ثانوية : بوعزيز ربيعة (الياسمين)	الاختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات	السنة الدراسية : 2024 / 2025
القسم : 2 رياضيات		المدة : ساعتان

التمرين 01) : (10 نقط)

1) أ) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R ب : $g(x)=x^3+ax+b$ ؛ حيث a و b عددان حقيقيان .
عين a و b علما أن المنحنى (C_g) لدالة g يقبل في النقطة ذات الفاصلة -1 مماسا معادلته $y=6x+6$.

ب) نضع أن : $a=3$ و $b=4$.
تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=(x+1)(x^2-x+4)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على R .

2) لتكن الدالة f المعرفة على R ب : $f(x)=\dfrac{x^3-2}{x^2+1}$.
(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$. الوحدة $2cm$

أ) بين أنه من أجل كل $x\in R$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3;3]$.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $1,2<\alpha<1,3$.

4) أ) عين الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$.

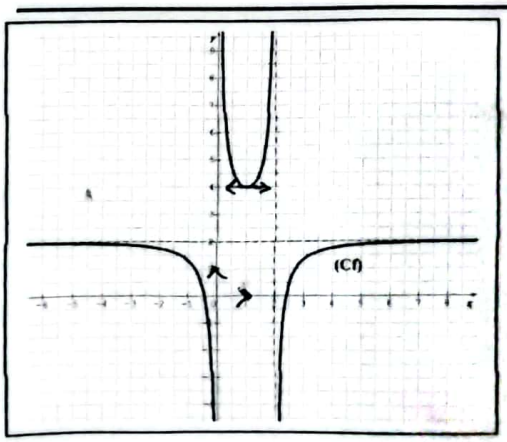
ب) أرسم المستقيم (D) و المنحنى (C_f) على المجال $[-3;3]$.

5) h دالة معرفة على المجال $[-3;3]$ ب : $h(x)=\dfrac{2-x^2.|x|}{x^2+1}$ و (C_h) منحناها البياني في نفس المعلم السابق .

أ) بين أن h دالة زوجية ، ثم تحقق أنه من أجل $x\in[0;3]$: $h(x)=-f(x)$.

ب) بين كيفية رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .

التمرين 02) : (10 نقط)



f المعرفة على $R-\{0;2\}$ ب : $f(x)=\dfrac{2x^2-4x-2}{x^2-2x}$.
و (C_f) منحناها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل .

1) أ) خمن من الشكل أن المنحنى (C_f) يقبل محور تناظر يطلب أعطاء معادلته .

ب) أثبت صحة تخمينك .

2) بقراءة بيانية :

أ) أعطي جدول تغيرات الدالة f على $R-\{0;2\}$.

ب) عين إشارة $f'(x)$ على $R-\{0;2\}$.

ج) دون حساب قارن بين العددين $f(-\sqrt{5})$ و $f(-\pi)$.

3) m وسيط حقيقي ، نعتبر المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=m$.
ناقش بيانيا و حسب قيم m ، عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_m) .

4) أ) بين ان فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) هي حلول المعادلة التالية : $(E)....(m-2)x^2-2(m-2)x+2=0$

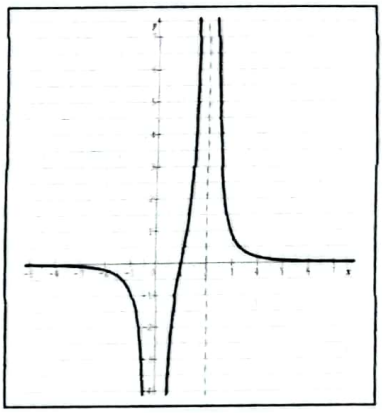
ب) جد حسب قيم m ، عدد حلول المعادلة (E) .

Scanne avec CamScanner

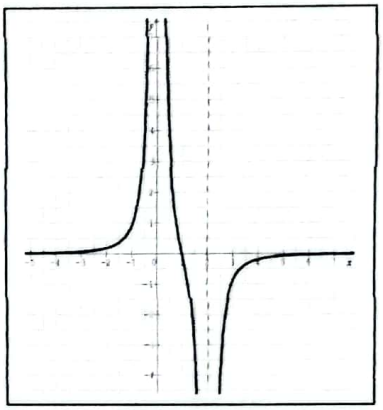
6) نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $]0\ ;\ 2[$ ب : $k(x)=\dfrac{x^2-2x}{2x^2-4x-2}$.

بين أن الدالة k هي مركب دالة f متبوعة بدالة مرجعية يطلب تعيينهما ، ثم استنتج اتجاه تغيراتها على المجال $]0\ ;\ 2[$.

