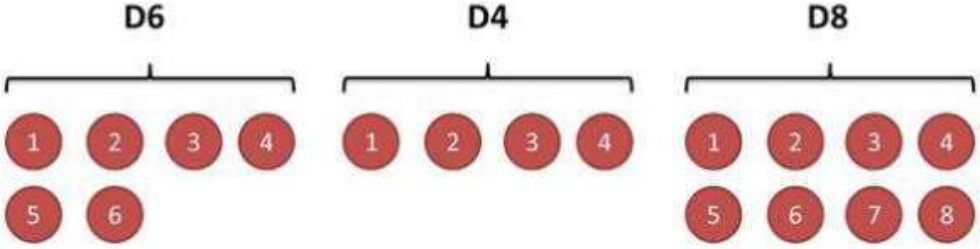
$$V(X)=\left(-1-\frac{479}{240}\right)^2 P(X=-1)+\left(0-\frac{479}{240}\right)^2 P(X=0)+\left(1-\frac{479}{240}\right)$$

$$P(X=1)+\left(2-\frac{479}{240}\right)^2 P(X=2)+\left(3-\frac{479}{240}\right)^2 P(X=3)+$$

$$\left(4-\frac{479}{240}\right)^2 P(X=4)$$

****





حل التمرين 44 صفحة 393: جدول قانون إحتمال بمتتالية هندسية.

ليكن X متغير عشوائي يأخذ القيم -8 ، 3 ، 4 ، 7 و 9

نضع :

$u_1 = P(X=-8)$	$u_2 = P(X=3)$	
$u_3 = P(X=4)$	$u_4 = P(X=7)$	$u_5 = P(X=9)$

① علماً أن :

u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

نعيين قانون احتمال X .

أولا: **نعيد صياغة المعطيات و** تجمع النتائج في الجدول التالي :

x	-8	3	4	7	9
$P(X=x)$	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
	u_1	$\frac{1}{2}u_1$	$\frac{1}{4}u_1$	$\frac{1}{8}u_1$	$\frac{1}{16}u_1$

$$u_1+\frac{1}{2}u_1+\frac{1}{4}u_1+\frac{1}{8}u_1+\frac{1}{16}u_1=1 \Rightarrow \text{ومنه} \Rightarrow \frac{31}{16}u_1=1 \Longrightarrow \boxed{u_1=\frac{16}{31}}$$

ومنه: توزيع قانون احتمال المتغير العشوائي X :

x	-8	3	4	7	9
$P(X=x)$	$\frac{16}{31}$	$\frac{8}{31}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{2}{31}$	$\frac{1}{31}$

② **حساب** $E(X)$ الأمل الرياضياتي لـ X و**التحقق:** بـ

$$E(X)=(-8)\times\frac{16}{31}+3\times\frac{8}{31}+4\left(\frac{4}{31}\right)+7\left(\frac{2}{31}\right)+9\left(\frac{1}{31}\right)=-\frac{65}{31}\simeq \boxed{-2,1}$$

③ **تعيين** تباين المتغير X .

$$V(X)=(-8)^2\times\frac{16}{31}+3^2\times\frac{8}{31}+4^2\left(\frac{4}{31}\right)+7^2\left(\frac{2}{31}\right)+9^2\left(\frac{1}{31}\right)-\left(-\frac{65}{31}\right)^2\simeq \boxed{38,8}$$

طريقة أخرى لحساب التباين:

$$V(X)=(-8+2,1)^2\times\frac{16}{31}+(3+2,1)^2\times\frac{8}{31}+(4+2,1)^2\times\frac{4}{31}+(7+2,1)^2\times\frac{2}{31}+(9+2,1)^2\times\frac{1}{31}$$

حل التمرين 45 صفحة 393: حساب الأمل والتباين لمتغير عشوائي.

صندوق يحتوي على كرة حمراء، كرتين بيضاوين وثلاث كرات سوداء.

نسحب عشوائياً كرتين على التوالي. **معناه: الترتيب مهم** ○● ≠ ●○

ليكن X المتغير العشوائي المرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

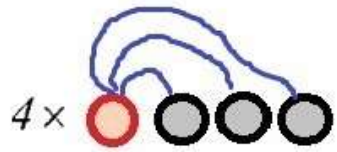
ومنه: قيم المتغير العشوائي X هي: $\boxed{X(\Omega)=\{0,1,2\}}$

1) تعيين قانون احتمال المتغير X . نميز حالتين:

هناك أربع طرق ، الطريقة 1) بالإحصاء

الحالة1) السحب بدون إرجاع عدد Ω عناصر هو 30

$P(X=0)=\dfrac{4\times 3}{30}=\dfrac{12}{30}$



$P(X=1)=\dfrac{2\times 2\times 4}{30}=\dfrac{16}{30}$

$P(X=2)=\dfrac{2}{30}$

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{12}{30}$	$\frac{16}{30}$	$\frac{2}{30}$

2) الأمل الرياضياتي للمتغير X $E(X)=0\times\dfrac{12}{30}+1\times\dfrac{16}{30}+2\times\dfrac{2}{30}=\boxed{\dfrac{2}{3}}$

3) تباين المتغير X $v(x)=0^2\times\dfrac{12}{30}+1^2\times\dfrac{16}{30}+2^2\times\dfrac{2}{30}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\boxed{\dfrac{16}{45}}$

الحالة2) السحب مع الإرجاع عدد Ω عناصر هو 36

$P(X=0)=\dfrac{4\times 4}{36}=\dfrac{16}{36}$

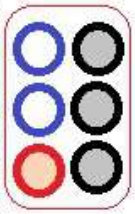
$P(X=1)=\dfrac{2\times 2\times 4}{36}=\dfrac{16}{36}$

$P(X=2)=\dfrac{2\times 2}{36}=\dfrac{4}{36}$

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{16}{36}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{4}{36}$

$E(X)=0\times\dfrac{16}{36}+1\times\dfrac{16}{36}+2\times\dfrac{4}{36}=\dfrac{24}{36}=\boxed{\dfrac{2}{3}}$

$V(X)=0^2\times\dfrac{16}{36}+1^2\times\dfrac{16}{36}+2^2\times\dfrac{4}{36}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\boxed{\dfrac{4}{9}}$

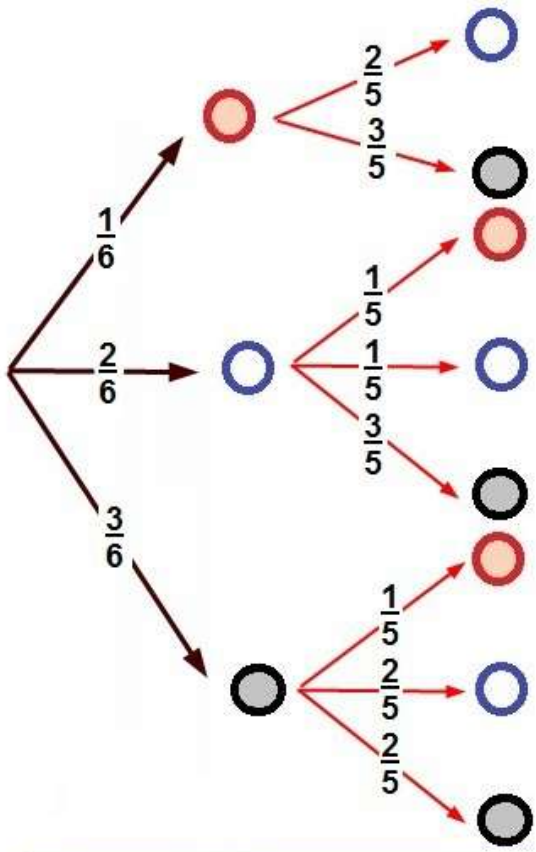


ملاحظات: الطريقة2) في جدول قانون الإحتمال ، جدول الإمكانيات ...

الطريقة3) في جدول قانون الإحتمال ، العام القادم ، ...

الطريقة4) في جدول قانون الإحتمال ، شجرة الإحتمالات

الحالة1) السحب بدون إرجاع



$$P(X=0)=\frac{1}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\boxed{\frac{12}{30}}$$

$$P(X=1)=\frac{1}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\boxed{\frac{16}{30}}$$

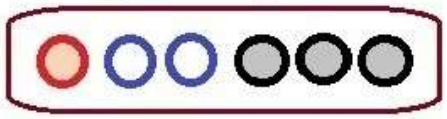
$$P(X=2)=\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\boxed{\frac{2}{30}}$$

طريقة ثانية لحساب التباين

$$V(X)=\left(0-\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{12}{30}+\left(1-\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{16}{30}+\left(2-\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{2}{30}$$

$$\boxed{V(X)=\frac{16}{45}}$$

الحالة2) السحب مع الإرجاع

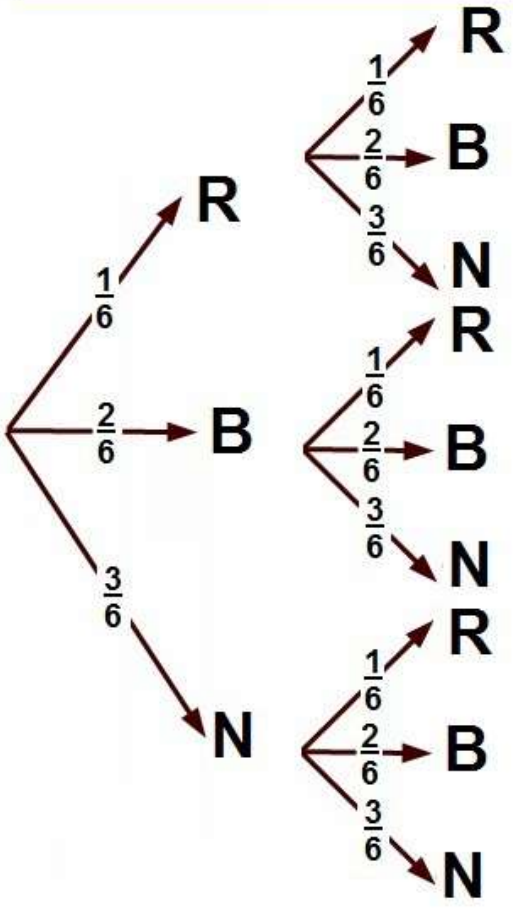


$$\Omega=\{R, B_1, B_2, N_1, N_2, N_3\}$$

عدد إمكانيات سحب الكرة الأولى 6

وعدد إمكانيات سحب الكرة الثانية هو أيضا 6.

ومنه: عدد السحبات الممكنة هو: $36=6\times6$.



$$P(X=0)=\frac{1+3+3+9}{36}=\frac{16}{36}$$

$$P(X=1)=\frac{2+2+6+6}{36}=\frac{16}{36}$$

$$P(X=2)=\frac{4}{36}$$

طريقة ثالثة لحساب التباين بـ

حل التمرين 46 صفحة 393: حساب الأمل والتباين لمتغير عشوائي.

يحتوي كيس على 4 قريصات مرقمة من 2 ، 3 ، 6 و9
نسحب عشوائيا قريصة ثم نعيدها إلى الكيس ثم نسحب قريصة أخرى

النوع: سحب قرصتين ،مع الإرجاع.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين المسحوبين .

① ملأ الجدول:

القريصة الأولى / القريصة الثانية	2	3	6	9
2	4	6	12	18
3	6	9	18	27
6	12	18	36	54
9	18	27	54	81

ومنه:
لدينا **16** إمكانية سحب.
عدد Ω عناصر هو 16.

$X(\Omega)=\{4,6,9,12,18,27,36,54,81\}$ قيم المتغير العشوائي X

② **حساب الاحتمالات :**

$$P(X=12)=\frac{2}{16}=\boxed{\frac{1}{8}} \quad \text{و} \quad P(X=36)=\boxed{\frac{1}{16}}$$

$$P(X<9)=P(X=4)+P(X=6)=\boxed{\frac{3}{16}}$$

$$P(X\geq 27)=P(X=27)+P(X=36)+P(X=54)+P(X=81)$$

$$P(X\geq 27)=\frac{2}{16}+\frac{1}{16}+\frac{2}{16}+\frac{1}{16}=\frac{6}{16}=\boxed{\frac{3}{8}}$$

③ **تعيين قانون احتمال المتغير X من جدول الإمكانيات**

x	4	6	9	12	18	27	36	54	81
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

④ **طلب التباين مباشرة ، إنه التلميح للحاسبة**

$$\boxed{V(X)=\frac{1725}{4}}$$

طريقة 2) نعتبر سؤاله عن الأمل إجباري غير مباشر

X	4	6	9	12	18	27	36	54	81
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

$$E(X)=4\times\frac{1}{16}+6\times\frac{2}{16}+9\times\frac{1}{16}+12\times\frac{2}{16}+18\times\frac{4}{16}+27\times\frac{2}{16}+36\times\frac{1}{16}+54\times\frac{2}{16}+81\times\frac{1}{16}$$

$$\boxed{E(X)=25}$$

الطريقة 2 لحساب التباين

$$V(X)=4^2\times\frac{1}{16}+6^2\times\frac{2}{16}+9^2\times\frac{1}{16}+12^2\times\frac{2}{16}+18^2\times\frac{4}{16}+27^2\times\frac{2}{16}+36^2\times\frac{1}{16}+54^2\times\frac{2}{16}+81^2\times\frac{1}{16}-25^2$$

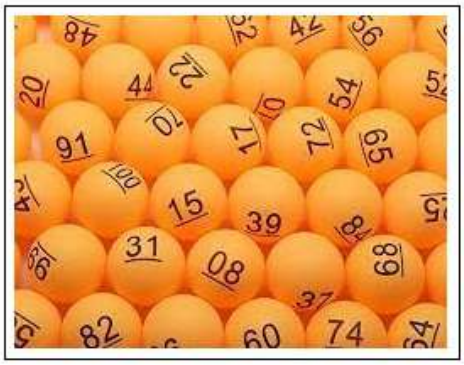
$$\boxed{V(X)=\frac{1725}{4}}$$

الطريقة 3 لحساب التباين

$$V(x)=\frac{(4-25)^2}{16}+\frac{(6-25)^2}{8}+\frac{(9-25)^2}{16}+\frac{(12-25)^2}{8}+\frac{(18-25)^2}{4}+\frac{(27-25)^2}{8}+\frac{(36-25)^2}{16}+\frac{(54-25)^2}{8}+\frac{(81-25)^2}{16}$$

يمكن ملاحظة انها كلها عشرية ونجمع الأعداد بالفاصلة أسهل ...

$$\boxed{V(X)=\frac{1725}{4}}$$



1) احسب الاحتمالات التالية: $P(X=12)$ ، $P(X=36)$، $P(X<9)$ و $P(X\geq 27)$.

