السلسلة رقم 03

عموميات على الدوال

- مجموعة تعريف دالة
- اتجاه التغير على مجال
- القيم الحدية
- شفعية دالة
- القراءة البيانية

التمرين رقم 01

عيّن مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة ممّا يلي:

❶ $f(x)=2x+\dfrac{1}{x}$ ❷ $f(x)=\dfrac{x^3-3x}{2}$

❸ $f(x)=x^2-\sqrt{1-4x}$ ❹ $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+3}$

❺ $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{|x|-2}$ ❻ $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2-9}$

❼ $f(x)=\sqrt{-x}+\sqrt{x+1}$ ❽ $f(x)=\sqrt{|x|+5}$

التمرين رقم 02

ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات الآتية:

❶ $f(x)=-\dfrac{3}{2}x+7 \quad ; \quad I=\mathbb{R}$

❷ $f(x)=1-x^2 \quad ; \quad I=[0;+\infty[$

❸ $f(x)=3+\sqrt{5-x} \quad ; \quad I=]-\infty;5]$

❹ $f(x)=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{9}{2} \quad ; \quad I=\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$

❺ $f(x)=\dfrac{4}{x+2}-10 \quad ; \quad I=]-2;+\infty[$

❻ $f(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{x-3}} \quad ; \quad I=]3;+\infty[$

التمرين رقم 03

ادرس شفعية الدالة f في كل حالة ممّا يلي:

❶ $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$ ❷ $f(x)=\sqrt{x^2+2020}$

❸ $f(x)=x^{2021}+\dfrac{1}{x^{2021}}$ ❹ $f(x)=x^4-2|x|$

❺ $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2+5}$ ❻ $f(x)=\dfrac{3x+1}{x^2}$

❼ $f(x)=\dfrac{x^3}{\sqrt{2x^2+1}}$ ❽ $f(x)=x-|x^2-1|$

التمرين رقم 04

1) f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$2f(x)+f(-x)=3|x|-\sqrt{x^2+1}$$

✓ بيّن أنّ f دالة زوجية ، ثمّ استنتج عبارة $f(x)$ بدلالة x.

2) g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$3g(-x)+g(x)=x^3+4x$$

✓ بيّن أنّ g دالة فردية ، ثمّ استنتج عبارة $g(x)$ بدلالة x.

التمرين رقم 05

لتكن f الدالة المعرّفة بـ: $f(x)=3-\dfrac{1}{x+1}$، (C_f) تمثيلها البياني .

1) عيّن D مجموعة تعريف الدالة f.

2) احسب $f(0)$، $f(-10)$، $f(7)$ و $f(\sqrt{3})$.

3) جد سوابق العدد 0 بالدالة f.

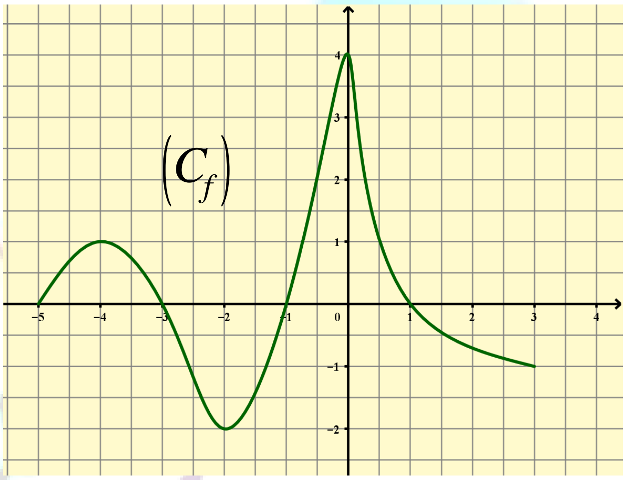
4) عيّن قيمتي العددين الحقيقيين α و β حتى تكون $A(\alpha;4)$ و $B(5;\beta)$ نقطتين من (C_f).

5) ادرس اتجاه تغير f على D ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

التمرين رقم 06

باستعمال (C_f) منحنى الدالة f الممثل في الشكل أدناه، أجب عن الأسئلة التالية:

1) عيّن D_f.
2) عيّن $f(-2)$ و $f(0)$.
3) حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$.
4) شكّل جدول إشارة الدالة f.
5) عيّن القيم الحدّية للدالة f.
6) شكّل جدول تغيرات الدالة f.



