3

الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية

- مذكرة رقم 01 : مفهوم شعاع و تساوي شعاعين
- مذكرة رقم 02 : مجموع شعاعين
- مذكرة رقم 03 : جداء شعاع بعدد حقيقي
- مذكرة رقم 04 : المعلم للمستوي
- مذكرة رقم 05 : معادلة مستقيم
- مذكرة رقم 06 : جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

سنة أولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية 2020 – 2021

✍ للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات

profmerouani

merouaninardjiss@gmail.com

0770349020

مذكرة رقم : 01

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 01 ساعة

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : هندسة
الوحدة : الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المحتوى المعرفي : مـفـهـوم شعاع و تساوي شعاعين

المكتسبات القبلية : .
الكفاءات المستهدفة : مفهوم شعاع، التعرف على تساوي شعاعين.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل | **سير الحصة** | **الوقت**

الانطلاق

نشاط 01 صفحة 252 :

20د

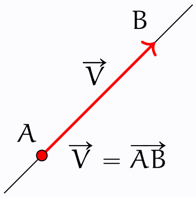
البناء و الترسيخ

1 مفهوم شعاع

تعريف

A و B نقطتين من المستوي ، نقول أن الثنائية $(A;B)$ تعين شعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$ أو $\overrightarrow{v}$

- ✍ إذا كانت النقطة A منطبقة على B فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوم و نكتب $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{0}$
- ✍ يسمى طول قطعة المستقيم $[AB]$ طويلة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ونكتب $\|\overrightarrow{AB}\|=AB$
- ✍ إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاعا غير معدوم فإن منحى هذا الشعاع هو منحنى المستقيم (AB)



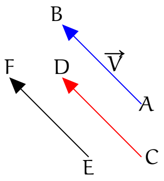
ملاحظة هـامّة : ليس للشعاع المعدوم منحنى

20د

2 تساوي شعاعين

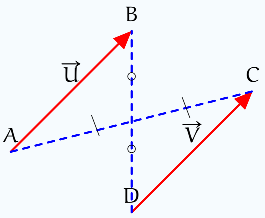
تعريف

يتساوى شعاعين إذا وفقط إذا كان لهما نفس المنحنى وا نفس لاتجاه و نفس الطويلة.

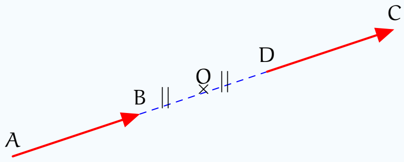


نتيجة

من أجل كل أربع نقاط A ، B ، C و D من المستوي لدبنا : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ معناه : $[AC]$ و $[DB]$ لهما نفس المنتصف و نميز حالتين :



إذا كانت النقط A، B، C و D ليست في إستقامية فالرباعي ABCD متوازي أضلاع



إذا كانت النقط A، B، C و D في إستقامية

الأستاذة : نرجس مرواني

مذكرة رقم : 02

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم	**المستوى :** 01 ج م ع ت
السنة الدراسية : 2020 – 2021	**ميدان التعلم :** هندسة
يوم :	**الوحدة :** الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المدة : 02 ساعة	**المحتوى المعرفي :** مجموع شعاعين

المكتسبات القبلية : .

الكفاءات المستهدفة : التعرف على مجموع شعاعين.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق	نشاط 02 صفحة 252 :	20د

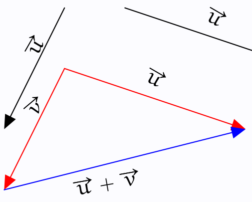
البناء و الترسيخ

1 مجموع شعاعين

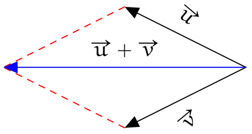
تعريف

مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع الذي نرمز له بالرمز $\vec{v}+\vec{u}$ و المعرف كما يلي :

بفرض نقطة A نقطة كيفية، نعلم النقطة B بحيث : $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ ثم النقطة C بحيث : $\overrightarrow{BC}=\vec{v}$ عندئذ يكون : $\vec{u}+\vec{v}=\overrightarrow{AC}$



- من أجل كل ثلاث نقاط A ، B و C من المستوي فإن: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (تسمى هذه العلاقة علاقة شال)
- إذا مثلنا الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ من نفس المبدأ A (مثلا $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$) فإن مجموعهما $\vec{u}+\vec{v}$ يساوي $\overrightarrow{AD}$ حيث: ABDC متوازي الأضلاع .