2) عين قانون احتمال المتغير X .

3) احسب تباين X

47 يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، كرتين صفراوين وكرتين حمراوين.نسحب كرتين على التوالي (بدون إرجاع).

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة و Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الصفراء المسحوبة.

1) عين القيم الممكنة لـ X .

2) عين قانون احتمال المتغير X .

3) احسب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير X .

4) أجب عن نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للمتغير Y .

5) نعتبر المتغير العشوائي Z حيث $Z=X+Y$ ، وليكن N المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- عبر عن Z بدلالة N . • استنتج قانون احتمال Z .
- احسب $E(Z)$ الأمل الرياضياتي لـ Z و $\sigma(Z)$ تباين Z .

مسـائل

48 نضع في كيس ثلاث قريصات تحمل الرقم 1، قريصتين تحملان الرقمين2 وقريصة واحدة تحمل الرقم3.

الجزء1 :

نسحب عشوائياً قريصتين على التوالي (بدون إرجاع)، نضع Ω مجموعة الإمكانيات، X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

1) عين بواسطة مخطط عدد عناصر المجموعة Ω .

2) ما هي القيم الممكنة لـ X ؟

3) عين قانون احتمال X .

4) احسب الأمل الرياضياتي و التباين للمتغير X .

الجزء2: نسحب عشوائياً قريصتين على التوالي حيث نعيد القريصة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي .لتكن Ω' مجموعة كل الإمكانيات و Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

1) عين بواسطة مخطط عناصر Ω' .

2) ما هي القيم الممكنة لـ Y ؟

3) عين قانون احتمال Y .

4) احسب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير Y .

5) عين $P(Y\leq 1)$.

الجزء3:

نسحب قريصتين في آن واحد، "Ω مجموعة كل الإمكانيات.

Z المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

1) عين بواسطة مخطط عناصر "Ω .

2) ما هي القيم الممكنة لـ Z ؟

3) عين قانون احتمال Z .

4) احسب الأمل الرياضياتي و التباين للمتغير Z .

5) عين $P\left(Z\geq \frac{7}{2}\right)$.

49 نختار عشوائيا عددا محصورا بين 1 و99، X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار مجموع رقمي العدد.

1) أملأ الجدول التالي:

الآحاد / العشرات	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

2) عين قانون احتمال X .

3) استنتج $P(X\geq 5)$.

4) يلعب عمر اللعبة التالية: إذا كان $X\geq 5$ يربح نقطة و إذا كان $X<5$ يخسر 4 نقط.

حل التمرين 47 صفحة 394: جدول الإمكانيات يقضي على صعوبة التمرين

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، كرتين صفراوين وكرتين حمراوين.

$\{3\text{Blanc} ; 2\text{Jaune};2\text{Rouge}\} = \{B1;B2;B3;J1;J2;R1;R2\}$

نسحب كرتين على التوالي **معناه** الترتيب مهم (بدون إرجاع) **معناه** **بدون تكرار.**

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة

Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الصفراء المسحوبة.

N المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

① القيم الممكنة لـ X ، Y و N هي $\{2,0,1\}$ = $N(\Omega)$ = $Y(\Omega)$ = $X(\Omega)$ نفسها

② تعيين قوانين إحتمالات كل المتغيرات العشوائية بجدول الإمكانيات فقط

إمكانيات X

1 \ 2	B1	B2	B3	J1	J2	R1	R2
B1		2	2	1	1	1	1
B2	2		2	1	1	1	1
B3	2	2		1	1	1	1
J1	1	1	1		0	0	0
J2	1	1	1	0		0	0
R1	1	1	1	0	0		0
R2	1	1	1	0	0	0	

إمكانيات Y

1 \ 2	B1	B2	B3	J1	J2	R1	R2
B1		0	0	1	1	0	0
B2	0		0	1	1	0	0
B3	0	0		1	1	0	0
J1	1	1	1		2	1	1
J2	1	1	1	2		1	1
R1	0	0	0	1	1		0
R2	0	0	0	1	1	0	

إمكانيات N

1 \ 2	B1	B2	B3	J1	J2	R1	R2
B1		0	0	0	0	1	1
B2	0		0	0	0	1	1
B3	0	0		0	0	1	1
J1	0	0	0		0	1	1
J2	0	0	0	0		1	1
R1	1	1	1	1	1		2
R2	1	1	1	1	1	2	

② عدد Ω عناصر هو **42**

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$

③
$$E(X)=0\times\frac{12}{42}+1\times\frac{24}{42}+2\times\frac{6}{42}=\boxed{\frac{6}{7}}$$
$$V(X)=0^2\times\frac{12}{42}+1^2\times\frac{24}{42}+2^2\times\frac{6}{42}-\left(\frac{6}{7}\right)^2=\boxed{\frac{20}{49}}$$

y	0	1	2
P(Y = y)	$\frac{20}{42}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{2}{42}$

④
$$E(Y)=0\times\frac{20}{42}+1\times\frac{20}{42}+2\times\frac{2}{42}=\boxed{\frac{4}{7}}$$
$$V(Y)=0^2\times\frac{20}{42}+1^2\times\frac{20}{42}+2^2\times\frac{2}{42}-\left(\frac{4}{7}\right)^2=\boxed{\frac{50}{147}}$$

⑤ نعتبر المتغير العشوائي Z حيث $Z=X+Y$

Z هو عدد الكرات البيضاء أو الصفراء المسحوبة ، Z يحسب الكريات غير الحمراء وN يحسب الحمراء ومجموع الحمراء وغير الحمراء هو 2 إذن: $\boxed{Z+N=2}$ أي $\boxed{Z=2-N}$ ، Z بدلالة N .

N	0	1	2
Z = 2 - N	2	1	0
$P(Z=z)$	$\frac{20}{42}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{2}{42}$

$$E(Z)=2\times\frac{20}{42}+1\times\frac{20}{42}+0\times\frac{2}{42}=\boxed{\frac{10}{7}}$$
$$V(Z)=2^2\times\frac{20}{42}+1^2\times\frac{20}{42}+0^2\times\frac{2}{42}-\left(\frac{10}{7}\right)^2=\boxed{\frac{50}{147}}$$

الإنحراف المعياري $\sigma(Z)=\sqrt{V(Z)}\simeq\boxed{0,58}$

طرق أخرى لحل التمرين بالإحصاء المباشر

قانون إحتمال المتغير X :

$$P(X=0)=\frac{4\times 3}{42}=\boxed{\frac{12}{42}}$$

$$P(X=1)=\frac{3\times 4\times 2}{42}=\boxed{\frac{24}{42}}$$

$$P(X=2)=\frac{3\times 2}{42}=\boxed{\frac{6}{42}}$$

قانون إحتمال المتغير Y :

$$P(Y=0)=\frac{5\times 4}{42}=\frac{20}{42}$$

$$P(Y=1)=\frac{2\times 2\times 5}{42}=\frac{20}{42}$$

$$P(Y=2)=\frac{2}{42}$$

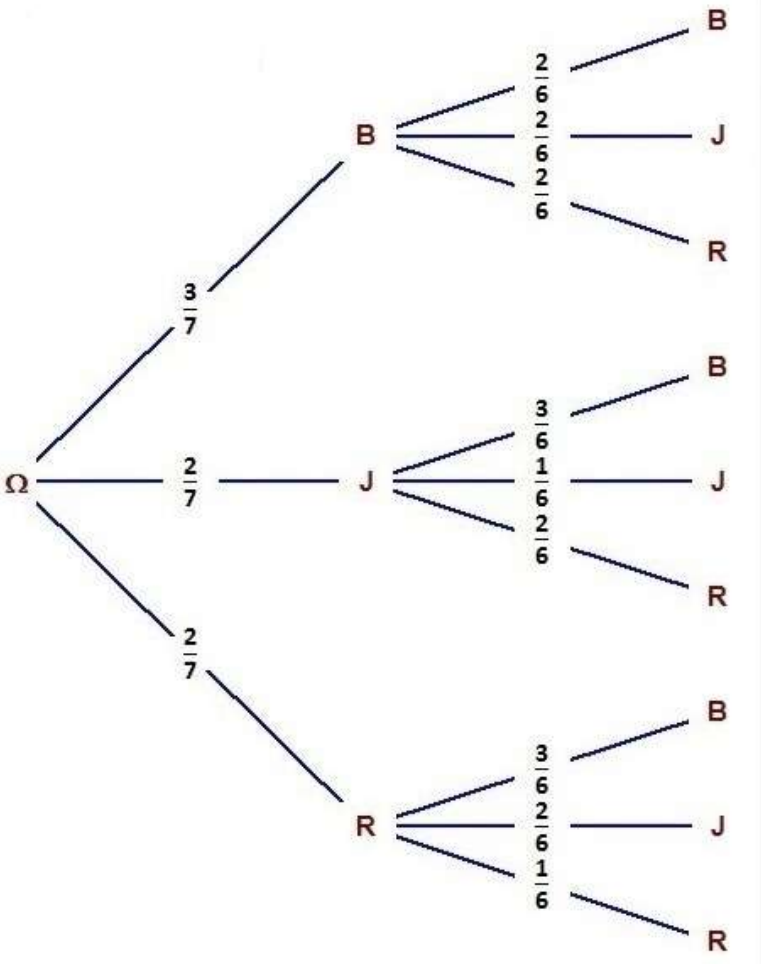
قانون إحتمال المتغير Z: $\boxed{Z=2-N}$

$$P(Z=0)=P(N=2)=\frac{2}{42}$$

$$P(Z=1)=P(N=1)=\frac{2\times 2\times 5}{42}=\frac{20}{42}$$

$$P(Z=2)=P(N=0)=\frac{5\times 4}{42}=\frac{20}{42}$$

أو بشجرة واحدة ننجز ثلاث جداول قانون إحتمال



X للكرات البيضاء **B**

$$P(X=0)=\frac{2}{7}\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{6}\right)+\frac{2}{7}\left(\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\right)=\boxed{\frac{12}{42}}$$

$$P(X=1)=\frac{3}{7}\left(\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\right)+\frac{2}{7}\times\frac{3}{6}+\frac{2}{7}\times\frac{3}{6}=\boxed{\frac{24}{42}}$$

$$P(X=2)=\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}=\boxed{\frac{6}{42}}$$

Y للكرات الصفراء **J**

$$P(Y=0)=\frac{3}{7}\left(\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\right)+\frac{2}{7}\left(\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\right)=\boxed{\frac{20}{42}}$$

$$P(Y=1)=\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}+\frac{2}{7}\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right)+\frac{2}{7}\times\frac{2}{6}=\boxed{\frac{20}{42}}$$

$$P(Y=2)=\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\boxed{\frac{2}{42}}$$

N للكرات الحمراء **R**

$$P(N=0)=\frac{3}{7}\left(\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\right)+\frac{2}{7}\left(\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\right)=\boxed{\frac{20}{42}}$$

$$P(N=1)=\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}+\frac{2}{7}\times\frac{2}{6}+\frac{2}{7}\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\right)=\boxed{\frac{20}{42}}$$

$$P(N=2)=\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\boxed{\frac{2}{42}}$$

أي الطرق أفضل ؟ طريقة الشجرة .

وبالنسبة للتباين هناك الطريقة الأخرى

$$V(X)=\left(0-\frac{6}{7}\right)^2\times\frac{12}{42}+\left(1-\frac{6}{7}\right)^2\times\frac{24}{42}+\left(2-\frac{6}{7}\right)^2\times\frac{6}{42}=\boxed{\frac{20}{49}}$$

$$V(Y)=\left(0-\frac{4}{7}\right)^2\times\frac{20}{42}+\left(1-\frac{4}{7}\right)^2\times\frac{20}{42}+\left(2-\frac{4}{7}\right)^2\times\frac{2}{42}=\boxed{\frac{50}{147}}$$

$$V(Z)=\left(0-\frac{10}{7}\right)^2\times\frac{2}{42}+\left(1-\frac{10}{7}\right)^2\times\frac{20}{42}+\left(2-\frac{10}{7}\right)^2\times\frac{20}{42}=\boxed{\frac{50}{147}}$$

حل التمرين 48 صفحة 394: أنواع السحب الثلاث.

نضع في كيس ...

نسحب عشوائياً قريصتين

الجزء1 :

على التوالي دون إرجاع

هنا الترتيب مهم

و التكرار غير مسموح

نضع Ω مجموعة الإمكانيات،

1) بواسطة مخطط **الشجرة نعين** عدد عناصر المجموعة Ω .

