ثانوية الشهيد مصطفى بن بولعيد - المعاضيد - المسيلة

يسرني أن أتقدم لكم بهذا العمل المتواضع والمتمثل في مذكرات مادة الرياضيات لسنة أولى ثانوي شعبة:

جذع مشترك علوم وتكنولوجيا

يتضمن هذه العمل:

- **مذكرة 21:** الأشعة والحساب الشعاعي.
- **مذكرة 22:** جداء شعاع بعدد حقيقي.
- **مذكرة 23:** الإرتباط الخطي لشعاعين.
- **مذكرة 24:** المعلم في المستوي.
- **مذكرة 25:** معادلة مستقيم.
- **مذكرة 26:** جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ: فراحتية المحفوظ

آخر تحديث: 18 / 11 / 2025

السنة الدراسية: 2025 / 2026

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات
فراحتية المحفوظ
prof.mahfoud.ferahtia

الأستاذ: فَراحتية المحفوظ

مذكرة رقم 21

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 01 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم.
الموضوع : الأشعة والحساب الشعاعي.

✍ **المكتسبات القبلية:** الأشعة في المستوي.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** مفهوم شعاع. الترميز. التعرف على تساوي شعاعين. التعرف على مجموع شعاعي وانشاؤه.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصـــر الـــدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	**التهيئة النفسية :** التذكير بالأشعة في المستوي.	
التشخيص والاكتشاف	**مناقشة نشاط 01 صفحة 252 :**	

أ) إكمال الجدول:

للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$	الشكل (1)	الشكل (2)	الشكل (3)	الشكل (4)
نفس المنحى	✔	✘	✔	✔
نفس الإتجاه	✘	✘	✔	✔
نفس الطّول	✔	✘	✔	✘

ب) يكون $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ في الشكل (3).

بنـــاء المعـــارف

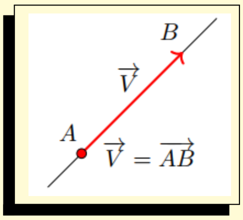
الأشعّة والحساب الشعاعي :

تعريف

✍ A ، B نقطتان من المستوي نقول أنّ الثنائية $(A;B)$ تعيّن شعاعا نرمز له بالرّمز $\overrightarrow{AB}$ أو $\overrightarrow{v}$.

✍ إذا كانت النّقطة A منطبقة على النّقطة B فإنّ الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوما ونكتب $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$.

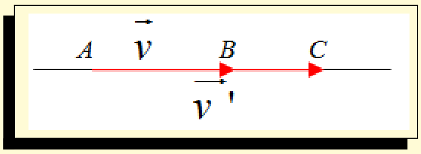
✍ يسمّى طول قطعة المستقيم $[AB]$ **طويلة الشعاع** $\overrightarrow{AB}$،
ونكتب: $\| \overrightarrow{AB} \| = AB$.



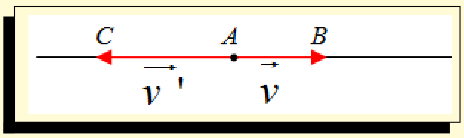
✍ إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاعا غير معدوم فإنّ **منحى** الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو منحى المستقيم (AB).

✍ إذا كان لشعاعين $\overrightarrow{v}$ ، $\overrightarrow{v'}$ نفس المنحى، وبوضع $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{v'} = \overrightarrow{AC}$ فإنّه:

* يكون للشعاعين $\overrightarrow{v}$ ، $\overrightarrow{v'}$ نفس **الاتجاه** إذا كانت النّقطة C تنتمي إلى نصف المستقيم $[AB)$.



$\overrightarrow{v}$ ، $\overrightarrow{v'}$ لهما نفس الاتجاه.



$\overrightarrow{v}$ ، $\overrightarrow{v'}$ لهما اتجاهان متعاكسان.

ملاحظة

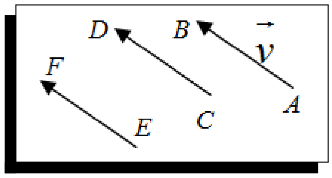
❖ ليس للشعاع المعدوم منحى.

تساوي شعاعين :

تعريف

✍ نقول عن شعاعين أنّهما متساويان إذا كان لهما نفس **المنحى**، ونفس **الاتجاه**، ونفس **الطويلة**.

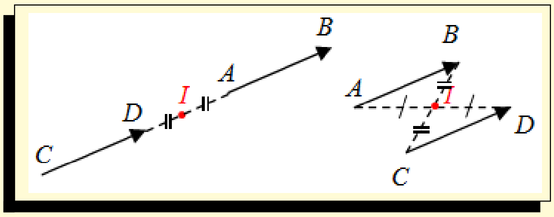
مـــثـال - 1 -



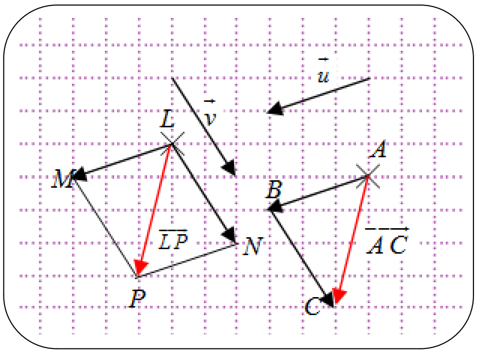
✔ $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$.

نتيجة

من أجل كلّ أربع نقط A ، B ، C و D من المستوي لدينا: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ معناه $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف.



مناقشة نشاط 02 صفحة 252 :



أ) تعليم النقطتين B ، C:

ب) يمثّل الشّعاع النّاتج $\overrightarrow{AC}$ مجموع الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$
لأنّ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ومنه $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$.

ج) تعليم النقطتين M ، N وإنشاء النقطة P:

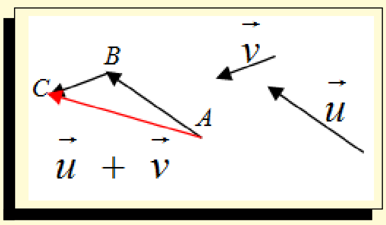
د) المقارنة بين الشّعاعين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{LP}$:
لدينا: $\vec{u} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{v} = \overrightarrow{LN} = \overrightarrow{BC}$.
ومنه $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{LN}$
$= \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{LN} = \overrightarrow{LP}$

هـ) الشّعاع النّاتج $\overrightarrow{LP}$ يمثل مجوع الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أي $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{LP}$.

مجموع شعاعين :

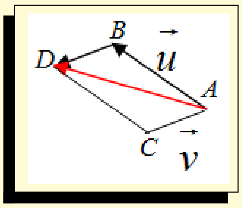
تعريف

✍ مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشّعاع الذي نرمز له بالرّمز $\vec{u} + \vec{v}$ والمعرّف كما يأتي:
بفرض A نقطة كيفية، نعلّم نقطة B بحيث $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ ثمّ نقطة C بحيث $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$ عندئذ يكون $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$.



نتائج

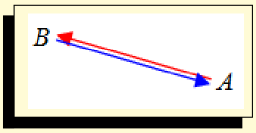
- من أجل كلّ ثلاث نقط A ، B ، C من المستوي فإنّ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (تسمّى هذه العلاقة **علاقة شال**).
- إذا مثّلنا شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ من نفس المبدأ A، (مثلا $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$) فإنّ مجموعهما $\vec{v}+\vec{u}$ يساوي $\overrightarrow{AD}$ حيث $ABDC$ متوازي أضلاع.
- إذا كان $ABDC$ متوازي أضلاع فإنّ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.



الشّعاعان المتعاكسان :

✍ من أجل كلّ نقطتين A ، B من المستوي فإن: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$.

✍ نقول عن الشّعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ أنّهما متعاكسان. نكتب: $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$.