التمرين رقم 07

g دالة معرّفة على $[-5;4]$ بجدول تغيراتها كما يلي:

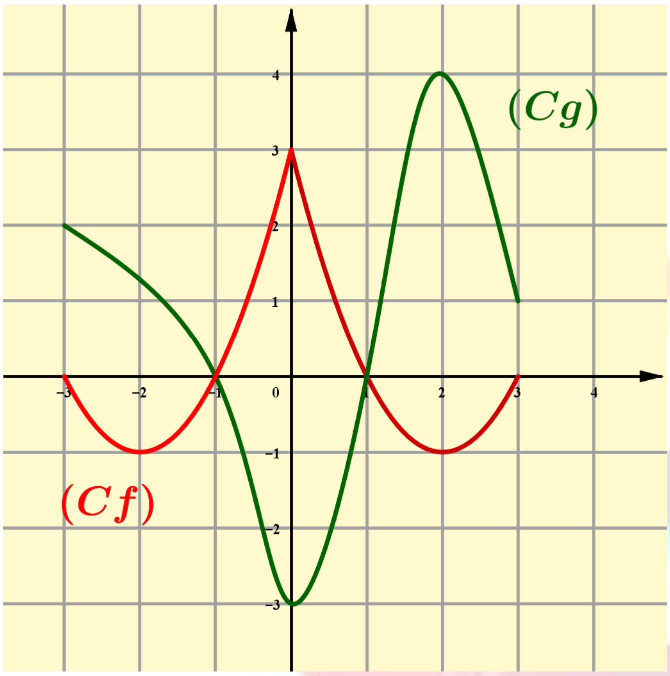
x	-5	-2	0	1	2	4
$g(x)$	-2 ↘	-3 ↗	0	2 ↘	0	-1

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس.

1) أ- ما هي سوابق العدد 0 بالدالة g ؟
ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-5;4]$.
2) عيّن -إن وجدت- القيم الحدّية للدالة g.
3) قارن بين العددين $g(-0,5)$ و $g(-0,25)$، ثمّ بين $g\left(\frac{4}{3}\right)$ و $g\left(\frac{5}{2}\right)$.
4) شكّل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال $[-5;4]$ بـ: $f(x)=-g(x)$.
5) أنشئ (C_g) و (C_f) في نفس المعلم.

التمرين رقم 08

f و g دالتان معرّفتان بيانيا كما في الشكل الموالي.



قراءة بيانية:

1) عيّن D_f و D_g.
2) عيّن الصور $f(1)$، $f(-2)$، $g(0)$ و $g(3)$.
3) قارن بين $f\left(\frac{1}{3}\right)$ و $f\left(\frac{2}{5}\right)$ مع التبرير.
4) عيّن القيم الحدية للدالة g.
5) حدّد إشارة $f(x)$ و $g(x)$ على المجال $[-3;3]$.
6) حدّد شفعية الدالة f مع التعليل.
7) شكّل جدول تغيرات كل من الدالتين f و g.
8) حل بيانيا المعادلات و المتراجحات التالية:

$f(x)+1=0$; $g(x)\geq 0$

$g(x)<f(x)$; $f(x)=g(x)$

التمرين رقم 09

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-2|x|+3$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

1) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، فسّر النتيجة بيانيا.

3) ادرس اتجاه تغير f على كل من المجالين $]-\infty;0]$ و $[0;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

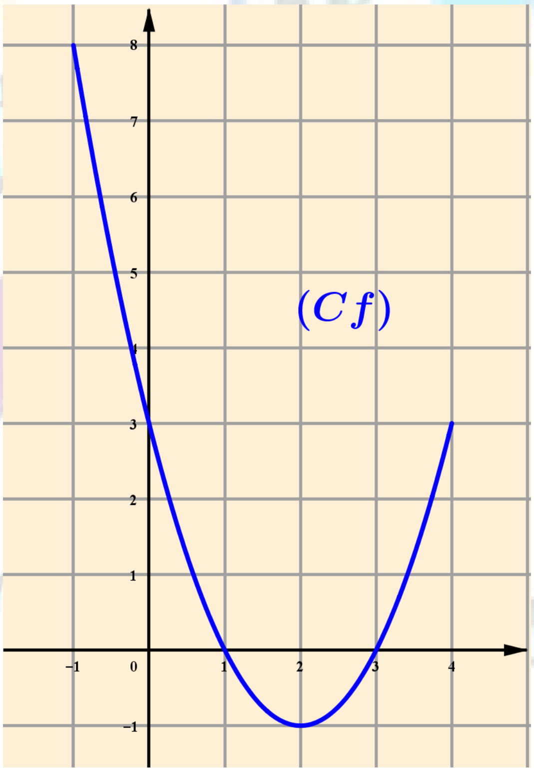
4) استنتج أنّ f تقبل قيمة حدّية يطلب تعيينها.

5) أنشئ (C_f) في معلم متعامد متجانس.

6) حل بيانيا المتراجحة $f(x)+3>0$ ، ثمّ تحقّق جبريا من النتائج.

التمرين رقم 10

f الدالة المعرّفة بتمثيلها البياني (C_f) كما يلي:



1) قراءة بيانية:

أ- عيّن D_f، $f(-1)$ ، $f(0)$ و $f(1)$.

ب- حدّد السوابق الممكنة للعددين 0 و 3 بالدالة f.

ج- شكّل جدول تغيرات الدالة f.

د- حل بيانيا المتراجحة $f(x)>0$.

2) علما أنّ عبارة f تكتب على الشكل: $f(x)=ax^2+bx+c$ ، حيث a، b و c أعداد حقيقية.

أ- اكتب كلا من $f(-1)$، $f(0)$ و $f(1)$ بدلالة a، b و c.