عدد الإختيارات الأولى 6 جداء عدد الإختيارات في المرة الثانية 5

أي عدد السحبات الممكنة هو 30 هو عدد عناصر المجموعة Ω

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

2) $X(\Omega)=\{2,3,4,5\}$ هي القيم الممكنة لـ X

3) قانون احتمال X . **نحسب ذهنيا من إحدى الشجرتين**

x	2	3	4	5
$P(X=x)$	$\frac{6}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{4}{30}$

أو بالشجرة الأولى ، مجموع جداء أغصان المسار

$P(X=2)=\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{30}$ بـ م1

$P(X=3)=\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{30}$ بـ م2 و م4

$P(X=4)=\frac{3}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{8}{30}$ بـ م3 و م5 و م7

$P(X=5)=\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{30}$ بـ م6 و م8

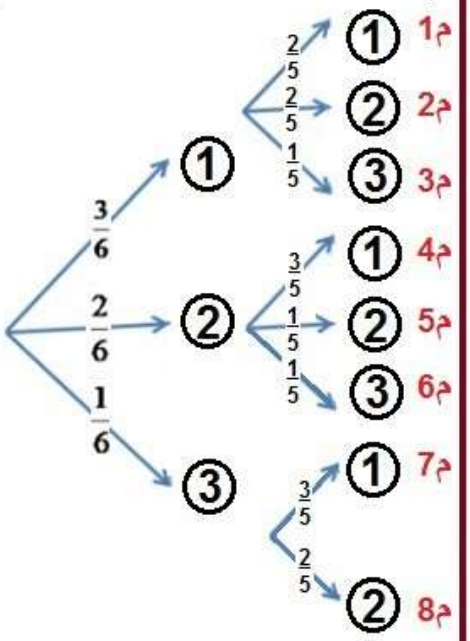
4) **حساب** الأمل الرياضياتي و التباين للمتغير X .

$$E(X)=2\times\frac{6}{30}+3\times\frac{12}{30}+4\times\frac{8}{30}+5\times\frac{4}{30}=\boxed{\frac{10}{3}}$$

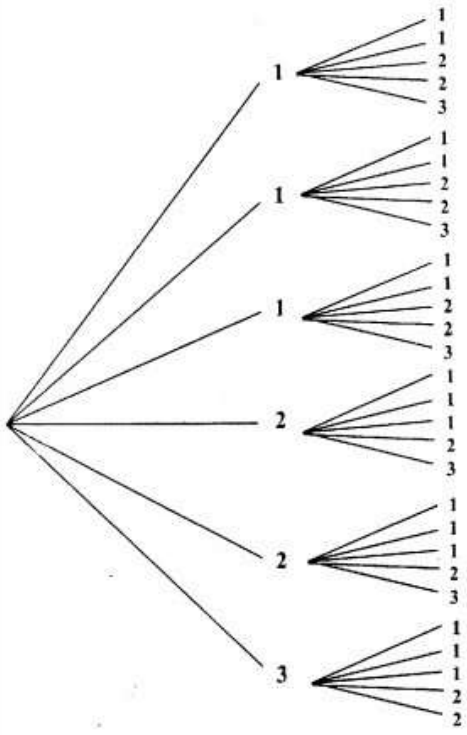
$V(X)=2^2\times\frac{6}{30}+3^2\times\frac{12}{30}+4^2\times\frac{8}{30}+5^2\times\frac{4}{30}-\left(\frac{10}{3}\right)^2=\boxed{\frac{8}{9}}$ وهناك الطريقة الأخرى

أو بـ $V(X)=\left(2-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{6}{30}+\left(3-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{12}{30}+\left(4-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{8}{30}+\left(5-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{4}{30}$

ط1) شجرة الإحتمالات



ط2) شجرة الإمكانيات المفصلة



ط3) جدول الإمكانيات ...

مثل حل التمرين 38

نضع في كيس ... نسحب عشوائياً قريصتين

الجزء2:

على التوالي مع الإرجاع

هنا الترتيب مهم و التكرار مسموح

نضع Ω' مجموعة الإمكانيات،

1) بواسطة مخطط **الشجرة نعين** عدد عناصر المجموعة Ω' .

عدد الإختيارات الأولى 6 جداء عدد الإختيارات في المرة الثانية 6

أي عدد السحبات الممكنة هو **36** هو عدد عناصر المجموعة Ω'

Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

2) $Y(\Omega')=\{2,3,4,5,6\}$ هي القيم الممكنة لـ Y

3) قانون احتمال Y . **نحسب ذهنيا من إحدى الشجرتين**

y	2	3	4	5	6
$P(Y=y)$	$\frac{9}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{1}{36}$

أو بالشجرة الأولى ، مجموع جداء أغصان المسار

$P(Y=2)=\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{9}{36}$ بـ م1

$P(Y=3)=\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{12}{36}$ بـ م2 و م4

$P(Y=4)=\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{10}{36}$ بـ م3 و م5 و م7

$P(Y=5)=\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{4}{36}$ بـ م6 و م8

$P(Y=6)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$ بـ م9

4) **حساب** الأمل الرياضياتي و التباين للمتغير Y .

$$E(Y)=2\times\frac{9}{36}+3\times\frac{12}{36}+4\times\frac{10}{36}+5\times\frac{4}{36}+6\times\frac{1}{36}=\frac{10}{3}$$

$$V(Y)=2^2\times\frac{9}{36}+3^2\times\frac{12}{36}+4^2\times\frac{10}{36}+5^2\times\frac{4}{36}+6^2\times\frac{1}{36}-\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$$

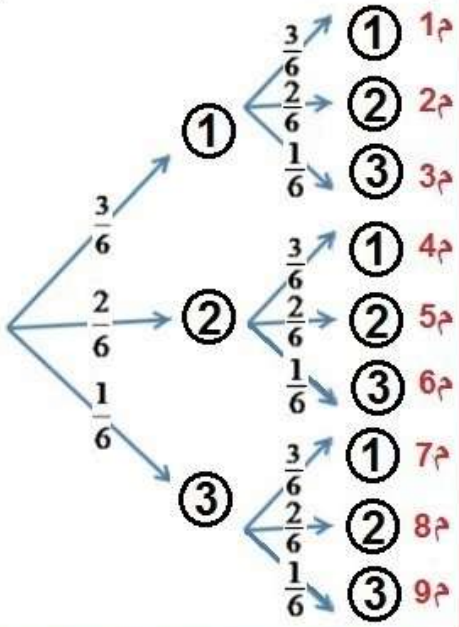
$$P(Y\le 1)=P(\text{الحادثة المستحيلة})=P(\varnothing)=0$$

نعلم من بين قيم المتغير العشوائي Y لا توجد القيمة **الأقل أو تساوي 1**.

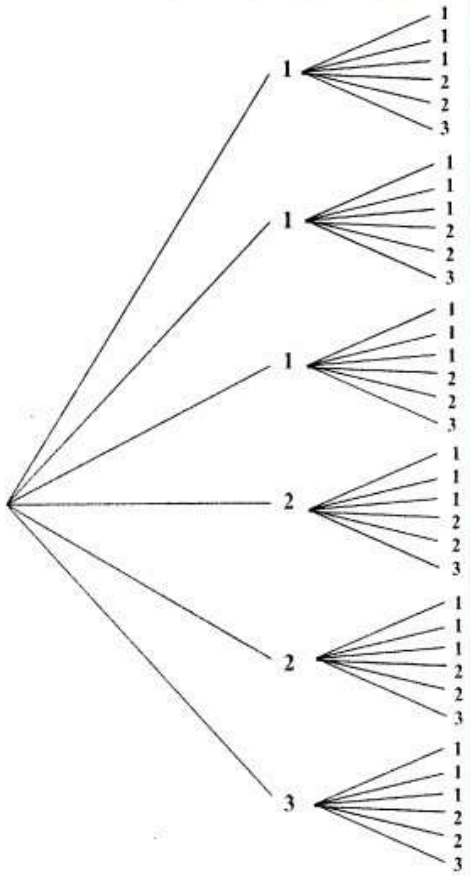
ملاحظة: هناك الطريقة الأخرى

بـ أو $V(Y)=\left(2-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{9}{36}+\left(3-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{12}{36}+\left(4-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{10}{36}+\left(5-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{4}{36}+\left(6-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{1}{36}$

ط1) شجرة الإحتمالات



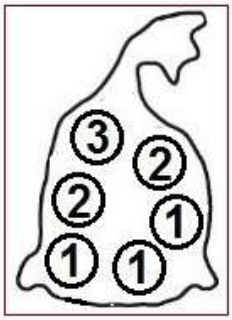
ط2) شجرة الإمكانيات المفصلة



ط3) جدول الإمكانيات ...

مثل حل التمرين 38

نضع في كيس ... نسحب عشوائياً قريصتين



الجزء3:
المتزامن (في آن واحد)

هنا لا يهم الترتيب
والتكرار غير مسموح

نضع : "Ω مجموعة كل الإمكانيات.

Z :المتغير العشوائي الذي يرفق
بكل سحب مجموع رقمي
القريصتين المسحوبتين.

① بواسطة مخطط عناصر "Ω .

$$\Omega" = \{\{1,1\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,2\},\{2,3\}\}$$

هذا سؤال مخخ ...هههههه
هناك من لايعرف أنه
توجد شجرة لسحب قرصتين
وهناك أربع مخططات على الأقل ...
وعدد عناصر "Ω هو 15.

② $Z(\Omega)=\{2,3,4,5\}$ هي القيم الممكنة لـ Z

③ قانون احتمال Z .

z	2	3	4	5
$P(Z=z)$	$\frac{3}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$

④ الأمل الرياضياتي و التباين للمتغير Z .

$$E(Z)=2\times\frac{3}{15}+3\times\frac{6}{15}+4\times\frac{4}{15}+5\times\frac{2}{15}=\boxed{\frac{10}{3}}.$$

$$V(Z)=2^2\times\frac{3}{15}+3^2\times\frac{6}{15}+4^2\times\frac{4}{15}+5^2\times\frac{2}{15}-\left(\frac{10}{3}\right)^2=\boxed{\frac{8}{9}}.$$ وهناك طريقتين آخرتين بـ

أو

$$V(Z)=\left(2-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{3}{15}+\left(3-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{6}{15}+\left(4-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{4}{15}+\left(5-\frac{10}{3}\right)^2\times\frac{2}{15}$$

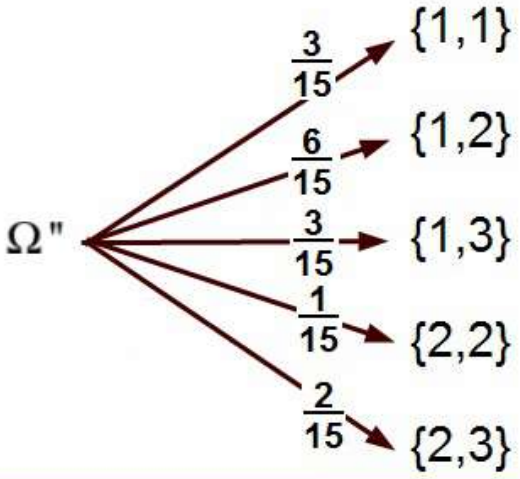
⑤ $$P\left(Z\geq\frac{7}{2}\right)=P(Z=4)+P(Z=5)=\frac{4}{15}+\frac{2}{15}=\boxed{\frac{2}{5}}.$$

مخطط 1) الإحصاء المباشر ...

...

مخطط 2) جدول الإمكانيات مثل حل التمرين 38

مخطط 3) الشجرة ...



مخطط 4)

جدول من خانتين
إحداهما للإمكانيات والأخرى لعددها

قيم Z	عدد الحالات	الثنائيات
2	3	{1,1}
3	6	{1,2}
4	3	{1,3}
4	1	{2,2}
5	2	{2,3}
	المجموع 15	

حل التمرين 49 صفحة 394: متغير عشوائي جديد بدلالة متغير عشوائي قديم .

نختار عشوائيا عددا بين 1 و 99

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار مجموع رقمي العدد.

ع \ ح	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

(1) ملأ الجدول السابق تم أعلاه، ولاحظ تلوين الخانات لإشارة هندسية ...والعدد 00 غير مأخوذ

(2) قانون X

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$P(X=x)$	$\frac{2}{99}$	$\frac{3}{99}$	$\frac{4}{99}$	$\frac{5}{99}$	$\frac{6}{99}$	$\frac{7}{99}$	$\frac{8}{99}$	$\frac{9}{99}$	$\frac{10}{99}$	$\frac{9}{99}$	$\frac{8}{99}$	$\frac{7}{99}$	$\frac{6}{99}$	$\frac{5}{99}$	$\frac{4}{99}$	$\frac{3}{99}$	$\frac{2}{99}$	$\frac{1}{99}$

عدد الحالات 99.

(3) **طريقة1)** إستنتاج $P(X \geq 5)$ = إحتمال ان يكون المجموع أكبر أو يساوى 5

معناه: إحتمال أن يكون المجموع 5أو6أو... 18... طويلة...

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - \frac{5+4+3+2}{99} = 1 - \frac{14}{99} = \boxed{\frac{85}{99}}$$ **(طريقة2)**

(4) يلعب عمر اللعبة التالية: إذا كان $X \geq 5$ يربح نقطة و إذا كان $X < 5$ يخسر 4 نقط.

Y المتغير العشوائي المناسب لربح عمر **نعين** قانون احتمال المتغير العشوائي Y.

مجموعة القيم الممكنة لـ Y $\{1; -4\}$

X	$X \geq 5$	$X < 5$
y	+1	- 4
P(Y=y)	$\frac{85}{99}$	$\frac{14}{99}$

⇨

y	+1	- 4
P(Y=y)	$\frac{85}{99}$	$\frac{14}{99}$

$$E(Y) = \frac{(+1)\times 85+(-4)\times 14}{99} = \frac{29}{99} \simeq \boxed{0,3}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{\frac{(+1)^2\times 85+(-4)^2\times 14}{99} - \left(\frac{29}{99}\right)^2} = \sqrt{\frac{29750}{9801}} \simeq \boxed{1,7}$$ وتحقق مباشرة بـ

اللعبة ليست عادلة لأن الأمل الرياضي ليس معدوم.

Y المتغير العشوائي المناسب لربح عمر .

عين قانون احتمال المتغير العشوائي Y.

5) احسب $E(Y)$ و $\sigma(Y)$. هل اللعبة عادلة؟

50 نختار عشوائيا عددا محصورا بين 0 و 60 .ليكن X المتغير العشوائي المناسب لرقم الآحاد و Y المتغير العشوائي المناسب لرقم العشرات.

1) عين قانون احتمال X و Y.

2) احسب $P(X=Y)$.

3) احسب $P(XY>17)$.

4) احسب $P(2X+Y=13)$.

51 صندوق يحتوي على 8 كريات :خمس كريات زرقاء مرقمة 1، 2، 3، 4، 5 وثلاث كريات حمراء مرقمة 1، 2، 3 . نسحب على التوالي كريتين بدون إرجاع حيث لا نرجع الكرية الأولى إلى الصندوق. ليكن S المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب اكبر الأرقام المسجلة عند السحب.

1) عين قانون احتمال المتغير العشوائي S.

2) احسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي S.