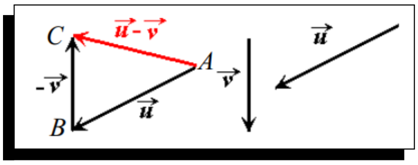


تعريف

✍ لحساب فرق الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بهذا الترتيب، نضيف إلى الشعاع $\vec{u}$ معاكس الشعاع $\vec{v}$
ونكتب: $\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$.

مــثــال - 2 -

✔ ليكن $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{CB}$ لدينا:
$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\vec{u}-\vec{v}$.



ملاحظات

❖ $\|\overrightarrow{BA}\|=\|\overrightarrow{AB}\|$.
❖ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ تعني $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متعاكسان. وتعني أيضا A منتصف $[BC]$.
❖ A، B و I ثلاث نقط من المستوي. I منتصف قطعة المستقيم $[AB]$
معناه $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ أي $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}=\vec{0}$.

استعمال خواص مجموع شعاعين (علاقة شال) :

طريقــة

✍ في مجموع شعاعين يمكن تطبيق نفس الخواص المعروفة في المجموع الجبري، مثل التبديل والتجميع.

تطبـــيق

✍ A، B، C و D أربع نقط من المستوي. بين أن:
❶ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$.
❷ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

بنـــاء المعـــارف

التقويم

التقويم

حل :

❶ باستعمال علاقة شال لدينا: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}$.
بالجمع طرف لطرف نجد $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}$.
وبما أن $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CC}=\overrightarrow{0}$ فإن $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$.
❷ ولدينا أيضا $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$.
ومنه $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ لأن ($\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DD}=\overrightarrow{0}$).

كيف نبين مساواة شعاعية ؟ :

طريقة

✍ لإثبات صحة مساواة شعاعية يمكن تفكيك أحد الطرفين والوصول إلى الطرف الأخر بإستعمال علاقة شال وعبارات شعاعية تترجم وضعيات معطاة مثل:

★ $\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{IC}$ أو $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BI}$.... للتعبير عن أن I منتصف $[BC]$.
★ $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$ للتعبير عن أن M، N منتصفي $[AB]$ ، $[AC]$ في المثلث ABC.

تطبـــيق

✍ A، B و C ثلاث نقط. I منتصف $[AB]$.
❶ بين أنه من أجل كل نقطة M فإن: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA}$.
❷ بين أن: $2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$.

حل :

❶ حسب علاقة شال لدينا: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MC}$
ومنه $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MC}=-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA}$.
❷ لدينا حسب علاقة شال: $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BI}$.
بالجمع طرف لطرف نجد $2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI})$.
بما أن $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{0}$ لأن (I منتصف $[AB]$) فإن $2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$.

تطبـــيق

✍ لتكن A، B و C ثلاث نقط من المستوي ليست على إستقامة واحدة، و ليكن $\overrightarrow{V}$ شعاع معطي بالعبارة التالية: $\overrightarrow{V}=\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ حيث M نقطة كيفية من المستوي.
❶ بين أن $\overrightarrow{V}$ شعاع ثابت.
❷ أنشئ النقطة D بحيث يكون $\overrightarrow{V}=\overrightarrow{AD}$.

عمـــل منـــزلي

☛ تمـارين 27 - 28 - 31 - 32 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 الصفحـة 274

ملاحظات حول سير الحصة :

....
....
....

الأستاذ: فراحتية المحفوظ

مذكرة رقم 22

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 01 ساعة.

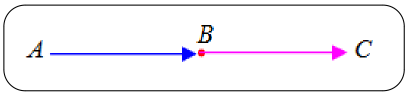
المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم.
الموضوع : جداء شعاع بعدد حقيقي.

✍ **المكتسبات القبلية:** الأشعة والحساب الشعاعي. تساوي شعاعين. مجموع شعاعين.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** التعرف على جداء شعاع بعدد حقيقي.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصر الـــدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	**التهيئة النفسية :** التذكير بالأشعة والحساب الشعاعي، تساوي شعاعين ومجموع شعاعين.	

التشخيص والاكتشاف

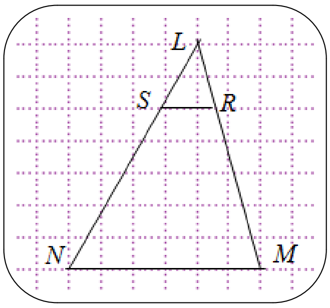
مناقشة نشاط 03 صفحة 252 :



1 أ) تعليم نقطتين متمايزتين A ، B وإنشاء النّقطة C:
لدينا: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$ معناه B منتصف $[AC]$.

ب) المقارنة بين الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$:
الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه ولكن طويلتيهما مختلفتين. ولدينا: $AC = 2AB$.

ج) التعبير عن الشّعاع $\overrightarrow{AC}$ بدلالة الشّعاع $\overrightarrow{AB}$:
لدينا: $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ ولدينا أيضا: $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.



2 أ) المقارنة بين الشعاعين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{SR}$:
الشعاعان $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{SR}$ لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه ويختلفان في الطويلة.

ب) التعبير عن $\overrightarrow{SR}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MN}$:
لدينا المثلثان LSR و LNM متشابهان ومعامل التكبير هو $\frac{7}{2}$ ومنه $\frac{MN}{SR} = \frac{7}{2}$ أي $SR = \frac{2}{7}MN$
ومنه $\overrightarrow{SR} = -\frac{2}{7}\overrightarrow{MN}$.

بنـــاء المعـــارف

جداء شعاع بعدد حقيقي :

تعريف

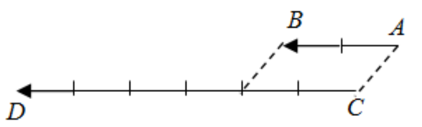
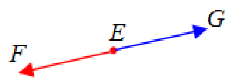
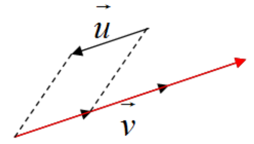
✍ $\overrightarrow{u}$ شعاع غير معدوم و k عدد غير معدوم.
جداء الشّعاع $\overrightarrow{u}$ بالعدد k هو الشّعاع الذي نرمز له بالرّمز $k\overrightarrow{u}$ والمعرّف كما يأتي:
* $\overrightarrow{u}$ و $k\overrightarrow{u}$ لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه إذا كان $k > 0$.
* $\overrightarrow{u}$ و $k\overrightarrow{u}$ لهما نفس المنحى واتجاهان متعاكسان إذا كان $k < 0$.
* طويلة الشّعاع $k\overrightarrow{u}$ تساوي جداء طويلة $\overrightarrow{u}$ بالعدد $|k|$ أي $\| k\overrightarrow{u} \| = |k| \times \| \overrightarrow{u} \|$.

ملاحظة

❖ $k\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ يكافئ $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ أو $k = 0$.

بنـــاء المعـــارف

مـــثـال - 1 -

$\overrightarrow{CD}=\frac{6}{2}\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{EG}$	$\overrightarrow{v}=-3\overrightarrow{u}$
		

خواص

$\overrightarrow{u}$ و $\overrightarrow{v}$ شعاعان و k و k' عددان حقيقيان.

① $k(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})=k\overrightarrow{u}+k\overrightarrow{v}$.

② $(k+k')\overrightarrow{u}=k\overrightarrow{u}+k'\overrightarrow{u}$.

③ $k(k'\overrightarrow{u})=(kk')\overrightarrow{u}$.

④ $1\overrightarrow{u}=\overrightarrow{u}$.

⑤ $k\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}$ يكافئ $[k=0$ أو $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}]$.

مـــثـال - 2 -

✔ $3\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}=3(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=3\overrightarrow{AC}$ (بتطبيق الخاصية ① ثم علاقة شال).

