

التاريخ: 2021/12/02

المدة: 02 س

المادة: الرياضيات

المستوى: 2 ع ت

اختبار الفصل الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

$P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x) = x^3 + 2x^2 + (\alpha - 3)x + 3\alpha$ حيث α عدد حقيقي.

1. عين قيمة α حتى يكون العدد 2 جذر لـ $P(x)$.
2. نضع $\alpha = -2$ ، عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل x من \mathbb{R} :
 $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$
3. حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$ ، واستنتج حلول المعادلة $-6x^6 - 5x^4 + 2x^2 + 1 = 0$.
4. ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $\frac{P(x)}{2-x} \geq 0$.

التمرين الثاني: (08 نقاط)

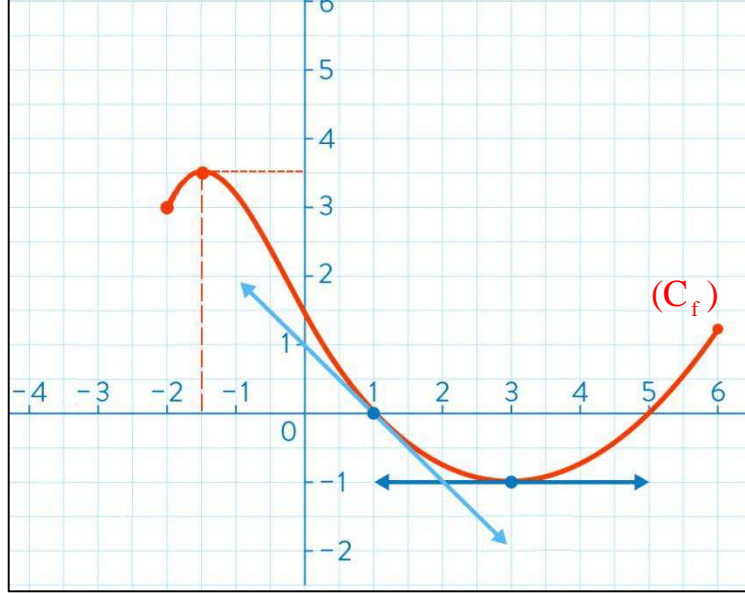
نعتبر الدالة f المعرفة على $[-3, 3]$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x^2 + 1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. عين العددين الحقيقيين α و β بحيث (C_f) يقبل مماس عند النقطة $A(0, 1)$ يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = -2x - 3$.
2. نضع $\alpha = -2$ و $\beta = 1$ ، بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3, 3]$ فإن $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2}$.
3. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[-3, 3]$.
4. اعط حصر للدالة f على المجال $[-1, 1]$.
5. بين أن النقطة $A(0, 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
6. احسب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(3)$ ثم استنتج $f(-1)$ ، $f(-2)$ و $f(-3)$ وارسم (C_f) على المجال $[-3, 3]$.
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الغير معدوم m عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{1}{m}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-2, 6]$ و f' دالتها المشتقة. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. (انظر الشكل)



I. بالاستعانة بالبيان:

1. عين كلا من: $f(1)$ ، $f'(3)$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$.
2. اكتب معادلة مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج إشارة $f'(x)$.
4. حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$.

II. نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ ، g' دالتها المشتقة.

1. فكك الدالة g إلى مركب دالتين، ثم عين مجموعة تعريفها.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g باستعمال "مبرهنة اتجاه تغير دالة مركبة".
3. اكتب عبارة $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.
4. ادرس إشارة $g'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة g وقارنها مع نتيجة -السؤال 2-.
5. شكل جدول تغيرات الدالة g .

سؤال إضافي: (+1 نقطة إضافية)

f و g دالتان معرفتان في \mathbb{R} حيث $f(x) = x^2 + 2x$ و $g(x) = 16x + 15x^2$.
علما أن الدالة g هي دالة تآلفية، عين العبارات الممكنة للدالة g .