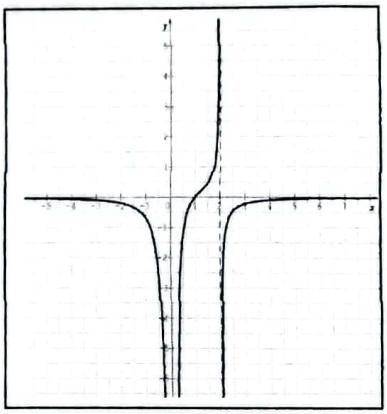
7) من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عين مع التعليل المنحنى (Cf') الممثل لدالة f' مشتقة الدالة f .



الشكل (1)



الشكل (2)



الشكل (3)

انتهى بالتوفيق

Scanne avec CamScanner

التمرين (01) (05 نقاط)

1) $g(x) = x^3 + ax + b$

2) $g'(x) = 3x^2 + a$

$g'(-1) = 6$ و $g(-1) = 0$

$3 + a = 6$ و $-1 - a + b = 0$

$a = 3$ و $b = 4$

ب) $g(x) = x^3 + 3x + 4$

$(x+1)(x^2 - x + 4) = x^3 + 3x + 4 = g(x)$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$، إشارة $g(x)$ من إشارة $x+1$ لأن $x^2 - x + 4 > 0$

$x + 1 = 0$ و $x^2 - x + 4 = 0$

$x = -1$ و $\Delta = -15 < 0$

$-x^2 - x + 4 > 0$: $x \in \mathbb{R}$ من أجل كل

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
إشارة $g(x)$		$-$	0	$+$	

2) $f(x) = \frac{x^3 - 2}{x^2 + 1}$ ، $D_f = \mathbb{R}$

3) دراسة وضعية (C_f) و (D) حيث $(D): y = -x$

$f(x) - y = \frac{x^3 - 2}{x^2 + 1} + x$

$f(x) - y = \frac{-x - 2}{x^2 + 1}$

إشارة $f(x) - y$ من إشارة $-x - 2$ لأن $x^2 + 1 > 0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

$-x - 2 = 0$ معناه $x = -2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x) - y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (D)		(C_f) يقطع (D) في النقطة $(-2, -2)$		(C_f) تحت (D)

4) الوضع النسبي لـ (C_f) و (D)

التمرين (02) (05 نقاط)

1) $f'(x) = \frac{3x^2(x^2+1) - 2x(x^3-2)}{(x^2+1)^2}$

$f'(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + 4x}{(x^2+1)^2}$

$f'(x) = \frac{x(x^3 + 3x + 4)}{(x^2+1)^2}$

$f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2+1)^2}$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $x \cdot g(x)$ لأن $(x^2+1) > 0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ج) الدالة f متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty, -1]$ و $[0, +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-1, 0]$

د) جدول تغيرات الدالة f

x	-3		-1		0		3
تغيرات f	$-\frac{29}{10}$	↘	-2	↗	-2	↘	$\frac{11}{10}$

هـ) رسم (C_f)