✔ $8\overrightarrow{u}-10\overrightarrow{u}=(8-10)\overrightarrow{u}=-2\overrightarrow{u}$ (بتطبيق الخاصية ②).

✔ $\frac{3}{8}\times\left(\frac{8}{3}\overrightarrow{u}\right)=\left(\frac{3}{8}\times\frac{8}{3}\right)\overrightarrow{u}=1\overrightarrow{u}=\overrightarrow{u}$ (بتطبيق الخاصية ③ ثم الخاصية ④).

✔ $4\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{0}$ يكافئ $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{0}$ وبالتالي النقطتان A و M متطابقتان.

التقويم

تطبـــيق

❶ ليكن الشعاع $\overrightarrow{w}$ حيث $(\overrightarrow{u}+1)3\overrightarrow{v}+(2+3\overrightarrow{v})\overrightarrow{u}-\left(3\overrightarrow{u}+\frac{3}{2}\overrightarrow{v}\right)2=\overrightarrow{w}$.

أ) اكتيب على الشكل $\overrightarrow{w}=\alpha\overrightarrow{u}+\beta\overrightarrow{v}$ حيث α و β عددان حقيقيان يطلب تعينهما.

❷ $\overrightarrow{u}$ شعاع و k عدد حقيقي حيث $(*)$.... $2k\overrightarrow{u}+6\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}$.

أ) عين قيمة k التي تحقق المعادلة الشعاعية $(*)$.

ب) عين الشعاع $\overrightarrow{u}$ الذي يحقق المعادلة الشعاعية $(*)$.

حل :

❶ كتابة على الشكل $\overrightarrow{w}=\alpha\overrightarrow{u}+\beta\overrightarrow{v}$ حيث α و β عددان حقيقيان:

لدينا: $6\overrightarrow{u}+6\overrightarrow{v}=(\overrightarrow{u}+1)3\overrightarrow{v}+(2+3\overrightarrow{v})\overrightarrow{u}-\left(3\overrightarrow{u}+\frac{3}{2}\overrightarrow{v}\right)2=\overrightarrow{w}$.

ومنه $\alpha=6$ و $\beta=6$.

❷ أ) تعيين قيمة k:

لدينا: $2k\overrightarrow{u}+6\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}$ يكافئ $(2k+6)\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}$ يكافئ $2k+6=0$ يكافئ $k=-3$.

ب) تعيين الشعاع $\overrightarrow{u}$:

لدينا: $2k\overrightarrow{u}+6\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}$ يكافئ $(2k+6)\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}$ يكافئ $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0}$.

عمــل منـــزلي

تمـارين 42 - 43 - 44 - 48 الصفحـة 275

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

مذكرة رقم 23

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 01 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم.
الموضوع : الإرتباط الخطي لشعاعين.

الأستاذ:
فَرَاحتِيَة المَحفُوظ

✍ **المكتسبات القبلية:** الأشعة والحساب الشعاعي. تساوي شعاعين. مجموع شعاعين. جداء شعاع بعدد حقيقي.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** التعرف على توازي شعاعين ،استقامية ثلاث نقط والارتباط الخطي.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

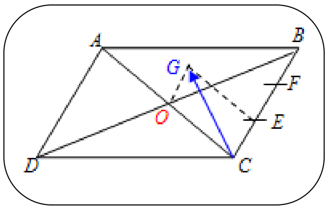
المراحل	عناصر الــدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بتساوي شعاعين، مجموع شعاعين وجداء شعاع بعدد حقيقي.

التشخيص والاكتشاف

مناقشة نشاط 04 صفحة 253 :



أ) رسم متوازي أضلاع $ABCD$ مركزه النقطة O، وتعليم النقطتين E ، F:

ب) إنشاء النقطة G:

لدينا: $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}$ يكافئ $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{EG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}$

يكافئ $\overrightarrow{EG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CO}$.

ج) التعبير عن الشّعاع $\overrightarrow{AF}$ بدلالة الشّعاع $\overrightarrow{AG}$:

لدينا: $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}\overrightarrow{CF}$ يكافئ $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{AO}+2\overrightarrow{CE}$ يكافئ $\overrightarrow{AF}=2(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OG})$ يكافئ $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{AG}$

● النقط A ، G ، F في استقامية. لأن $(AF)//(AG)$.

بنــــاء المعــــارف

الإرتباط الخطي لشعاعين :

تعريـف

✍ نقول عن شعاعين $\overrightarrow{u}$ و $\overrightarrow{v}$ أنّهما مرتبطان خطيا إذا كان أحدهما يساوي جداء الآخر بعدد حقيقي.
أي إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\overrightarrow{v}=k\overrightarrow{u}$.

ملاحظـة

❖ الشّعاع المعدوم مرتبط خطيا مع أي شعاع. بالفعل من أجل كلّ شعاع $\overrightarrow{u}$ لدينا: $\overrightarrow{0}=0\overrightarrow{u}$.

نتيجـة

يكون الشّعاعان غير المعدومين مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان لهما نفس المنحى.

مــثـال - 1 -

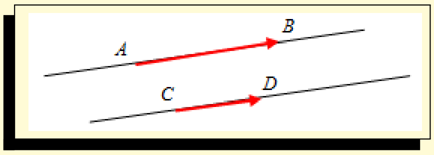
✔ لدينا: $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{CD}$ نقول عن الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ أنهما مرتبطان خطيا.
✔ لدينا: $\overrightarrow{u}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{v}$ نقول عن الشعاعان $\overrightarrow{u}$ و $\overrightarrow{v}$ أنهما مرتبطان خطيا.
✔ الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $-\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا.

بــــناء المعـــارف

التوازي والاستقامية :

مبرهنة 01

يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيين إذا وفقط إذا كان الشّعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطين خطيا.

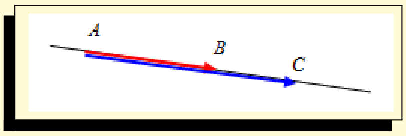


ملاحظة

❖ هذه المبرهنة هي نتيجة مباشرة للتّعريف والنتيجة السّابقة.

مبرهنة 02

تكون النّقط A ، B و C في استقامية إذا وفقط إذا كان الشّعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطيا.



ملاحظة

❖ تكون النّقط A ، B و C في استقامية إذا وفقط إذا كان $(AB)//(AC)$، وللمستقيمان (AB) و (AC) نقطة مشتركة.

حل تمرين 45 صفحة 275 :

أ) الإنشاء:

ب) تبيين أن النقط C ، B ، M في استقامية:

لدينا: $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ يكافئ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ يكافئ $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

يكافئ $\overrightarrow{CM} = 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$ يكافئ $\overrightarrow{CM} = 3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA})$ يكافئ $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CB}$ وبالتالي $(CM)//(CB)$.

وبما أن للمستقيمين نقطة مشتركة C فإن النقط C ، B ، M في استقامية.

التقويم

تطبـــــيق

✍ ABC مثلث كيفي.

❶ أنشئ النقطتين D و E بحيث $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$.

❷ بيّن أنّ النقط A ، D و E في استقامية.

❸ بيّن أنّ $(ED)//(BC)$.

❸ عبر عن $\overrightarrow{ED}$ بدلالة $\overrightarrow{BC}$.

عمـــل منـــزلي

☚ تمـاريـن 39 - 40 - 41 - 45 - 46 - 47 الصفحـة 275

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....

مذكرة رقم 24

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 01 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم.
الموضوع : المعلم في المستوي.