إعداد: الأستاذ بن مسعود

مؤسسة الرجاء والتفوق الخاصة (بوزريعة)

السنة الدراسية: 2021-2022

تصحيح اختبار الفصل الأول

المادة: الرياضيات

المستوى: 2 ع ت

في مادة الرياضيات

الأستاذ: بن مسعود

العلامة		الإجابة	التمرين
المجموع	مجزأة		
0,5	0,5	<p>(1) لدينا 2 جذر لـ $P(x)$ معناه $P(2) = 0$</p> $P(2) = 2^3 + 2 \times 2^2 + (\alpha - 3)2 + 3 \times \alpha = 0$ $10 + 5\alpha = 0$ $\alpha = \frac{-10}{5} = -2$ <p>ومنه: $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$</p>	التمرين الأول
1	1	<p>(2) تحليل $P(x)$:</p> $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$ $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$ $P(x) = ax^3 + (b - 2a)x^2 + (cx - 2b)x - 2c$ <p>بالمطابقة نجد:</p> $\begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = 2 \\ c - 2b = -5 \\ -2c = -6 \end{cases}$ <p>ومنه: $a = 1$ $b = 4$ $c = 3$</p> $P(x) = (x - 2)(x^2 + 4x + 3)$ <p>يكون</p>	
0,5	0,5	<p>(3) حل المعادلة $P(x) = 0$:</p> $P(x) = 0 \text{ تكافئ } x - 2 = 0 \text{ أو } x^2 + 4x + 3 = 0$ <p>ومنه فإن: $S = \{-3, -1, 2\}$</p>	

0,5	0,5	<ul style="list-style-type: none">استنتاج حلول المعادلة (E).... $-6x^6 - 5x^4 + 2x^2 + 1 = 0$بما أن $x = 0$ ليس حل للمعادلة (E) فإنها تكافئ : $x^6 \left(-6 - \frac{5}{x^2} + \frac{2}{x^4} + \frac{1}{x^6}\right) = 0$بوضع $X = \frac{1}{x^2}$ يكون $\frac{1}{X^3}(-6 - 5X + 2X^2 + X^3) = 0$يصبح لدينا $\frac{1}{X^3}P(X) = 0$ أي $X \in \{-3, -1, 2\}$معناه $\frac{1}{x^2} \in \{-3, -1, 2\}$$\frac{1}{x^2} = -3$ مرفوض، $\frac{1}{x^2} = -1$ مرفوض.$\frac{1}{x^2} = 2$ تقبل حلين: $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.																								
1	1	<p>(4) دراسة إشارة $P(x)$</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>-1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x-2$</td><td>-</td><td></td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>$x^2 + 4x + 3$</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>P(x)</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td><td>○</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$	$x-2$	-		-	-	+	$x^2 + 4x + 3$	+	○	-	+	+	P(x)	-	○	+	○	+
x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$																					
$x-2$	-		-	-	+																					
$x^2 + 4x + 3$	+	○	-	+	+																					
P(x)	-	○	+	○	+																					
0,5	0,5	<ul style="list-style-type: none">استنتاج حلول المتراجحة $\frac{P(x)}{2-x} \geq 0$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>-1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>P(x)</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td><td>○</td><td>+</td></tr><tr><td>$2-x$</td><td>+</td><td></td><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$\frac{P(x)}{2-x}$</td><td>-</td><td></td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr></table> <p>$\frac{P(x)}{2-x} \geq 0$ معناه $x \in [-3, -1]$.</p>	x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$	P(x)	-	○	+	○	+	$2-x$	+		+	+	-	$\frac{P(x)}{2-x}$	-		+	-	-
x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$																					
P(x)	-	○	+	○	+																					
$2-x$	+		+	+	-																					
$\frac{P(x)}{2-x}$	-		+	-	-																					
1	0,5×2	<p>$D_f = [-3, 3]$ و $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x^2 + 1}$</p> <p>(1) تعيين α و β :</p> <ul style="list-style-type: none">(C_f) يشمل النقطة $A(0,1)$ معناه $f(0) = 1$ $f(0) = \frac{0^2 + \alpha \cdot 0 + \beta}{0^2 + 1} = \frac{\beta}{1} = \beta$	التمرين الثاني																							

لدينا $f(0)=1$ و $f(0)=\beta$ ومنه فإن $\beta=1$.