52 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط $A(0;1)$ ، $B(1;0)$و $C(-1;0)$.

نرفق النقط A ، B و C بالمعاملات 1 ، β و δ على الترتيب(β و δ عددان حقيقيان). G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,\beta);(C,\delta)\}$ ..... (1)

1) ناقش حسب قيم β و δ وجود النقطة G.

- عين إحداثيتي G.

2) نرمي زهرة نرد مرتين وجوهها مرقمة كما يلي:

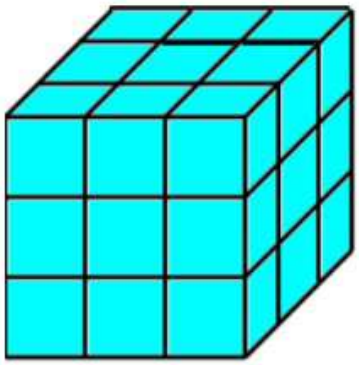
-3 ، -2 ، -1 ، 1 ، 2 ، 3 ونسمي β العدد المحصل عليه في الرمية الأولى، δ العدد المحصل عليه في الرمية الثانية.

- احسب الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) نقطة ترتيبها1 .
- احسب الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) نقطة فاصلتها 0 .

احسب الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) ينتمي إلى المنصف الأول.

53 ليكن مكعب طول حرفه $3cm$ ملون بالأزرق.

نقسمه موازيا للوحدة إلى 27 مكعبا طول حرفه $1cm$



نضع المكعبات الـ27 في كيس و نسحب عشوائيا مكعبا.

نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الوجوه الملونة.

1) عين قانون احتمال المتغير X .

2) احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X.

54 في امتحان يجيب تلميذ على أسئلة متعددة الاختيارات يشمل ثلاثة أسئلة و لكل سؤال توجد ثلاثة أجوبة مقترحة من بينها يوجد جواب واحد صحيح فقط.

لكل جواب صحيح يحصل التلميذ على 1+ و لكل جواب خاطئ يحصل على $-\frac{1}{2}$ و في حالة عدم الإجابة يحصل على 0 .التلميذ يجيب عشوائيا على الأسئلة الثلاثة.

1) مثل كل المخارج الممكنة بواسطة مخطط.

ليكن X مجموع النقط المحصل عليها.إذا كان X سالباً يحصل التلميذ على 0.

2) عين القيم الممكنة لـ X

3) احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X.

4) أعطي الموضوع لـ650 تلميذ يجهلونه و أجابوا كلهم عشوائياً. - ما هو المعدل المنتظر ؟

55 يحتوي كيس على ثلاث كرات مرقمة 0 ، 1 ، 2 نسحب عشوائيا كرة من الكيس .نسجل x رقم الكرة المسحوبة ونعيدها إلى الكيس ، ثم نسحب كرة ثانية ونسجل رقمها y .لكل سحب لكرتين نرفق النقطة $M(x;y)$ من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

حل التمرين 50 صفحة 395: عمليات على المتغير العشوائي.

نختار عشوائيا عددا محصورا بين 00 و 60.

$$\Omega = \{00,01,02,03,...,59,60\}$$

00 ← رقم عشرات 0 هو 0									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

ليكن X المتغير العشوائي المناسب لرقم الآحاد

① المتغير العشوائي X **يأخذ مجموعة القيم**

$$X(\Omega) = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

ومنه: قانون احتمال المتغير X موزع كالآتي:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X=x)$	7/61	6/61	6/61	6/61	6/61	6/61	6/61	6/61	6/61	6/61

$Y(\Omega) = \{0,1,2,3,4,5,6\}$ مجموعة قيم Y المناسب لرقم العشرات

وقانون احتمال المتغير العشوائي Y موزع كالآتي:

y	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y=y)$	10/61	10/61	10/61	10/61	10/61	10/61	1/61

② $P(X=Y) = \dfrac{6}{61}$

"$X=Y$" = "رقم الآحاد = رقم العشرات" = {00,11,22,33,44,55}

③ $P(XY>17) = \dfrac{16}{61}$ ذهنيا بأعداد الجدول الأول أو بجدول آخر

"$XY>17$" الحادثة = "رقم الآحاد جداء رقم العشرات أكبر تماما 17"

= {29,36,37,38,39,45,46,47,48,49,54,55,56,57,58,59}

جدول نضع فيه قيم $2X+Y$:

Y ⊗ 2X	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
4	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
5	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
6	6	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠

جدول نحسب فيه قيم $X\,Y$

Y ⊗ X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠	⊠

④ إحتمال ضعف الآحاد زائد العشرات يساوي 13 $= P(2X+Y=13) = \dfrac{3}{61}$

"$2X+Y=13$" الحادثة = {45,53,61}

حل التمرين 51 صفحة 395: المتغير العشوائي ، السحب دون إرجاع.

صندوق يحتوي على 8 كريات :
خمس كريات زرقاء مرقمة 1، 2، 3، 4، 5
وثلاث كريات حمراء مرقمة 1، 2، 3 .

Probability of balls in boxes

نسحب على التوالي كريتين بدون إرجاع
حيث لا نرجع الكرية الأولى إلى الصندوق.

النوع الثاني على التوالي دون إرجاع هنا الترتيب مهم و التكرار غير مسموح

ليكن S المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب اكبر الأرقام المسجلة عند السحب.

① قانون احتمال المتغير العشوائي S .

يعتمد على قيم المتغير العشوائي S لهذا سيكون سؤال غير مباشر إجباري.

إذن : جدول الحالات الممكنة كما يلي :

الكرية الأولى / الكرية الثانية	B1	B2	B3	B4	B5	R1	R2	R3
B1		2	3	4	5	1	2	3
B2	2		3	4	5	2	2	3
B3	3	3		4	5	3	3	3
B4	4	4	4		5	4	4	4
B5	5	5	5	5		5	5	5
R1	1	2	3	4	5		2	3
R2	2	2	3	4	5	2		3
R3	3	3	3	4	5	3	3	

نسمي الكريات الثمانية كما يلي:

$\underbrace{B5;B4;B3;B2;B1}$; 5 Bleu زرقاء

$\underbrace{R3\ ;\ R2\ ;\ R1}$ 3 Rouge حمراء

مثلا B3 هي بيضاء والرقم 3

القيم الممكنة لـ S هي $\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\}$ ومنه قانون الاحتمال للمتغير S هو:

s	1	2	3	4	5
$P(S=s)$	2/56	10/56	18/56	12/56	14/56

② الأمل الرياضياتي $E(S) = \dfrac{2+20+54+48+70}{56} = \dfrac{194}{56} = \boxed{\dfrac{97}{28}}$

الانحراف المعياري $\delta(S) = \sqrt{\dfrac{2+40+162+72+350}{56} - \left(\dfrac{97}{28}\right)^2} \simeq \boxed{1,15}$

هذه بالطريقة الرابعة وهناك ثلاث طرق أخرى قلناها سابقا ...

حل التمرين 52 صفحة 395: الإحتمالات تُوَظِفْ المُرَجِّحْ في المستوي .

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

$A(0;1)$ ، $B(1;0)$ و $C(-1;0)$.

A	α	alpha	أ
B	β	beta	ب
Γ	γ	gamma	ج
Δ	δ	delta	د

G **مُرَجِّحْ** الجملة $\{(A,1);(B,\beta);(C,\delta)\}$

(β و δ عددان حقيقيان).

① **المناقشة** حسب قيم β و δ وجود النقطة G.

G **مُرَجِّحْ** الجملة **معناه مجموع المعاملات غير معدوم**

$$1+\beta+\delta=0 \xrightarrow{\text{معناه}} \beta+\delta=-1$$

وبالتالي: G **موجودة عندما يكون** $\beta+\delta\neq -1$

إحداثيتي G: G **مرجح الجملة** $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ **معناه:**

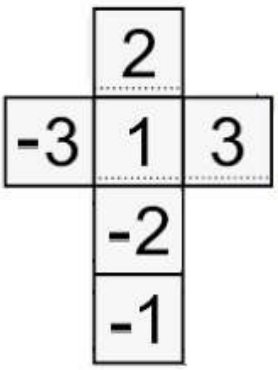
$$\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\dfrac{(1)\times(0)+\beta\times(1)+\delta\times(-1)}{1+\beta+\delta} \\ \text{و} \\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\dfrac{(1)\times(1)+\beta\times(0)+\delta\times(0)}{1+\beta+\delta} \end{cases}$$

$A(0;1)$	$B(1;0)$	$C(-1;0)$
$(A,1)$	(B,β)	(C,δ)

$A(0;1)$	$B(1;0)$	$C(-1;0)$
$(A,1)$	(B,β)	(C,δ)

ومنه: $G\left(\dfrac{\beta-\delta}{\beta+\delta+1};\dfrac{1}{\beta+\delta+1}\right)$

② نرمي زهرة نرد مرتين وجوهها مرقمة كما يلي:



-3 ، -2 ، -1 ، 1 ، 2 ، 3

ونسمي β العدد المحصل عليه في الرمية الأولى

δ العدد المحصل عليه في الرمية الثانية.

β \ δ	3	2	1	-1	-2	-3
3	(3,3)	(3,2)	(3,1)	(3,-1)	(3,-2)	(3,-3)
2	(2,3)	(2,2)	(2,1)	(2,-1)	(2,-2)	(2,-3)
1	(1,3)	(1,2)	(1,1)	(1,-1)	(1,-2)	(1,-3)
-1	(-1,3)	(-1,2)	(-1,1)	(-1,-1)	(-1,-2)	(-1,-3)
-2	(-2,3)	(-2,2)	(-2,1)	(-2,-1)	(-2,-2)	(-2,-3)
-3	(-3,3)	(-3,2)	(-3,1)	(-3,-1)	(-3,-2)	(-3,-3)

لدينا: $G\left(\frac{\beta-\delta}{\beta+\delta+1};\frac{1}{\beta+\delta+1}\right)$ إحداثيتي مرجح الجملة (1)

• **حساب** الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) نقطة ترتيبها 1 **أي** $y_G=1$

$$\frac{1}{\beta+\delta+1}=1 \xrightarrow{\text{معناه}} \beta+\delta+1=1 \xrightarrow{\text{معناه}} \beta+\delta=0$$

$$\xrightarrow{\text{معناه}} (\beta,\delta)\in\{(3,-3),(2,-2),(1,-1),(-1,1),(-2,2),(-3,3)\}$$

الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) نقطة ترتيبها 1 **هو** $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

• **حساب** الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) نقطة فاصلتها 0 **أي** $x_G=0$

$$(\beta,\delta)\in\{(1,1),(2,2),(3,3),(-1,-1),(-2,-2),(-3,-3)\}$$

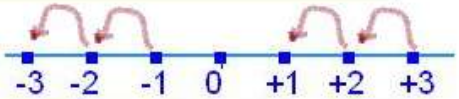
الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) نقطة فاصلتها 0 **هو** $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

• **حساب** الاحتمال حتى يكون مرجح الجملة (1) ينتمي إلى المنصف الأول.

مرجح الجملة (1) ينتمي إلى المنصف الأول **معناه:** $x_G=y_G$ **معناه:**

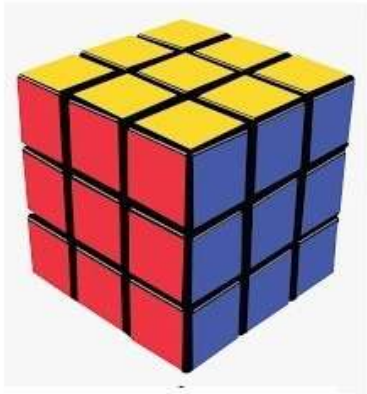
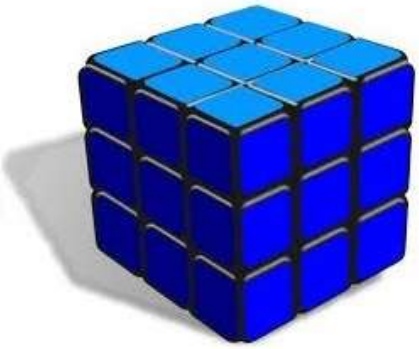
$$\beta-\delta=1 \xrightarrow{\text{معناه}} (\beta,\delta)\in\{(3,2),(2,1),(-1,-2),(-2,-3)\}$$

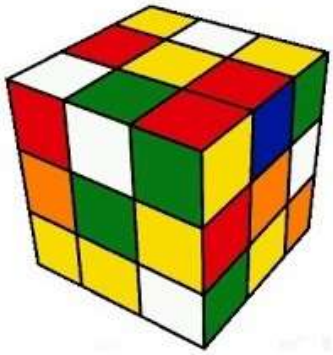
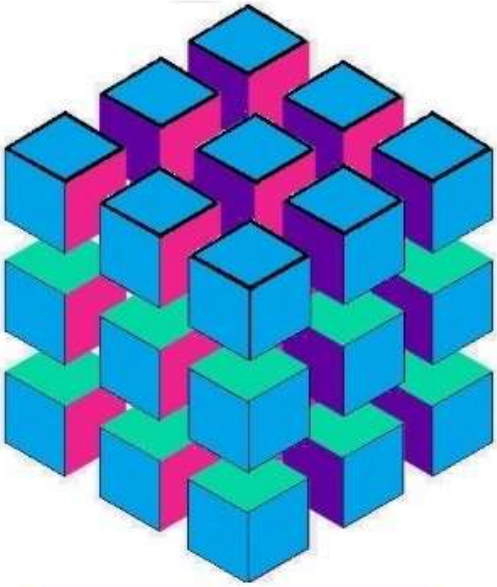
La droite numérique = Axe gradué



الاحتمال حتى يكون G ينتمي إلى المنصف الأول **هو** $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

حل التمرين 53 صفحة 395: مكعب روبيك، هندسة فضائية.

