

## سلسلة الدوال العددية للثالثة تسيير (2022/04/14)

## التمرين 01:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

2. عين الأعداد الحقيقية  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  حيث:  $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{x-3}$

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5. أ- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

ب- أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما على الترتيب

$$x=5 \text{ و } x=4$$

ج- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x)=m$

6. لتكن الدالة  $h$  معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$  بالعلاقة:  $h(x) = |f(x)|$

أ- أدرس إشارة  $f(x)$ .

ب- أكتب عبارة  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن انشاء منحنى الدالة  $h$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم أرسمه في نفس المعلم.

## التمرين 02:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-3\}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$

1. عين الأعداد الحقيقية  $a$ ،  $b$  و  $c$  حيث:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+3}$

2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f(-6-x) + 12 = -f(x)$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

5. عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حاملتي محوري المعلم.

6. أ- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

7. عين الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تنعدم من أجل 1.

8. لتكن الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $g(x) = f(|x|)$

أ- بين ان الدالة  $g$  دالة زوجية

ب- أكتب عبارة لـ  $g(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن انشاء منحنى الدالة  $g$  انطلاقا من  $(C_f)$ .

## التمرين 03:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

2. عين الأعداد الحقيقية  $a$ ،  $b$  و  $c$  حيث:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن النقطة  $(-1; -3) \in \Omega$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
5. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2-.
6. عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامي محوري المعلم.
7. أ- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.  
ب- أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب

$$x=4 \text{ و } x=2$$

ج- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x)=m$

$$8. \text{ لتكن الدالة } h \text{ معرفة على } \mathbb{R} \text{ بالعلاقة: } h(x) = \frac{x^2 - |x| + 1}{|x| + 1}$$

أ- بين أن  $h$  دالة زوجية

ب- أكتب عبارة  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن انشاء منحنى الدالة  $h$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم أرسمه في نفس المعلم.

### التمرين 04:

أ. دالة معرفة بالعلاقة:  $g(x) = x^3 - 3x - 3$

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .

2. أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل جلا وحيدا  $\alpha$  ينتمي للمجال  $]2.10; 2.11[$ .

ب- استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

II- دالة  $f: \mathbb{R} - \{-1; 1\} \rightarrow \mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف.

2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المستقيم  $(d)$  الذي معادلته  $y = 2x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(d)$

4. أوجد فواصل النقط من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم  $(d)$

5. ثم أرسم المستقيمات المقاربة و  $(C_f)$ . (يعطى  $f(\alpha) \approx 7.3$ )

### التمرين 05:

أ. لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أنه يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل:  $f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 - 1}$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  وعين معادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C)$ .

3. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $\left[-\frac{4}{5}; -\frac{1}{2}\right]$ .

4. أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

II. لتكن الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{|x|^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$

1. أثبت أن الدالة  $h$  زوجية.

2. استنتج مما سبق كيفية إنشاء المنحنى  $(C')$  الممثل للدالة  $h$  في نفس المعلم.



## التمرين 06:

1. ليكن كثير الحدود:  $g(x) = x^3 - 3x + 2$
1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $g(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$
2. أدرس إشارة كثير الحدود  $h(x)$  حيث:  $h(x) = x.g(x)$
- II. لتكن الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{x^2}$
- $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. أحسب نهايات عند أطراف مجموعة التعريف وفسر النتيجة بيانياً.

2. بين أنه من أجل كل عدد  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ :  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^4}$

3. استنتج تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = x + 1 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}$

ب- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلته.

ج- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

5. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيد حيث  $0.25 < \alpha < 0.5$ .

6. أرسم المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمت المقاربة.

7. أحسب التكامل:  $I = \int_1^2 f(x) dx$  ثم فسر النتيجة بيانياً.



## التمرين 07:

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$  و  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد.

1. أحسب النهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف.

2. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .

3. أوجد ثلاثة أعداد حقيقية  $\alpha, \beta, \gamma$  بحيث يكون من أجل  $x$  من  $D_f$ :  $f(x) = \alpha x + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$

4. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب إعطاء معادلته.

5. أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

6. أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

7. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(\Delta)$  معامل توجيهه 1، أكتب معادلة  $(\Delta)$ .

8. أنشئ المماس  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

9. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و حامل محور الفواصل والمستقيمين  $x=0$ ،  $x=2$ .

## التمرين 08:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{2x^3 + 4x^2 + 1}{x^2}$

$(C_f)$  المنحنى الممثل لـ  $f$  في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف وفسر النتيجة بيانياً.

2. أدرس تغيرات الدالة f.

3. عين الأعداد a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من  $\mathbb{R}^*$  يكون:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x^2}$

4. أحسب  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+2)]$  ، ماذا تستنتج؟

5. أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب المائل  $(\Delta_1)$ .

6. بين أن المنحنى يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  في  $[-2, 5; -2]$

7. أرسم المنحنى  $(C_f)$  ثم استنتج إشارة  $f(x)$ .

### التمرين 09:

f دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  ب:  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$

$(C_f)$  المنحنى الممثل لf في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. عين a ، b و c حتى يكون للمنحنى  $(C_f)$  مماسا عند النقطة A حيث:  $A(2; 3)$  يوازي حامل محور

الفواصل و  $(C_f)$  يقطع حامل محور الترتيب في النقطة  $B(0; -1)$ .

2. نضع من أجل كل عدد حقيقي x من  $\mathbb{R} - \{1\}$ :  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}$

أ- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = x$  ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

3. أنشئ  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

4. لتكن الدالة g المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  ب:  $g(x) = f(x+1) - 2$ .

- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى  $(C_g)$  انطلاقا من المنحنى  $(C_f)$ .

### التمرين 10:

f دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^*$  بالعبارة:  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c إذا علمت أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  و المنحنى  $(C_f)$  يشمل النقطتين  $A(1; 0)$  و  $B(3; 0)$

2. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة -2.

4. أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .

5. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب

$$x=1 \text{ و } x=3$$

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة  $f(x) = m$

### التمرين 11:

لتكن الدالة العددية f المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ :  $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$



2. أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة:  $y = x + 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$
- ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$
3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  وعين معادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C)$ .
4. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.
5. أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

6. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  كما يلي:  $g(x) = \frac{-|x|^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$

- أ- أثبت أن الدالة  $h$  زوجية.
- ب- باستعمال المنحنى  $(C_f)$  أنشئ المنحنى  $(C_g)$ .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة:  $f(x) = m + 1$

### التمرين 12:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 3}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.
2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
3. عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامي محوري الإحداثيات.
4. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل محور تناظر معادلته  $x = 1$ .
5. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 3.
6. أ- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمماس.  
ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x) = m$
7. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  كما يلي:  $g(x) = \frac{x^2 - 2|x| + 1}{x^2 - 2|x| + 3}$
- أ- اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى  $(C_g)$  انطلاقا من المنحنى  $(C_f)$  ثم أنشئه.

### التمرين 13:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x + 1}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .
2. عين الأعداد الحقيقية  $a$ ،  $b$  و  $c$  حيث من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = a + \frac{bx + c}{x^2 + x + 1}$
3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أكتب معادلة المستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة -1.
5. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = 3$
6. أرسم  $(C_f)$ ،  $(T)$  و  $(\Delta)$
7. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = \frac{3x^2}{x^2 - |x| + 1}$

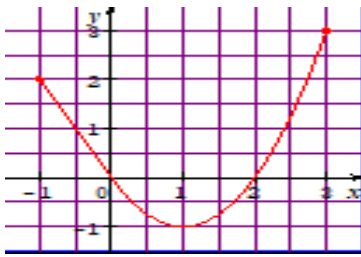
- أ- بين ان الدالة  $g$  دالة زوجية.
- ب- بين انه من اجل كل  $x \in ]-\infty; 0]$ ،  $f(x) = g(x)$
- ج- اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى  $(C_g)$  انطلاقا من المنحنى  $(C_f)$  ثم أنشئه.