- إذا كان ABDC متوازي أضلاع فإن: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

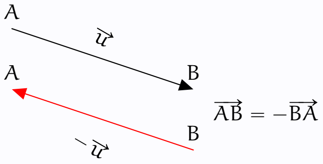
20د

2 الشعاعين المتعاكسين

من أجل كل نقطتين A و B من المستوي فإن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

تعريف

نقول عن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ أنهما متعاكسان و نكتب :
$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$



التقويم

تعريف

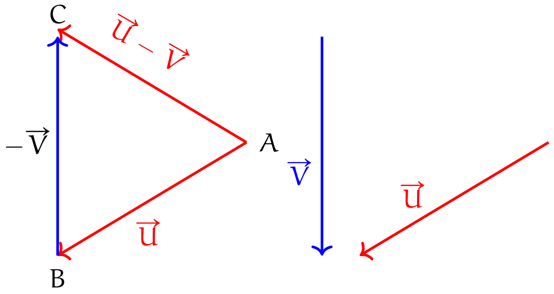
لحساب فرق شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بهذا الترتيب ، نضيف إلى الشعاع $\vec{u}$ معاكس الشعاع $\vec{v}$ و نكتب :

$\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$

مثال

ليكن $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{CB}$ لدينا:

$\vec{u}-\vec{v}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



تطبيق

A ، B ، C و D أربع نقاط من المستوي .

1 بين أن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

2 بين أن : $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

3 لتكن I منتصف [BC]

- بين أنه من أجل كل نقطة M فإن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}$
- بين أن: $2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

30د

مذكرة رقم : 03

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم	**المستوى :** 01 ج م ع ت
السنة الدراسية : 2020 – 2021	**ميدان التعلم :** هندسة
يوم :	**الوحدة :** الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المدة : 02 ساعة	**المحتوى المعرفي :** جداء شعاع بعدد حقيقي

المكتسبات القبلية : .

الكفاءات المستهدفة : جداء شعاع بعدد حقيقي، الإرتباط الخطي و إستقامية ثلاث نقط.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت

الانطلاق — د20

نشاط 03 صفحة 252 :

1 جداء شعاع بعدد حقيقي

البناء و الترسيخ

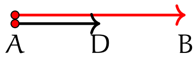
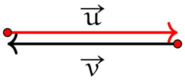
تعريف

$\overrightarrow{u}$ شعاع غير معدوم و k عدد حقيقي غير معدوم .

جداء الشعاع $\overrightarrow{u}$ بالعدد k هو الشعاع الذي نرمز له بالرمز $k\overrightarrow{u}$ و المعرف كما يأتي :

- $\overrightarrow{u}$ و $k\overrightarrow{u}$ لهما نفس المنحى و نفس الاتجاه إذا كان $k > 0$.
- $\overrightarrow{u}$ و $k\overrightarrow{u}$ لهما نفس المنحى و اتجاهان متعاكسان إذا كان $k < 0$.
- طويلة الشعاع $k\overrightarrow{u}$ تساوي جداء طويلة $\overrightarrow{u}$ بالعدد $|k|$ أي : $\|k\overrightarrow{u}\| = |k|\|\overrightarrow{u}\|$
- $k\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ معناه $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ أو $k = 0$.

مثال

$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{u} = -\overrightarrow{v}$	$\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
		

د20

خواص:

$\overrightarrow{u}$ ، $\overrightarrow{v}$ شعاعان و k و k' عددان حقيقيان .

- $k(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = k\overrightarrow{u} + k\overrightarrow{v}$
- $k(k'\overrightarrow{u}) = (kk')\overrightarrow{u}$
- $k\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ يكافئ $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ أو $k = 0$
- $(k + k')\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{u} + k'\overrightarrow{u}$

مثال

$2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 2\overrightarrow{AC}$ ، $(-3 + 7)\overrightarrow{u} = -3\overrightarrow{u} + 7\overrightarrow{v}$

2 التوازي و الإستقامية

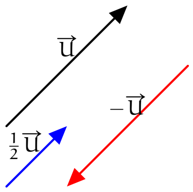
❶ الإرتباط الخطي:

تعريف

نقول عن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنهما مرتبطان خطيا إذا كان أحدهما يساوي جداء الأخر بعدد حقيقي ،أي إذا وجد عدد حقيقي k حيث : $\vec{v} = k\vec{u}$

ملاحظة

- الشعاع المعدوم مرتبط خطيا مع أي شعاع ، من أجل كل شعاع $\vec{u}$ لدينا : $\vec{0} = 0 \times \vec{u}$
- يكون شعاعان غير معدومين مرتبطين خطيا إذا و فقط إذا كان لهما نفس المنحى .



