

## سلسلة الدوال العددية للثلاثة تسخير (2022/04/14)

## التمرين 01:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\{3; -1\} - \mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$  ول يكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

$$f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{x-3} \text{ حيث: } \alpha, \beta, \gamma$$

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5. أ- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

ب- أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما على الترتيب

$$x=5 \text{ و } x=4$$

ج- نقاش بياني حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x)=m$

6. لتكن الدالة  $h$  معرفة على  $\{3; -1\} - \mathbb{R}$  بالعبارة:  $h(x) = |f(x)|$ .

أ- أدرس إشارة  $f(x)$ .

ب- أكتب عبارة  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء منحنى الدالة  $h$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه في نفس المعلم.

## التمرين 02:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\{-3\} - \mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$  ول يكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(J, i; 0)$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+3} \text{ حيث: } a, b, c$$

2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f(x) + 12 = -f(-x) - 6$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

5. عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حاملي محوري المعلم.

6. أ- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

7. عين الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تنعدم من أجل 1.

8. لتكن الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة:  $g(x) = f(|x|)$ .

أ- بين ان الدالة  $g$  دالة زوجية

ب- أكتب عبارة  $g(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء منحنى الدالة  $g$  انطلاقاً من  $(C_f)$ .

## التمرين 03:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\{-1\} - \mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$  ول يكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(J, i; 0)$

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1} \text{ حيث: } a, b, c$$

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن النقطة  $(-1; -3)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
5. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2.
6. عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حاملي محوري المعلم.
7. أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

ب- أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما على الترتيب

$$x=2 \quad x=4$$

ج- نقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة

$$h(x) = \frac{x^2 - |x| + 1}{|x| + 1} \quad \text{لتكن الدالة } h \text{ معرفة على } \mathbb{R} \text{ بالعبارة:}$$

أ- بين أن  $h$  دالة زوجية

ب- أكتب عبارة  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء منحنى الدالة  $h$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه في نفس المعلم.

### التمرين 04:

1. دالة معرفة بالعبارة:  $g(x) = x^3 - 3x - 3$
1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .
2. أ- بين أن المعادلة  $0 = g(x)$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  ينتمي للمجال  $[2.10; 2.11]$ .
- ب- استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
- II. دالة  $\{1; 1\} - \mathbb{R}$  بالعبارة:  $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1}$
1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف.
2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  على  $\{1; 1\} - \mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المستقيم  $(d)$  الذي معادلته  $y = 2x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(d)$ .
4. أوجد فواصل النقط من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس موازياً للمستقيم  $(d)$ .
5. ثم أرسم المستقيمات المقاربة و  $(C_f)$ . (يعطى  $\alpha \approx 7.3$ ).

### التمرين 05:

1. لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\{1; 1\} - \mathbb{R}$  كما يلي:
- $$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$$
- ول يكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
1. بين أنه يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل:  $f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 - 1}$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية يطلب تعينها.
2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  وعين معادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .
3. بين أن المعادلة  $0 = f(x)$  تقبل حلاً وحيداً في المجال  $\left[ \frac{-4}{5}; \frac{-1}{2} \right]$ .
4. أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .
- II. لتكن الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $\{1; 1\} - \mathbb{R}$  كما يلي:
- $$h(x) = \frac{|x|^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$$
1. أثبت أن الدالة  $h$  زوجية.
2. استنتاج مما سبق كيفية إنشاء المنحنى  $(C')$  الممثل للدالة  $h$  في نفس المعلم.

## التمرين 06:

- I. ليكن كثير الحدود:  $g(x) = x^3 - 3x + 2$
1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $g(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$
  2. أدرس إشارة كثير الحدود  $h(x)$  حيث:  $h(x) = x \cdot g(x)$ .
- II. لتكن الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:
- $$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{x^2}$$
- (C<sub>f</sub>) المنحني الممثل للدالة  $f$  في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .
1. أحسب نهايات عند أطراف مجموعة التعريف وفسر النتيجة بيانيا.
  2. بين أنه من أجل كل عدد  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ :  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^4}$
  3. استنتاج تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  4. أ- تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = x + 1 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}$
  - ب- بين أن المنحني (C<sub>f</sub>) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعين معادلته.
  - ج- أدرس وضعية المنحني (C<sub>f</sub>) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.
  5. بين أن المعادلة  $0 = f(x)$  تقبل حل وحيد حيث  $0.5 < \alpha < 0.25$ .
  6. أرسم المنحني (C<sub>f</sub>) والمستقيمات المقاربة.
  7. أحسب التكامل:  $I = \int_1^2 f(x) dx$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