الأستاذ:
فَراحتِيَة المَحفوظ

المكتسبات القبلية: الأشعة والحساب الشعاعي. إحداثيا نقطة ومركبتا شعاع في معلم متعامد ومتجانس وكيفية تعليمهما.
الكفاءات المستهدفة: تعريف المعلم. التعبير عن توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم. تغيير مبدأ المعلم.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

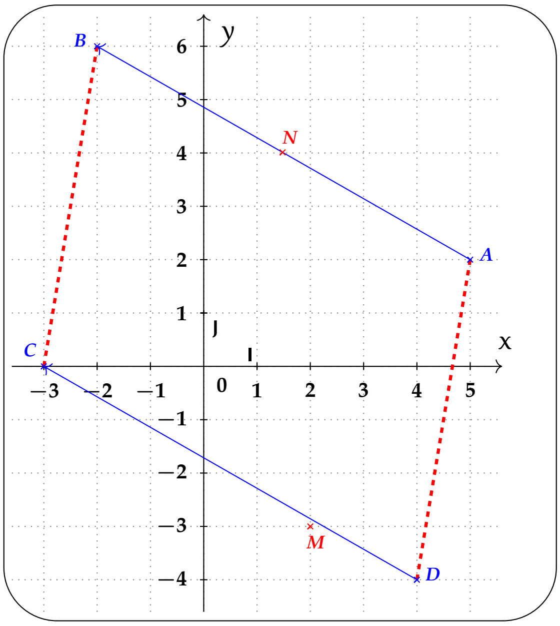
المراحل	عناصر الــدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بإحداثيا نقطة ومركبتا شعاع في معلم متعامد ومتجانس وطريقة تعليمهما.

مناقشة نشاط 05 صفحة 253 :

التشخيص والاكتشاف



أ) الرسم:

ب) إحدثيي النقط:

لدينا من المعلم $(O;I,J)$:

$A(5;2)$ ، $B(-2;6)$ ، $C(-3;0)$.

ج) تعليم N منتصف $[AB]$ وتعيين إحداثييها:

- بيانيا: من المعلم نجد $N\left(\frac{3}{2};4\right)$.
- حسابيا: لدينا:

$$N\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)=N\left(\frac{5-2}{2};\frac{2+6}{2}\right)$$
$$=N\left(\frac{3}{2};4\right)$$

د) إحداثيي كل من الشعاعين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{BC}$:

لدينا: $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A-x_O\\ y_A-y_O\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}5-0\\ 2-0\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}5\\ 2\end{pmatrix}$.

ولدينا: $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\ y_C-y_B\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3+2\\ 0-6\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\ -6\end{pmatrix}$.

ه) تعليم النقطة D:

- إحداثيي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$:

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-5\\ 6-2\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-7\\ 4\end{pmatrix}$. ولدينا: $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-3-4\\ 0+4\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-7\\ 4\end{pmatrix}$.

- بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

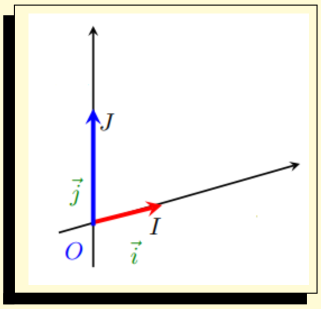
ه) تعليم النقطة M:

لدينا الثنائية $(2;-3)$ هي إحداثيتي النقطة M وتمثل المركبتين السلميتين للشعاع $\overrightarrow{OM}$.

- التعبير عن الأشعة $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{AB}$ بدلالة الشعاعين $\overrightarrow{i}$ و $\overrightarrow{j}$:

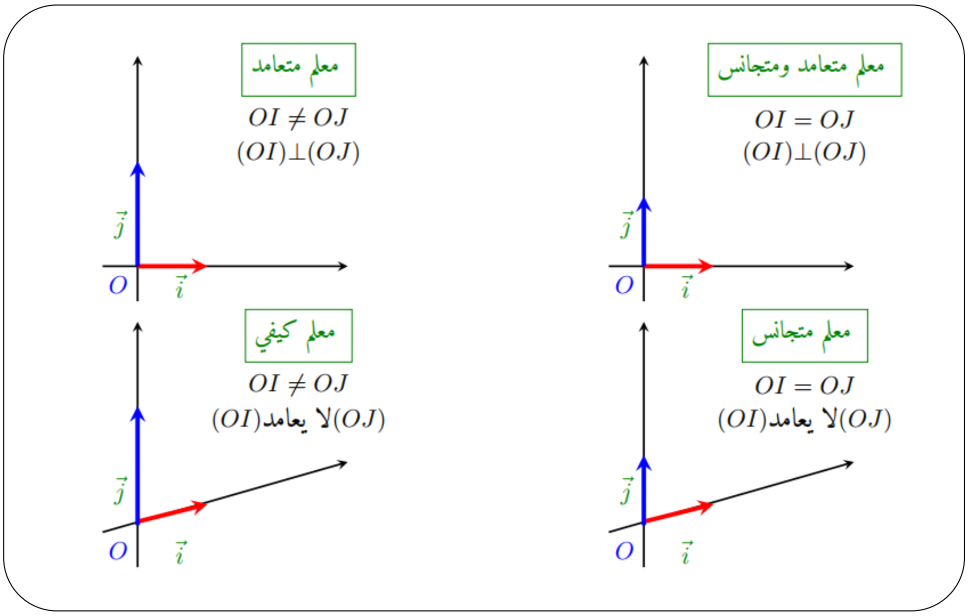
لدينا: $\overrightarrow{OA}=5\overrightarrow{i}+2\overrightarrow{j}$ ، $\overrightarrow{OC}=-3\overrightarrow{i}+0\overrightarrow{j}$ و $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=-7\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}$.

المعلم للمستوي :



✍ O ، I و J ثلاث نقط متمايزة من المستوي وليست في استقامية.
نقول إنّ الثلاثية $(O;I,J)$ تعيّن معلما للمستوي **مبدؤه** النّقطة O.
✍ نضع $\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{i}$ ، $\overrightarrow{OJ}=\overrightarrow{j}$ إنّ الشّعاعين $\overrightarrow{i}$ و $\overrightarrow{j}$ غير مرتبطين خطيا نسمّيهما **أشعة الأساس** (أو **الوحدة**)، ونرمز للمعلم بالرّمز $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ ونسمّي (OI) محور **الفواصل**، و (OJ) محور **التّراتيب**.

أنواع المعالم : توجد أربعة أنواع من المعالم للمستوي:



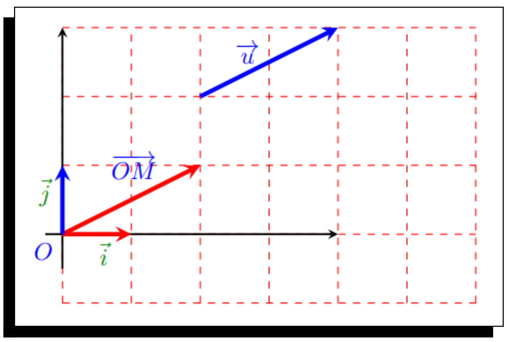
إحداثيا نقطة – مركبتا شعاع :

مبرهنة 01

ليكن $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ معلما للمستوي .
- من أجل كلّ نقطة M من المستوي، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقيّة $(x;y)$ بحيث $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{i}+y\overrightarrow{j}$.
- من أجل كلّ شعاع $\overrightarrow{u}$ ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقيّة $(x;y)$ بحيث $\overrightarrow{u}=x\overrightarrow{i}+y\overrightarrow{j}$.

مـــثـال - 1 -

من الشكل المقابل:
✔ النقطة M إحدثياها هي $(2;1)$.
✔ الشعاع $\overrightarrow{OM}$ مركباته هي $\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.
✔ لدينا: $\overrightarrow{u}=2\overrightarrow{i}+1\overrightarrow{j}$ ومنه مركبات الشعاع $\overrightarrow{u}$ هي $\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.



نتائج

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم للمستوي، و $\vec{u}$ شعاع مركّبتاه $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}$ شعاع مركّبتاه $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ، و k عدد حقيقي.