## التمرين 14:

1.  $g(x) = \frac{ax^2 + b}{x^2 + x + 1}$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  
 - أوجد  $a$  و  $b$  علما أن : 4 هي قيمة حدية محلية للدالة  $g$  عند  $x_0 = -1$ .
2.  $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{x^2 + x + 1}$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ : وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.  
 1. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.  
 2. أ- أكتب معادلة المستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.  
 ب- تحقق أن  $(T)$  يشمل النقطة  $A(-1; 4)$ .  
 3. أنشئ المنحنى  $(C_f)$  و  $(T)$ .  
 4. عين الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تنعدم من اجل 1.  
 5. لتكن الدالة  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $h(x) = \frac{5x^2 + 3x + 5}{x^2 + x + 1}$ .  
 أ- تحقق أنه من اجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $h(x) = f(x) + 3$ .  
 ب- اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم أرسمه.

## التمرين 15:



- التمثيل البياني المقابل هو لدالة  $g$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $[-1; 3]$
1. عين بيانيا إشارة  $g(x)$  ثم إشارة  $g'(x)$ .
  2. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[-1; 3]$  بـ  $f(x) = [g(x)]^2$ .
  3. أحسب  $f'(x)$  بدلالة  $g(x)$  و  $g'(x)$  ثم استنتج إشارة  $f'(x)$ .

## التمرين 16:

1. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بـ  $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$  وليكن  $(C_g)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.
1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  محصورا بين 1,6 و 1,7.
  3. استنتج، حسب قيم  $x$ ، إشارة  $g(x)$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .
2. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بـ  $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$
- وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; I, J)$  (الوحدة: 4cm)
1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ . أعط تفسيراً بيانياً للنتيجتين.
  2. بين أنه من كل  $x$  من  $]-1; +\infty[$ ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$ .
  3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  4. عين معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.
  5. تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $]-1; +1[$ ،  $f(x) - (-x + 1) = \frac{x^3(x-1)}{x^3+1}$ .
  6. بعد دراسة إشارة  $f(x) - (-x + 1)$  استنتج وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمماس  $(\Delta)$ . فسر النتيجة بيانياً.
  7. ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .



### التمرين 17:

- مؤسسة تصنع منتجا  $q$  ( $q$  مقدر بالآلاف)، الكلفة الإجمالية لصنع  $q$  وحدة من هذا المنتج معطاة بالدالة:  
 $C(q) = 0,75q^3 - 7,5q^2 - 11q + 400$  حيث  $q \in [1;12]$  و  $C(q)$  مقدر بمئات الدنانير
- احسب  $C'(x)$  وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $C$  على المجال  $[1;12]$ .
  - عين عدد الوحدات المنتجة (مقربة إلى 0,1) الذي يعطي كلفة صغرى، وأعط قيمة هذه الكلفة.

### التمرين 18:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0;700]$  بـ  $f(x) = \frac{1}{25}x + 100 + \frac{540000}{x^2}$

1. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند 0. فسر بيانيا النتيجة.

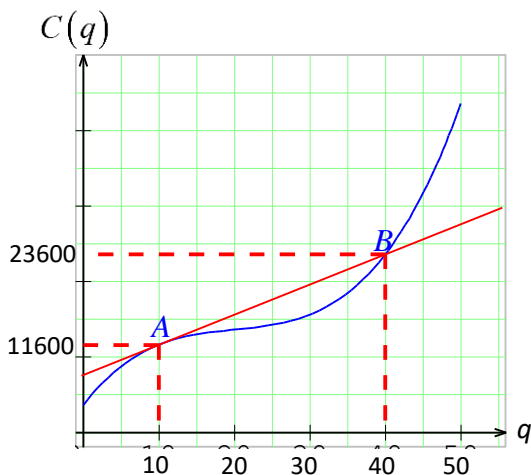
2. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0;700]$ ،  $f'(x) = \frac{(x-300)(x^2+300x+90000)}{25x^3}$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

4. تنتج إحدى الورشات على الأقل 100 وحدة وعلى الأكثر 700 وحدة. توصف الكلفة الهامشية  $C_m$  لإنتاج وحدة إضافية على المجال  $[100;700]$  بالدالة  $f$ . نرمز بـ  $C(x)$  إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج  $x$  وحدة. علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج المائة (100) وحدة الأولى هي  $16000 DA$ ، عين عبارة الكلفة الإجمالية  $C(x)$ .