ب- اعتمادا على نتائج السؤال (1-أ)، جد قيم الأعداد a، b و c.

3) g دالة تآلفية تمثيلها البياني على $\mathbb{R}$ هو المستقيم (D) المار بالنقطتين $A(0;3)$ و $B(3;0)$.

أ- عيّن عبارة الدالة g، ثمّ ارسم (D) في المعلم السابق.

ب- حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$ والمتراجحة $f(x)\le g(x)$.

التمرين رقم 11

إليك فيما يلي جزء من جدول تغيرات دالة f زوجية على مجموعة تعريفها، وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

x	-4		$-\frac{5}{2}$		$-\frac{3}{2}$		0
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-3

1) عيّن D_f، ثمّ أكمل الجدول أعلاه.

2) قارن بين $f(-2)$ و $f\left(-\frac{11}{8}\right)$ ، ثمّ بين $f(1)$ و $f\left(\frac{7}{5}\right)$ مع التعليل.

3) عيّن سوابق العدد 0 بالدالة f، ثمّ استنتج إشارة $f(x)$ على D_f.

4) عيّن القيم الحدّية للدالة f.

5) أنشئ (C_f) في معلم متعامد متجانس.

التمرين رقم 12

لتكن f الدالة المعرّفة بـ: $f(x)=\dfrac{-x}{x^2-1}$، (C_f) تمثيلها البياني.

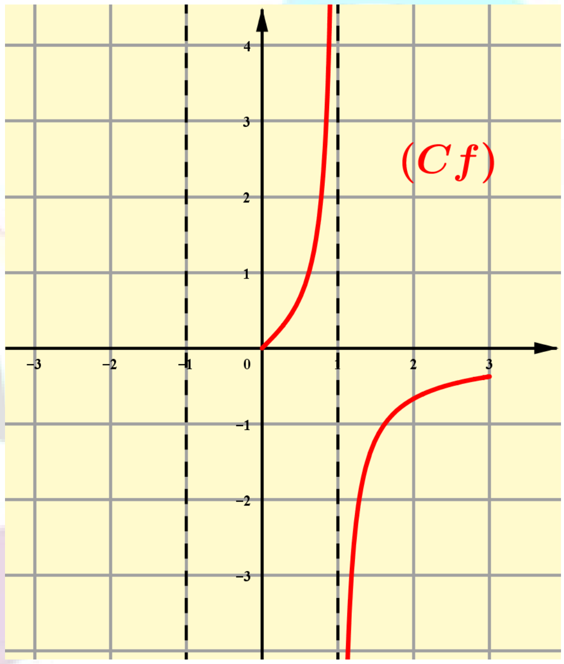
1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-1=0$ ، ثمّ استنتج مجموعة تعريف الدالة f.

2) احسب $f(0)$، $f(2)$ و $f(3)$.

3) ادرس شفعية الدالة f ، فسّر النتيجة بيانيا.

4) استنتج دون حساب كلا من $f(-2)$ و $f(-3)$.

5) إليك في الشكل الموالي جزء من (C_f).



أ- أكمل رسم المنحني (C_f) على المجموعة $D=[-3;3]-\{-1;1\}$.

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f على D.

ج- لخّص في جدول إشارة $f(x)$ على D.

التمرين رقم 13

I. نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=x^2+ax+b$$

حيث a و b عددان حقيقيان، (C_f) تمثيلها البياني.

1) عيّن قيمتي a و b علما أنّ (C_f) يشمل النقطتين $A(0;20)$ و $B(2;8)$.

2) نضع الآن: $f(x)=x^2-8x+20$.

أ- عيّن السوابق الممكنة للعدد 20 بالدالة f.

ب- تحقّق أنّه لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-4)^2+4$.

ج- ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;4]$ و $[4;+\infty[$، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

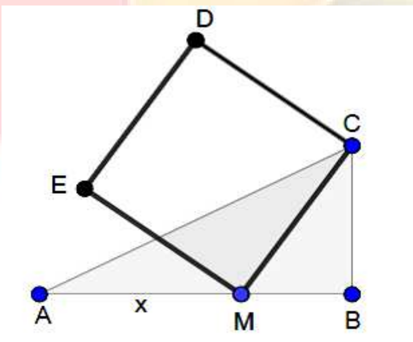
د- بيّن أنّه لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-4\geq 0$،

استنتج وجود قيمة حدّية للدالة f ثمّ عيّنها.

II. نعتبر في المستوي المثلث ABC القائم في B حيث $AB=4cm$، $BC=2cm$.

M نقطة من $[AB]$ حيث $AM=x$.

D و E نقطتان من المستوي بحيث يكون الرباعي $MCDE$ مربعا. (انظر الشكل أدناه)

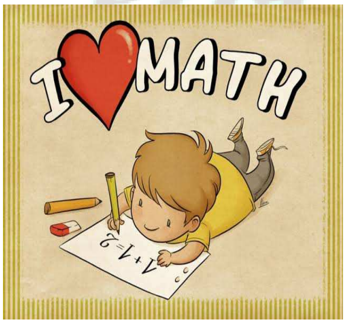


1) ما هي القيم الممكنة لـ x ؟

2) عبّر عن الطول MC بدلالة x.