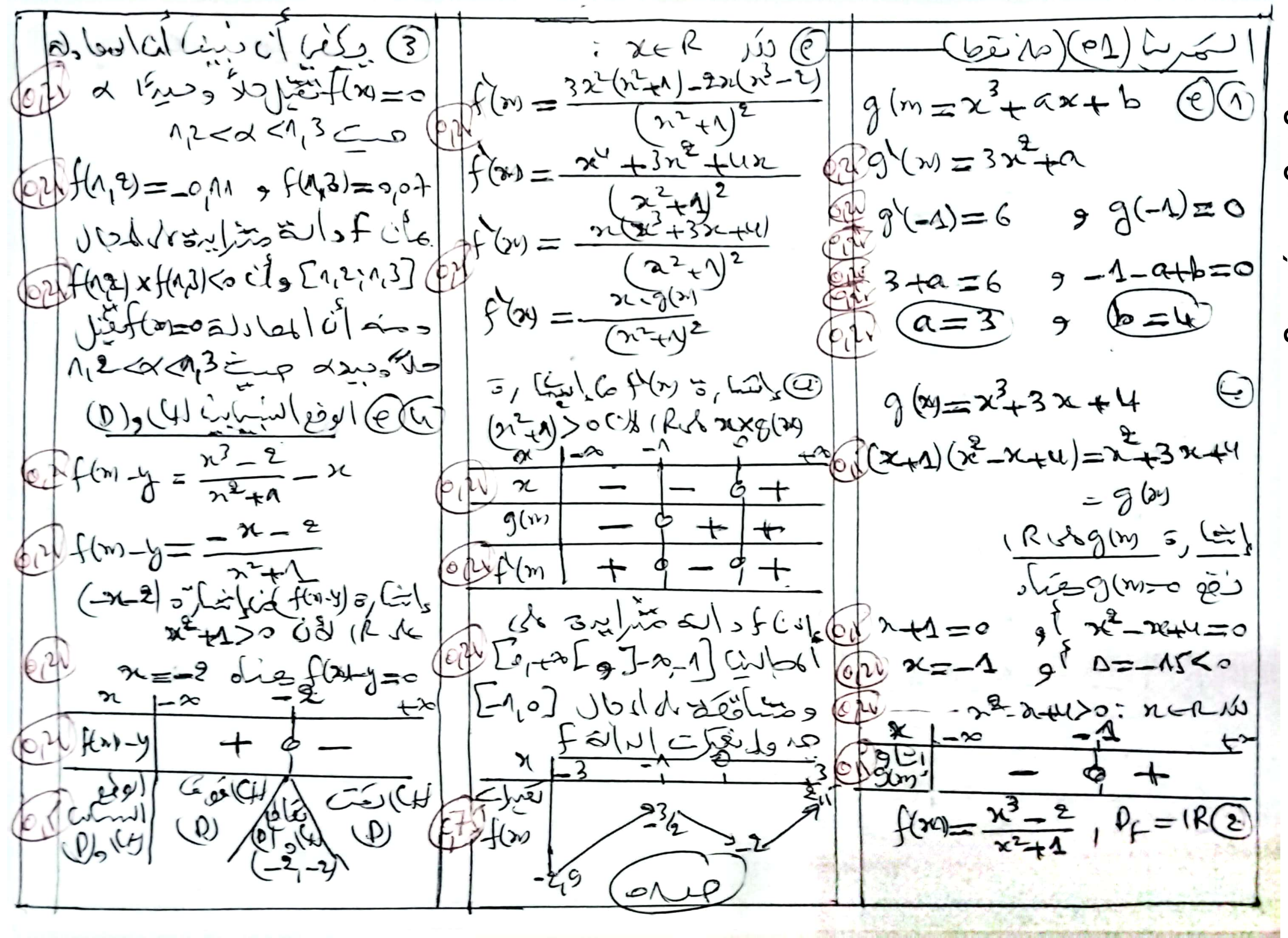
التمرين (03) (05 نقاط)

1) برهان أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$

2) $f(1,2) = -0,11$ ، $f(1,3) = 0,07$

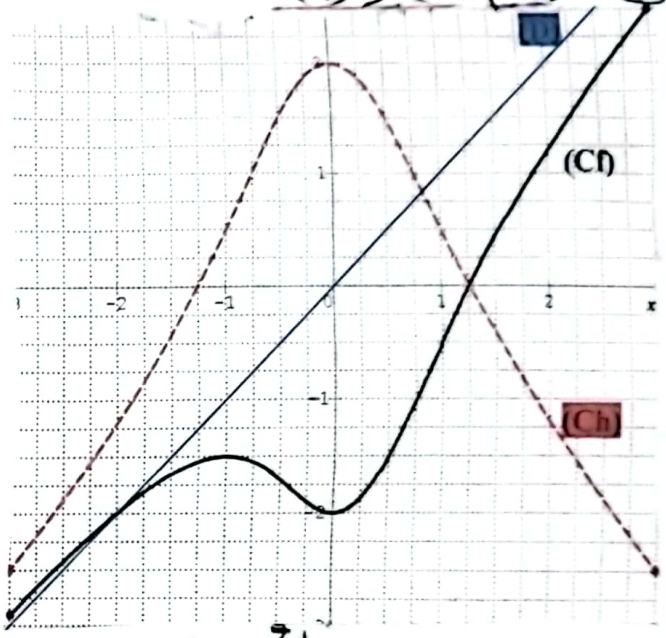
الدالة f مستمرة ورتيبة على $[1,2; 1,3]$

$f(1,2) \times f(1,3) < 0$ إذن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$



Scanne avec CamScanner

أ) رسم (D) و (Δ)



ب) $h(x) = \frac{2 - x^2|x|}{x^2+1}$, $D_h = [-3,3]$

ج) $\forall x \in [-3,3]$ ، $x \in [-3,3]$ (صحيح)

$$h(-x) = \frac{2 - (-x)^2|-x|}{(-x)^2+1} = \frac{2 - x^2|x|}{x^2+1} = h(x)$$

إذن h دالة زوجية

د) $x \in [0,3]$: $|x| = x$ إذن

$$h(x) = \frac{2 - x^3}{x^2+1} = -f(x)$$

وبالتالي

هـ) (Ch) يحاط (Δ) على المجال $[0,3]$ بالتساوي

صور الفواصل ثم نكمل رسم (Ch) على المجال $[-3,0]$ بالتناظر المحوري

التمرين (05) (06 ن)

$f(x) = \frac{2x^2 - 4x - 2}{x^2 - 2x}$ ، $D_f = \mathbb{R} - \{0;2\}$

أ) مما استنتجت أن (Γ) يقبل صورة مستقيمة المعادلة $x = 1$

ب) إثبات صحة التخمين

بالاستعانة بالعلاقة

$x = 1$ صورة مستقيمة المعادلة

$\forall x \in D_f$; $(2-x) \in D_f$

$f(2-x) = f(x)$

$f(2-x) = \frac{2(2-x)^2 - 4(2-x) - 2}{(2-x)^2 - 2(2-x)}$

$f(2-x) = f(x)$

دساتير تغيير المعلم

$\begin{cases} x = X+1 \\ y = Y \end{cases}$

$y = f(x)$ إذن

$Y = \frac{2(X+1)^2 - 4(X+1) - 2}{(X+1)^2 - 2(X+1)}$

$Y = \frac{2X^2 - 4}{X^2 - 1} = F(X)$

$\forall X \in \mathbb{R} - \{-1,1\}$ ، $X \in \mathbb{R} - \{-1,1\}$ (صحيح)

$F(-X) = F(X)$

إذن F دالة زوجية ومنه

$x = 1$ صورة مستقيمة المعادلة (Γ)

د) جدول تغيرات الدالة f على D_f

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	−	0	+	‖	+	
$f(x)$		↘	‖	↘	4	↗	‖	↗	

هـ) إنشاء (C) على $D_f - \{0;2\}$

أ) المقارنة بين $f(-\sqrt{3})$ و $f(-\pi)$

لدينا $-\pi < -\sqrt{3} < 0$ و f دالة متناقصة على المجال $]-\infty, 0[$

إذن $f(-\pi) > f(-\sqrt{3})$

(3) $(\Delta_m): y = m$

إذا كان $m < 2$ يوجد نقطتين لتقاطع

إذا كان $2 \leq m < 4$ يوجد نقطة تقاطع وحيدة

إذا كان $m = 4$ يوجد نقطة تقاطع وحيدة

إذا كان $m > 4$ يوجد نقطتين لتقاطع

(4) (أ) نضع $f(x) = m$

$x^2 - 4x - 2 = m(x^2 - 2x)$

$(m-2)x^2 - 2(m-2)x + 2 = 0$

(ب) عدد حلول المعادلة (E) حسب m

الحالة الأولى: من أجل $m = 2$

تصبح المعادلة من الشكل $0 = 2$

إذن لا يوجد حلول

الحالة الثانية: من أجل $m \neq 2$

تصبح المعادلة من الدرجة الثانية

$\Delta = 4(m-2)^2 - 4(m-2)(2)$

$\Delta = 4m^2 - 24m + 32$

$\Delta_m = 64$; $\sqrt{\Delta_m} = 8$

$m = 4$ أو $m = 2$

m	$-\infty$		2		4		$+\infty$
Δ		$+$	0	$-$	0	$+$	
عدد الحلول	لا يوجد حلول		يوجد حلين		يوجد حلول مضاعف $x=1$		يوجد حلين

(6) $k(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{2x^2 - 4x - 2}$ $D_k =]0,2[$

$k(x) = \dfrac{1}{f(x)}$

$k = u \circ f$ حيث $u(x) = \dfrac{1}{x}$

إذن k هي مركب الدالة f متبوعة بالدالة المقلوب

استنتاج اتجاه تغير k على $]0,2[$

باستعمال اتجاه تغير مركب دالتين

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0,1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1,2[$

والدالة المقلوب دالة متناقصة تماما

وبالتالي فإن k دالة متزايدة تماما على المجال $]0,1]$ ومتناقصة تماما على المجال $[1,2[$

(7) لدينا أن

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
إشارة $f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$		$+$	
الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) و (Δ) متقاطعان		(C_f) تحت (Δ)		(C_f) و (Δ) متقاطعان		(C_f) فوق (Δ)

(8) باستعمال دالة مركبة

$k'(x) = \dfrac{-f'(x)}{(f(x))^2}$: $x \in]0,2[$ لكل

وضعية المنحنى (C_k) بالنسبة إلى (Δ) على $]0,2[$

x	0		1		2
$k'(x)$		$+$	0	$-$	

k متزايدة تماما على $]0,1]$ ومتناقصة تماما على $[1,2[$

(9) بما أن k متزايدة تماما على $]0,1]$ فإن $k(x) \leq k(1)$ أي $k(x) \leq -\frac{1}{2}$

ومتناقصة تماما على $[1,2[$ فإن $k(x) \leq k(1)$ أي $k(x) \leq -\frac{1}{2}$

وعليه حسب الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) نستنتج أن (C_k) تحت (Δ)

Scanne avec CamScanner