• (C_f) يقبل مماس عند النقطة $A(0,1)$ يوازي المستقيم ذو المعادلة

$$f'(0) = -2 \text{ معناه } y = -2x - 3$$

لدينا f قابلة للاشتقاق على المجال $[-3,3]$

$$f'(x) = \frac{(2x+\alpha)(x^2+1) - (x^2+\alpha x+\beta)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{2x^3} + 2x + \alpha x^2 + \alpha \cancel{2x^3} - 2\alpha x^2 - 2\beta x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\alpha x^2 + (2-2\beta)x + \alpha}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{-\alpha 0^2 + (2-2\beta)0 + \alpha}{(0^2+1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{\alpha}{1} = \alpha$$

لدينا $f'(0)=\alpha$ و $f'(0)=-2$ ومنه فإن $\alpha=-2$.

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1} \text{ فتكون}$$

(2) حساب الدالة المشتقة/

لدينا f قابلة للاشتقاق على المجال $[-3,3]$

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x^2+1) - (x^2-2x+1)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{2x^3} + \cancel{2x} - 2x^2 - 2\cancel{2x^3} + 4x^2 - \cancel{2x}}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$$

1

1

		<p>(3) دراسة إشارة $f'(x)$</p> <p>• إشارة $f'(x)$ من إشارة $(x^2 - 1)$ لأن المقام موجب</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x^2 - 1$</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td><td>○</td><td>-</td></tr></table> <p>• استنتاج التغيرات:</p> <p>f' موجبة على المجالين $[-\infty, -1]$ و $[1, +\infty[$ ومنه f متزايدة عليهما.</p> <p>f' سالبة على المجال $[-1, 1]$ ومنه f متناقصة عليه.</p> <p>• جدول تغيرات الدالة f :</p> <table><tr><td>x</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>2</td><td>0</td><td>0,4</td></tr></table> <p>1,6</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$x^2 - 1$	+	○	-	○	+	$f'(x)$	+	○	-	○	-	x	-3	-1	1	3	$f'(x)$	+	○	-	○	+	$f(x)$		2	0	0,4
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																															
$x^2 - 1$	+	○	-	○	+																														
$f'(x)$	+	○	-	○	-																														
x	-3	-1	1	3																															
$f'(x)$	+	○	-	○	+																														
$f(x)$		2	0	0,4																															
1,5	$0,5 \times 3$																																		
		<p>(4) حصر الدالة f على المجال $[-1, 1]$.</p> <p>f متناقصة على المجال $[-1, 1]$ ومنه فإن</p> <p>$f(1) \leq f(x) \leq f(-1)$</p> <p>$0 \leq f(x) \leq 2$</p>																																	
		<p>(5) تبين أن النقطة $A(0,1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)</p> <p>بتغيير المعلم من (O, \vec{i}, \vec{j}) إلى (A, \vec{i}, \vec{j}) يكون:</p> <p>$\begin{cases} x = X \\ y = Y + 1 \end{cases}$</p>																																	
1	1																																		

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$$

$$Y + 1 = \frac{X^2 - 2X + 1}{X^2 + 1}$$

$$Y = \frac{X^2 - 2X + 1}{X^2 + 1} - 1$$

$$Y = \frac{\cancel{X^2} - 2X + \cancel{1} - \cancel{X^2} - \cancel{1}}{X^2 + 1}$$

$$Y = \frac{-2X}{X^2 + 1}$$

$$g(x) = \frac{-2x}{x^2 + 1} \text{ نضع}$$

من أجل كل $x \in D_g$ فإن $-x \in D_g$

$$g(-x) = \frac{-2(-x)}{(-x)^2 + 1}$$

$$g(-x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$g(-x) = -\frac{-2x}{x^2 + 1}$$

$$g(-x) = -g(x)$$

أي أن g دالة فردية .

ومن هذا نستنتج أن النقطة $A(0,1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(6) حساب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(3)$:

$$f(1) = \frac{1^2 - 2 \times 1 + 1}{1^2 + 1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$f(2) = \frac{2^2 - 2 \times 2 + 1}{2^2 + 1} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$f(3) = \frac{3^2 - 2 \times 3 + 1}{3^2 + 1} = \frac{4}{10} = 0,4$$

نعلم أن $A(0,1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

ومنه فإن $f(0-x) + f(0+x) = 2(1)$

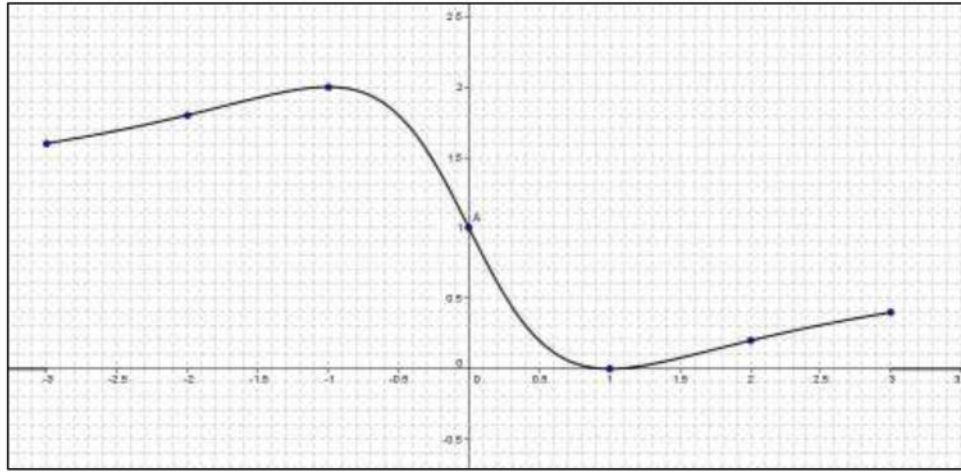
أي أن $f(-x) + f(x) = 2$ نجد $f(x) = 2 - f(-x)$

$$f(-1) = 2 - f(1) = 2 - 0 = 2$$

$$f(-2) = 2 - f(2) = 2 - 0,2 = 1,8$$

$$f(-3) = 2 - f(3) = 2 - 0,4 = 1,6$$

• رسم المنحنى (C_f)



(7) المناقشة البيانية : $f(x) = \frac{1}{m}$

بوضع $M = \frac{1}{m}$ تصبح $f(x) = M$ مع $M \in \mathbb{R}^*$

- من أجل $M < 0$ أي $\frac{1}{m} < 0$ يكون $m < 0$ المعادلة لا تقبل حلول.
- من أجل $0 < M \leq 0,4$ أي $0 < \frac{1}{m} \leq 0,4$ يكون $0 < m \leq 2,5$ المعادلة تقبل حلين.
- من أجل $0,4 < M < 1,6$ أي $0,4 < \frac{1}{m} < 1,6$ يكون $0,625 < m < 2,5$ المعادلة تقبل حل وحيد.
- من أجل $1,6 \leq M < 2$ أي $1,6 \leq \frac{1}{m} < 2$ يكون $0,5 < m \leq 0,625$ المعادلة تقبل حلين.
- من أجل $M = 2$ أي $\frac{1}{m} = 2$ يكون $m = \frac{1}{2}$ المعادلة تقبل حل وحيد.
- من أجل $M > 2$ أي $\frac{1}{m} > 2$ يكون $0 < m < 0,5$ المعادلة لا تقبل حلول.

I.

(1) بقراء بيانية نجد:

$$f(1) = 0, \quad f'(3) = 0, \quad f'(1) = \frac{1-0}{0-1} = -1$$

(2) معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة 1:

