ثانوية أبي بكر الصديق - العطاف -

الموسم الدراسي : 2025/2024

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

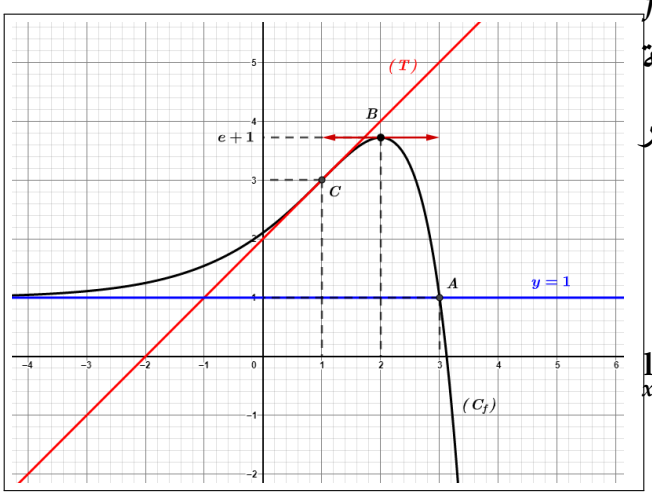
المستوى : 03 علوم تجريبية

المدّة : 02 ساعة

◄ ملاحظة هامة ! تؤخذ بعين الاعتبار ، فقط لا غير ، الإجابات الدقيقة و الواضحة .
يمنع منعًا باتًا استعمال القلم المُصحّح " *l'effaceur* " و القلم الأحمر .

التمرين الأول: (08 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة والقابلة للإشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$ والذي يمر بالنقطة $A(3;1)$ ويقبل عند النقطة $B(2;e+1)$ مماسًا موازٍ لمحور الفواصل ، ومماسا (T) يخترقه في النقطة $C(1;3)$



I) بالاستعانة بالتمثيل البياني :

❶ عيّن : $f'(1)$ ، $f''(1)$ ، $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ اكتب معادلة للماس (T)

❸ أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α في المجال $]3;+\infty[$ ، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

❹ شكل جدول تغيرات الدالة f

❺ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$

II) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(x)-\exp[f(x)]$

❶ اكتب عبارة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

❷ استنتج اتجاه تغيرالدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني: (12 نقطة)

I ـ نعتبر الدالة g المعرفة على $D=]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-ln(x+2)$.

❶ احسب $\lim\limits_{x\to-2^{>}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

❷ ادرس إتجاه تغير g و شكل جدول تغيراتها.

❸ بين أنه من أجل كل x من D : $g(x)>0$.

II ـ لتكن الدالة f المعرفة على $D=]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}x+1+\frac{ln(x+2)}{x+2}$.

❶ بين أنه من أجل كل x من D : $f'(x)=\frac{1+g(x)}{(x+2)^2}$.

❷ احسب $\lim\limits_{x\to-2^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❸ شكل جدول تغيرات الدالة f.

❹ أ - بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)=1$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى المنحنى (C_f) ؟

بـ - أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}x+1$ . .

❺ بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

❻ بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (D) في نقطة يطلب تعيين احداثياتها ، ثم اكتب معادلة له

❼ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $\frac{-3}{2}<\alpha<-1$.

❽ أ ـ أنشئ (C_f) والمستقيم (D).

بـ ـ m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم وجود و عدد حلول المعادلة : $\frac{ln(x+2)}{x+2}=m+1$

❾ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(|x|)$, (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ ـ بين ان h زوجية بـ ـ اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من (C_f) ، ثم ارسمه

للحصول على الحل النموذجي استعمل Google Lens

التصحيح المفصل لاختبار الثلاثي الأول

حل التمرين 01

I)-

1) بقراءة بيانية لدينا :

$f'(1) = \dfrac{2-0}{0-(-2)} = 1$ ، $f''(1) = 0$ ،

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2) = 0$

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 1$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

2) كتابة معادلة للماس (T) :

$(T) : y = f'(1)(x-1) + f(1) = x + 2$

3) مبرهنة القيم المتوسطة (واضح)

