ثانوية مؤذن بوزيان — السنة الدراسية: 2023/2022

الـمستوى: ثانية تقني رياضي — الأستاذ: رحـمـانـي عـمـاد

سلم يوم: 2023/01/08 — يناقش يوم: 2023/01/18

واجب منزلي لوحدة الـمرجح في المستوي

التمرين الأول:

ABC مثلث ، H نقطة معرفة بالعلاقة الشعاعية: $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

1) بين أن النقطة H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بـمعاملين صحيحين يطلب تعيينهما ثم أنشئها.

2) لتكن النقطة G مرجح الجملة الـمثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,3)\}$.

أ. أكتب $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم أنشىء النقطة G.

ب. بين أن النقط G ، H و C على استقامة واحدة.

3) عين ثم أنشئ (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{CM}\right\|$

4) عين ثم أنشئ (Δ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$

التمرين الثاني:

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط $A(1;3)$ ، $B(-3;-1)$ ، $C(2;-2)$.

لتكن النقطة D مرجح الجملة الـمثقلة $\{(A,\alpha);(B,-\alpha^2);(C,\alpha)\}$ حيث α عدد حقيقي.

1) عين إحداثيي النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

2) عين قيم α التي من أجلها تكون النقطة D موجودة.

3) عين إحداثيي النقطة D بدلالة α.

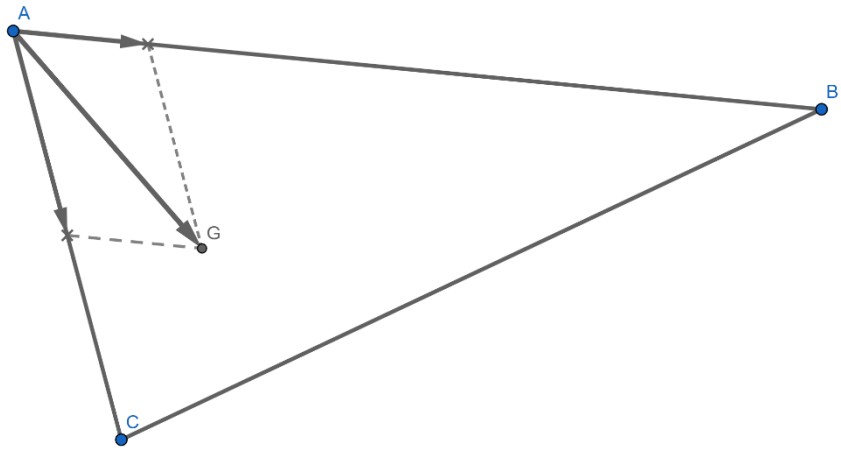
4) عين قيمة α حتى يكون إحداثيي D: $(2;6)$، ثم أثبت عندئذ أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

الإجابة النموذجية للواجب المنزلي

عناصر الإجابة	سلم التنقيط
التمرين الأول: **1) تبيين أن H هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بـمعاملين صحيحين وتعيينهما:** لدينا: $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ تكافئ $3\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}$ تكافئ $3\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}$ (باستعمال علاقة شال) تكافئ $3\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{HB}=\vec{0}$ تكافئ $2\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{BH}=\vec{0}$ ومنه H هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بـالمعاملين 2 و 1 على الترتيب.	02
2) أ. كتابة $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$: G مرجح الجملة الـمثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,3)\}$ معناه: تكافئ $2\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+3\overrightarrow{CG}=\vec{0}$ تكافئ $2\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG}+3(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AG})=\vec{0}$ (باستعمال علاقة شال) تكافئ $3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AG}=\vec{0}$ تكافئ $6\overrightarrow{AG}=-\overrightarrow{BA}-3\overrightarrow{CA}$ تكافئ $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$	02

❖ **إنشاء النقطة G :**

01.5



01.5

2) ب. تبين أن النقط G ، H و C على استقامة واحدة:

لدينا G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,3)\}$ و H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1)\}$ إذن حسب خاصية التجميع: G مرجح الجملة المثقلة $\{(H,3);(C,3)\}$
ومنه النقط G ، H و C على استقامة واحدة.

3) تعيين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث:

01

$$\left\| 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC} \right\| = 3\left\| \overrightarrow{AM}-\overrightarrow{CM} \right\|$$

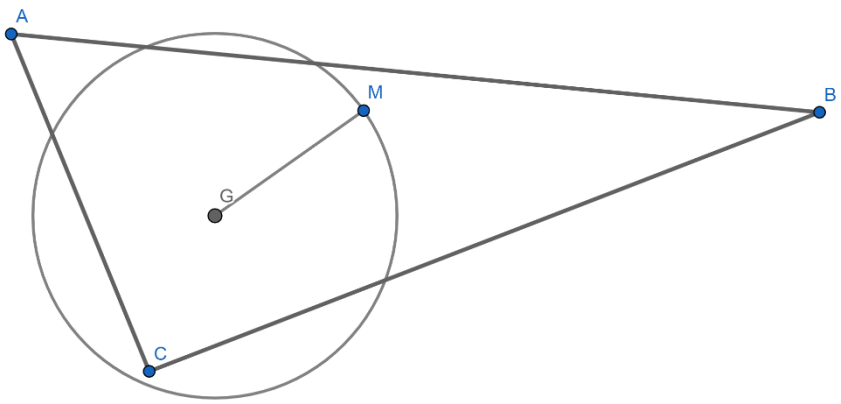
بما أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,3)\}$ فإن: $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=6\overrightarrow{MG}$
ومنه نجد:

$$6\left\|\overrightarrow{MG}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{AC}\right\| \text{ أي : } MG=\frac{1}{2}AC$$

إذن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي هي دائرة مركزها G و طول نصف قطرها هو $\frac{1}{2}AC$.