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$y = -1(x-1) + 0$$

$$y = -x + 1$$

التمرين الثالث

		<p>(3) جدول تغيرات الدالة f :</p> <table> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1,5</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td></td> <td>3,5</td> <td>-1</td> <td>1,25</td> </tr> </table> <p>استنتاج إشارة $f'(x)$:</p> <table> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1,5</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	-2	-1,5	3	6	f(x)		3,5	-1	1,25	x	-2	-1,5	3	6	f'(x)	+	○	-	○	+
x	-2	-1,5	3	6																			
f(x)		3,5	-1	1,25																			
x	-2	-1,5	3	6																			
f'(x)	+	○	-	○	+																		
1	0,5×2																						
0,5	0,5	<p>(4) حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$:</p> <p>حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل، نجد $x = 1$ و $x = 5$.</p>																					
1	0,5×2	<p>II. $g(x) = \frac{1}{f(x)}$</p> <p>(1) تفكيك الدالة g :</p> <p>نضع $v(x) = f(x)$ و $u(x) = \frac{1}{x}$ تكون $g(x) = u \circ v(x)$.</p> <p>• مجموعة تعريف الدالة g :</p> <p>$D_g = \{x / x \in D_v, v(x) \in D_u\}$</p> <p>$D_g = \{x / x \in [-2, 6], v(x) \in \mathbb{R}^*\}$</p> <p>$D_g = \{x / x \in [-2, 6], f(x) \neq 0\}$</p> <p>$D_g = \{x / x \in [-2, 6], x \neq 1, x \neq 5\}$</p> <p>$D_g = [-2, 1[\cup]1, 5[\cup]5, 6]$</p>																					

		<p>(2) دراسة اتجاه تغير الدالة g :</p> <p>الجدول التالي يمثل تغيرات الدالة g على كل مجال من مجموعة تعريفها</p> <table><tr><th>على المجال</th><th>الدالة f</th><th>الدالة مقلوب</th><th>الدالة g</th></tr><tr><td>$[-2, -1, 5]$</td><td>متزايدة</td><td rowspan="5">متناقصة على مجال تعريفها</td><td><u>متناقصة</u></td></tr><tr><td>$[-1, 5, 1[$</td><td>متناقصة</td><td><u>متزايدة</u></td></tr><tr><td>$]1, 3]$</td><td>متناقصة</td><td><u>متزايدة</u></td></tr><tr><td>$[3, 5[$</td><td>متزايدة</td><td><u>متناقصة</u></td></tr><tr><td>$]5, 6]$</td><td>متزايدة</td><td><u>متناقصة</u></td></tr></table>	على المجال	الدالة f	الدالة مقلوب	الدالة g	$[-2, -1, 5]$	متزايدة	متناقصة على مجال تعريفها	<u>متناقصة</u>	$[-1, 5, 1[$	متناقصة	<u>متزايدة</u>	$]1, 3]$	متناقصة	<u>متزايدة</u>	$[3, 5[$	متزايدة	<u>متناقصة</u>	$]5, 6]$	متزايدة	<u>متناقصة</u>	
على المجال	الدالة f	الدالة مقلوب	الدالة g																				
$[-2, -1, 5]$	متزايدة	متناقصة على مجال تعريفها	<u>متناقصة</u>																				
$[-1, 5, 1[$	متناقصة		<u>متزايدة</u>																				
$]1, 3]$	متناقصة		<u>متزايدة</u>																				
$[3, 5[$	متزايدة		<u>متناقصة</u>																				
$]5, 6]$	متزايدة		<u>متناقصة</u>																				
1	1																						
0,5	0,5	<p>(3) كتابة عبارة $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$:</p> <p>g دالة قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها</p> $g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$																					
1,5	0,5×3	<p>(4) دراسة إشارة $g'(x)$ و استنتاج تغيرات الدالة g :</p> <p>• لدينا $g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$ إشارة $g'(x)$ من إشارة $-f'(x)$</p> <table><tr><th>x</th><th>-2</th><th>-1,5</th><th>1</th><th>3</th><th>5</th><th>6</th></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td></tr></table> <p>• استنتاج تغيرات الدالة g :</p> <p>• على المجالات $[-2, -1, 5]$، $[3, 5[$ و $]5, 6]$ $g'(x)$ سالبة ومنه g متناقصة.</p> <p>• وعلى المجالين $[-1, 5, 1[$ و $]1, 3]$ $g'(x)$ موجبة ومنه g متزايدة.</p> <p>• النتيجة المتحصلة عليها متطابقة مع نتيجة السؤال 2 .</p>	x	-2	-1,5	1	3	5	6	$f'(x)$	+	○	-	-	○	+	$g'(x)$	-	○	+	+	○	-
x	-2	-1,5	1	3	5	6																	
$f'(x)$	+	○	-	-	○	+																	
$g'(x)$	-	○	+	+	○	-																	