- **تساوي شعاعين:** $\vec{u} = \vec{v}$ يكافئ [$x = x'$ و $y = y'$] .
- **مجموع شعاعين:** مركبتا المجموع $\vec{u} + \vec{v}$ هما $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$.
- **جداء عدد بشعاع:** مركبتا الشّعاع $k\vec{u}$ هما $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

برهان. □

مــثـال - 2 -

ليكن الشعاعين $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{u}$ و $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{v}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

✔ لدينا: $\begin{pmatrix} 4-3 \\ 1+2 \end{pmatrix}$ $\vec{u} + \vec{v}$ أي $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{u} + \vec{v}$.

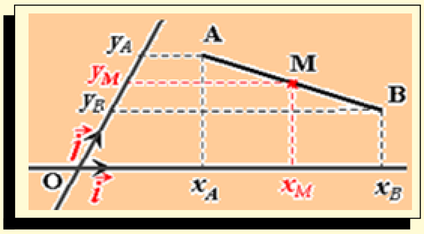
✔ لدينا: $\begin{pmatrix} -2\times 4 \\ -2\times 1 \end{pmatrix}$ $-2\vec{u}$ أي $\begin{pmatrix} -8 \\ -2 \end{pmatrix}$ $-2\vec{u}$. ✔ لدينا: $\begin{pmatrix} 3\times(-3) \\ 3\times 2 \end{pmatrix}$ $3\vec{v}$ أي $\begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$ $3\vec{v}$

حساب مركبتي شعاع وإحداثيي منتصف قطعة مستقيم :

مبرهنة 02

لتكن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

- مركبتا الشّعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.
- إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$.



برهان. □

شرط الارتباط الخطي لشعاعين :

مبرهنة 03

ليكن $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\vec{u}$ ، $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\vec{v}$ في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

يكون الشّعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا إذا و فقط إذا كان $xy' - x'y = 0$.

برهان. □

مــثـال - 3 -

ليكن الشعاعين $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-4\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\12\end{pmatrix}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

✔ لدينا: $(-2)\times 12-6\times(-4)=0$ ومنه الشّعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا.

ملاحظة

❖ لإثبات أن شعاعين متوازيين يكفي إثبات أنهما مرتبطين خطيا أي $xy'-x'y=0$ تسمّى المساواة الأخيرة شرط الارتباط الخطي لشعاعين ويمكن أن تكتب $xy'=x'y$.

إثبات إستقامية ثلاثة نقاط في معلم :

طريقـة

✍ A ، B ، C ثلاث نقط من مستوي.

لإثبات أن النقط A ، B ، C على إستقامة واحدة يكفي إثبات أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطيا.

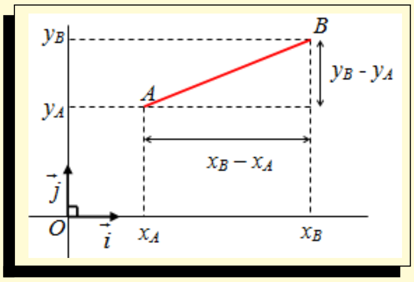
المسافة بين نقطتين :

مبرهنة 04

ليكن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

المسافة بين النّقطتين A و B تساوي

$\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.



برهـان. □

مــثـال - 4 -

لتكن $M(1;-6)$ ، $N(3;4)$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

✔ لدينا: $MN=\sqrt{(3-1)^2+(4+6)^2}=\sqrt{104}$.

تطبـــيق

✍ تمرين 61 صفحة 276.

✍ تمرين 50 صفحة 276.　　✍ تمرين 56 صفحة 276.

عمـــل منـــزلي

تمـاريـن 51 - 52 - 54 - 55 - 57 - 59 - 60 - 63 - 64 - 65 الصفحــة 276 - 277

بنــاء المعـــارف

التقويم

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....

الأستاذ:
فراحتية المحفوظ

مذكرة رقم 25

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 03 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم.
الموضوع : معادلة مستقيم.

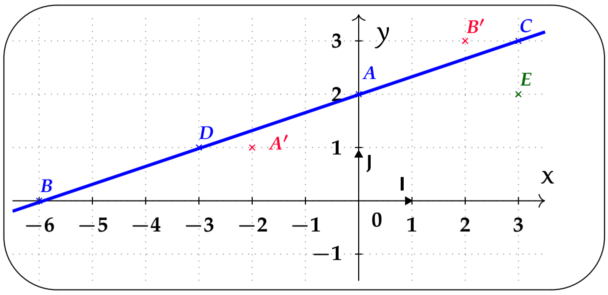
المكتسبات القبلية: الأشعة والحساب الشعاعي. تعريف المعلم. التعبير عن توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم.
الكفاءات المستهدفة: إنشاء مستقيم علمت معادلة له. التعرف على معامل توجيه مستقيم. إيجاد معادلة لمستقيم.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصر الــدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق التشخيص والاكتشاف	**التهيئة النفسية :** التذكير بتعريف المعلم. وتوازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم.	

مناقشة نشاط 06 صفحة 253 :

1- أ) إكمال الجدول:

النقطة	A	B	C	D
فاصلتها x	0	-6	3	-3
ترتيبها y	2	0	3	1



ب) تعليم النقط A ، B ، C ، D:

- الملاحظة: النقط A ، B ، C ، D في إستقامية.

ج) تبيين أن النقط A ، B ، C في إستقامية:

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$. ولدينا: $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

ومنه $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$ أي الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطيا.

إذن النقط A ، B ، C في إستقامية.

د) بتعويض إحداثيي النقطة $E(3;2)$ في المعادلة $y=\frac{1}{3}x+2$ نجد $2\neq 3$

ومنه النقطة $E(3;2)$ لا تحقق المعادلة. وهي ليست في إستقامية مع النقط A ، B ، C ، D.

2- * تعليم النقطتين $A(-2;1)$ و $B(2;3)$:

أ) التعبير عن الشعاع $\overrightarrow{AM}$ بدلالة x و y:

لدينا: $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-x_A\\y-y_A\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+2\\y-1\end{pmatrix}$.

ب) استنتاج علاقة بين x و y تترجم استقامية النّقط A ، B ، M:

النّقط A ، B ، M في إستقامية يكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطين خطيا، يكافئ $4(y-1)-2(x+1)$

يكافئ $4y-4-2x-4=0$ ومنه $y=\frac{1}{2}x+2$.

معادلة مستقيم :

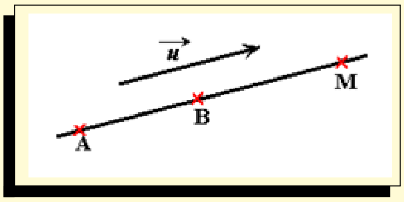
في كلّ ما سيأتي نعتبرالمستوي مزوّد بمعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتان منه.

شعاع توجيه مستقيم :

تعريف

✍ كلّ نقطتين A و B متمايزتين تعينان مستقيما (AB) ، ومن أجل كلّ نقطة M من (AB) فإنّ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا. نقول أنّ $\overrightarrow{AB}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB).

✍ يسمّى كلّ شعاع له منحى مستقيم، شعاع توجيه لهذا المستقيم.



ملاحظات

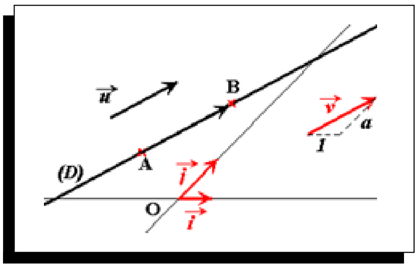
❖ إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاع توجيه للمستقيم (D)، فكلّ شعاع غير معدوم ومرتبط خطيا بالشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو أيضا شعاع توجيه للمستقيم (D).

❖ يعرف مستقيم بإعطاء نقطتين منه أو بإعطاء نقطة منه وأحد أشعة توجيهه.