* عدد المكعبات ذات **3** أوجه ملونة هو 8 وهي

1	3	7	9	19	21	25	27

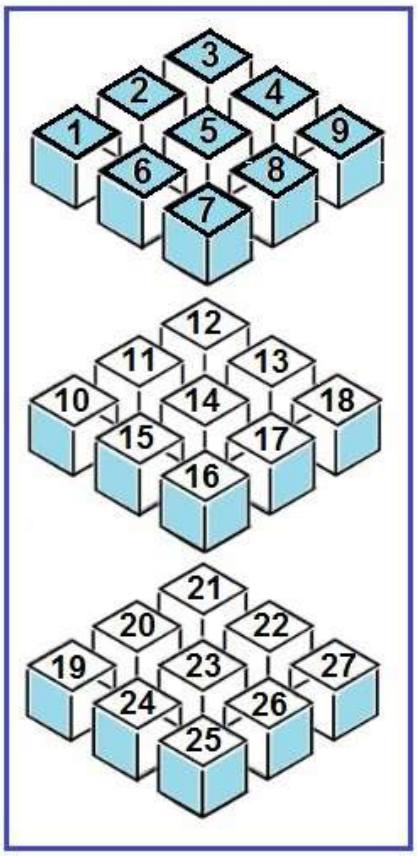
* عدد المكعبات ذات **2** أوجه ملونة هو 12 وهي

2	4	6	8	10	12	16	18
20	22	24	26				

* عدد المكعبات ذات **1** وجه ملون هو 6 وهي

5	11	13	15	17	23

* عدد المكعبات ذات **0** وجه ملون هو 1 وهي **14**



① قانون احتمال المتغير X .

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

② **بالطريقة 4** الأمل الرياضياتي

$$E(x)=\frac{0+6+24+24}{27}=\frac{54}{27}=2$$

حل التمرين 54 صفحة 395: مجموعة الإمكانيات بطريقة عمودية لحساب قيم المتغير.

15 types de questions de quiz ...à choix simple (Vrai ou Faux ou Non)

مثال يساعد على فهم الوضعية

إمتحان

أسئلة متعددة الاختيارات

السؤال 1 : 2x4 = ?

ثلاثة أجوبة مقترحة

• 8 • 17 • 6

السؤال 2 : 5+30 =?

• 20 • 35 • 33

السؤال 3 : 7-2 = ?

• 9 • 4 • 5

يجيب عشوائيا على الأسئلة الثلاثة.

$$\begin{cases} V = 1 \\ F = -0,5 \\ N = 0 \end{cases}$$

مخطط الشجرة	Ω المخارج
الإمتحان / جواب السؤال1 / جواب السؤال2 / جواب السؤال3	
V / V / V	(V ,V,V)
V / V / F	(V ,V,F)
V / V / N	(V ,V,N)
V / F / V	(V ,F,V)
V / F / F	(V ,F,F)
V / F / N	(V ,F,N)
V / N / V	(V ,N,V)
V / N / F	(V ,N,F)
V / N / N	(V ,N,N)
F / V / V	(F ,V,V)
F / V / F	(F ,V,F)
F / V / N	(F ,V,N)
F / F / V	(F ,F,V)
F / F / F	(F ,F,F)
F / F / N	(F ,F,N)
F / N / V	(F ,N,V)
F / N / F	(F ,N,F)
F / N / N	(F ,N,N)
N / V / V	(N ,V,V)
N / V / F	(N ,V,F)
N / V / N	(N ,V,N)
N / F / V	(N ,F,V)
N / F / F	(N ,F,F)
N / F / N	(N ,F,N)
N / N / V	(N ,N,V)
N / N / F	(N ,N,F)
N / N / N	(N ,N,N)

① المخارج الممكنة بمخطط.

مكتوبة عموديا بدل أفقيا

② القيم الممكنة لـ X

X مجموع النقط **للتلميذ**

إذا كان X سالباً **يأخذ 0.**

$$X(\Omega) = \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, 3\right\}$$

قانون احتمال المتغير العشوائي

x	0	0,5	1	1,5	2	3
$P(X=x)$	$\frac{11}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$

$$E(X) = \frac{0+3+3+4.5+6+3}{27} = \frac{13}{18}$$

④ أعطي الموضوع لـ 650. تلميذ يجهلونه و أجابوا كلهم عشوائياً.

لو كان الأمل معدوم أو سالب لكنّا ننتظر علامات تحت الوسط لكن الأمل موجب تماما فالمعدل المنتظر جيد ...

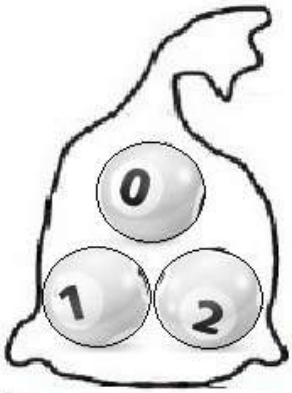
ولاحظ مايلي ...

الإمكانيات	شروط المتغير العشوائي X	قيم X	قانون إحتمال X					
			3	2	1,5	1	0,5	0
(V ,V,V)	(1 ,1,1)	3	X					
(V ,V,F)	(1 ,1,-0,5)	1,5			X			
(V ,V,N)	(1 ,1,0)	2		X				
(V ,F,V)	(1 ,-0,5,1)	1,5			X			
(V ,F,F)	(1 ,-0,5,-0,5)	0						X
(V ,F,N)	(1 ,-0,5,0)	0,5					X	
(V ,N,V)	(1 ,0,1)	2		X				
(V ,N,F)	(1 ,0,-0,5)	0,5				X		
(V ,N,N)	(1 ,0,0)	1				X		
(F ,V,V)	(-0,5 ,1,1)	1,5			X			
(F ,V,F)	(-0,5 ,1,-0,5)	0						X
(F ,V,N)	(-0,5 ,1,0)	0,5					X	
(F ,F,V)	(-0,5 ,-0,5,1)	0						X
(F ,F,F)	(-0,5 ,-0,5,-0,5)	-1,5						X
(F ,F,N)	(-0,5 ,-0,5,0)	-1						X
(F ,N,V)	(-0,5 ,0,1)	0,5					X	
(F ,N,F)	(-0,5 ,0,-0,5)	-1						X
(F ,N,N)	(-0,5 ,0,0)	-0,5						X
(N ,V,V)	(0 ,1,1)	2		X				
(N ,V,F)	(0 ,1,-0,5)	0,5					X	
(N ,V,N)	(0 ,1,0)	1				X		
(N ,F,V)	(0 ,-0,5,1)	0,5					X	
(N ,F,F)	(0 ,-0,5,-0,5)	-1						X
(N ,F,N)	(0 ,-0,5,0)	-0,5						X
(N ,N,V)	(0 ,0,1)	1				X		
(N ,N,F)	(0 ,0,-0,5)	-0,5						X
(N ,N,N)	(0 ,0,0)	0						X

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{\text{عدد الحالات للحادثة A}}{\text{عدد الحالات الممكنة للتجربة}} = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة للحادثة A}}{\text{عدد الحالات الممكنة للتجربة}}$$

مثلا: $P(X=0) = \frac{\text{عدد مرات ظهور الـ 0}}{27} = \boxed{\frac{11}{27}}$

حل التمرين 55 صفحة 395: الإحتمالات تستعمل الدائرة والقرص.



يحتوي كيس على ثلاث كرات مرقمة 0 ، 1 ، 2

السحب: نسحب عشوائيا كرة من الكيس .

نسجل x رقم الكرة المسحوبة ونعيدها إلى الكيس،

ثم نسحب كرة ثانية ونسجل رقمها y .

النوع: **على التوالي مع الإرجاع ، الترتيب مهم ، والتكرار مسموح.**

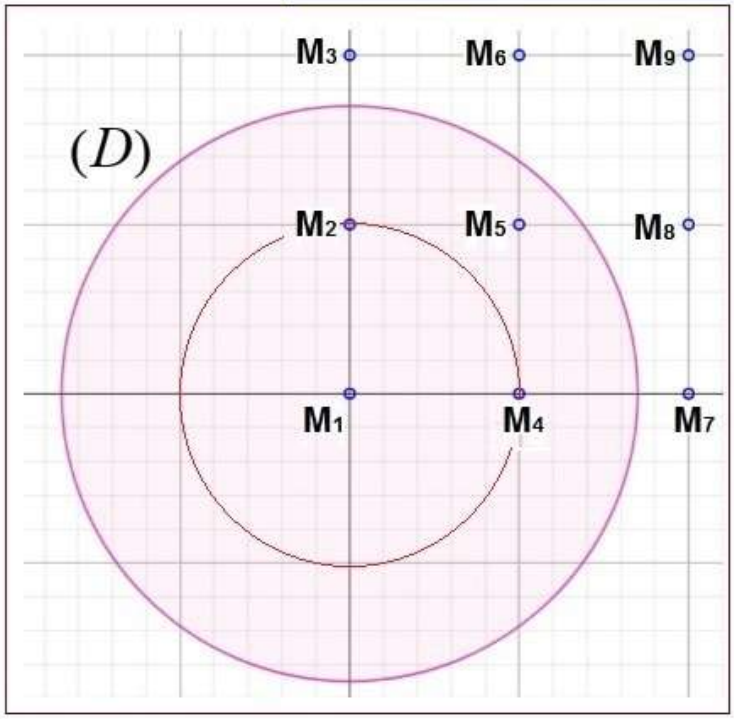
y \ x	0	1	2
0	$M_1(0,0)$	$M_4(1,0)$	$M_7(2,0)$
1	$M_2(0,1)$	$M_5(1,1)$	$M_8(2,1)$
2	$M_3(0,2)$	$M_6(1,2)$	$M_9(2,2)$

لكل سحب نرفق النقطة $M(x;y)$ من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

نسمي (D) القرص بمركزه O و نصف قطره 1,7 .

(1) النقط المناسبة لمختلف السحبات هي حسب الجدول:

$$\Omega = \{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8, M_9\}$$



(2) احتمال الحوادث :

A: "M تنتمي إلى محور الفواصل"

$A = \{M_1, M_4, M_7\}, P(A) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$.

B: "M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 1 " .

$B = \{M_2, M_4\}, \ P(B) = \boxed{\frac{2}{9}}$.

(3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد $x^2 + y^2$.

y^2 \ x^2	0	1	4
0	0	1	4
1	1	2	5
4	4	5	8

• قانون احتمال X **الذي قيمه:** $x^2 + y^2 \in \{0;1;2;4;5;8\}$

x	0	1	2	4	5	8
P(X=x)	1/9	2/9	1/9	2/9	2/9	1/9

• **بالطريقة 3** الأمل الرياضياتي $E(x) = \frac{0+2+2+8+10+8}{9} = \frac{30}{9} = \boxed{\frac{10}{3}}$.

• **C**: "M تنتمي إلى القرص (D)" $C = \{M_1, M_2, M_4, M_5\}, P(C) = \boxed{\frac{4}{9}}$

لأن M(x , y) من (D) يعني $x^2 + y^2 \leq (1,7)^2 = 2,89$ **ونستعمل الجدول أو الرسم.**

نسمي (D) القرص الذي مركزه O و نصف قطره 1,7 .

1) عين النقطة المناسبة لمختلف السحبات.

2) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : " M تنتمي إلى محور الفواصل "

B : " M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها1 " .

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد x^2+y^2 .

- عين قانون احتمال X .
- احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .
- أثبت أن احتمال أن تنتمي النقطة M إلى (D) هو $\frac{4}{9}$.

56 يحتوي كيس على n قريصة (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 7) ، منها 7 قريصات بيضاء والباقي حمراء .

نسحب قريصتين على التوالي (بدون إرجاع).

1) نفرض في هذا السؤال أن: $n=10$.

احسب احتمال الحوادث التالية:

A : " القريصة الأولى بيضاء و الثانية حمراء ".

B : " قريصة بيضاء و قريصة حمراء ".

C : " القريصتان بيضاوان " .

D : " القريصتان من نفس اللون " .

2) في هذا السؤال n عدد طبيعي كيفي أكبر من أو يساوي 8. P_n احتمال أن تكون القريصتان المسحوبتان من لونين مختلفين.

- أثبت أن $P_n=\frac{14(n-7)}{n^2-n}$

- عين العدد الطبيعي n الذي يكون من أجله لـــ P_n قيمة حدية عظمى ؟ عين قيمة P_n المناسبة.

57 زهرة نرد مزيفة وجوهها مرقمة من 1 إلى 6 .نسمي p_i احتمال الحصول على الوجه الذي يحمل الرقم i.

يعطى: $p_1=p_5$ ، $p_3=2p_1$ ، $p_5=2p_6$ ،

$p_2=0,15$ و $p_4=2p_3$.

نرمي الزهرة مرة واحدة و نهتم بالرقم الذي يظهر على الوجه العلوي.

1) بين أن $p_1=0,1$.

- استنتج p_3 ، p_4 ، p_5 ، p_6 .

2) عين احتمال الحوادث التالية:

A : " النتيجة تظهر رقم فردي".

B : " النتيجة تظهر رقماً أصغر أو يساوي3 ".

C : " النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5 ".

D : " $A\cap C$ " .

E : " $A\cup C$ " .

F : " $\overline{A}$ "

3) نعرف لعبة كما يلي: اللاعب الذي يرمي النرد يربح $40DA$ إذا ظهر الرقم 4 ، يخسر $10DA$ إذا ظهر رقم فردي و يخسر $100DA$ إذا ظهر الرقم 2 أو الرقم 6 .

X هو المتغير العشوائي الذي يعطي الربح أو الخسارة.

أ- عين القيم التي يأخذها المتغير X .

ب- عين قانون احتمال المتغير X .

جـ- احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .

د- ما هي قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة ؟ (أمل رياضياتي معدوم)

58 نعتبر الجملة (S) للمعادلتين الخطيتين ذات المجهولين x و y :

$$\begin{cases} x-y=3 \\ ax-by=c \end{cases}$$

لتعيين a ، b و c ، نرمي ثلاث مرات زهرة نرد وجوهها مرقمة من 1 إلى 6 .الرقم الظاهر الأول يعطي a ، الثاني يعطي b و الثالث يعطي c.

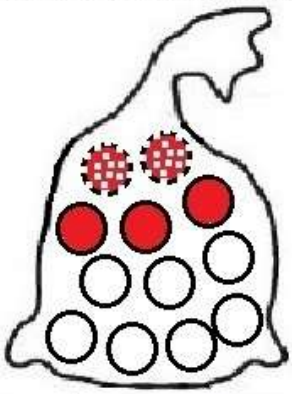
في كل حالة ، احسب احتمال الحادثة و أعط النتيجة على كل كسر غير قابل للاختزال.