## التمرين 07:

- f الدالة العددية المعرفة على  $\{-1\} - \mathbb{R}$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$  و (C<sub>f</sub>) المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعمد.
1. أحسب النهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف.
  2. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
  3. أوجد ثلاثة أعداد حقيقة  $\alpha, \beta, \gamma$  بحيث يكون من أجل  $x$  من D<sub>f</sub>:  $f(x) = \alpha x + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$
  4. بين أن المنحني (C<sub>f</sub>) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب إعطاء معادلته.
  5. أدرس وضعية المنحني (C<sub>f</sub>) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.
  6. أحسب إحداثيات نقطي تقاطع المنحني (C<sub>f</sub>) مع حامل محور الفواصل.
  7. بين أن المنحني (C<sub>f</sub>) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1، أكتب معادلة (Δ)
  8. أنشئ المماس (Δ) والمنحني (C<sub>f</sub>).
  9. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C<sub>f</sub>) و حامل محور الفواصل و المستقيمين  $x=0$  ،  $x=2$  .

## التمرين 08:

- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{2x^3 + 4x^2 + 1}{x^2}$
- (C<sub>f</sub>) المنحني الممثل لـ  $f$  في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .
1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف وفسر النتيجة بيانيا.

2. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .

3. عين الأعداد  $a$ ,  $b$  و  $c$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  يكون:

4. أحسب  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+2)]$ , ماذا تستنتج؟

5. أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب المائل  $(\Delta_1)$ .

6. بين أن المنحنى يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $a$  في  $[-2,5; -2]$ .

7. أرسم المنحنى  $(C_f)$  ثم استنتاج إشارة  $f(x)$ .

### التمرين 09:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1} : \mathbb{R} - \{1\}$$

المنحنى الممثل  $L_f$  في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. عين  $a$ ,  $b$  و  $c$  حتى يكون للمنحنى  $(C_f)$  مماسا عند النقطة  $A$  حيث:  $A(2; 3)$  يوازي حامل محور الفواصل و  $(C_f)$  يقطع حامل التراتيب في النقطة  $B(-1; 0)$ .

2. نضع من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\{1\} - \mathbb{R}$ :

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x-1} : \mathbb{R} - \{1\}$$

أ- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم جدول تغيراتها.

ج- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = x$  ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$ . أنشئ  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

3. لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:

- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى  $(C_g)$  انطلاقا من المنحنى  $(C_f)$ .

### التمرين 10:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2} : \mathbb{R}^*$$

1. عين الأعداد الحقيقية  $a$ ,  $b$  و  $c$  إذا علمت أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  والمنحنى  $(C_f)$  يشمل نقطتين  $A(1; 0)$  و  $B(3; 0)$ .

2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2.

4. أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .

5. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب  $x=1$  و  $x=3$ .

6. نقاش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x)=m$ .

### التمرين 11:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1} : \mathbb{R} - \{-1; 1\}$$

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  كما يلي:

ولتكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\{1\} - \{-1\}$ :

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$$

2. أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة:  $y = x + 1$  مقاًرب مائل للمنحنى  $(C_f)$
- ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$
3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  وعين معادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C)$ .
4. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلية 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.
5. أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .
6. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\{ -1; 1 \} \subset \mathbb{R}$  كما يلي:
- أ- أثبت أن الدالة  $h$  زوجية.
- ب- باستعمال المنحنى  $(C_f)$  أنشئ المنحنى  $(C_g)$ .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة:  $f(x) = m + 1$

### التمرين 12:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 3}$  ول يكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متواحد ومتجانس

- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.
  - أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  - عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حاملي محوري الإحداثيات.
  - بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل محور تناظر معادلته  $x = 1$ .
  - أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلية 3.
  - أ- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمماس.
- ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x) = m$
7. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\{ -1; 1 \} \subset \mathbb{R}$  كما يلي:
- أ- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى  $(C_f)$  انطلاقاً من المنحنى  $(C_g)$  ثم أنشئه.



### التمرين 13:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x + 1}$  ول يكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متواحد ومتجانس

- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .
- عين الأعداد الحقيقية  $a$  ،  $b$  و  $c$  حيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$ :

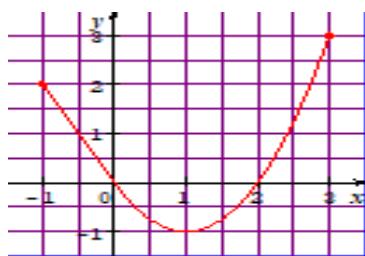
  - أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  - أكتب معادلة المستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلية 1.
  - أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = 3$ .
  - أرسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C_f)$ .

7. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:
- أ- بين ان الدالة  $g$  دالة زوجية.
- ب- بين انه من أجل كل  $x \in [-\infty; 0]$  ،  $f(x) = g(x)$
- ج- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى  $(C_g)$  انطلاقاً من المنحنى  $(C_f)$  ثم أنشئه.

## التمرين 14:

1. دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = \frac{ax^2 + b}{x^2 + x + 1}$
- أوجد  $a$  و  $b$  علماً أن : 4 هي قيمة حدية محلية للدالة  $g$  عند  $x_0 = -1$ .
11. دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{x^2 + x + 1}$  ولتكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.
1. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  2. أكتب معادلة المستقيم  $(T)$  مماس المنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.
  - بـ- تحقق أن  $(T)$  يشمل النقطة  $A(-1; 4)$ .
  3. أنشئ المنحني  $(C_f)$  و  $(T)$ .
  4. عين الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تنعدم من أجل 1.
  5. لتكن الدالة  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $h(x) = \frac{5x^2 + 3x + 5}{x^2 + x + 1}$
  - أ- تتحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $h(x) = f(x) + 3$ .
  - بـ- اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه.

## التمرين 15:



التمثيل البياني المقابل هو لدالة  $g$  معرفة وقابلة للاشتاقاق على  $[ -1; 3 ]$

1. عين بيانيا إشارة  $(x)$   $g$  ثم إشارة  $(x)'$ .
2. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[ -1; 3 ]$  بـ  $f(x) = [g(x)]^2$ .
3. أحسب  $(x)' f$  بدلالة  $(x)$   $g$  و  $(x)' g$  ثم استنتج إشارة  $(x)' f$ .

## التمرين 16:

1. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $[ -1; +\infty )$  بـ  $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$  ولتكن  $(C_g)$  تمثيلها البياني في معلم.
1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  2. بين أن المعادلة  $= 0$   $(x)$   $g$  تقبل حلولاً وحيداً  $\alpha$  محصوراً بين 1,6 و 1,7.
  3. استنتاج، حسب قيم  $x$ ، إشارة  $(x)$   $g$  على المجال  $[ -1; +\infty )$ .
  11. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[ -1; +\infty )$  بـ  $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$  ول يكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ( $O; I, J$ ) (الوحدة: 4cm)



1. أحسب  $(x) f$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ . أعط تفسيراً بيانياً للنتائجتين.
2. بين أنه من كل  $x$  من  $[ -1; +\infty )$  ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$ .
3. استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين معادلة  $L$  مماس المنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.
5. تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $[ -1; +\infty )$  ،  $f(x) - (-x + 1) = \frac{x^3(x-1)}{x^3+1}$ .
6. بعد دراسة إشارة  $(-x+1) f$  استنتاج وضعية المنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمماس  $(\Delta)$ . فسر النتيجة بيانياً.
7. ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحني  $(C_f)$ .

### التمرين 17:

- مؤسسة تصنع منتجًا  $q$  (مقدار بالآلاف)، الكلفة الإجمالية لصنع  $q$  وحدة من هذا المنتج معطاة بالدالة:  $C(q) = 0,75q^3 - 7,5q^2 - 11q + 400$  حيث  $q \in [1;12]$
1. احسب  $(C')$  وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $C$  على المجال  $[1;12]$ .
  2. عين عدد الوحدات المنتجة (مقربة إلى 0,1) الذي يعطي كلفة صغرى، وأعط قيمة هذه الكلفة.

### التمرين 18:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0;700]$  بـ  $f(x) = \frac{1}{25}x + 100 + \frac{540000}{x^2}$

1. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند 0. فسر بيانيا النتيجة.

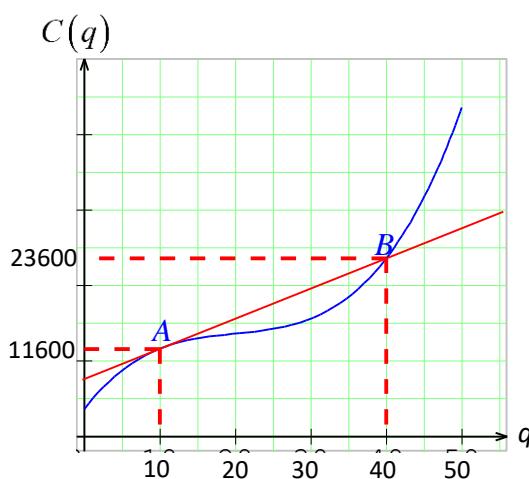
$$f'(x) = \frac{(x-300)(x^2+300x+90000)}{25x^3}$$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

4. تنتج إحدى الورشات على الأقل 100 وحدة وعلى الأكثر 700 وحدة. توصف الكلفة الهاامشية  $C_m$  لإنتاج وحدة إضافية على المجال  $[100;700]$  بالدالة  $f$ . نرمز بـ  $(C(x))$  إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج  $x$  وحدة.
- علمًا أن الكلفة الإجمالية لإنتاج المائة (100) وحدة الأولى هي 16000 DA، عين عبارة الكلفة الإجمالية  $(C(x))$ .