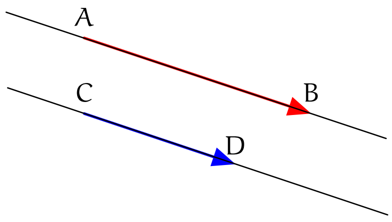
❷ التوازي و الإستقامية:

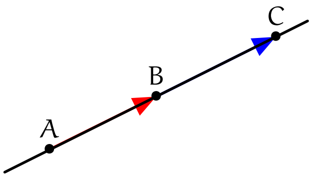
مبرهنة

يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيين إذا و فقط إذا كان الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطين خطيا.

مبرهنة

تكون النقط A ، B و C في إستقامية إذا و فقط إذا كان الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطيا





التقويم

تطبيق

ABC مثلث كيفي

1 أنشئ النقطتين D و E بحيث $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BC}$

2 بين أن النقط A ، B و E في إستقامية

3 بين أن : $(ED) \parallel (BC)$

4 عبر عن $\overrightarrow{ED}$ بدلالة $\overrightarrow{BC}$

30د

مذكرة رقم : 04

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : هندسة
الوحدة : الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المحتوى المعرفي : المعلم للمستوى

المكتسبات القبلية : .
الكفاءات المستهدفة : التعبير عن توازي شعاعين و إستقامية ثلاثة نقط في مستوي منسوب الى معلم.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت

الانطلاق — 20د

نشاط 05 صفحة 253 :

1 المعلم للمستوي

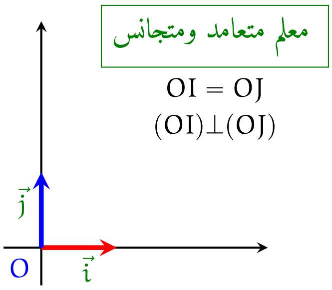
البناء و الترسيخ — 20د

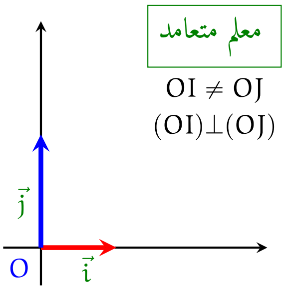
تعريف

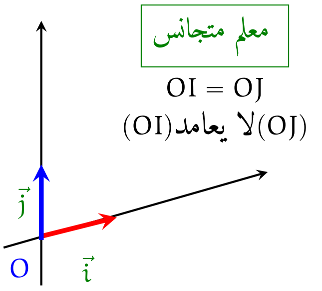
O ، I و J ثلاث نقط متمايزة من المستوي و ليست في استقامية.

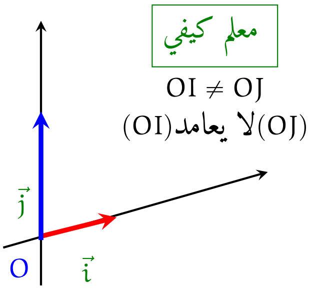
- نقول أن النقط O ، I و J بهذا الترتيب تعين معلما للمستوي مبدؤه O
- نضع $\vec{OI} = \vec{i}$ و $\vec{OJ} = \vec{j}$ حيث $\vec{i}$ و $\vec{j}$ غير مرتبطين خطيا نسميهما أشعة الأساس
- نرمز للمعلم بـ : $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و نسمي (OI) محور الفواصل و (OJ) محور التراتيب

2 أنواع المعالم


معلم متعامد ومتجانس
$OI = OJ$
$(OI) \perp (OJ)$


معلم متعامد
$OI \neq OJ$
$(OI) \perp (OJ)$


معلم متجانس
$OI = OJ$
(OI)لا يعامد(OJ)


معلم كيفي
$OI \neq OJ$
(OI)لا يعامد(OJ)

3 إحدثيا نقطة-مركبتا شعاع

30د

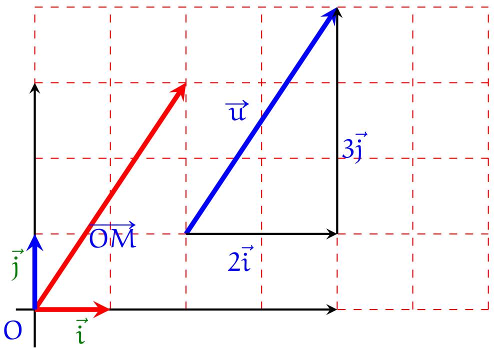
مبرهنة

ليكن $(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم للمستوي .