❖ **إنشاء (Γ):**

01



01

4) تعيين (Δ) مجموعة النقط M من المستوي $\left\| 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC} \right\|=2\left\| 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB} \right\|$

بما أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,3)\}$ فإن: $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=6\overrightarrow{MG}$

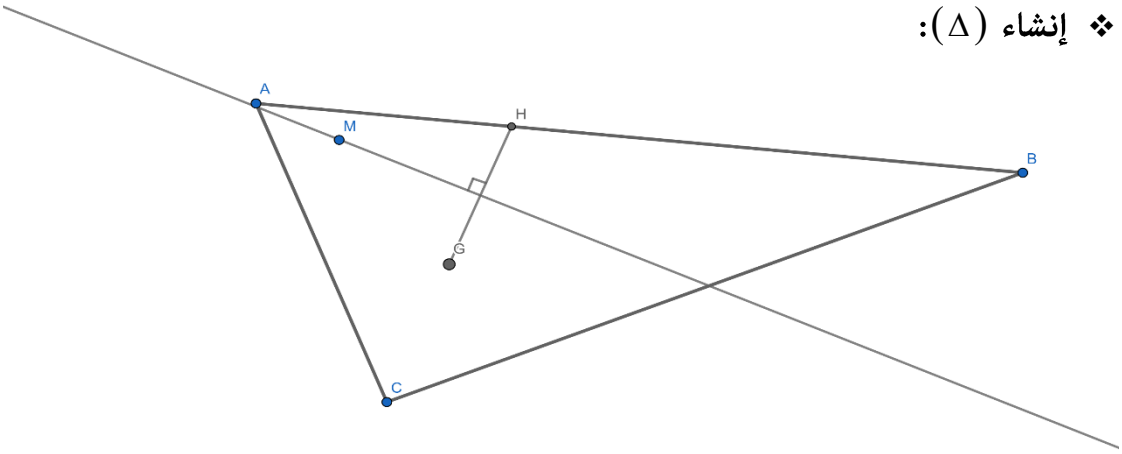
بما أن H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1)\}$ فإن: $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MH}$ ومنه نجد:

$6\left\|\overrightarrow{MG}\right\|=6\left\|\overrightarrow{MH}\right\|$ أي : $MG=MH$

إذن (Δ) مجموعة النقط M من المستوي هي محور القطعة المستقيمة $[GH]$.

01

❖ **إنشاء (Δ):**



التمرين الثاني:

1) تعيين إحداثيي النقطة G مركز ثقل المثلث ABC:

01

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$$

بالتعويض نجد:

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{1-3+2}{3}=0 \\ y_G=\dfrac{3-1-2}{3}=0 \end{cases}$$

إذن $G(0;0)$

02	**2) تعيين قيم α التي من أجلها تكون النقطة D موجودة:** تكون النقطة D موجودة إذا كان : $\alpha-\alpha^2+\alpha\neq 0$ معناه : $\alpha\neq 0$ و $\alpha\neq 2$ إذن تكون D موجودة من أجل: $\alpha\in\mathbb{R}-\{0;2\}$
2.5	**3) تعيين إحداثيي النقطة D بدلالة α :** من أجل كل $\alpha\in\mathbb{R}-\{0;2\}$ $\begin{cases} x_D=\dfrac{\alpha x_A-\alpha^2 x_B+\alpha x_C}{\alpha-\alpha^2+\alpha} \\ y_D=\dfrac{\alpha y_A-\alpha^2 y_B+\alpha y_C}{\alpha-\alpha^2+\alpha} \end{cases}$ بالتعويض نجد: $\begin{cases} x_D=\dfrac{3\alpha^2+3\alpha}{2\alpha-\alpha^2} \\ y_D=\dfrac{\alpha^2+\alpha}{2\alpha-\alpha^2} \end{cases}$
02	**4) تعيين قيم α حتى يكون إحداثيي $D(6;2)$:** $\begin{cases} x_D=\dfrac{3\alpha^2+3\alpha}{2\alpha-\alpha^2}=6 \\ y_D=\dfrac{\alpha^2+\alpha}{2\alpha-\alpha^2}=2 \end{cases}$ بعد التبسيط نجد: $\begin{cases} \alpha^2-\alpha=0 \\ \alpha^2-\alpha=0 \end{cases}$ معناه: إما $\alpha=1$ أو $\alpha=0$ لكن $\alpha=0$ حل مرفوض إذن حتى تكون $D(6;2)$ قيمة α هي 1.
01.5	**4) ب. إثبات أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع:** نحسب مركبتي الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C-x_D \\ y_C-y_D \end{pmatrix}$ بالتعويض نجد: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$ إذن الشعاعين $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ومنه الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .