

سلسلة تمارين في  
المرجح في المستوى

2020-2019

**تمرين رقم 6**

$ABCD$  مستطيل من المستوى.

1. عين النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A, 2); (B, 2); (C, 1); (D, 1)\}$
2. عين النقطة  $H$  مرجح الجملة  $\{(A, 1); (B, 1); (C, 1); (D, 3)\}$

**تمرين رقم 7**

مثلث من المستوى و النقط  $P$  ،  $Q$  و  $R$  معرفة كلياً :

$$2\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0} .$$

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} .$$

$R$  . منتصف القطعة  $[AB]$

اثبت ان المستقيمات  $(AP)$  ،  $(BQ)$  و  $(CR)$  متقاطعة في نقطة يطلب تعينها.

**تمرين رقم 8**

مثلث من المستوى  $ABC$  ،  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  ثلاثة اعداد حقيقة حيث  $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$  ليكن  $G$  مرجح النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  المرفقة بالمعاملات  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  على الترتيب. المدف هو تعين حسب قيم العدد الحقيقي  $k$  المجموعة  $(\Gamma_k)$  مجموعة النقاط  $M$  من المستوى التي تتحقق :

$$\|\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}\| = k$$

1. اكتب الشعاع  $\|\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}\|$  بدلالة الشعاع

$$MG = \frac{k}{|\alpha + \beta + \gamma|} \overrightarrow{MG}$$

2. ناقش تبعا العدد الحقيقي  $k$  طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  محددا عناصرها الهندسية.

**تمرين رقم 1**

$A$  و  $B$  نقطتان متمايزتان.

1. انشئ النقطة  $G$  مرجح النقطتين  $A$  و  $B$  المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب
2. انشئ النقطة  $H$  مرجح النقطتين  $A$  و  $B$  المرفقتين بالمعاملين 4 و 3 على الترتيب.

**تمرين رقم 2**

$A$  و  $B$  نقطتان متمايزتان.

1. لتكن النقطة  $K$  حيث ان :  $\overrightarrow{AK} = -\frac{8}{3}\overrightarrow{AB}$ . اثبت ان مرجح للنقطتين  $A$  و  $B$  مرتفقين بمعاملين صحيحين يطلب تعينهما.
2. اثبت ان كل نقطة من المستقيم  $(AB)$  هي مرجح للنقطتين  $A$  و  $B$  مرتفقين بمعاملين يطلب تعينهما.

**تمرين رقم 3**

$A$  ،  $B$  و  $C$  ثالث نقط من المستوى. انشئ النقطة  $G$  مرجح النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  المرفقة بالعوامل 2 ، 1 و 5 على الترتيب.

**تمرين رقم 4**

$A$  ،  $B$  و  $C$  ثالث نقط من المستوى. انشئ النقطة  $G$  مرجح النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  المرفقة بالمعاملات 1 ، -1 و 2 على الترتيب.

ليكن الشعاع  $\vec{u}$  المعروف بـ  $\vec{u} = -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$  اكتب  $\vec{u}$  بدلالة  $\vec{MG}$  ثم استنتج مجموعة النقط  $M$  التي تحقق  $\|\vec{u}\| = 2$ .

**تمرين رقم 5**

المستوى المنسوب الى معلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . لتكن النقط  $A(1; 2)$  ،  $B(-1; 4)$  و  $C(-3; 3)$

1. اثبت ان النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  ليسوا على استقامة واحدة.
2. عين احداثيات مركز ثقل المثلث  $ABC$ .
3. عين احداثيات النقطة  $H$  مرجح الجملة  $\{(A, -1); (B, -3); (C, 2)\}$

## تمرين رقم 9

5. عين طبيعة و انشئ ( $\Delta$ ) مجموعة النقط  $M$  من المستوى  $M$   
 $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \frac{3}{2} \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$   
 حيث :

### تمرين رقم 11

- $A$  ،  $B$  ،  $C$  ثلاثة نقط ليست في استقامية.  
 النقطة  $G$  منح الجملة المثلثة  $\{(B, 1); (C, 2)\}$  و  $H$  النقطة المعرفة  
 $\vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BC} = \vec{0}$  كايلي :

1. انشئ النقطة  $G$

2. بين ان النقطة  $H$  منح الجملة المثلثة  $\{(A, 1); (B, 1); (C, 2)\}$ .  
 انشئ النقطة  $H$ .

3. بين ان النقط  $A$  ،  $G$  و  $H$  في استقامية.

4. (ا) ( $\Gamma$ ) مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث :  
 $\|\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \frac{3}{4} \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$

(ب) عين ثم انشئ المجموعة ( $\Gamma$ )

- (ج) عين ( $\Gamma'$ ) مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث :  
 $\|\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| \leq \frac{3}{4} \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$

5. عين ( $\gamma$ ) مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث :  
 $(4\overrightarrow{MB} + 8\overrightarrow{MC}) \perp (3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC})$

6. المستوى منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ،  $(0; 2)$  ،  $(0; -3)$  و  $(2; 0)$  هي، على الترتيب، احداثيات  
 النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$

- (ا) عين احادي كل من النقطتين  $G$  و  $H$

- (ب) تأكيد، حسابيا، من صحة نتيجة السؤال (3).

### تمرين رقم 12

- المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . نعتبر  
 النقط :  $(A; 1)$  ،  $B(0; 5)$  ،  $C(2; 1)$  و لتكن  $G_m$  منح الجملة  
 $\{(A, -m^2 + 4); (B; m^2 - 2m); (C; 2m)\}$

1. عين قيم  $m$  التي تكون من اجلها  $G_m$  موجودة ووحيدة.

2. عين احادي النقطة  $G_m$  بدلالة  $G_m$

3. عين الحل الهندسي للنقط  $G_m$  لما  $m$  يمسح  $\mathbb{R}$

1.  $ABC$  مثلث. بين ان مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تتحقق :  
 $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 6$  دائرة يطلب تعين  
 مركزها ونصف قطرها.

2.  $ABC$  مثلث قائم و متساوي الساقين من المستوى حيث  
 $CA = CB = 1$   
 عين و انشئ مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث :  
 $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = \sqrt{5}$

3.  $ABC$  مثلث متقارن الاضلاع من المستوى حيث  
 $AB = AC = BC = 1$   
 عين و انشئ مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث :  
 $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \sqrt{3}$

4.  $ABC$  مثلث. عين مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث  
 $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$

5.  $ABC$  مثلث متقارن الاضلاع من المستوى حيث  
 $AB = AC = BC = \alpha$  . لتكن ( $\Gamma$ ) مجموعة النقط  $M$   
 من المستوى التي تتحقق :  
 $\|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$

- تتحقق ان النقطة  $B$  تنتمي الى المجموعة ( $\Gamma$ )

- بين ان الشعاع  $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$  مستقل عن النقطة  $M$

- ليكن  $G$  منح الجملة المثلثة  $\{(A, 1), (B, -4), (C, 1)\}$  .  
 بين ان  $GM = \alpha \frac{\sqrt{3}}{2}$  ثم استنتج طبيعة المجموعة ( $\Gamma$ ) محددا  
 عناصره المميزة.

- انشئ المجموعة ( $\Gamma$ )

## تمرين رقم 10

- في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .  
 نعتبر النقط  $(A; 1)$  ،  $B(-3; 3)$  ،  $C(1; 4)$  و  $D(-1; -1)$ .

1. علن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$

2. احسب احادي النقطة  $H$  منح الجملة المثلثة  
 $\{(A; 1), (B; 1)\}$

3. نعتبر النقطة  $G$  المعرفة بالعلاقة:  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

- (ا) ماذا تمثل النقطة  $G$  بالنسبة للنقط  $A$  ،  $B$  و

- (ب) بين ان النقطة  $G$  منح الجملة المثلثة  $\{(H, 2), (C, 1)\}$

- (ج) استنتاج ان النقط  $C$  ،  $G$  و  $H$  في استقامية.

- (د) احسب احادي النقطة  $G$

4. عين طبيعة و انشئ ( $\Gamma$ ) مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث  
 $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 9$  :

### تمرين رقم 13

المستوي المنسوب الى معلم متعمد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . نعتبر النقط  $A(1; 0)$  ،  $B(-3; 2)$  و  $C(1; 3)$  . ولتكن  $G$  مرح الجملة  $\{(A; -2), (B; 1), (C; -1)\}$

1. احسب احداثي النقطة  $G$

2. عين احداثي النقطة  $D$  حتى يكون الرباعي  $ABCD$  متوازي الاضلاع.