من أجل كل نقطة M من المستوي ،توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية (x,y) بحيث
$\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$

من أجل كل شعاع $\vec{u}$ ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية (x,y) بحيث $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$

مثال



من الشكل المقابل
النقطة M إحداثياها هي $(2;3)$
الشعاع $\overrightarrow{OM}$ مركباته هي $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$
لدينا $\vec{u}=2\vec{i}+3\vec{j}$ ومنه مركبات الشعاع
$\vec{u}$ هي $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

حساب إحداثياتي شعاع و إحداثيتي منتصف قطعة مستقيم:

مبرهنة

لتكن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$
مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$
إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

نتائج :

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم لمستوي ، و $\vec{u}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ ، و k عدد حقيقي .

- تساوي شعاعين $\vec{u}=\vec{v}$ معناه $(x=x'$ و $y=y')$
- مجموع شعاعين مركبتي المجموع $\vec{u}+\vec{v}$ هما $\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$
- جداء عدد بشعاع مركبتي الشعاع $k\vec{u}$ هما $\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$

شرط الإرتباط الخطي لشعاعين:

مبرهنة

ليكن $(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم لمستوي ، و $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ شعاعين منه .
يكون الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان : $xy'-x'y=0$

مثال

الشعاعان $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا لأن $2\times(-3)+1\times(-6)=0$

المسافة بين نقطتين :

مبرهنة

لتكن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ في مستوي منسوب إلى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.
المسافة بين النقطتين A و B تساوي $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

مثال

الشعاعان $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا لأن $2\times(-3)-1\times(-6)=0$

التقويم

تطبيق

30د

مذكرة رقم : 05

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم **السنة الدراسية :** 2020 – 2021 **يوم :** **المدة :** 02 ساعة	**المستوى :** 01 ج م ع ت **ميدان التعلم :** هندسة **الوحدة :** الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية **المحتوى المعرفي :** معادلة مستقيم

المكتسبات القبلية : .

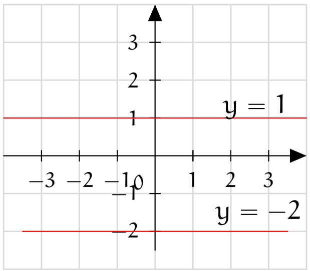
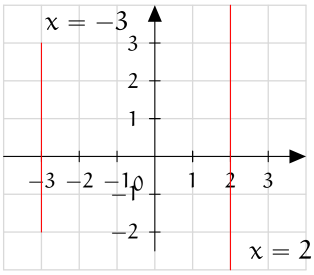
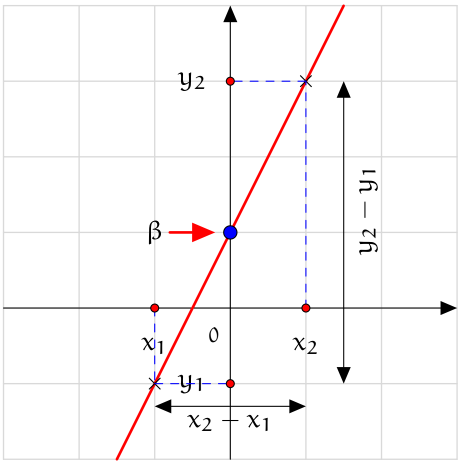
الكفاءات المستهدفة : التعرف على معامل توجيه مستقيم -إنشاء مستقيم علمت معادلة له -إيجاد معادلة مستقيم