### التمرين 19:

المنحني البياني التالي هو لدالة الكلفة الإجمالية  $C$  لمصنع ينتج مواد أولية للبناء المستقيمان  $T$  و  $T'$  مماسان للمنحني في النقطتين  $A$  و  $B$  على الترتيب. الوحدات المنتجة  $q$  مقدر بالآلاف الأطنان حيث  $q \in [0;50]$  والكلفة مقدر بمئات الدنانير



1. بقراءة بيانية عين  $C'(40)$

ب. كلفة إنتاج 40 ألف طن من المنتج  $q$ .

الدالة  $C$  الممثلة بيانيا معرفة على  $[0;50]$  بـ:

$$C(q) = q^3 - 60q^2 + 1300q + 3600$$

3. أ. عين دالة الكلفة الهامشية  $C_m$ .

ب. تحقق بالحساب من نتائج السؤال 1.

### التمرين 20:

الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 6x + 1$

$(C_f)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس

- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .
- أ. عين الدالة المشتقة للدالة  $f$  ثم أدرس إشارتها.  
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .  
ج- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- أ. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة  $A(0;1)$ .  
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  والمماس  $(T)$ .
- بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
- مثل المنحني  $(C_f)$  و  $(T)$ .



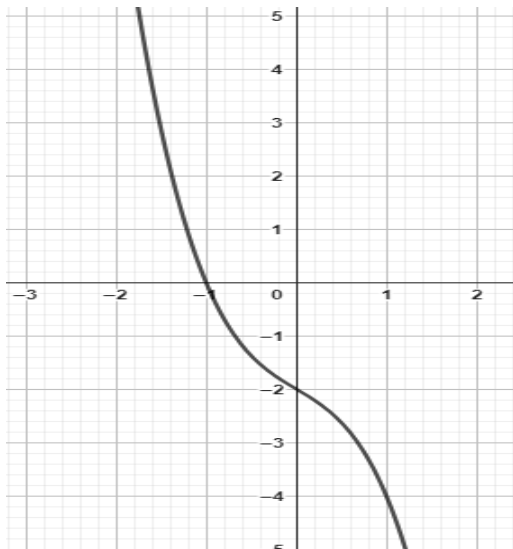
لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; 3[ \cup ]3; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

(c) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أوجد العدد الحقيقي  $a$  حيث من اجل كل  $x$  من  $]-\infty; 3[ \cup ]3; +\infty[$  فإن:  $f(x) = a - \frac{5}{x-3}$
2. أ- احسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها  
ب- فسر النتائج بيانيا.
3. احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها وشكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
4. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (c) مع محوري الإحداثيات.
5. اكتب معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس المنحنى (c) عند النقطة ذات الفاصلة 4.
6. هل توجد مماسات للمنحنى (c) موازية للمماس  $(\Delta)$ .
7. أنشئ (c) والمستقيمات المقاربة.

1. ا.  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = -x^3 - x - 2$  و  $(\Gamma)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.

**بقراءة بيانية عين:**



1. إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$
2. نهايات الدالة  $g$  عند أطراف مجموعة تعريفها.
- ii. الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = -x - 1 + \frac{x+1}{x^2}$  تمث  $(C_f)$  في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  وفسر النتيجة بيانيا.
3. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :  $\frac{g(x)}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3}$   
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أ- بين ان المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x - 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .  
ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$ .
5. أكتب معادلة للمستقيم  $(D)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A\left(-2, \frac{5}{4}\right)$
6. أحسب  $f(1)$  ثم أرسم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$
7. لتكن الدالة  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$  بالعلاقة:  $h(x) = f(-|x|)$   
أ- أثبت أن الدالة  $h$  دالة زوجية.  
ب- اشرح كيف يمكن انشاء  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h$  ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.
8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة:  $f(x) = m$