استنتاج اشارة $f(x)$ حسب قيم x :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

4) جدول التغيرات :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗ $e+1$		↘	$-\infty$
			1		

5) المناقشة البيانية :

حلول المعادلة $f(x) = g(m)$ هي فواصل نقط تقاطع (C_g) مع المستقيم ذو المعادلة $y = f(m)$ ولدينا :

- من أجل $f(m) \in]-\infty;1]$ معناه $m \in [3;+\infty[$ للمعادلة حل وحيد
- من أجل $f(m) \in]1;e+1[$ معناه $m \in]-\infty;2[\cup]2;3[$ للمعادلة حلين .
- من أجل $f(m) = e+1$ معناه $m = 2$ للمعادلة حل وحيد

II)- $h(x) = f(x) - \exp[f(x)]$ $\quad D_h = \mathbb{R}$

1) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$h'(x) = f'(x) - f'(x).e^{f(x)} = f'(x)\left(1 - e^{f(x)}\right)$

2) اتجاه تغير الدالة f :

x	$-\infty$		2		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$1-e^{f(x)}$		$-$		$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

- الدالة h متناقصة تماما على كل من $]-\infty;2[$ و $]\alpha;+\infty[$
- الدالة h متزايدة تماما على $[2;\alpha]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		2		α		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$1-e$	↘	$h(2)$	↗	$h(\alpha)$	↘	$-\infty$

حل التمرين 02

I)- الدالة g المعرفة على $]-2;+\infty[$ حيث : $D =]-2;+\infty[$

$g(x) = \dfrac{1}{2}(x+2)^2 - ln(x+2)$

1) حساب نهايات الدالة g

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{2}(x+2)^2 - ln(x+2)\right] = +\infty$

$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2} g(x) = +\infty$

2) اتجاه تغير الدالة g : لدينا $g'(x) = \dfrac{(x+1)(x+3)}{x+2}$

وبالتالي :

x	-2		-1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{1}{2}$	↗	$+\infty$

3) اشارة $g(x)$ حسب قيم x :

القيمة الحدية الصغرى للدالة g هي $\frac{1}{2}$

وبالتالي : $g(x) > 0$.

II) – نعتبر الدالة f المعرفة على $D =]-2;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{ln(x+2)}{x+2}$$

1) تبيان أنه من أجل كل x من D : $f'(x) = \frac{1+g(x)}{(x+2)^2}$

$$f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1-ln(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{1+g(x)}{(x+2)^2}$$

2) حساب النهايات :

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3) جدول تغيرات الدالة f

x	-2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

4) أ - بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x\right) = 1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} 1 + \frac{ln(x+2)}{x+2} = 1$

بيانيا : $(D) : y = \frac{1}{2}x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب - دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x + 1$

ندرس اشارة الفرق $f(x) - (\frac{1}{2}x + 1)$

$$f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) = \frac{ln(x+2)}{x+2}$$

لدينا :

$ln(x+2) = 0$ معناه $(x+2) = 1$ معناه $x = -1$

x	-2		-1		$+\infty$
$f(x) - y$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(-1;\frac{1}{2})$		(C_f) فوق (Δ)

5) تبيان أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

لدينا : $f''(x) = \frac{-3 + 2ln(x+2)}{(x+2)^3}$

x	-2		$e^{\frac{3}{2}} - 2$		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	

المشتق الثاني ينعدم مغيرا من اشارته اذن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف عند النقطة ذات الفاصلة $e^{\frac{3}{2}} - 2$

6) تبيان أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (D) في نقطة يطلب تعيين احداثياتها ، ثم اكتب معادلة له