أ) A : " الجملة (S) تقبل مجموعة غير منتهية من الحلول "

ب) B : " الجملة (S) لا تقبل حلولاً ".

جـ) C : " الجملة (S) تقبل حلاً واحداً ".

د) D : " الجملة (S) تقبل الثنائية $(3;0)$ حلاً لها ".



حل التمرين 56 صفحة 396: المعادلات ذات لمجهول n.

يحتوي كيس على n قريصة $n \geq 7$ ، منها 7 قريصات بيضاء والباقي حمراء .

il y a 7:Blanches et (n-7):Rouges.

نسحب قريصتين على التوالي (بدون إرجاع).

النوع الثاني **على التوالي دون إرجاع** هنا الترتيب مهم و التكرار غير مسموح

① نفرض في هذا السؤال أن: $n = 10$ ونحسب احتمال الحوادث :

الكيس = 7B + 3R عدد عناصر Ω هو 10x10-10= 90

A : " القريصة الأولى بيضاء والثانية حمراء ".	C : " القريصتان بيضاوان " .
B : " قريصة بيضاء و قريصة حمراء ".	D : " القريصتان من نفس اللون ".

طريقة1) الشجرة ...

طريقة2) جدول الإمكانيات بحيلة وفكرة جديدة إبداعية، نجيب عن كل الأسئلة دفعة واحدة

$$\text{الكيس} = \{\underbrace{R3 ; R2 ; R1}_{\text{3 حمراء}} ; \underbrace{B7 ; B6 ; B5 ; B4 ; B3 ; B2 ; B1}_{\text{7 بيضاء}}\}$$

الكرة الأولى \ الكرة الثانية	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	R1	R2	R3
B1	⊠	CD	CD	CD	CD	CD	CD	AB	AB	AB
B2	CD	⊠	CD	CD	CD	CD	CD	AB	AB	AB
B3	CD	CD	⊠	CD	CD	CD	CD	AB	AB	AB
B4	CD	CD	CD	⊠	CD	CD	CD	AB	AB	AB
B5	CD	CD	CD	CD	⊠	CD	CD	AB	AB	AB
B6	CD	CD	CD	CD	CD	⊠	CD	AB	AB	AB
B7	CD	CD	CD	CD	CD	CD	⊠	AB	AB	AB
R1	B	B	B	B	B	B	B	⊠	D	D
R2	B	B	B	B	B	B	B	D	⊠	D
R3	B	B	B	B	B	B	B	D	D	⊠

بقراءة الجدوا فقط لدينا:

$$P(A) = \frac{21}{90} = \boxed{\frac{7}{30}} .$$

$$P(B) = \frac{42}{90} = \boxed{\frac{7}{15}} .$$

$$P(C) = \frac{42}{90} = \boxed{\frac{7}{15}} .$$

$$P(D) = \frac{48}{90} = \boxed{\frac{8}{15}} .$$

طريقة3) إحصاء مباشر

للحادثة A : لدينا 7 إمكانيات للقريصة الأولى و3 للثانية ومنه 21 = 7 × 3 نتيجة.

للحادثة B: لدينا 7 إمكانيات للقريصة الأولى و3 للثانية أو العكس ومنه 42 = 7 × 3×2 نتيجة.

للحادثة C : لدينا 7 إمكانيات للقريصة الأولى و6 للثانية ومنه 42 = 7 × 6 نتيجة.

للحادثة D : إما بيضاوتين بـ 42 نتيجة، أو حمراوين بـ 6 نتيجة فتكون 48 نتيجة .

طريقة 4 و5)

العام القادم ... توفيقات وترتيبات ... والتحقق بالحاسبة مباشرة.....

(2) في هذا السؤال n عدد طبيعي كيفي أكبر من أو يساوي 8.

P_n احتمال أن تكون القريصتان المسحوبتان من لونين مختلفين.

- إثبات أن: $P_n = \frac{14(n-7)}{n^2-n}$ **بواسطة الإستقراء الرياضي ، من الجزء إلى الكل ...**

في الجواب الأول كان $n = 10$ وكان عدد الحالات الممكنة هو 10x10-10= 90

وبالتالي عندما يكون في الكيس n قريصة عدد الحالات الممكنة هو: $\boxed{n^2-n} = n \times n - n$

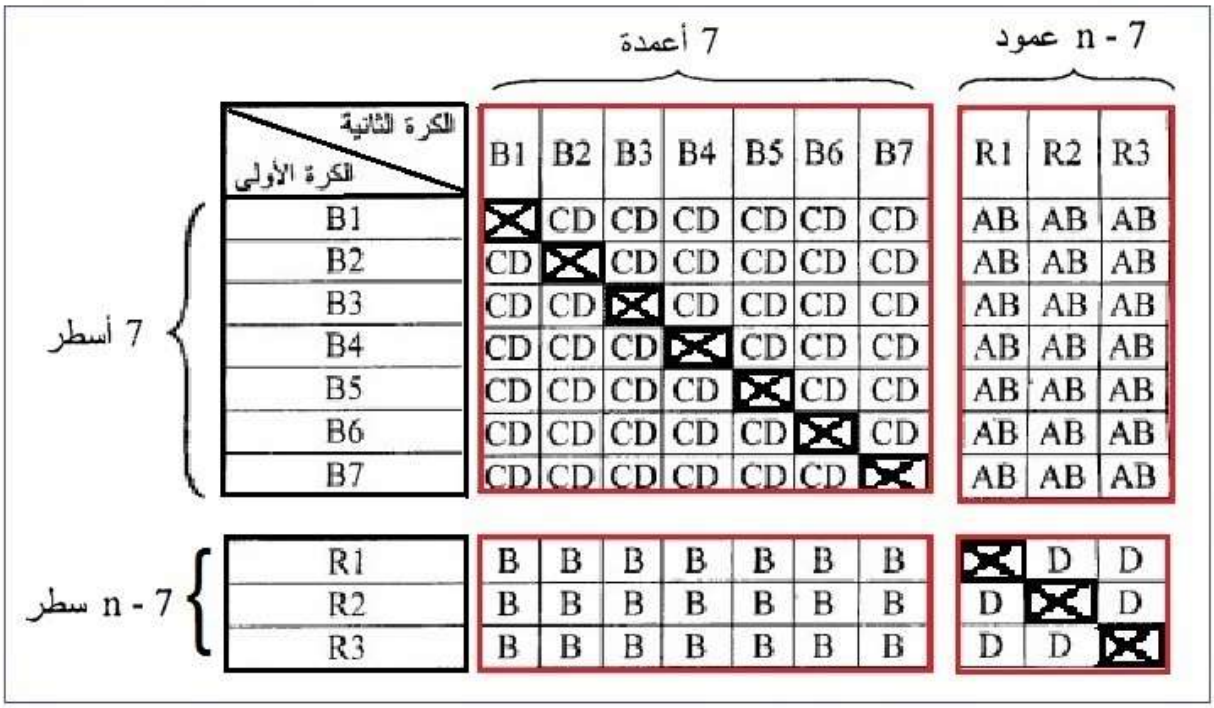
أي: القريصة الأولى المسحوبة لديها n إمكانية و الثانية المسحوبة لديها $(n-1)$ إمكانية

ومنه لدينا: $n(n-1)$ سحبة **ممكنة.**

ثانيا: عندما كان $n = 10$ كان عندنا 7 كريات بيضاء و 3 حمراء ، لنعمم الوضعية

كان: (7-10) + 7 = 3 + 7 = 10 وبالتالي: $\boxed{n = 7 + (n-7)}$.

معناه الآن من أجل n قريصة في الكيس عندنا 7 كريات بيضاء و (n-7) حمراء.



P_n احتمال أن تكون :**الحادثة** "القريصتان المسحوبتان من لونين مختلفين" .

عدد النتائج الملائمة للحادثة = 7(n - 7) + (n - 7) × 7 = 14 (n - 7).

$\boxed{P_n = \frac{14(n-7)}{n^2-n}}$ = احتمال أن تكون "القريصتان المسحوبتان من لونين مختلفين" .

(3) **نعين** العدد الطبيعي n الذي يكون من أجله لـــ P_n قيمة حدية عظمى ...

و نعين قيمة P_n المناسبة ...

بخمس 5 طرق مختلفة ... تحليليا، هندسيا،جبريا،إحصائيا،تكنولوجيا .

الطريقة1): تحليليا: نعتبر P دالة بالمجهول n والقيمة الحدية العظمي تعدم المشتقة الأولى...

$$P(n)=P_n=\frac{14(n-7)}{n^2-}\ ,n\geq 8\ ,n\in[8,+\infty[\ .$$

لدينا P دالة بالمجهول الحقيقي n ومعرفة على المجال المقتصر $[8,+\infty[$

وبعدها سنحتاج فقط الطبيعي n حيث: $n\in[8,+\infty[\cap\mathbb{N}$

$$P'(n)=\frac{-14\,(n^2-14n+7)}{(n^2-n)^2}=0 \xrightarrow{\text{معناه}} \begin{cases} n=(7+\sqrt{42})\simeq 13{,}48 \\ n=(7-\sqrt{42})\simeq 0{,}5 \end{cases}$$

إشارة $P'(n)$ عكس إشارة $(n^2-14n+7)$

n	$-\infty$	0	0.5	1	13	13,48	14	$+\infty$
تغيرات P	↘	↘	↗	↗	↗	↘	↘	

$$p(13)=p(14)=\frac{7}{13}$$

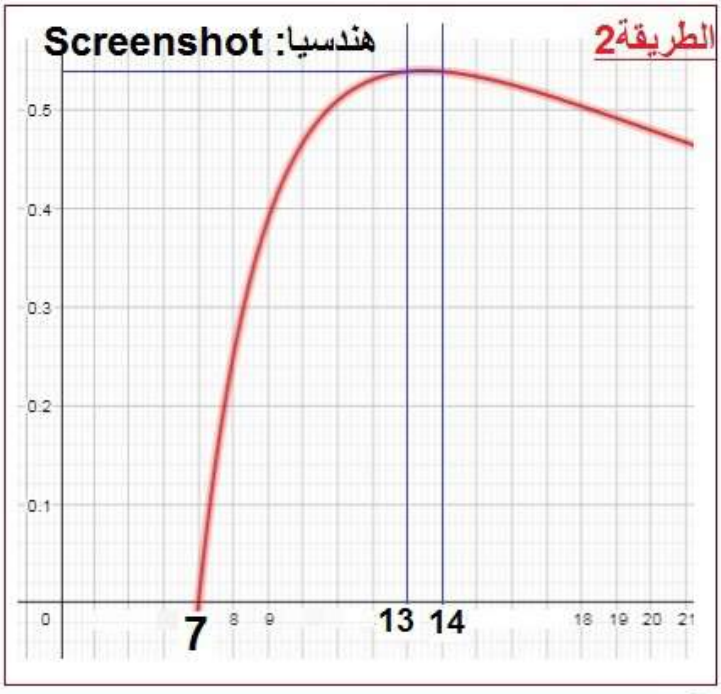
الخلاصة:

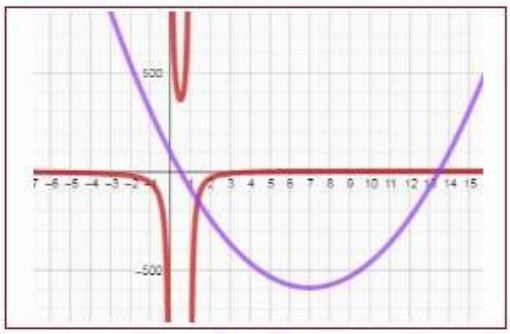
من أجل n=13 و n=14

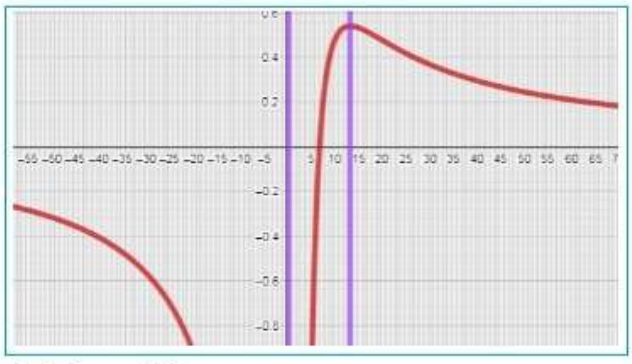
تبلغ P_n قيمة جدية عظمى هي $\frac{7}{13}$

الطريقة2

هندسيا: Screenshot







الطريقة3) بجداء دوال تآلفية $n(n-7)(n-1)$ ...

الطريقة4) إحصائيا من إشارة الدالة نصنع جدول بخانتين إحداهما لـ $P(n)$ والأخرى لـ n ونواصل ...

الطريقة5) هي من الطريقة 4 ولكن بلمسة مباشرة بـ

حل التمرين 57 صفحة 396: الإشارات الثلاثة للأمل الرياضي.

زهرة نرد مزيفة وجوهها مرقمة من 1 إلى 6 .
نسمي p_i احتمال الحصول على الوجه الذي يحمل الرقم i.

1) تبيين أن $p_1 = 0,1$:

الفكرة أن الجدول لقانون إحتمال فمجموع الإحتمالات يساوي واحد ،
ونجعل الكل بدلالة p_1 فيكون مجهول داخل معادلة نجده ثم نرجع للتعويضات.

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
		$0,15$	$2p_1$	$2p_3$	p_1	$\frac{1}{2}p_5$
				$2(2p_1)$	$2p_6$	$\frac{1}{2}\ p_1$
				$4\ p_1$		

$$p(1)+p(2)+p(3)+p(4)+p(5)+p(6)=1$$

$$P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 = 1$$

$$P1 + 0.15 + 2P1 + 4P1 + P1 + 0,5P1 = 1$$

$$0.15 + 8,5P1 = 1 \longrightarrow P1 = \frac{1 - 0.15}{8,5} = \boxed{0.1} \longrightarrow \boxed{P1 = 0.1}$$

* إستنتاج p_3 ، p_4 ، p_5 ، p_6 :

نعوض ما وجدناه ونقترح طريقة الجواب داخل الجدول ...