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق	نشاط 06 صفحة 253 :	20د
البناء و الترسيخ	**❶ شعاع توجيه مستقيم:** **تعريف** $\vec{v}$ شعاع غير معدوم من المستوي، A نقطة من المستوي مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث : $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا هي مستقيم (Δ) يوازي منحى $\vec{v}$ الشعاع $\vec{v}$ يسمى "شعاع توجيه للمستقيم (Δ)" **ملاحظات** 1 إذا كان $\vec{v}$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) فإن كل شعاع $\vec{u} = k\vec{v}$ حيث $k \in \mathbb{R}^*$ هو كذلك شعاع توجيه لـ (Δ) (لكل مستقيم من المستوي عدد غير منته من أشعة التوجيه) 2 نعين مستقيما من المستوي بإعطاء نقطتين منه أو بإعطاء نقطة منه و شعاع توجيهه **❷ معادلة مستقيم:** **مبرهنة** ينسب المستوي إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ كل مستقيم له معادلة من الشكل $ax + by + c = 0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية معلومة، x و y متغيران حقيقيان، شعاع توجيهه هو $\vec{v}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ a ، b و c أعداد حقيقية معلومة حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$ مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق المعادلة $ax + by + c = 0$ هي معادلة مستقيم شعاع توجيهه $\vec{v}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ **تعريف** العلاقة $ax + by + c = 0$ تسمى المعادلة الديكارتية للمستقيم الذي $\vec{v}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له **مثال** مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق المعادلة $2x + y - 3 = 0$ هي معادلة مستقيم شعاع توجيهه $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$	20د

البناء و الترسيخ

حالات خاصة:

الحالةالأولى $a=0$ و $b\neq 0$	المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $by+c=0$ اي $y=-\underbrace{\frac{c}{b}}_{m}$ كل معادلة من الشكل $y=m$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور الفواصل شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\0\end{pmatrix}$. 
الحالةالثانية $a\neq 0$ و $b=0$	المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $ax+c=0$ اي $x=-\underbrace{\frac{c}{a}}_{t}$. كل معادلة من الشكل $x=t$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور التراتيب شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\a\end{pmatrix}$. 
الحالةالثالثة $a\neq 0$ و $b\neq 0$	المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $y=\underbrace{-\frac{a}{b}}_{\alpha}x\underbrace{-\frac{c}{b}}_{\beta}$ اي $y=\alpha x+\beta$ حيث كل معادلة من الشكل $y=\alpha x+\beta y$ هي معادلة لمستقيم مائل شعاع توجيه $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\\alpha\end{pmatrix}$. ◂ تسمي $y=\alpha x+\beta y$ المعادلة المختصرة للمستقيم حيث α معامل توجيه المسقيم يحسب كالتالي : $\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ◂ β هي ترتيب نقطة تقاطع المستقيم مع حامل محور التراتيب. 

شرط توازي مستقيمين:

مبرهنة

(D) و (D') مستقيمان من المستوي معادلتهما $ax+by+c=0$ و $a'x+b'y+c'=0$ على الترتيب
$(D)\parallel(D')$ يكافئ $ab'=a'b$

مبرهنة

(D) و (D') مستقيمان من المستوي معادلتهما $y=\alpha x+\beta$ و $y=\alpha' x+\beta'$ على الترتيب
$(D)\parallel(D')$ يكافئ $\alpha=\alpha'$

مثال

المستقيمان $(\Delta):2x-3y+5=0$ و $(\Delta'):-4x+6y+1=0$ متوازيان لأن $2\times 6=(-3)\times(-4)$
المستقيمان $(\Delta):y=-x+3$ و $(\Delta'):y=-x-1$ متوازيان لأن لهما نفس معامل التوجيه (-1)

تطبيق

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$، m عدد حقيقي يختلف عن 2، نعتبر المستقيم (Δ_m) المعرف ديكارتيا كما يلي :

$$(m-2)x+(m^2-4)y+1=0$$

1 عين معادلة لكل من (Δ_1) و (Δ_2)

2 أوجد قيم m حتى تكون النقطة $A(2;1)$ نقطة من المستقيم (Δ_m)

3 ليكن (D) المستقيم الذي يشمل A و يوازي المستقيم (Δ_1)

- أكتب المعادلة الديكارتية لـ (D)
- عين قيم m بحيث يكون (D) و (Δ_m) متوازيان

التقويم

30د

مذكرة رقم : 05

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : هندسة
الوحدة : الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المحتوى المعرفي : جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