3) بيّن أنّ مساحة المربع $MCDE$ هي $f(x)$.

4) استنتج قيمة x حتى تكون مساحة المربع $MCDE$ أصغر ما يمكن.



ازرع جميلا ولو في غير موضعه

فلن يضيع جميل أينما زرع

حلول سلسلة تمارين على الدوال - ج م ع ت -

ت01: تعيين مجموعة تعريف f

① $f(x)=2x+\frac{1}{x}$ (دالة ناطقة)

$D_f=\{x\in\mathbb{R} / x\neq 0\}=\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

② $f(x)=\frac{x^3-3x}{2}=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x$

$D_f=\mathbb{R}$ (دالة كثير حدود)

③ $f(x)=x^2-\sqrt{1-4x}$ (دالة صماء)

$D_f=\{x\in\mathbb{R} / 1-4x\geq 0\}$

$=\{x\in\mathbb{R} / x\leq \frac{1}{4}\}$

$=]-\infty;\frac{1}{4}]$

④ $f(x)=\frac{x-1}{x^2+3}$ (دالة ناطقة)

$D_f=\{x\in\mathbb{R} / x^2+3\neq 0\}$

$x^2+3=0$ معناه $x^2=-3$ (مستحيل)

ومنه x^2+3 لا تنعدم على $\mathbb{R}$ إذن:

$D_f=\mathbb{R}$

⑤ $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{|x|-2}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R} / x\geq 0$ و $|x|-2\neq 0\}$

$x\geq 0$ معناه $x\in[0;+\infty[$

$|x|-2\neq 0$ معناه $|x|\neq 2$

" $x\neq 2$ و $x\neq -2$

إذن: $D_f=[0;+\infty[-\{2\}$

$=[0;2[\cup]2;+\infty[$

⑥ $f(x)=\frac{2x+1}{x^2-9}$ (دالة ناطقة)

$D_f=\{x\in\mathbb{R} / x^2-9\neq 0\}$

$x^2-9\neq 0$ معناه $x^2\neq 9$

" $x\neq 3$ و $x\neq -3$

إذن: $D_f=\mathbb{R}-\{-3;3\}$

$=]-\infty;-3[\cup]-3;3[\cup]3;+\infty[$

⑦ $f(x)=\sqrt{-x}+\sqrt{x+1}$ (دالة صماء)

$D_f=\{x\in R / -x\geq 0$ و $x+1\geq 0\}$

$-x\geq 0$ معناه $x\leq 0$ معناه $x\in]-\infty;0]$

$x+1\geq 0$ " $x\geq -1$ " $x\in[-1;+\infty[$

إذن: $D_f=]-\infty;0]\cap[-1;+\infty[$

$=[-1;0]$

⑧ $f(x)=\sqrt{|x|+5}$ (دالة صماء)

$D_f=\{x\in\mathbb{R} / |x|+5\geq 0\}=\mathbb{R}$

لأن $|x|\geq 0$ لكل $x\in\mathbb{R}$ ومنه

$|x|+5\geq 0$ محققة لكل $x\in\mathbb{R}$.

ت02: دراسة اتجاه تغير f على المجال I

① $f(x)=-\frac{3}{2}x+7$; $I=\mathbb{R}$

طريقة: نختار عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I بحيث $x_1<x_2$، ثم نقارن بين $f(x_1)$ و $f(x_2)$ باستعمال خواص المتباينات.

تذكير: يتغير اتجاه متباينة عند:
* الضرب في عدد سالب
* تربيع طرفين سالبين
* قلب الطرفين

ليكن x_1 و x_2 من $\mathbb{R}$ حيث $x_1<x_2$

بالضرب في $-\frac{3}{2}$ نجد $-\frac{3}{2}x_1>-\frac{3}{2}x_2$

ومنه: $-\frac{3}{2}x_1+7>-\frac{3}{2}x_2+7$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$

إذن f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

② $f(x)=1-x^2$; $I=[0;+\infty[$

f متناقصة تماما على $[0;+\infty[$.

③ $f(x)=3+\sqrt{5-x}$; $I=]-\infty;5]$

f متناقصة تماما على $]-\infty;5]$

④ $f(x)=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{9}{2}$; $I=]-\infty;\frac{1}{2}]$

ليكن x_1 و x_2 من I حيث $x_1<x_2\leq\frac{1}{2}$

ومنه $x_1-\frac{1}{2}<x_2-\frac{1}{2}\leq 0$

(الطرفان سالبان)

$$f(-x)=(-x)^{2021}+\frac{1}{(-x)^{2021}}$$

$$=-x^{2021}-\frac{1}{x^{2021}}$$

$$=-\left(x^{2021}+\frac{1}{x^{2021}}\right)$$

$=-f(x)$ إذن f فردية.