(5) جدول تغيرات الدالة g :

x	-2	-1,5	1	3	5	6
$g'(x)$	-	○	+	+	○	-
$g(x)$	↘ ↗ 0,29			↗ ↘ -1		↘ 0,8

لدينا $f(x) = x^2 + 2x$ و $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$.
 g دالة تألفية معناه $g(x) = ax + b$ (مع $a \in \mathbb{R}^*$ و $b \in \mathbb{R}$)
 يكون:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(f \circ g)(x) = g(x)^2 + 2g(x)$$

$$(f \circ g)(x) = (ax + b)^2 + 2(ax + b)$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + b^2 + 2axb + 2ax + 2b$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + 2axb + 2ax + b^2 + 2b$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + (2ab + 2a)x + (b^2 + 2b)$$

بالمطابقة مع $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$ نجد :

$$\begin{cases} a^2 = 4 \dots\dots (1) \\ 2ab + 2a = 16 \dots\dots (2) \\ b^2 + 2b = 15 \dots\dots (3) \end{cases}$$

من (1) نجد $a = 2$ أو $a = -2$

نعوض $a = 2$ في (2) نجد $b = 3$ ، نعوض $a = -2$ في (2) نجد $b = -5$.

من (3) نجد أيضا $b = 3$ و $b = -5$.

ومنه إما $g(x) = -2x - 5$ أو $g(x) = 2x + 3$

سؤال إضافي



المستوى: الثانية ثانوي رياضيات

ديسمبر 2019

الاختبار الأول في الرياضيات

المدة: 2 سا

التمرين الأول (4 نقط)

المطلوب اختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة مبررا الاختيار :

$$(1) P(x) \text{ كثير حدود حيث } P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

(أ) العدد 2 هو جذر $P(x)$ (ب) العدد 3 هو جذر $P(x)$ (ج) لا يقبل جذور

$$(2) f \text{ دالة معرفة دالة على } \mathbb{R} \text{ ب: } f(x) = (x-1)^2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 0 \text{ (ج) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 2 \text{ (ب) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 1$$

$$(3) g \text{ و } h \text{ دالتان معرفتان على } \mathbb{R} \text{ ب: } h(x) = x^2 + 3 \text{ و } g(x) = 2x - 1$$

$$(g \circ h)(x) = \dots$$

$$(أ) 2x^2 + 5 \text{ (ب) } 2x^2 + 1 \text{ (ج) } 2x^2 + 2$$

$$(4) \text{ مشتقة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ ب: } f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x + 5$$

$$(أ) f'(x) = 2x - \frac{1}{2} \text{ (ب) } f'(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \text{ (ج) } f'(x) = x - \frac{1}{2}$$

التمرين الثاني (8 نقط)

لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ كما يلي

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1} \text{ حيث } a \text{ و } b \text{ عددين حقيقيين.}$$

(C) التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) عين العددين a و b حتى يقبل (C) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (x, x') في النقطة $A(3; 3)$.(2) فيما يلي: $a = -3$ و $b = 6$

$$(أ) \text{ تحقق ان: } f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-1}$$

(ب) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

- (ج) اوجد معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0
 (د) عين نقط تقاطع (C) مع حامي المحورين.
 (هـ) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 2$
 (و) بين أن بيان الدالة f يقبل النقطة $B(1 ; -1)$ كمركز تناظر.

التمرين الثالث (8 ن)

نعتبر كثير الحدود حيث $P(x) = x^3 + (\sqrt{2} - 1)x^2 + (2 - \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$:

- (1) احسب $P(-\sqrt{2})$ ماذا تستنتج ؟
 - (2) عين α و β حيث $P(x) = (x + \sqrt{2})(x^2 + \alpha x + \beta)$
 - (3) عين حسب قيم x إشارة $P(x)$.
 - (4) لتكن f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = x^2 - x + 2$
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المعلم متعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- (أ) بين ان : $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$
- (ب) اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من الدالة مربع ثم أنشئه .

الأستاذة خ. سوامي

بالتوفيق

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين
4 ن	<p style="text-align: right;">اختيار الجواب الصحيح</p> <p>(1) كثير حدود حيث $0: P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$</p> <p>(ب) العدد 3 هو جذر $P(x)$</p> <p>f دالة معرفة دالة على \mathbb{R} ب: $f(x) = (x-1)^2$</p> <p>(ب) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 2$</p> <p>$h$ دالتان معرفتان على \mathbb{R} ب : $h(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = 2x - 1$</p> <p>$(g \circ h)(x) = \dots$</p> <p>(أ) $2x^2 + 5$</p> <p>(4) مشتقة f المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x + 5$</p> <p>(ج) $f'(x) = x - \frac{1}{2}$</p>	التمرين 1



(1) $a = -3$ و $b = 6$

(2) (أ) التحقق أن : $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-1}$

(ب) حساب $f'(x)$ و دراسة إشارتها ثم جدول تغيرات الدالة f :

$$f'(x) = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$						

(ج) معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

$$(T) : y = -3x - 6$$

(د) تعيين نقط تقاطع (C) مع حائلي المحورين.

$$(C) \cap (xx') = \emptyset$$

$$(C) \cap (yy') = \{A(0, -6)\}$$

(هـ) دراسة وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 2$

(C) تحت (D) في المجال $]-\infty ; 1[$

(C) فوق (D) في المجال $]1 ; +\infty[$

(و) نبين أن بيان الدالة f يقبل النقطة $B(1 ; -1)$ كمركز تناظر.

باستعمال دساتير تغيير المعلم

1

$$P(-\sqrt{2}) = 0 \quad (1)$$

2

نستنتج أن $-\sqrt{2}$ جذر لـ $P(x)$

$$\beta = 2 ; \alpha = -1 \quad (2)$$

(3) تعيين حسب قيم x إشارة $P(x)$.

2

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$+\infty$
$x + \sqrt{2}$	-	- 0 +	+
$x^2 - x + 2$	+	+	+
$P(x)$	-	-	+

1

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \quad (4) \text{ نبين أن :}$$