3. عين الاعداد الحقيقة  $\alpha$  ،  $\beta$  و  $\gamma$  بحيث تكون النقطة  $D$  مرح الجملة المثلثة:  $\{(A; \alpha), (B; \beta), (C; \gamma)\}$

4. عين مجموعة النقاط من المستوي التي تتحقق :

$$\| -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \| = 2\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \|$$

5. عدد حقيقي. نعتبر النقطة  $H$  معرفة بالعلاقة الشعاعية :

$$(m+2)\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB} + (m-3)\overrightarrow{HC} = \vec{0}$$

• عين قيم  $m$  حتى تكون النقطة  $H$  موجودة.

• عبر عن  $\overrightarrow{AC}$  بدلالة  $\overrightarrow{AH}$  و  $\overrightarrow{AB}$

• عين احداثي النقطة  $H$  بدلالة  $m$

• عين قيم  $m$  بحيث تكون النقطة  $H$  من المستقيم  $(D) : 2x - y = 0$

### تمرين رقم 14

و  $C$  ثالث نقط من المستوي ليست في استقامية  $B$  ،  $A$  و  $C$  عدد حقيقي من المجال  $[1; -1]$ . ليكن  $G_k$  مرح الجملة  $\{(A, k^2 + 1); (B, k); (C, -k)\}$

1. مثل النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  ،  $I$  منتصف  $[BC]$  وانشئ  $G_{-1}$  و  $G_1$

2. برر وجود  $G$  من اجل عدد حقيقي  $k$  من المجال  $[-1; 1]$

$$\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2 + 1} \overrightarrow{BC}$$

ويبين ان :

3. لتكن  $N$  نقطة من  $(BC)$ . هل يمكن ان تنطبق على  $G_k$  ؟ على

4. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  المعرفة على  $[-1; 1]$  بـ :

$$f(x) = \frac{-x}{x^2 + 1}$$

5. استنتج مجموعة النقاط  $G_k$  عندما يمسح  $k$  المجال  $[-1; 1]$

$\alpha + \beta \neq 0$  لـ  $\alpha + \beta \neq 0$   
 الترتين رقم 03  
 و  $C$  تذهب نقطة من  $A, B$

المستوى  
 $\{(A; 2), (B; 1), (C; 1)\}$  مرجع الجملة  
 معناه  
 $\vec{AG} = \frac{1}{8} \vec{AB} + \frac{5}{8} \vec{AC}$

الترتيب رقم 04  
 $\{(A; -1), (B; 1), (C; 2)\}$  مرجع الجملة  
 معناه

$$\vec{AG} = \frac{1}{2} \vec{AB} + \vec{AC}$$

الافتتاح =

2- ليكن السطح المعرف بـ:  
 $\vec{u} = -\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}$

لما أن  $G$  مرجع الجملة

$\{(A; -1), (B; 1), (C; 2)\}$   
 قائمة من أجل كل نقطة من  $M$

المستوى =  
 $-\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = 2\vec{MG}$

وبالتالي  
 $\vec{u} = 2\vec{MG}$

حل سلسلة المرجح في المستوى  
 2، 1، -2، -1

الترتيب 01

و  $B$  نقطتان متباينتان  
 $\{(A; 3), (B; 1)\}$  مرجع الجملة  
 معناه  
 $\vec{AG} = \frac{1}{4} \vec{AB}$

مراجع الجملة 1  
 معناه

$$\vec{AH} = \frac{3}{-1} \vec{AB} = -3\vec{AB}$$

الافتتاح =

الترتيب 02  
 $\vec{AK} = -\frac{8}{3} \vec{AB}$  1- لدينا  
 ومنذ النقطة  $K$  على  $B, A$  و  $G$   
 المستقيمة

$$\begin{cases} B = -8 \\ A = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{نوع} = B = -8 \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases}$$

وبالتالي  $K$  مرجع الجملة =  
 $\{(A; 11), (B; -8)\}$

2- الاتي =  
 تنتهي نقطة في المستقيم  $(AB)$   
 وبالتالي النقطة  $A$  و  $B$  و  $G$  على  
 المستقيمة ولذلك الشولاعان  $\vec{AG}$   
 و  $\vec{AB}$  مرتبطتين خطياً

وبالتالي أي نقطة هي المستقيم  $(AB)$   
 هي مرجع الجملة  $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$

والمتالي إحداثيات مركز التقليل:

$$G(-1; 3)$$

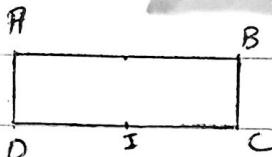
3- تحديد إحداثيات H

$$x_H = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{-1 + 3 + 6}{-2} = -4$$

$$y_H = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{-2 - 12 + 6}{-2} = 4$$

$$H(-4; 4) \text{ وهذا}$$

مخرج رقم 06



1- تحديد النقطة G

لدينا مرجع الجملة

$$\{(A; 2), (B; 2), (C; 1), (D; 1)\}$$

بوصف G مست心智 [DC]

والمتالي حسب خاصية التجمع فإن G  
مخرج الجملة

$$\{(A; 2), (B; 2), (C; 2)\}$$

والمتالي G هو مركز تقليل المثلث ABI

2- تحديد النقطة H

بوصف K هو مركز تقليل المثلث ABC

$$\{(A; 1), (B; 1), (C; 1)\}$$

وهذه H مخرج الجملة

$$\{(K; 3); (D; 3)\}$$

والمتالي فإن H هي صيغة

KD الصادحة

الاستنتاج:

$$\|\vec{u}\| = 2 \Rightarrow \|2\vec{MG}\| = 2$$

$$\Rightarrow 2\|\vec{MG}\| = 2 \Rightarrow \|\vec{MG}\| = 1$$

والمتالي مجموعدة التقط م من

المستوى والتي تتحقق  $\|\vec{u}\| = 2$

عبارة عن دائرة مركزها M ومحور

الجملة  $\{(A; -1), (B; 1), (C; 2)\}$

وتحصى قطرها  $r = 1$ .

تسرين رقم 05

$$C(-3; 3) \text{ و } B(-1; 4) \text{ و } A(1; 2)$$

1- إثبات أن التقط A و B و C

لمستوى دستقافية

لدينا

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 - 1 \\ 4 - 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} -3 - 1 \\ 3 - 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{AC} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(-2)(1) - (-2)(-4) = -10 \neq 0$$

والمتالي الشعاعان  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  غير

محيطيان خطيا ومنه التقط

و B و C ليست في دستقافية A

2- تحديد إحداثيات مركز تقليل

ABC المثلث

G هو مركز تقليل المثلث ABC

مخرج الجملة  $\{(A; 1), (B; 1), (C; 1)\}$

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{1 - 1 - 3}{3} = -1$$

$$y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{2 + 4 + 3}{3} = 3$$

للسنة رقم 10

- ١- تعليم التقط

- ٢- حساب إحداثيات H

$$x_H = \frac{-3 + (-1)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_H = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

H(-2, 1) و متد =

- ٣- أتيت G المعرفة بالوحدة

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

أ) مرجع الجملة

$$\{(A:1), (B:1), (C:1)\}$$

أي موك ثقل المثلث ABC

ب) سبي خاصية التجمع. لها أن

H مرجع الجملة  $\{(A:1), (B:1), (C:1)\}$

فإن  $\rightarrow$  مرجع  $\{(H:2), (C:1)\}$

ج) لها أن  $\rightarrow$  مرجع  $\{(H:2), (C:1)\}$

فإن حسب المبرهنة، النقط

G و C على استقامية

د- حساب إحداثيات النقطة G

$$G = \frac{\alpha x_H + \beta x_C}{\alpha + \beta} = \frac{2(-2) + 1}{3} = -1$$

$$y_G = \frac{\alpha y_H + \beta y_C}{\alpha + \beta} = \frac{2(1) + 4}{3} = 2$$

G(-1, 2)