### التمرين 19:

المنحنى البياني التالي هو لدالة الكلفة الإجمالية  $C$  لمصنع ينتج مواد أولية للبناء المستقيمان  $T$  و  $T'$  مماسان للمنحنى في النقاطين  $A$  و  $B$  على الترتيب. الوحدات المنتجة  $q$  مقدرة بآلاف الأطنان حيث  $q \in [0;50]$  والكلفة مقدرة بمئات الدنانير



1. بقراءة بيانية عين  $(C'(40))$

- ب. كلفة إنتاج 40 ألف طن من المنتوج  $q$ .

- الدالة  $C$  الممثلة بيانيا معرفة على  $[0;50]$  بـ

$$C(q) = q^3 - 60q^2 + 1300q + 3600$$

- أ) عين دالة الكلفة الهاامشية  $C_m$ .
- ب) تحقق بالحساب من نتائج السؤال 1.

### التمرين 20:

الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 6x + 1$ .

( $C_f$ ) هو التمثيل البياني للدالة  $f$  في معلم متعمد ومتجانس



1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .
2. أ- عين الدالة المشتقة للدالة  $f$  ثم أدرس إشارتها.
- ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$ .
- ج-شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
3. أ- أكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(0;1)$ .
- ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس ( $T$ ).
4. بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين إحداثياتها.
5. مثل المنحنى  $(C_f)$  و  $(T)$ .

## التمرين 21:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[3; +\infty)$  بالعبارة:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$$

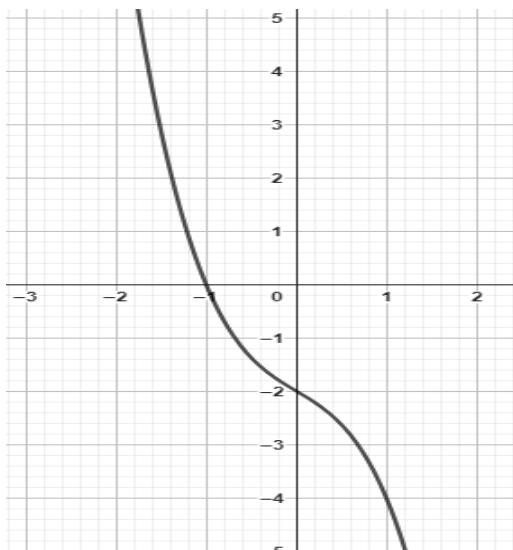
(c) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(\vec{O}; \vec{i}; \vec{j})$

1. أوجد العدد الحقيقي  $a$  حيث من أجل كل  $x$  من  $[3; +\infty)$  فإن:

  - أ- احسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها
  - ب- فسر النتائج بيانيا.
  3. احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها وشكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
  4. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيات.
  5. اكتب معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس المنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 4.
  6. هل توجد مماسات للمنحني  $(C_f)$  موازية للمماس  $(\Delta)$ .
  7. أنشئ  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

## التمرين 22:

1.  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $g(x) = -x^3 - x^2$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.



### قراءة بيانية عن:

1. إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

2. نهايات الدالة  $g$  عند أطراف مجموعة تعريفها.

II. الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ  $f(x) = -x - 1 + \frac{x+1}{x^2}$  تمثل

في معلم متعامد ومتجانس  $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  وفسر النتيجة بيانيا.

3. أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :

$$= \frac{g(x)}{x^3}$$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ- بين ان المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x - 1$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$ .

ب- أدرس وضعية المنحني  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$ .

5. اكتب معادلة للمستقيم  $(D)$  مماس المنحني  $(C_f)$  عند النقطة  $A\left(-2, \frac{5}{4}\right)$

6. أحسب  $f(1)$  ثم أرسم  $(\Delta)$  والمنحني  $(C_f)$

7. لتكن الدالة  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$  بالعبارة:

$$h(x) = f(-|x|)$$

أ- أثبت أن الدالة  $h$  دالة زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن انشاء  $(C_h)$  منحني الدالة  $h$  ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة:

$$f(x) = m$$