مــــثـال - 1 -

في الشكل المقابل:

✔ كلّ من $\overrightarrow{AB}$ ، $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (D).



معامل توجيه مستقيم :

تعريف

✍ معامل توجيه مستقيم هو المركبة الثانية لشعاع توجيه لهذا المستقيم مركبته الأولى تساوي واحد.

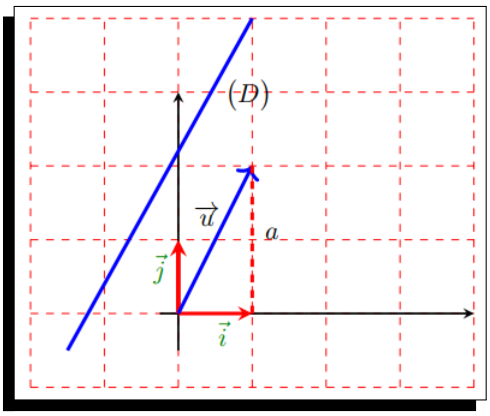
مــــثـال - 2 -

✔ في الشّكل السابق معامل توجيه (D) هو العدد a.

✔ لدينا الشعاع $\vec{u}$ شعاع توجيه للمستقيم (D)

مركباته هي $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} = \vec{u}\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}$

وعليه معامل توجيه المستقيم (D) هو 2.



حساب معامل توجيه مستقيم :

مبرهنة 01

من أجل كلّ نقطتين $A(x_A, y_A)$ ، $B(x_B, y_B)$ في معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $x_B \neq x_A$ ، معامل توجيه المستقيم (AB) يساوي $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

برهان.

☐

مـــثـــال - 3 -

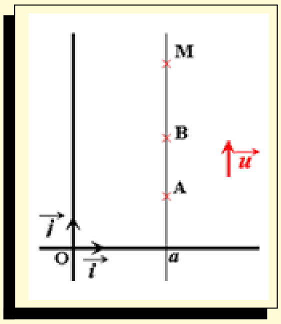
$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم للمستوي، نعتبر نقطتين $A(2,5)$ ، $B(-3,6)$.

✔ معامل توجيه المستقيم (AB) يساوي $a=\dfrac{6-5}{-3-2}=-\dfrac{1}{5}$.

معادلة مستقيم يوازي محور التّراتيب :

✍ A و B نقطتان لهما نفس الفاصلة a أي $x_A=x_B=a$. كلّ نقطة M من المستقيم (AB) فاصلتها $x_M=a$.
إنّ المستقيم (AB) يوازي محور التّراتيب.

الشّعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB).



مبرهنة 02

- كلّ مستقيم يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشّكل $x=a$ و a عدد حقيقي.
- مجموعة النّقط $M(x;y)$ بحيث $x=a$ و a عدد حقيقي هي مستقيم يوازي محور التّراتيب.

مـــثـــال - 4 -

✔ مجموعة النّقط $M(5;y)$ هي مستقيم يوازي محور التّراتيب معادلته $x=5$ وشعاع توجيهه $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$. ليس له معامل توجيه.

معادلة مستقيم لا يوازي محور التّراتيب :

✍ إذا كان للنّقطتين A و B فاصلتان مختلفتان أي $x_A\neq x_B$ فإنّ المستقيم (AB) لا يوازي محور التّراتيب.

مبرهنة 03

كلّ مستقيم لا يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشّكل $y=ax+b$.

برهان. □

مبرهنة 04

a ، b عددان حقيقيان. مجموعة النّقط $M(x;y)$ حيث $y=ax+b$ هي مستقيم (D) لا يوازي محور التّراتيب.

ملاحظات

❖ المستقيم (D) هو التمثيل البياني للدّالة التآلفيّة $x\mapsto ax+b$.
❖ الشّعاع $\vec{u}(1;a)$ هو شعاع توجيه للمستقيم (D) ، والعدد a هو معامل توجيهه.
❖ كل مستقيم يوازي محور التراتيب ليس له معامل توجيه.
❖ كل مستقيم يوازي محور الفواصل له معادلة من الشكل $y=b$ و b عدد حقيقي و معامل توجيهه يساوي 0.

بـناء المعـارف

مـــثـــال - 5 -

✔ المعادلة $6x+4y=16$ تكتب على الشّكل $y=-\frac{3}{2}x+4$ ، فهي معادلة مستقيم (D) معامل توجيهه هو $-\frac{3}{2}$ وشعاع توجيهه $\begin{pmatrix}1\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}\overrightarrow{u}$.

✔ النقطة $A(2;1)$ تحقّق المعادلة: $6x+4y=16$ ، ومنه النقطة $A(2;1)$ تنتمي إلى (D).

البحث عن معادلة مستقيم معرّف بنقطتين :

طريقــة

✍ لإيجاد معادلة مستقيم معرّف بنقطتين يمكن إتباع إحدى الطرائق الآتية:

① البحث عن a ، b في المعادلة $y=ax+b$ إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.

② استعمال معامل توجيه المستقيم إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.

③ استعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين.

تطبـــيق

✍ $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ معلما للمستوي. A ، B نقطتان حيث $A(2;4)$ ، $B(-3;6)$.

❖ جد معادلة للمستقيم (AB).

حـل :

❖ نستعمل طريقة ②:

بما أنّ النّقطتين A ، B ليس لهما نفس الفاصلة فإن معامل توجيه المستقيم (AB) يساوي: $a=\frac{6-4}{-3-2}=-\frac{2}{5}$.

إحداثيا النّقطة A تحقّق المعادلة $y=-\frac{2}{5}x+b$ ومنه $b=\frac{24}{5}$

إذن معادلة المستقيم (AB) هي: $y=-\frac{2}{5}x+\frac{24}{5}$.

البحث عن معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما :

طريقــة

✍ لإيجاد معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما يمكن استغلال ما يأتي:

① للمستقيمين نفس المعامل التوجيه a ، وتوظيفه في معادلة من الشكل $y=ax+b$.

② للمستقيمين نفس شعاع التوجيه، واستعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين.

تطبـــيق

✍ $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ معلما للمستوي. (D) مستقيم معادلته $y=-3x+4$ و A نقطة حيث $A(1;2)$.

❖ جد معادلة للمستقيم (D') الذي يشمل النّقطة A ويوازي المستقيم (D)

حـل :

❖ نستعمل طريقة ①:

بما أنّ المستقيمين (D) و (D') متوازيان فإنّ لهما نفس معامل التوجيه $a=-3$.

إذن للمستقيم (D') معادلة من الشّكل $y=-3x+b$.

إحداثيا النّقطة A تحقّق المعادلة $y=-3x+b$. ومنه $2=-3(1)+b$. ومنه $b=5$

إذن معادلة المستقيم (D')هي: $y=-3x+5$.

التقويم

بنـــــاء المعـــــارف

خلاصة

♦ كل مستقيم له معادلة من الشكل $ax+by+c=0$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية معلومة و x ، y متغيرين حقيقيين، شعاع توجيهه $\vec{u}(-b;a)$.

♦ العلاقة $ax+by+c=0$ حيث: $a\neq 0$ أو $b\neq 0$ تسمى المعادلة الديكارتية لمستقيم.

شرط توازي مستقيمين :

مبرهنة 05

يكون المستقيمان (D) و (D') اللذان معادلتاهما $y=ax+b$ ، $y=a'x+b'$ على التّرتيب، متوازيين إذا وفقط إذا كان لهما نفس معامل التوجيه. أي: $(D)//(D')$ يكافئ $a=a'$.

نتيجة

(D) و (D') المستقيمان معادلتاهما الديكارتيتان $ax+by+c=0$ ، $a'x+b'y+c'=0$ على التّرتيب.
يكون المستقيمان (D) و (D') متوازيان إذا وفقط إذا كان $ab'=a'b$.

مــثــال - 6 -

✔ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-12x+7$ يوازي المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=-12x-3$ لأن لهما نفس معامل التوجيه $a=-12$.

التقويم

تطبـــيق

✍ المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
❶ علم النقط A ، B و C حيث $A(2;0)$ ، $B(0;-1)$ و $\overrightarrow{OC}=2\vec{i}+2\vec{j}$.
❷ أوجد إحداثيتي D بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.
❸ اكتب معادلة لمستقيم (AB).
❹ اكتب معادلة لمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $O(0;0)$ ويوازي (AB).
❺ اكتب معادلة لمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة C و $\vec{u}(2;5)$ شعاع توجيخ له.

تطبـــيق

✍ المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. m عدد حقيقي يختلف عن 2.
نعتبر المستقيم (Δ_m) المعرّف ديكارتيا كما يلي: $(m-2)x+(m^2-4)y+1=0$.
❶ عين معادلة لكل من (Δ_1) و (Δ_4).
❷ أوجد قيم m حتى تكون $A(2;1)$ نقطة من المستقيم (Δ_m).
❸ ليكن (D) المستقيم الذي يشمل A ويوازي المستقيم (Δ_1).
أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (D).
أ) عين قيم m بحيث يكون (D) و (Δ_m) متوازيان.

عمـــل منـــزلي

تمـارين 68 - 70 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 الصفحـة 277 - 278

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

مذكرة رقم 26

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 03 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : هندسة.
المحور : الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم.
الموضوع : جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.

الأستاذ: فَرَاحتيَة المحفوظ

المكتسبات القبلية: الأشعة والحساب الشعاعي. تعريف المعلم. معادلة لمستقيم. شعاع توجيه ومعامل توجيه مستقيم.
الكفاءات المستهدفة: حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين. حل مسائل تؤدي إلى استخدام جمل معادلتين خطيتين لمجهولين.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصر الــدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بمعادلة لمستقيم، شعاع توجيه ومعامل توجيه مستقيم.

التشخيص والاكتشاف

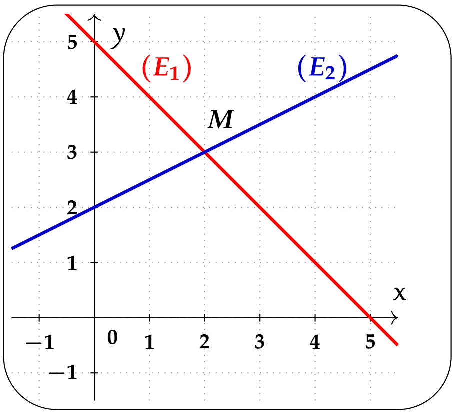
مناقشة نشاط 07 صفحة 253 :

أ) التحقق:

- لدينا: $5 \neq 2 = 2 + 0$ وبتالي الثنائية $(0;2)$ لاتحقق المعادلة (E_1).
ولدينا $4 = 4 + 0$ وبتالي الثنائية $(0;2)$ تحقق المعادلة (E_2).
- لدينا: $5 \neq 3 = 1 + 2$ وبتالي الثنائية $(2;1)$ لاتحقق المعادلة (E_1).
ولدينا $4 \neq 0 = 2 + -2$ وبتالي الثنائية $(2;1)$ لاتحقق المعادلة (E_2).
- لدينا: $5 = 0 + 5$ وبتالي الثنائية $(5;0)$ تحقق المعادلة (E_1).
ولدينا $4 \neq -5 = 0 + -5$ وبتالي الثنائية $(5;0)$ لاتحقق المعادلة (E_2).
- لدينا: $5 = 3 + 2$ وبتالي الثنائية $(2;3)$ تحقق المعادلة (E_1).
ولدينا $4 = 6 + -2$ وبتالي الثنائية $(2;3)$ تحقق المعادلة (E_2).

ب) كتابة كلاًّ من المعادلتين (E_1) ، (E_2) على الشّكل $y = ax + b$:
لدينا: $x + y = 5$ ومنه $y = 5 - x \cdots (E_1)$.
ولدينا: $-x + 2y = 4$ ومنه $y = \frac{1}{2}x + 2 \cdots (E_2)$.

- رسم المستقيمين (D_1) و (D_2):
- إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2) هي: $M(2;3)$.



بنــاء المعـــارف

جملة معادلتين خطيتين لمجهولين :

نعتبر فيما يلي $(a;b) \neq (0;0)$ و $(a';b') \neq (0;0)$.

تعريف

نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كلّ جملة $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث a ، b ، c ، a' ، b' ، c' أعداد معلومة.
ونعني بحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين إيجاد الثّنائيات $(x;y)$ التّي تحقّق المعادلتين في آن واحد.

التفسير البياني لحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين :

✍ لتكن جملة المعادلتين $\begin{cases} ax+\ by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$.

المعادلة $ax+by=c$:

* تكتب على الشّكل $x=\dfrac{c}{a}$ من أجل $b=0$.

* تكتب على الشّكل $y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b}$ من أجل $b\neq 0$.

فهي في الحالتين معادلة مستقيم (D) ، وكذلك بالنّسبة إلى $a'x+b'y=c'$ هي معادلة مستقيم (D').

✍ $(x;y)$ حل لجملة المعادلتين معناه أن النّقطة $M(x;y)$ تنتمي إلى كلّ من المستقيمين (D) و (D') ، وهذان المستقيمان هما إمّا متقاطعان، وإمّا متوازيان تماما، وإمّا منطبقان.

نتيجة

جملة المعادلتين $\begin{cases} ax+\ by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$. إمّا لها حلا وحيدا، وإمّا لا حل لها، وإمّا لانهاية لها من الحلول، وذلك حسب الوضع النّسبي للمستقيمين (D) و (D').

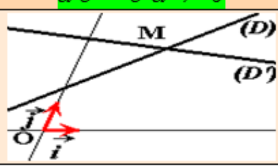
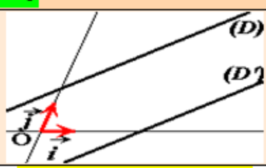
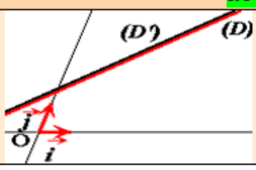
عدد حلول جملة معادلتين خطيتين لمجهولين :

مبرهنة 01

لتكن جملة المعادلتين (S): $\begin{cases} ax+\ by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$.

- إذا كان $ab'-ba'\neq 0$ فإنّ الجملة (S) تقبل حلا وحيدا.
- إذا كان $ab'-ba'=0$ فالجملة (S) إمّا لا حل لها، وإمّا لانهاية لها من الحلول.

❖ **تفسير المبرهنة :**

$ab'-ba'\neq 0$	$ab'-ba'=0$	
		
(D) ، (D') متقاطعان في M الجملة لها حل وحيد $(x_M;y_M)$	لا توجد نقطة مشتركة بين (D) ، (D') والجملة ليس لها حل	$(D')=(D)$ والجملة لها لانهاية من الحلول

ملاحظة

❖ العدد الحقيقي $ab'-ba'$ يسمى محدد الجملة (S) ونرمز له بالرمز $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$.

ونكتب $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}=ab'-ba'$

مــثـال - 1 -

لتكن جملة المعادلتين (S): $\begin{cases} 4x+2y=3 \\ 6x+3y=2 \end{cases}$.

✔ لدينا: $4\times 3-2\times 6=0$. ومنه الجملة (S) إمّا لا حل لها، وإمّا لانهاية لها من الحلول.

التقويم

تعيين عدد حلول جملة معادلتين خطيتين لمجهولين والبحث عنها :

طريقــة

لمعرفة عدد حلول جملة معادلتين $\begin{cases} ax+\ by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ يمكن حساب المقدار $ab'-ba'$

★ فإذا كان غير معدوم، فالجملة تقبل حلا وحيدا نبحث عنه بطريقة التعويض أو الجمع.