ـ ٤- أعين مجموعة النقط (M)

$$\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|3\vec{MG}\| = 3$$

$$\Rightarrow 3\|\vec{MG}\| = 3$$

$$\Rightarrow MG = 3$$

ومنه مجموعة النقط (M) عبارة عن دائرة

مرک لها ونصف قطرها 3

للسنة رقم 9

M مثلث من المستوى والقط

R و Q و P معرفة كما يلي

$$2\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$$

$$\vec{AQ} = \frac{1}{3} \vec{AC}$$

[AB] و [AC] متضمنة R

مراجع الجملة

$$\{(B:2), (C:1)\}$$

Q مرجع  $\{(A:2), (C:1)\}$

R مرجع  $\{(A:2), (B:2)\}$

G مرجع الجملة

$$\{(A:2), (B:2), (C:1)\}$$

ومتد وحسب خاصية التنصيص فإن

G مرجع الجملة  $\{(R:4), (C:1)\}$

و بال التالي = GE(CR)

و G مرجع الجملة  $\{(Q:3), (B:2)\}$

و بال التالي = GE(BQ)

و G مرجع الجملة  $\{(A:2), (P:3)\}$

و بال التالي = GE(AP)

ومتد = G نقطة تقاطع المستقيمات

(CR) و (PQ) و (AP)

للسنة رقم 08

نشاط في الطريق

دخل الدرس

للسنة رقم 09

أعمال موجودة في الطريق  
لها دخل الدرس.

$$\vec{HA} + \vec{HB} + 2\vec{AB} + 2\vec{BH} + 2\vec{HC} = \vec{0}$$

$$\vec{HA} + \vec{HB} + 2\vec{HC} = \vec{0}$$

و بال التالي  $\Rightarrow$  مرجع  $\{A:1, B:1, C:2\}$   
إثبات أن النقطة  $G, H, A$  و  $B$  تقع على一直线上

في استقامه

لما  $H$  مرجع الجملة

$\{A:1, B:1, C:2\}$

و  $G$  مرجع الجملة

$\{B:1, C:2\}$

و هذه حسب خاصيه التجميع فـ

$\{A:1, C:1, G:3\}$  مرجع

بال التالي حسب البرهنه فـ

النقطة  $G, H, A$  و  $B$  على

استقامه

أ - ٤- تعين المجموعه  $(m)$

لدينا:  $\vec{MB} + 2\vec{MC} = \frac{3}{4} \vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}$

$\vec{MB} + 2\vec{MC} = 3\vec{MG}$  لدينا

$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = 4\vec{MH}$

$\|3\vec{MG}\| = \frac{3}{4} \|4\vec{MH}\|$  و هـ

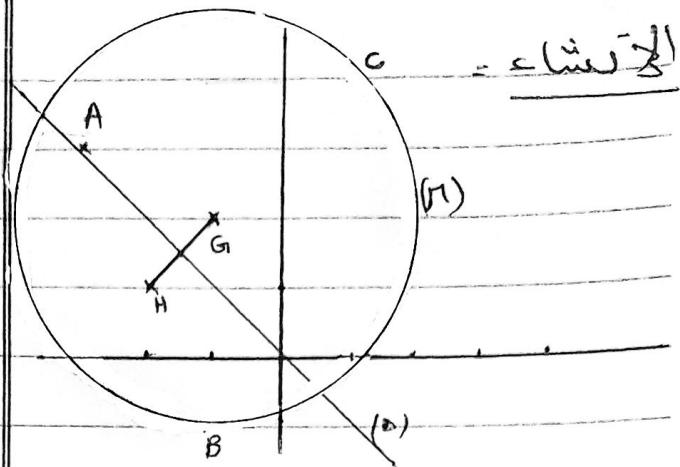
$MG = MH$  وبال التالي

و هـ المجموعه  $(n)$  هي محور التـ

$[GH]$

لـ  $G, H, A$  النقطه  $A$  في

العلاقة  $\vec{AH} = \frac{3}{4} \vec{AG}$



٥- تعين و اثـنـاء المجموعه

النقطه  $(n)$

لـ

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$$

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MH}$$

وبالتالي

$$\|3\vec{MG}\| = \frac{3}{2} \|2\vec{MH}\|$$

$$\|MG\| = \|MH\| = \frac{1}{2}$$

$$MG = MH$$

و هـ مجموعه النقطه  $(n)$  عـ

حسب قـم هـ مجموعه، التـ

ثـونـينـ رقم

=  $G$  اثـنـاء النقطه

$\{B:1, C:2\}$  مرجع الجملة

و هـ

$$\vec{BG} = \frac{2}{3} \vec{BC}$$

$B \quad \quad \quad G \quad \quad \quad C$

ـ إثـبات أن النقطه  $H$  مرجع

الجملـة المـشـقـلة

$\{(A:1, B:1, C:2)\}$

$$\vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BC} = \vec{0}$$

$$\vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BH} + 2\vec{HC} = \vec{0}$$