المكتسبات القبلية : .
الكفاءات المستهدفة : حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين -حل مسائل تؤدي إلى إستخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق البناء و الترسيخ	نشاط 07 صفحة 253 : ❶ **جملة معادلتين خطيتين لمجهولين :** **تعريف** نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كل جملة : $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث a ، b ، c، a' ، b' ، c' أعداد حقيقية معلومة . حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين إيجاد الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد **مبرهنة** لتكن جملة المعادلتين S التالية $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ إذا كان $ab'-ba'=0$ فإن الجملة (S) تقبل حلا وحيدا إذا كان $ab'-ba'\neq 0$ فإن الجملة (S) إما لا حل لها أو تقبل مالانهاية من الحلول **ملاحظة :** العدد $ab'-ba'$ ، يسمى محدد الجملة (S)	20د
	❷ **طرق حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين :** **طريقة الجمع و التعويض** **طريقة المحدد** لحل الجملة التالية : $\begin{cases} ax+by=c\text{ ......(1)} \\ a'x+b'y=c'\text{ ....(2)} \end{cases}$ (S) نحسب العدد $\Delta=ab'-ba'$ ، و الذي يسمى محدد الجملة (S) ونكتب $\Delta=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ ونميز حالتين حسب قيمة Δ ✘ إذا كان $\Delta\neq 0$ فإن الجملة (S) لها حل وحيد في $\mathbb{R}^2$ هو (α,β) حيث: $\alpha=\dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}$ و $\beta=\dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta}$ ✘ إذا كان $\Delta=0$ فإن الجملة (S) إما ليس لها حل في $\mathbb{R}^2$ وذلك ان لم تكن المعادلة (1) تكافئ المعادلة (2) ، وإلا فلها عدد غير منتهي من الحلول في $\mathbb{R}^2$	20د

البناء و الترسيخ

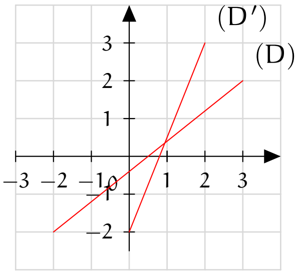
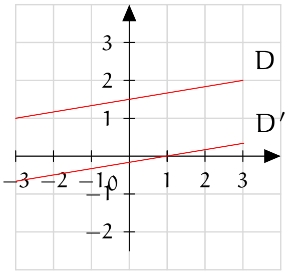
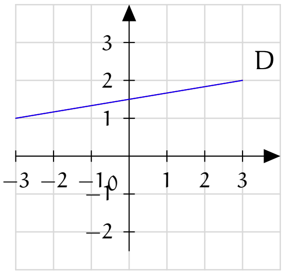
مثال

حل في $\mathbb{R}^2$ كل جملة من الجمل التالية :

$(1)\begin{cases} x-y-1=0 \\ 2x+y=2 \end{cases}$ $(2)\begin{cases} x-y-1=0 \\ -2x-2y=2 \end{cases}$ $(2)\begin{cases} x+3y-1=0 \\ x+3y=2 \end{cases}$

التفسير البياني:

(D) و (D′) مستقيمان من المستوي معادلتهما $ax+by+c=0$ و $a'x+b'y+c'=0$ على الترتيب

<table>
<tr><td>الجملة</td><td colspan="3">$$S:\begin{cases} ax+by=c\cdots(1) \\ a'x+b'y=c'\cdots(2) \end{cases}$$</td></tr>
<tr><td>المحدد</td><td colspan="3">$ab'-ba'$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">الحلول</td><td>$ab'-ba'\neq 0$</td><td colspan="2">$ab'-ba'=0$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(S) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}^2$</td><td>(1) و (2) غير متكافئتان</td><td>(1) و (2) متكافئتان</td></tr>
<tr><td>(S) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}^2$</td><td>(S) تقبل مالا نهاية من الحلول في $\mathbb{R}^2$</td></tr>
<tr><td>التفسير البياني</td><td>المستقيمان (D) و (D′) يتقاطعان في نقطة وحيدة
 </td><td>المستقيمان (D) و (D′) متوازيان
 </td><td>المستقيمان (D) و (D′) منطبقان
 </td></tr>
</table>

التقويم

30د

تطبيق

حل في $\mathbb{R}^2$ كل جملة من الجمل التالية ثم فسر النتائج بيانيا :

$(S_1)\begin{cases} 2x-y=4 \\ 6x-3y=1 \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} 2x-y=3 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$ $(S_3)\begin{cases} -x+2y=1 \\ 2x-4y=-2 \end{cases}$