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
	0,1	**0,15**	$2p_1$	$4\ p_1$	p_1	$\frac{1}{2}\ p_1$
			0,2	**0,4**	**0,1**	**0,05**

الخلاصة : جدول قانون الإحتمال لهذه التجربة هو

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	0,1	0,15	0,2	0,4	0,1	0,05

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	0,1	0,15	0,2	0,4	0,1	0,05

وجدنا:

② تعيين احتمال الحوادث المطلوبة:

$P(A) = P(\{1,3,5\})$ = احتمال " النتيجة تظهر رقم فردي".

$= P(\{1\})+P(\{3\})+P(\{5\})$

$= 0,1 + 0,2 + 0,1 = \boxed{0,4}$.

$P(B) = P(\{3,2,1\})$ = احتمال " النتيجة تظهر رقماً أصغر أو يساوي3".

$= P(\{3\})+P(\{2\})+P(\{1\})$

$= 0,2 + 0,15 + 0,1 = \boxed{0,45}$.

$P(C) = P(\{2,5\})$ = احتمال" النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5 ".

$= P(\{5\} \cup \{2\})$

$= P(\{5\}) + P(\{2\})$

$= 0,1 + 0,15 = \boxed{0,25}$.

$P(D) = P(A \cap C) = P(\{5\}) = \boxed{0,1}$ احتمال أن يكون فردي و من 2 أو5 .

$P(E) = P(A \cup C)$ احتمال أن يكون فردي أو من 2 أو5

$= P(\{5,3,1\} \cup \{2,5\})$

$= P(\{5,3,1,2\})$

$= P(\{1,2,3,5\})$

$= 0,1 + 0,15 + 0,2 + 0,1$

$= \boxed{0,55}$

$P(F) = P(\overline{A}) = 1 - 0,4 = \boxed{0,6}$ احتمال معاكس الحادثة A .

الخلاصة:

الحادثة لغويا	رمز	إحتمالها
" النتيجة تظهر رقم فردي".	A	0,4
" النتيجة تظهر رقماً أصغر أو يساوي3 ".	B	0,45
" النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5 ".	C	0,25
" $A \cap C$ ".	D	0,1
" $A \cup C$ ".	E	0,55
" $\overline{A}$ "	F	0,6

هناك طريقة أخرة لحساب $P(E)$,وعلى مايبدو كانت هي المقصودة

$$P(E) = P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$
$$= P(A) + P(C) - P(D)$$
$$= 0,4 + 0,25 - 0,1 = \boxed{0,55}$$

3 نعرف لعبة كما يلي: اللاعب الذي يرمي النرد يربح أو يخسر DA بـ لَهُ $(40+)$ إذا ظهر 4، و لَهُ $(10-)$ إذا ظهر فردي ولَهُ $(100-)$ إذا ظهر 2 أو 6.

X هو المتغير العشوائي الذي يعطي الربح أو الخسارة ومنه:

أ $X(\Omega) = \{+40, -10, -100\}$ القيم التي يأخذها المتغير X .

ب قانون احتمال المتغير X بطريقة مفصلة ولغوية

$P(X=+40) = P(\{4\}) = \boxed{0,4}$.

$P(X=-10) = P(\{1,3,5\}) = P(A) = \boxed{0,4}$.

$P(X=-100) = P(\{2,6\}) = P(\{2\}) + P(\{6\}) = 0.15 + 0.05 = \boxed{0,2}$.

قانون احتمال المتغير X ملخصة في جدول

x	+40	-10	-100
$P(X=x)$	0,4	0,4	0,2

جـ حساب الأمل الرياضياتي للمتغير X .

$E(X) = (+40)x(0,4) + (-10)x(0,4) + (-100)x(0,2) = 16 - 4 - 20 = \boxed{-8}$

د قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة

عندما كان الربح $(40+)$ كان $E(X) < 0$ الأمل سالب تماما معناه كانت اللعبة خاسرة

نفرض قيمة الربح هي m ونناقش قيمة الأمل حسب الوسيط m، التوزيع يصبح هكذا:

x	m	-10	-100
$P(X=x)$	0,4	0,4	0,2

$E_m(X) = 0,4\,m - 4 - 20 \longrightarrow \boxed{E_m(X) = 0,4\,m - 24}$

$E_m(X) = 0 \longrightarrow 0,4\,m - 24 = 0 \longrightarrow m = \frac{24}{0,4} = \boxed{60}$

الخلاصة: أي يجب أن يكون الربح $\boxed{60DA}$ حتى تكون اللعبة عادلة.

حل التمرين 58 صفحة 396: الإحتمالات توظّف حل جمل خطية.

نعتبر الجملة (S) للمعادلتين الخطيتين ذات المجهولين x و y :

$$(S):\begin{cases} x-y=3 \\ ax-by=c \end{cases} \xrightarrow{\text{نحسب}} \begin{cases} \varphi=-b+a=0 \xrightarrow{\text{معناه}} a=b \\ \psi=-c+3b=0 \xrightarrow{\text{معناه}} 3b=c \end{cases}$$

بطريقة الفراشة مَرَّتَيْنْ (بصرية) في عدد حلول جملة خطية من الدرجة الأولى:

نستطيع تحديد عدد الحلول بدون معرفتها وبدون حسابها بواسطة مؤشرين φ و ψ فقط.

$$\begin{cases} a\,x+b\,y=c \\ a'x+b'\,y=c' \end{cases} \text{ و } \begin{cases} \varphi=b'a-a'b. \\ \psi=c'b-b'c. \end{cases}$$

- $\varphi \neq 0$ الجملة تقبل حلاً واحداً .
- $\varphi=0$:
  - $\psi \neq 0$ الجملة لا تقبل حلولاً .
  - $\psi=0$ الجملة تقبل مجموعة غير منتهية من الحلول.

لتعيين a ، b و c ، نرمي ثلاث مرات زهرة نرد وجوهها مرقمة من 1 إلى 6 .

الرقم الظاهر الأول يعطي a ،

الثاني يعطي b و الثالث يعطي c .

$\Omega = \{(a,b,c);\ 1\leq a\leq 6\ ,\ 1\leq b\leq 6\ ,\ 1\leq c\leq 6\}$.

عدد الحالات الممكنة لـ Ω هو: $6\times 6\times 6 = 216$.

b \ c	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

a \ (b,c)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
1	(1,1,1)	(1,1,2)	(1,1,3)	(1,1,4)	(1,1,5)	(1,1,6)	(1,2,1)	(1,2,2)	(1,2,3)	(1,2,4)	(1,2,5)	(1,2,6)	(1,3,1)	(1,3,2)	(1,3,3)	(1,3,4)	(1,3,5)	(1,3,6)
2	(2,1,1)	(2,1,2)	(2,1,3)	(2,1,4)	(2,1,5)	(2,1,6)	(2,2,1)	(2,2,2)	(2,2,3)	(2,2,4)	(2,2,5)	(2,2,6)	(2,3,1)	(2,3,2)	(2,3,3)	(2,3,4)	(2,3,5)	(2,3,6)
3	(3,1,1)	(3,1,2)	(3,1,3)	(3,1,4)	(3,1,5)	(3,1,6)	(3,2,1)	(3,2,2)	(3,2,3)	(3,2,4)	(3,2,5)	(3,2,6)	(3,3,1)	(3,3,2)	(3,3,3)	(3,3,4)	(3,3,5)	(3,3,6)
4	(4,1,1)	(4,1,2)	(4,1,3)	(4,1,4)	(4,1,5)	(4,1,6)	(4,2,1)	(4,2,2)	(4,2,3)	(4,2,4)	(4,2,5)	(4,2,6)	(4,3,1)	(4,3,2)	(4,3,3)	(4,3,4)	(4,3,5)	(4,3,6)
5	(5,1,1)	(5,1,2)	(5,1,3)	(5,1,4)	(5,1,5)	(5,1,6)	(5,2,1)	(5,2,2)	(5,2,3)	(5,2,4)	(5,2,5)	(5,2,6)	(5,3,1)	(5,3,2)	(5,3,3)	(5,3,4)	(5,3,5)	(5,3,6)
6	(6,1,1)	(6,1,2)	(6,1,3)	(6,1,4)	(6,1,5)	(6,1,6)	(6,2,1)	(6,2,2)	(6,2,3)	(6,2,4)	(6,2,5)	(6,2,6)	(6,3,1)	(6,3,2)	(6,3,3)	(6,3,4)	(6,3,5)	(6,3,6)

a \ (b,c)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)
1	(1,4,1)	(1, 4,2)	(1, 4,3)	(1, 4,4)	(1, 4,5)	(1, 4,6)	(1,5,1)	(1, 5,2)	(1, 5,3)	(1, 5,4)	(1, 5,5)	(1, 5,6)	(1, 6,1)	(1, 6,2)	(1, 6,3)	(1, 6,4)	(1, 6,5)	(1, 6,6)
2	(2,4,1)	(2, 4,2)	(2, 4,3)	(2, 4,4)	(2, 4,5)	(2, 4,6)	(2,5,1)	(2, 5,2)	(2, 5,3)	(2, 5,4)	(2, 5,5)	(2, 5,6)	(2, 6,1)	(2, 6,2)	(2, 6,3)	(2, 6,4)	(2, 6,5)	(2, 6,6)
3	(3,4,1)	(3, 4,2)	(3, 4,3)	(3, 4,4)	(3, 4,5)	(3, 4,6)	(3,5,1)	(3, 5,2)	(3, 5,3)	(3, 5,4)	(3, 5,5)	(3, 5,6)	(3, 6,1)	(3, 6,2)	(3, 6,3)	(3, 6,4)	(3, 6,5)	(3, 6,6)
4	(4,4,1)	(4, 4,2)	(4, 4,3)	(4, 4,4)	(4, 4,5)	(4, 4,6)	(4,5,1)	(4, 5,2)	(4, 5,3)	(4, 5,4)	(4, 5,5)	(4, 5,6)	(4, 6,1)	(4, 6,2)	(4, 6,3)	(4, 6,4)	(4, 6,5)	(4, 6,6)
5	(5,4,1)	(5, 4,2)	(5, 4,3)	(5, 4,4)	(5, 4,5)	(5, 4,6)	(5,5,1)	(5, 5,2)	(5, 5,3)	(5, 5,4)	(5, 5,5)	(5, 5,6)	(5, 6,1)	(5, 6,2)	(5, 6,3)	(5, 6,4)	(5, 6,5)	(5, 6,6)
6	(6,4,1)	(6, 4,2)	(6, 4,3)	(6, 4,4)	(6, 4,5)	(6, 4,6)	(6,5,1)	(6, 5,2)	(6, 5,3)	(6, 5,4)	(6, 5,5)	(6, 5,6)	(6, 6,1)	(6, 6,2)	(6, 6,3)	(6, 6,4)	(6, 6,5)	(6, 6,6)

تفصيل أكثر في النظرية

طريقة الفراشة مَرَّتَيْنْ (بصرية) في عدد حلول جملة خطية من الدرجة الأولى:

نستطيع تحديد عدد الحلول بدون معرفتها وبدون حسابها بواسطة مؤشرين φ و ψ فقط.

$$\begin{cases} a\,x+b\,y=c \\ a'x+b'\,y=c' \end{cases} \text{ و } \begin{cases} \varphi = b'a - a'b \\ \psi = c'b - b'c \end{cases}$$

IL y a 3 cas :

- $\varphi \neq 0$ Le système (S) admet une unique solution.
- $\varphi = 0$
  - $\psi \neq 0$ Le système (S) n'a aucune solution.
  - $\psi = 0$ Le système (S) a une infinité de solutions.

- $\varphi \neq 0$ الجملة تقبل حل وحيد .
- $\varphi = 0$
  - $\psi \neq 0$ الجملة لا تقبل حلول .
  - $\psi = 0$ الجملة تقبل مالانهاية من الحلول .

الفراشة (1)	الفراشة (2)
Psi $\varphi = b'a - a'b$	Phi $\psi = c'b - b'c$
$b'a$ و $a'b$	$c'b$ و $b'c$
$\begin{cases} a\,x+b\,y=c \\ a'x+b'\,y=c' \end{cases}$	$\begin{cases} a\,x+b\,y=c \\ a'x+b'\,y=c' \end{cases}$

	الشروط	عدد الحلول	هندسيا
1er cas :	$\varphi \neq 0$	01	مستقيمان متقاطعان في نقطة واحدة
2ème cas :	$\varphi = 0$ و $\psi \neq 0$	00	مستقيمان متوازيان تماما
3ème cas :	$\varphi = 0$ و $\psi = 0$	∞	مستقيمان متطابقان

نحسب الإحتمالات بكسور مختزلة .

فكرة التمرين:

من **الوصف** اللغوي للحادثة إلى الشروط على **المؤشرين** ثم نترجم إلى **المجاهيل** الثلاثة .

(أ) A : " الجملة (S) تقبل مجموعة غير منتهية من الحلول "

أي $[\varphi=0$ و $\psi=0]$ أي: $[a=b$ و $3b=c]$ نثبت: $[b=a$ و $c=3a]$.

$A \subset \Omega = \{(a,b,c);\ 1\le a\le 6\ ,\ 1\le b\le 6\ ,\ 1\le c\le 6\}$

$A = \{(a,a,3a);\ 1\le a\le 6\ ,\ 1\le 3a\le 6\} = \{(a,a,3a);\ 1\le a\le 2\}$

$A=\{(a,a,3a);\ a=1$ أو $a=2\} = \boxed{\{(1,1,3);(2,2,6)\}}$, $P(A)=\dfrac{2}{216}=\boxed{\dfrac{1}{108}}$

إحتمال أن تكون "الجملة (S) تقبل مجموعة غير منتهية من الحلول" هو $\boxed{\dfrac{1}{108}}$.

(ب) B : " الجملة (S) لا تقبل حلولاً ".