نحل المعادلة $f'(x) = \frac{1}{2}$

$f'(x) = \frac{1}{2}$ معناه $\frac{1-ln(x+2)}{(x+2)^2} = 0$ معناه

$1 - ln(x+2) = 0$ أي أن : $x = e - 2$

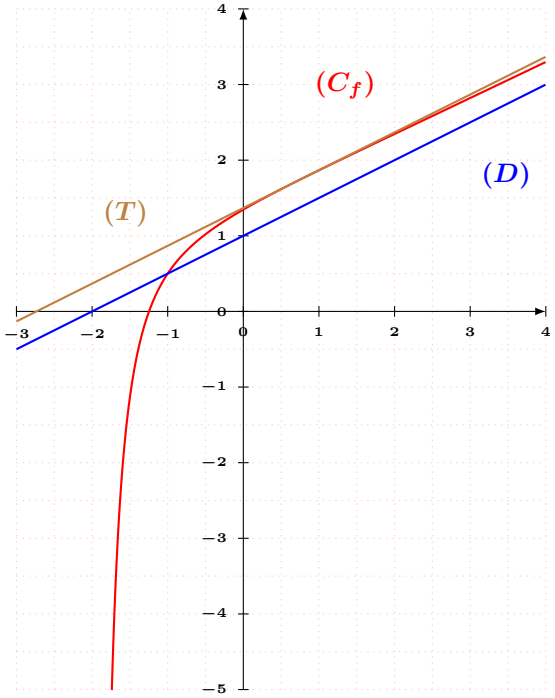
- كتابة معادلة للماس (T)

$(T) : y = \frac{1}{2}x + 1 + e^{-1}$

7) اثبات أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $\frac{-3}{2} < \alpha < -1$.

مبرهنة القيم المتوسطة (واضح) .

8) رسم (D) ، المنحنى (C_f) والمماس (T) :



بـ ـ مناقشة وجود و عدد حلول المعادلة :

$$\frac{ln(x+2)}{x+2} = m+1$$

بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m

لدينا : $\frac{ln(x+2)}{x+2} = m+1$

معناه $f(x) = \frac{1}{2}x + m + 2$

حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x + m + 2$

- لما $m+2 \leq 1$ معناه $m \leq -1$ للمعادلة حل وحيد

- لما $1 < m+2 < 1+e^{-1}$ معناه $-1 < m < -1+e^{-1}$ للمعادلة حلين

- لما $m+2 = 1+e^{-1}$ معناه $m = -1+e^{-1}$ للمعادلة حل وحيد

- لما $m > 1+e^{-1}$ معناه $m > -1+e^{-1}$ لاتوجد حلول

9 نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$, (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

(أ) تبيان ان h زوجية

لدينا $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة لـ 0

ولدينا :

$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$

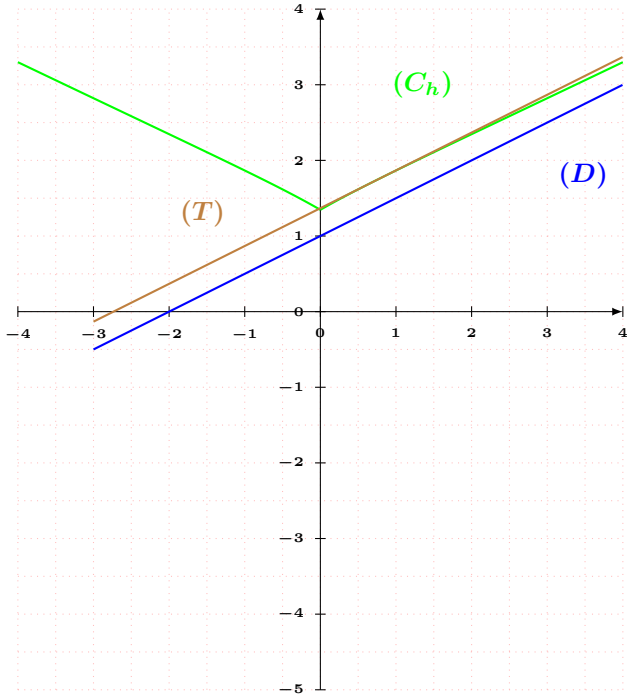
وعليه h دالة زوجية .

(ب) كتابة عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \in [0;+\infty[\\ f(-x) & ; x \in]-\infty;0] \end{cases}$$

- شرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f)

(C_h) ينطبق على (C_f) في $[0;+\infty[$ ثم نكمل بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب



بالتوفيق في امتحان شهادة بكالوريا - 2025 -