4) $f(x)=x^4-2|x|$

$D_f=\mathbb{R}$ وهي متناظرة بالنسبة للصفر

ولدينا، $f(-x)=(-x)^4-2|-x|=f(x)$

إذن f زوجية

5) $f(x)=\frac{|x|}{x^2+5}$ ، $D_f=\mathbb{R}$

f دالة زوجية

6) $f(x)=\frac{3x+1}{x^2}$ ، $D_f=\mathbb{R}^*$

لكل $x\in\mathbb{R}^*$ فإن $-x\in\mathbb{R}^*$ ولدينا:

$$f(-x)=\frac{-3x+1}{x^2}\neq f(x)$$

وكذلك $f(-x)=-\frac{3x-1}{x^2}\neq -f(x)$

إذن f ليست زوجية وليست فردية.

7) $f(x)=\frac{x^3}{\sqrt{2x^2+1}}$ ، $D_f=\mathbb{R}$

لكل $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$ ولدينا:

$$f(-x)=\frac{-x^3}{\sqrt{2x^2+1}}=-f(x)$$

إذن f فردية

8) $f(x)=x-|x^2-1|$ ، $D_f=\mathbb{R}$

D_f متناظرة بالنسبة للصفر ولدينا:

$$f(-x)=-x-|x^2-1|\neq f(x)$$

وكذلك $f(-x)\neq -f(x)$

إذن f ليست زوجية وليست فردية

ت 04 :

1) تبيان أن f زوجية

$D_f=\mathbb{R}$ وهي متناظرة بالنسبة لـ 0 ولدينا:

$$2f(x)+f(-x)=3|x|-\sqrt{x^2+1} \quad ①$$

ومنه:

$$2f(-x)+f(x)=3|x|-\sqrt{x^2+1} \quad ②$$

عوضنا x بـ $-x$

بالتربيع نجد: $\left(x_1-\frac{1}{2}\right)^2>\left(x_2-\frac{1}{2}\right)^2$

ومنه: $\left(x_1-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{2}>\left(x_2-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$

إذن: f متناقصة تماما على $]-\infty;\frac{1}{2}]$.

5) $f(x)=\frac{4}{x+2}-10$; $I=]-2;+\infty[$

ليكن x_1 و x_2 من I حيث $-2<x_1<x_2$

ومنه $0<x_1+2<x_2+2$

بالقلب، $\frac{1}{x_1+2}>\frac{1}{x_2+2}$

ومنه: $\frac{4}{x_1+2}-10>\frac{4}{x_2+2}-10$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$

إذن، f متناقصة تماما على $]-2;+\infty[$

6) $f(x)=\frac{-1}{\sqrt{x-3}}$; $I=]3;+\infty[$

ليكن x_1 و x_2 من I حيث $3<x_1<x_2$

ومنه $0<x_1-3<x_2-3$

بجذر الطرفين: $\sqrt{x_1-3}<\sqrt{x_2-3}$

بالقلب: $\frac{1}{\sqrt{x_1-3}}>\frac{1}{\sqrt{x_2-3}}$

نضرب في -1: $\frac{-1}{\sqrt{x_1-3}}<\frac{-1}{\sqrt{x_2-3}}$

أي: $f(x_1)<f(x_2)$

إذن f متزايدة تماما على $]3;+\infty[$.

ت 03 : دراسة شفعية f ;

1) $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$ $D_f=\mathbb{R}^*$

لكل $x\in\mathbb{R}^*$ فإن $-x\in\mathbb{R}^*$ ولدينا:

$$f(-x)=\frac{(-x)^2+1}{-x}=-\frac{x^2+1}{x}=-f(x)$$

إذن: f فردية

2) $f(x)=\sqrt{x^2+2020}$ ، $D_f=\mathbb{R}$

لكل $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$ ولدينا:

$$f(-x)=\sqrt{(-x)^2+2020}=f(x)$$

إذن f زوجية

3) $f(x)=x^{2021}+\frac{1}{x^{2021}}$ ، $D_f=\mathbb{R}^*$

لكل $x\in\mathbb{R}^*$ فإن $-x\in\mathbb{R}^*$ ولدينا:

بطرح ② من ① نجد :

$f(x) - f(-x) = 0$

ومنه : $f(-x) = f(x)$

إذن f زوجية

* استنتاج عبارة $f(x)$ بدلالة x :

لدينا : $2f(x) + f(-x) = 3|x| - \sqrt{x^2+1}$

ومنه :

$3f(x) = 3|x| - \sqrt{x^2+1}$

إذن : $f(x) = \dfrac{3|x| - \sqrt{x^2+1}}{3}$

② تبيان أن g دالة فردية :

$D_g = \mathbb{R}$ وهي متناظرة بالنسبة لـ 0 ،

ولدينا : $3g(-x) + g(x) = x^3 + 4x \dots ①$

ومنه

$3g(x) + g(-x) = -x^3 - 4x \dots ②$

عوضنا بـ $-x$

بجمع ① و ② نجد :

$4g(-x) + 4g(x) = 0$

ومنه : $g(-x) = -g(x)$

إذن g فردية

* استنتاج عبارة $g(x)$ بدلالة x :