★ وإذا كان معدوما، نحوّل جملة المعادلتين إلى الشّكل $\begin{cases} Ax+By=C \\ Ax+By=C' \end{cases}$ ونقارن بين C و C'

في حالة $C \neq C'$ الجملة ليس لها حل. في حالة $C=C'$ للجملة لانهاية من الحلول.

تطبـــيق

نعتبر جمل المعادلتين الآتية: عيّن عدد حلول كلّ جملة، وجدْها في كل حالة.

$(S_1)\cdots\begin{cases} 2x+\ \ y=7 \\ x-5y=-5 \end{cases}$ $\quad(S_2)\cdots\begin{cases} x-\ \ 2y=6 \\ -5x+10y=-15 \end{cases}$ $\quad(S_3)\cdots\begin{cases} -x+\ \ 3y=4 \\ 4x-12y=-16 \end{cases}$

حـل :

❶ **الجملة** (S_1):

نكتب المعادلة المختزلة لكلا من (D) و (D'):

لدينا $\begin{cases} 2x+\ \ y=7 \\ x-5y=-5 \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} y=-2x+7 \\ y=\dfrac{1}{5}x+1 \end{cases}$.

بما أنّ معامل توجيه المستقيمان مختلفان $\left(-2\neq\dfrac{1}{5}\right)$ فإنّ المستقيمين (D) و (D') متقاطعان،

ومنه الجملة (S_1) تقبل حلا وحيدا.

⋆ (يمكن حساب المحدد نجد $2\times(-5)-1\times1=-11\neq0$ وبالتالي الجملة (S_1) تقبل حلا وحيدا).

● **حل الجملة** (S_1):

◁ طريقة التعويض:

لدينا: (S_1) تكافئ $\begin{cases} y=-2x+7\cdots(1) \\ y=\dfrac{1}{5}x+1\cdots(2) \end{cases}$

بتعويض (2) في (1) نجد $\dfrac{1}{5}x+1=-2x+7$ أي $x=\dfrac{30}{11}\cdots(3)$.

بتعويض (3) في (1) نجد $y=-2\times\dfrac{30}{11}+7$ أي $y=\dfrac{17}{11}$.

وبما أنّ الجملة (S_1) تقبل حلا وحيدا فهو $\left(\dfrac{30}{11};\dfrac{17}{11}\right)$.

◁ طريقة الجمع:

لدينا: (S_1) تكافئ $\begin{cases} y=-2x+7\cdots(1) \\ y=\dfrac{1}{5}x+1\cdots(2) \end{cases}$

بطرح طرف لطرف نجد $-2x+7-\dfrac{1}{5}x-1=0$ أي $x=\dfrac{30}{11}\cdots(3)$.

بضرب (2) في 10 والجمع طرف لطرف نجد $11y=17$ أي $y=\dfrac{17}{11}$.

وبما أنّ الجملة (S_1) تقبل حلا وحيدا فهو $\left(\dfrac{30}{11};\dfrac{17}{11}\right)$.

❷ **الجملة** (S_2):

نحسب المقدار $ab'-ba'$ فنجد $ab'-ba'=1\times10-(-2)\times(-5)=0$.

وبالتالي فالجملة (S_2) إمّا لها لانهاية من الحلول وإمّا ليس لها حل.

لدينا: (S_2) $\begin{cases} x-\ \ 2y=6\cdots(1) \\ -5x+10y=15\cdots(2) \end{cases}$

التقويم	بقسمة طرفي المعادلة (2) على (-5) نجد $\begin{cases} x-2y=6\cdots(1)\\ x-2y=3\cdots(2)\end{cases}$ وبالتالي لا توجد قيم لِـ $(x;y)$ تجعل $x-2y$ يساوي 6 و 3 في أن واحد ومنه الجملة (S_2) لا حل لها. ❸ **الجملة** (S_3): نحسب المقدار $ab'-ba'$ فنجد $ab'-ba'=(-1)\times(-12)-3\times4=0$. وبالتالي فالجملة (S_3) إمّا لها لانهاية من الحلول وإمّا ليس لها حل. لدينا: (S_3) $\begin{cases} -x+\ 3y=4\cdots(1)\\ 4x-12y=-16\cdots(2)\end{cases}$ بقسمة طرفي المعادلة (2) على (-4) نجد $\begin{cases} -x+3y=4\cdots(1)\\ -x+3y=4\cdots(2)\end{cases}$ كلّ نقطة من المستقيم (D) الذي معادلته $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ إحداثياها تحقّق الجملة (S_3). نستنتج أنّ الجملة (S_3) لها لا نهاية من الحلول من الشّكل: $\left(x;\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)$ و x عدد حقيقي. **حل تمرين 80 صفحة 278 :** أ) لدينا الجملة: (S) $\begin{cases} x-2y=3\cdots(1)\\ -\frac{3}{2}x+3y=k\cdots(2)\end{cases}$ نحسب المقدار $ab'-ba'$ فنجد $ab'-ba'=1\times3-(-2)\times4\left(-\frac{3}{2}\right)=0$. وبالتالي فالجملة (S) إمّا أنها لا تقبل حل وإما أن لها عدد غير منته من الحلول. ب) القيم المكنة للعدد k بحيث يكون للجملة (S) لا نهاية من الحلول: لدينا: (S) $\begin{cases} x-2y=3\\ -\frac{3}{2}x+3y=k\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} x-2y=3\\ x-2y=-\frac{2}{3}k\end{cases}$ للجملة (S) لا نهاية من الحلول معناه $-\frac{2}{3}k=3$ معناه $k=-\frac{9}{2}$. **حل مسائل تؤدي إلى استخدام جمل معادلتين خطيتين لمجهولين :** **حل تمرين 84 صفحة 278 :** ● ليكن هذين العددين x و y. لدينا الشرط الأول $x+y=15$، والشرط الثاني $2(x+3)=y+3$. ومنه يصبح لدينا جملة معادلتين (S) $\begin{cases} x+y=15\cdots(1)\\ 2x-y=-3\cdots(2)\end{cases}$ نحسب المقدار $ab'-ba'$ فنجد $ab'-ba'=1\times(-1)-1\times2=-3\neq0$. وبالتالي فالجملة (S) تقبل حلا وحيدا. وبالجمع طرف لطرف في الجملة (S) نجد $3x=12$ أي $x=4$ وبالتعويض في إحدى المعادلتين (1) أو (2) نجد $y=11$. **تطبـــيق** ✍ المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$. نعتبر النقطتين $A(2;4)$ ، $B(-3;5)$. ❖ اكتب معادلة لمستقيم (AB).	

التقويم

تطبيـــيق

m عدد حقيقي، نعتبر الجملة (S) للمجهولين الحقيقيين x و y التالية:

$$(S)\ \begin{cases} -x-my=50-100m \\ 5x+(2m+6)y=200m+89 \end{cases}$$

❶ عيّن قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل الجملة (S) حلا وحيدا.

❷ نضع الآن: $m=1$

أ) حل في المجموعة $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ الجملة (S).

ب) فسّر بيانيا مجموعة حلول الجملة (S) (لا يطلب الرسم).

❸ نظّم عمّال وتلاميذ من ثانوية مصطفى بن بوالعيد عددهم الإجمالي 50 شخصا رحلة سياحية كلّفت مبلغا من المال قدره $28900DA$، حيث دفع كل تلميذ $500DA$ ودفع كل عامل $800DA$.

- كم عدد كل من التلاميذ والعمّال المشتركين في هذه الرحلة ؟

عمــــل منـــزلي

تمارين 78 - 79 - 81 - 82 - 83 - 85 - 86 الصفحة 278

مسائل الصفحة 279

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....