معناه: $[\varphi=0$ و $\psi\neq 0]$ أي $[b=a$ و $c\neq 3a]$

(1,1,1)	(1,1,2)	~~(1,1,3)~~	(1,1,4)	(1,1,5)	(1,1,6)
(2,2,1)	(2,2,2)	(2,2,3)	(2,2,4)	(2,2,5)	~~(2,2,6)~~
(3,3,1)	(3,3,2)	(3,3,3)	(3,3,4)	(3,3,5)	(3,3,6)
(4,4,1)	(4,4,2)	(4,4,3)	(4,4,4)	(4,4,5)	(4,4,6)
(5,5,1)	(5,5,2)	(5,5,3)	(5,5,4)	(5,5,5)	(5,5,6)
(6,6,1)	(6,6,2)	(6,6,3)	(6,6,4)	(6,6,5)	(6,6,6)

$B=\{(a,a,c)\} - \{(1,1,3);(2,2,6)\}$

عدد الحالات الملائمة هو $6\times 6 - 2 = 34$

$P(B)=\dfrac{34}{216}=\boxed{\dfrac{17}{108}}$.

(جـ) C : "الجملة (S) تقبل حلاً واحداً " معناه : $\varphi\neq 0$ معناه : $b\neq a$.

$P(C)=\dfrac{216-6\times 6}{216}=\boxed{\dfrac{5}{6}}$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
						(1,2,1)	(1,2,2)	(1,2,3)	(1,2,4)	(1,2,5)	(1,2,6)	(1,3,1)	(1,3,2)	(1,3,3)	(1,3,4)	(1,3,5)	(1,3,6)
(2,1,1)	(2,1,2)	(2,1,3)	(2,1,4)	(2,1,5)	(2,1,6)							(2,3,1)	(2,3,2)	(2,3,3)	(2,3,4)	(2,3,5)	(2,3,6)
(3,1,1)	(3,1,2)	(3,1,3)	(3,1,4)	(3,1,5)	(3,1,6)	(3,2,1)	(3,2,2)	(3,2,3)	(3,2,4)	(3,2,5)	(3,2,6)						
(4,1,1)	(4,1,2)	(4,1,3)	(4,1,4)	(4,1,5)	(4,1,6)	(4,2,1)	(4,2,2)	(4,2,3)	(4,2,4)	(4,2,5)	(4,2,6)	(4,3,1)	(4,3,2)	(4,3,3)	(4,3,4)	(4,3,5)	(4,3,6)
(5,1,1)	(5,1,2)	(5,1,3)	(5,1,4)	(5,1,5)	(5,1,6)	(5,2,1)	(5,2,2)	(5,2,3)	(5,2,4)	(5,2,5)	(5,2,6)	(5,3,1)	(5,3,2)	(5,3,3)	(5,3,4)	(5,3,5)	(5,3,6)
(6,1,1)	(6,1,2)	(6,1,3)	(6,1,4)	(6,1,5)	(6,1,6)	(6,2,1)	(6,2,2)	(6,2,3)	(6,2,4)	(6,2,5)	(6,2,6)	(6,3,1)	(6,3,2)	(6,3,3)	(6,3,4)	(6,3,5)	(6,3,6)

(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)
(1,4,1)	(1,4,2)	(1,4,3)	(1,4,4)	(1,4,5)	(1,4,6)	(1,5,1)	(1,5,2)	(1,5,3)	(1,5,4)	(1,5,5)	(1,5,6)	(1,6,1)	(1,6,2)	(1,6,3)	(1,6,4)	(1,6,5)	(1,6,6)
(2,4,1)	(2,4,2)	(2,4,3)	(2,4,4)	(2,4,5)	(2,4,6)	(2,5,1)	(2,5,2)	(2,5,3)	(2,5,4)	(2,5,5)	(2,5,6)	(2,6,1)	(2,6,2)	(2,6,3)	(2,6,4)	(2,6,5)	(2,6,6)
(3,4,1)	(3,4,2)	(3,4,3)	(3,4,4)	(3,4,5)	(3,4,6)	(3,5,1)	(3,5,2)	(3,5,3)	(3,5,4)	(3,5,5)	(3,5,6)	(3,6,1)	(3,6,2)	(3,6,3)	(3,6,4)	(3,6,5)	(3,6,6)
					(4,4,6)	(4,5,1)	(4,5,2)	(4,5,3)	(4,5,4)	(4,5,5)	(4,5,6)	(4,6,1)	(4,6,2)	(4,6,3)	(4,6,4)	(4,6,5)	(4,6,6)
(5,4,1)	(5,4,2)	(5,4,3)	(5,4,4)	(5,4,5)								(5,6,1)	(5,6,2)	(5,6,3)	(5,6,4)	(5,6,5)	(5,6,6)
(6,4,1)	(6,4,2)	(6,4,3)	(6,4,4)	(6,4,5)	(6,4,6)	(6,5,1)	(6,5,2)	(6,5,3)	(6,5,4)	(6,5,5)	(6,5,6)						

(د) D : "الجملة (S) تقبل الثنائية $(3;0)$ حلاً لها

معناه حل وحيد بدون تطابق

جرِّب جيوجبرا ...

معناه : $\varphi\neq 0$ و $(3;0)$ تحقق.

معناه : $\varphi\neq 0$ و $[3-0=3]$ و $[a\times 3-b\times 0=c]$ أي $[b\neq a$ و $c=3a]$.

$D=\{(a,b,3a), b\neq a\}=\{(1,b,3),(2,b,6), b\neq a\} \Rightarrow P(D)=\dfrac{10}{216}=\boxed{\dfrac{5}{108}}$.

$D=\{(1,2,3),(1,3,3),(1,4,3),(1,5,3),(1,6,3),(2,1,6),(2,3,6),(2,4,6),(2,5,6),(2,6,6)\}$.

طريقة توضيح الحالات الممكنة للتحقق من الأجوبة بطريقة الإحصاء مباشرة من جدول الإمكانيات ،
وهي طريقة لإثبات الحسابات الذهنية والحسابات التي لا تُظهر طريقة الحساب أو الحساب بتمعن ،
ونذكر أنها تخص عمل منزلي إذا أردنا التفصيل هكذا ...
وإذا طلب نفس التمرين في موقف رسمي لا نكتب كل شئ بل نقتصر بالمطلوب منا ...

	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
1	(1,1,1)	(1,1,2)	(1,1,3)	(1,1,4)	(1,1,5)	(1,1,6)	(1,2,1)	(1,2,2)	(1,2,3)	(1,2,4)	(1,2,5)	(1,2,6)	(1,3,1)	(1,3,2)	(1,3,3)	(1,3,4)	(1,3,5)	(1,3,6)
2	(2,1,1)	(2,1,2)	(2,1,3)	(2,1,4)	(2,1,5)	(2,1,6)	(2,2,1)	(2,2,2)	(2,2,3)	(2,2,4)	(2,2,5)	(2,2,6)	(2,3,1)	(2,3,2)	(2,3,3)	(2,3,4)	(2,3,5)	(2,3,6)
3	(3,1,1)	(3,1,2)	(3,1,3)	(3,1,4)	(3,1,5)	(3,1,6)	(3,2,1)	(3,2,2)	(3,2,3)	(3,2,4)	(3,2,5)	(3,2,6)	(3,3,1)	(3,3,2)	(3,3,3)	(3,3,4)	(3,3,5)	(3,3,6)
4	(4,1,1)	(4,1,2)	(4,1,3)	(4,1,4)	(4,1,5)	(4,1,6)	(4,2,1)	(4,2,2)	(4,2,3)	(4,2,4)	(4,2,5)	(4,2,6)	(4,3,1)	(4,3,2)	(4,3,3)	(4,3,4)	(4,3,5)	(4,3,6)
5	(5,1,1)	(5,1,2)	(5,1,3)	(5,1,4)	(5,1,5)	(5,1,6)	(5,2,1)	(5,2,2)	(5,2,3)	(5,2,4)	(5,2,5)	(5,2,6)	(5,3,1)	(5,3,2)	(5,3,3)	(5,3,4)	(5,3,5)	(5,3,6)
6	(6,1,1)	(6,1,2)	(6,1,3)	(6,1,4)	(6,1,5)	(6,1,6)	(6,2,1)	(6,2,2)	(6,2,3)	(6,2,4)	(6,2,5)	(6,2,6)	(6,3,1)	(6,3,2)	(6,3,3)	(6,3,4)	(6,3,5)	(6,3,6)

	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)
1	(1,4,1)	(1, 4,2)	(1, 4,3)	(1, 4,4)	(1, 4,5)	(1, 4,6)	(1,5,1)	(1, 5,2)	(1, 5,3)	(1, 5,4)	(1, 5,5)	(1, 5,6)	(1, 6,1)	(1, 6,2)	(1, 6,3)	(1, 6,4)	(1, 6,5)	(1, 6,6)
2	(2,4,1)	(2, 4,2)	(2, 4,3)	(2, 4,4)	(2, 4,5)	(2, 4,6)	(2,5,1)	(2, 5,2)	(2, 5,3)	(2, 5,4)	(2, 5,5)	(2, 5,6)	(2, 6,1)	(2, 6,2)	(2, 6,3)	(2, 6,4)	(2, 6,5)	(2, 6,6)
3	(3,4,1)	(3, 4,2)	(3, 4,3)	(3, 4,4)	(3, 4,5)	(3, 4,6)	(3,5,1)	(3, 5,2)	(3, 5,3)	(3, 5,4)	(3, 5,5)	(3, 5,6)	(3, 6,1)	(3, 6,2)	(3, 6,3)	(3, 6,4)	(3, 6,5)	(3, 6,6)
4	(4,4,1)	(4, 4,2)	(4, 4,3)	(4, 4,4)	(4, 4,5)	(4, 4,6)	(4,5,1)	(4, 5,2)	(4, 5,3)	(4, 5,4)	(4, 5,5)	(4, 5,6)	(4, 6,1)	(4, 6,2)	(4, 6,3)	(4, 6,4)	(4, 6,5)	(4, 6,6)
5	(5,4,1)	(5, 4,2)	(5, 4,3)	(5, 4,4)	(5, 4,5)	(5, 4,6)	(5,5,1)	(5, 5,2)	(5, 5,3)	(5, 5,4)	(5, 5,5)	(5, 5,6)	(5, 6,1)	(5, 6,2)	(5, 6,3)	(5, 6,4)	(5, 6,5)	(5, 6,6)
6	(6,4,1)	(6, 4,2)	(6, 4,3)	(6, 4,4)	(6, 4,5)	(6, 4,6)	(6,5,1)	(6, 5,2)	(6, 5,3)	(6, 5,4)	(6, 5,5)	(6, 5,6)	(6, 6,1)	(6, 6,2)	(6, 6,3)	(6, 6,4)	(6, 6,5)	(6, 6,6)

حل التمرين 58 صفحة 396: مختصر

$$\begin{cases} x-y=3 \\ ax-by=c \end{cases} \xrightarrow{\text{نحسب}} \begin{cases} \varphi=-b+a=0 \xrightarrow{\text{معناه}} a=b \\ \psi=-c+3b=0 \xrightarrow{\text{معناه}} 3b=c \end{cases}$$

$\varphi=0$ الجملة تقبل حلاً واحداً إذا $a=b$.

$\psi\neq 0$ الجملة لا تقبل حلولاً إذا $3b\neq c$.

$\psi=0$ الجملة لها حلول غير منتهية إذا $3b=c$.

$\varphi=0$ و $a=b$

لتعيين a ، b و c ، نرمي ثلاث مرات زهرة نرد وجوهها مرقمة من 1 إلى 6.

الرقم الظاهر الأول يعطي a ، الثاني يعطي b و الثالث يعطي c.

$\Omega=\{(a,b,c);\ 1\le a\le 6,\ 1\le b\le 6,\ 1\le c\le 6\}$ الممكنة هو: $6\times 6\times 6=216$.

أ) A : " الجملة (S) تقبل مجموعة غير منتهية من الحلول "

أي $[\varphi=0$ و $\psi=0]$ أي: $[a=b$ و $3b=c]$ نثبت: $[b=a$ و $c=3a]$.

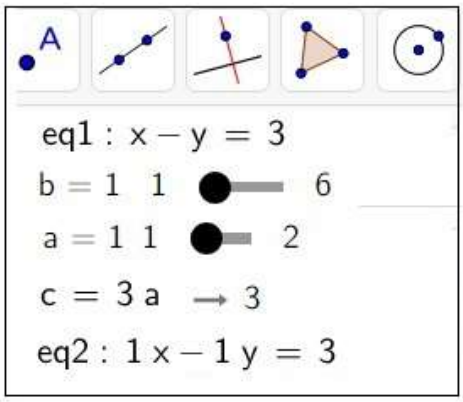
$A=\{(a,a,3a);\ a=1$ أو $a=2\}=\boxed{\{(1,1,3);(2,2,6)\}}$, $P(A)=\frac{2}{216}=\boxed{\frac{1}{108}}$

ب) B : " الجملة (S) لا تقبل حلولاً ".

معناه: $[\varphi=0$ و $\psi\neq 0]$ أي $[b=a$ و $c\neq 3a]$

عدد الحالات الملائمة هو $B=\{(a,a,c)\}-\{(1,1,3);(2,2,6)\}=6\times 6-2=34$

$P(B)=\frac{34}{216}=\boxed{\frac{17}{108}}$.



ج) C : "الجملة (S) تقبل حلاً واحداً "

أي $\varphi\neq 0$ أي $b\neq a$ إذا $P(C)=\frac{216-6\times 6}{216}=\boxed{\frac{5}{6}}$

د) D : "الجملة (S) تقبل الثنائية $(3;0)$ حلاً لها

معناه حل وحيد بدون تطابق جرّب جيوجبرا ... معناه: $\varphi\neq 0$ و $(3;0)$ تحقق.

$D=\{(a,b,3a),b\neq a\}=\{(1,b,3),(2,b,6),b\neq a\}\Rightarrow P(D)=\frac{10}{216}=\boxed{\frac{5}{108}}$.

$D=\{(1,2,3),(1,3,3),(1,4,3),(1,5,3),(1,6,3),(2,1,6),(2,3,6),(2,4,6),(2,5,6),(2,6,6)\}$.

صدر لنفس المؤلف