لدينا : $3g(-x) + g(x) = x^3 + 4x$

ومنه : $-3g(x) + g(x) = x^3 + 4x$

إذن : $g(x) = -\dfrac{x^3+4x}{2}$

ت 05 :

$f(x) = 3 - \dfrac{1}{x+1}$

① تعيين D مجموعة تعريف f :

f معرفة إذا وفقط إذا كان $x+1 \neq 0$

أي $x \neq -1$ إذن :

$D = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$

② حساب الصور :

$f(0) = 2$ ، $f(-10) = \dfrac{28}{9}$

$f(7) = \dfrac{23}{8}$ ، $f(\sqrt{3}) = 3 - \dfrac{1}{\sqrt{3}+1} = \dfrac{3\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1}$

3) سوابق العدد 0 بالدالة f :

هي حلول المعادلة $f(x) = 0$

أي : $3 - \dfrac{1}{x+1} = 0$

يكافئ : $\dfrac{3x+2}{x+1} = 0$

" $3x+2 = 0$ و $x+1 \neq 0$

" $x = -\dfrac{2}{3}$

للعدد 0 سابقة وحيدة بالدالة f هي $-\dfrac{2}{3}$

4) تعيين قيمتي α و β :

$f(\alpha) = 4$ معناه $A(\alpha; 4) \in (C_f)$

(نبحث عن سوابق 4 بالدالة f)

المعادلة تكافئ : $3 - \dfrac{1}{\alpha+1} = 4$

يكافئ : $-1 - \dfrac{1}{\alpha+1} = 0$

" $\dfrac{-\alpha-2}{\alpha+1} = 0$

" $-\alpha - 2 = 0$ و $\alpha + 1 \neq 0$

إذن : $\boxed{\alpha = -2}$

$f(5) = \beta$ معناه $B(5; \beta) \in (C_f)$

أي β هي صورة 5 بالدالة f ومنه

$\beta = 3 - \dfrac{1}{5+1} = 3 - \dfrac{1}{6}$

إذن $\boxed{\beta = \dfrac{17}{6}}$

5) اتجاه تغير f :

على المجال $]-\infty; -1[$:

ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين من المجال $]-\infty; -1[$ بحيث $x_1 < x_2 < -1$.

ومنه : $x_1 + 1 < x_2 + 1 < 0$

بالقلب : $\dfrac{1}{x_1+1} > \dfrac{1}{x_2+1}$

بالضرب في -1 : $-\dfrac{1}{x_1+1} < -\dfrac{1}{x_2+1}$

ومنه : $3 - \dfrac{1}{x_1+1} < 3 - \dfrac{1}{x_2+1}$

أي $f(x_1) < f(x_2)$

إذن f متزايدة تماما على $]-\infty; -1[$.

بطريقة مماثلة نجد أن f متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

ت 06 :
بقراءة بيانية :
1) $D_f=[-5;3]$
2) $f(-2)=-2$ ، $f(0)=4$
3) حلول المعادلة $f(x)=0$ بيانيا هي فواصل تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل
$S=\{-5;-3;-1;1\}$
4) جدول إشارة $f(x)$:

x	-5		-3		-1		1		3
$f(x)$	0	+	0	−	0	+	0	−	

5) القيم الحدية للدالة f :
قيمة حدية عظمى هي 4 تبلغها عند 0.
وقيمة حدية صغرى هي -2 تبلغها عند -2.
6) جدول تغيرات f :

x	-5		-4		-2		0		3
$f(x)$	0	↗	1	↘	-2	↗	4	↘	-1

ت 07 :
1) أ- سوابق العدد 0 بالدالة g هي: 0 و 2.
ب- إشارة $g(x)$ على $[-5;4]$:

x	-5		-2		0		1		2		4
$g(x)$	-2	↘	-3	↗	0	↗	2	↘	0	↘	-1

ومنه إشارة $g(x)$ تعطى كما يلي :

x	-5		0		2		4
$g(x)$		−	0	+	0	−	

2) القيم الحدية :
للدالة g قيمة حدية كبرى هي 2 تبلغها عند 1
وقيمة حدية صغرى هي -3 تبلغها عند -2.
3) للمقارنة :
لدينا : $-0,5 < -0,25$ و g متزايدة تماما على المجال $[-2;1]$ ومنه :
$g(-0,5) < g(-0,25)$
لأن الدالة المتزايدة تحفظ الترتيب.
لدينا : $\frac{4}{3} < \frac{5}{2}$
و g متناقصة تماما على المجال $[1;4]$
ومنه $g(\frac{4}{3}) > g(\frac{5}{2})$
لأن الدالة المتناقصة تعكس الترتيب.
4) جدول تغيرات الدالة f :
$f(x) = -g(x)$

x	-5		-2		0		1		2		4
$f(x)$	2	↗	3	↘	0	↘	-2	↗	0	↗	1

5) (C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل.
(الإنشاء يترك لكم)