- تحديد حالات التقطبة

$$x_H = \frac{\alpha x_A + \beta x_G}{\alpha + \beta} = \frac{1(0) + 3(\frac{1}{3})}{4}$$

$$y_H = \frac{\alpha y_A + \beta y_G}{\alpha + \beta} = \frac{1(2) + 3(\frac{2}{3})}{4}$$

ومنه حالات H في (1)

بـ التأكيد حسبائياً من صحة

نتيجة السؤال (3)

النقط A, G, H في مستقيمة

$$\vec{AG} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} - 0 \\ \frac{2}{3} - 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{AG} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$\vec{AH} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - 0 \\ 1 - 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{AH} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{3}(-1) - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = 0 \quad \text{ولدينا:}$$

الشعاعان  $\vec{AG}$  و  $\vec{AH}$  مترادفين

جاءياً و A نقطه شترنك

ومنه النقط A, G, H على

[ستقسيم]

القرن (جم 12)

موحورة معايا:

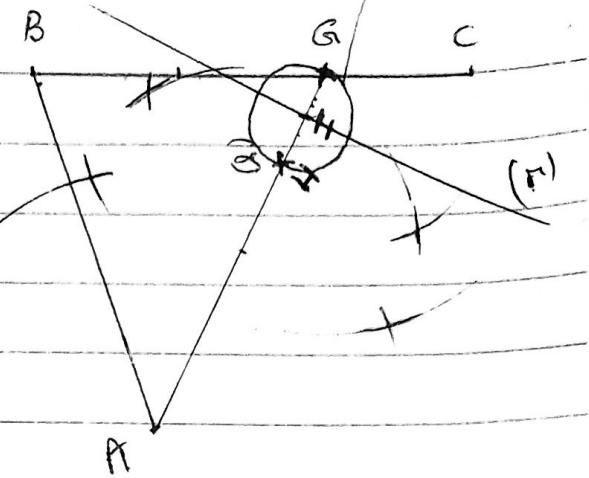
$$-m^2 + 4 + m^2 - 2m + 2m \neq 0$$

$$4 \neq 0$$

$m \in \mathbb{R}$  و

- تحديد حالات  $G_m$  بدلالة

$$= m$$



(2) تحديد المجموعة (2)

$$\|\vec{MB} + 2\vec{MC}\| \leq \frac{3}{4} \|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\|$$

$MG \leq MH$  يكفي

ومنه المجموعة (2) عبارة عن

تصف المستوى الموجود على

يسار محور القطعة  $[GH]$

+ محور القطعة

(3) تحديد المجموعة (3)

$$(\vec{4MB} + 8\vec{MC}) \perp (\vec{3MA} + \vec{3MB} + 6\vec{MC})$$

$$\Rightarrow 4(\vec{MB} + 2\vec{MC}) \perp 3(\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC})$$

$$\Rightarrow \vec{MB} + 2\vec{MC} + \frac{3}{4}(\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC})$$

$$\vec{MG} \perp \vec{MA}$$

ومنه المجموعة (3) عبارة عن

$[GH]$  دائرة قطرها

- تحديد حالات النقطة

$$= G$$

$$x = \frac{\alpha x_B + \beta x_C}{\alpha + \beta} = \frac{1(-3) + 2(2)}{3} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{\alpha y_B + \beta y_C}{\alpha + \beta} = \frac{1(0) + 2(1)}{3} = \frac{2}{3}$$

$(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$  حالات هي

$$x_{G_1} = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma}$$

$$= \frac{2m(2)}{4} = \frac{4m}{4} = m$$

$$y_{G_2} = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma}$$

$$= \frac{(-m^2 + 4) + 5(m^2 - 2m) + 2m}{4}$$

$$= \frac{4m^2 - 8m + 4}{4} = m^2 - 2m + 1$$

$$G_m(m; m^2 - 2m + 1)$$

$$G_m(m; (m-1)^2)$$

وبالتالي المدخل للهندسي

للخط  $G_m$  هو المسافة

للحالة منبع بالشائع  $(0^1, 1^0)$

انتهى  
والله أعلم