ت 08 :
بقراءة بيانية :
1) $D_f = D_g = [-3;3]$
2) $f(1)=0$ ، $f(-2)=-1$ ، $g(0)=-3$ ، $g(3)=1$
3) المقارنة :
لدينا : $\frac{1}{3} < \frac{2}{5}$ ...(1)
f متناقصة تماما على $[0;2]$ ...(2)
من (1) و(2) نجد أن : $f(\frac{1}{3}) > f(\frac{2}{5})$.
4) القيم الحدية للدالة g :
-3 هي قيمة حدية صغرى للدالة g عند 0.
4 " " كبرى " " عند 2.
5) إشارة $f(x)$ و $g(x)$ على $[-3;3]$:

x	-3		-1		1		3
$f(x)$	0	−	0	+	0	−	0

x	-3		-1		1		3
$g(x)$		+	0	−	0	+	

6) شفعية f : f دالة زوجية لأن (C_f) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب.
7) جدول تغيرات كل من f و g :

x	-3		-2		0		2		3
$f(x)$	0	↘	-1	↗	3	↘	-1	↗	0

x	-3		0		2		3
$g(x)$	2	↘	-3	↗	4	↘	1

4) حل بيانيا المعادلات والمتراجحات :

$f(x)+1=0$ تكافئ $f(x)=-1$

حلول هذه المعادلة بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=-1$

$S=\{-2;2\}$

$g(x)\geq 0$: حلول هذه المتراجحة بيانيا هي فواصل (C_g) الواقعة فوق محور الفواصل مع فواصل نقط التقاطع : $S=[-3;-1]\cup[1;3]$

$g(x)<f(x)$: حلول هذه المتراجحة بيانيا هي فواصل (C_g) الواقعة تحت (C_f) $S=]-1;1[$

$f(x)=g(x)$ حلول هذه المعادلة بيانيا هي فواصل النقط المشتركة بين (C_f) و (C_g) .

$S=\{-1;1\}$

ت 9 ع

$f(x)=x-2|x|+3$

1) كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة : لدينا

$|x|=\begin{cases}x & ; x\geq 0\\ -x & ; x\leq 0\end{cases}$

ومنه : $f(x)=\begin{cases}-x+3 & ; x\geq 0\\ 3x+3 & ; x\leq 0\end{cases}$

2) حل المعادلة $f(x)=0$

تكافئ : $-x+3=0$ مع $x\geq 0$

أو $3x+3=0$ مع $x\leq 0$

ومنه $x=3$ (مقبول)

أو $x=-1$ "

إذن $S=\{-1;3\}$

التفسير البياني :

$(C_f)\cap(xx')=\{(-1;0);(3;0)\}$

3) اتجاه تغير f :

f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$

" متناقصة " " $[0;+\infty[$

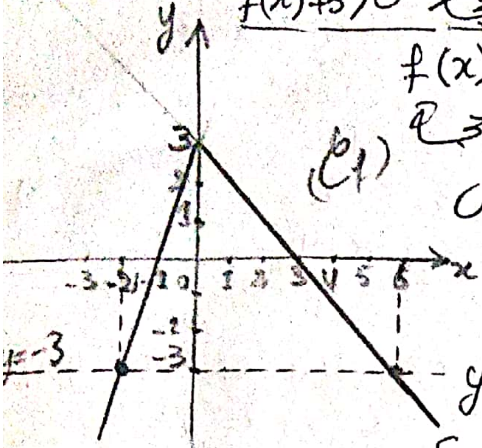
جدول التغيرات :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	3	↘

4) من جدول التغيرات : نستنتج أن 3 قيمة حدية كبرى للدالة f عند 0 .

5) إنشاء (C_f) :

(نستعين بجدول مساعد)



6) حلول المتراجحة $f(x)+3>0$

تكافئ : $f(x)>-3$

حلول هذه المتراجحة بيانيا هي فواصل (C_f) الواقعة فوق المستقيم ذي المعادلة $y=-3$

إذن : $S=]-2;6[$

التأكد جبريا :

$f(x)=\begin{cases}-x+3 & ; x\geq 0\\ 3x+3 & ; x\leq 0\end{cases}$

تكافئ $f(x)>-3$: $\begin{cases}-x+3>-3 & ; x\geq 0\\ 3x+3>-3 & ; x\leq 0\end{cases}$

تكافئ : $\begin{cases}x<6 & ; x\geq 0\\ x>-2 & ; x\leq 0\end{cases}$

ومنه : $x\in[0;6[\cup]-2;0]$

إذن : $S=]-2;6[$

ت 10 ع

1) بقراءة بيانية :

أ. $D_f=[-1;4]$ ، $f(-1)=8$ ، $f(0)=3$ ، $f(1)=0$

ب- سوابق العدد 0 بالدالة f هي 1 و 3 .

" " 3 " " " 0 و 4 .

ج- جدول تغيرات f :

x	-1	2	4
$f(x)$	8 ↘	-1	↗ 3

د- حلول المتراجحة $f(x)>0$ بيانيا هي فواصل النقط من (C_f) الواقعة فوق محور الفواصل

$S=[-1;1[\cup]3;4]$

2) علما أن : $f(x)=ax^2+bx+c$

أ- $f(-1)=a-b+c$ ، $f(1)=a+b+c$ ، $f(0)=c$

ب- تعيين قيم a و b و c :

مما سبق : $f(0)=3$ ومنه $\boxed{c=3}$

$f(1)=0$ ومنه $a+b+3=0$

$f(-1)=8$ ومنه $a-b+3=8$

بالجمع نجد $2a+6=8$ ومنه $\boxed{a=1}$

نعوض a بقيمتها فنجد: $1+b+3=0$ ومنه $\boxed{b=-4}$

إذن: $f(x)=x^2-4x+3$.

3) أ- تعيين عبارة الدالة g:

$g(x)=ax+b$ (دالة تآلفية)

$g(0)=3 \Rightarrow \boxed{b=3}$

$g(3)=0 \Rightarrow a\times3+3=0 \Rightarrow \boxed{a=-1}$

إذن $g(x)=-x+3$

رسم (D): في الشكل.

ب- حلول المعادلة $f(x)=g(x)$ هي: $S=\{0;3\}$

" المتراجحة $f(x)\leq g(x)$ هي: $S=[0;3]$

ت 11

1) $D_f=[-4;4]$ f الدالة زوجية

x	-4		$-\frac{5}{2}$		$-\frac{3}{2}$		0		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$		4
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	↗	1	↘	0	↘	-3	↗	0	↗	1	↘	$\frac{1}{2}$

2) المقارنة: بنفس الطريقة المذكورة سابقا:

$f(-\frac{11}{8})<f(-2)$ ، $f(1)<f(\frac{7}{5})$

3) سوابق 0 بالدالة f هي: $-\frac{3}{2}$ و $\frac{3}{2}$.

x	-4		$-\frac{3}{2}$		$\frac{3}{2}$		4
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4) القيم الحدية للدالة f:

-3 قيمة حدية صغرى للدالة f عند 0،

1 " كبرى " " " $-\frac{5}{2}$ و $\frac{5}{2}$.

5) إنشاء (C_f) يترك لكم

ت 12

$f(x)=\frac{-x}{x^2-1}$

1) الدالة $x^2-1=0$ تكافئ $x^2=1$

$x=1$ أو $x=-1$

إذن: $D_f=\mathbb{R}-\{-1;1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$

2) حساب الصور: $f(0)=0,\ f(2)=-\frac{2}{3},\ f(3)=-\frac{3}{8}$

3) شفعية f: لكل $x\in D_f$ فإن $-x\in D_f$ ولدينا:

$f(-x)=\frac{-(-x)}{(-x)^2-1}=\frac{x}{x^2-1}=-f(x)$

إذن f دالة فردية.

التفسير البياني: (C_f) متناظر بالنسبة إلى المبدأ.

4) الاستنتاج:

$f(-2)=-f(2)=\frac{2}{3}$

$f(-3)=-f(3)=\frac{3}{8}$

5) أ- إكمال رسم (C_f) على D

Prof: Khelouf Sarra

ب- جدول تغيرات f:

x	-3		-1		1		3
$f(x)$	$\frac{3}{8}$	↗	‖	↗	‖	↗	$-\frac{3}{8}$

ج- إشارة $f(x)$ على D:

x	-3		-1		0		1		3
$f(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	

ت 13

$f(x)=x^2+ax+b$

I

1) تعيين قيمتي a و b:

$f(0)=20$ معناه: $\boxed{b=20}$

$f(2)=8$ معناه: $4+2a+20=8$

$\boxed{a=-8}$

2) نضع: $f(x)=x^2-8x+20$

أ- تعيين السوابق الممكنة للعدد 20 بالدالة f:

$f(x)=20$ معناه: $x^2-8x+20=20$

" $x^2-8x=0$

" $x(x-8)=0$

" $\boxed{x=0}$ أو $\boxed{x=8}$

ب- التحقق:

$(x-4)^2+4=x^2-8x+16+4$

$=x^2-8x+20$

$=f(x)$ وهو المطلوب

ج- اتجاه تغير f: باستعمال الطريقة السابقة

f متناقصة تماما على $]-\infty;4]$.

" متزايدة " " $[4;+\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f(x)$		↘	4	↗	

د- من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا:

$f(x)-4=(x-4)^2+4-4=(x-4)^2\geq0$ وهو المطلوب

$\Rightarrow f(x)-4\geq0$

نستنتج أن 4 قيمة حدية صغرى للدالة f.

II. 1) القيم الممكنة لـ x: $x\in[0;4]$

2) التعبير عن MC بدلالة x:

$MC^2=BC^2+MB^2$

$=2^2+(4-x)^2=x^2-8x+20$

$\Rightarrow MC=\sqrt{x^2-8x+20}$

3) مساحة المربع MCDE

$S=MC^2=x^2-8x+20=f(x)$

4) قيمة x حتى تكون للمساحة أصغر ما يمكن هي $\boxed{x=4}$ أي أن M تنطبق على B.