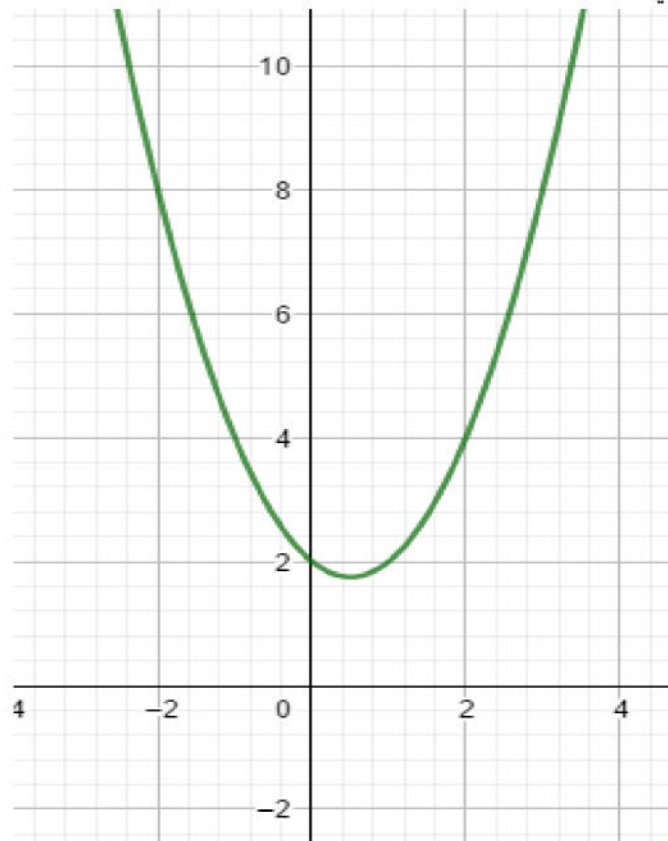
1

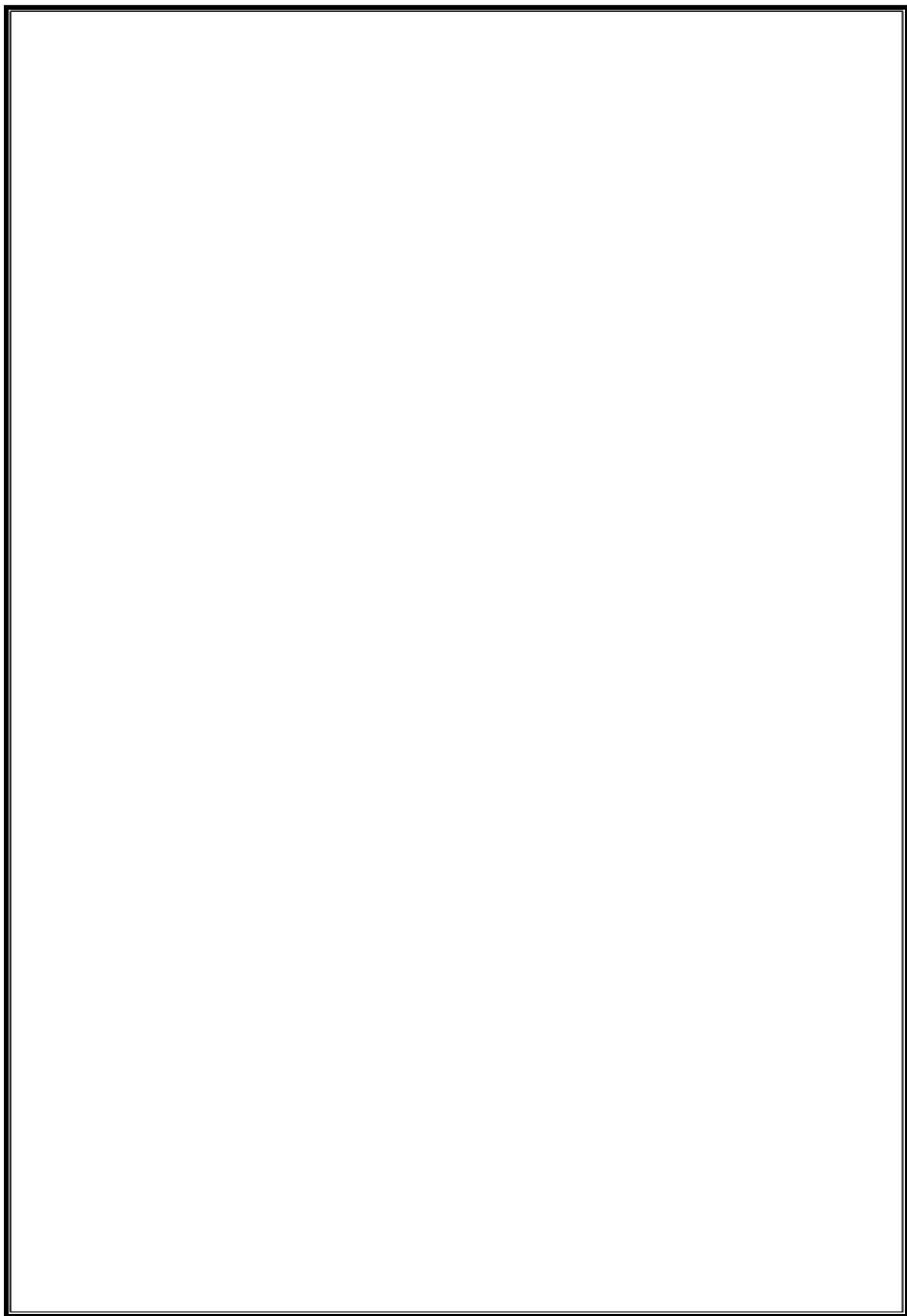
(ب) شرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من الدالة مربع.

(C_f) صورة منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{V}\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right)$

1

التمثيل البياني







ديسمبر 2019

المستوى: الثانية ثانوي علوم تجريبية

الاختبار الأول في الرياضيات المدة: 2 ساعة.

التمرين الأول

نرمي زهرتي نرد مختلفتين في اللون أزرق وأحمر.

نسمة Ω مجموعة الإمكانيات.

1- ماهو عدد الإمكانيات.

2- شكل جدول ينظم كل الإمكانيات (المخارج).

3- عين احتمالات الحوادث التالية.

- "A" الحصول على الرقم 3 في زهر النرد الأزرق.

- "B" الحصول على رقمين مجموعهما يساوي 5.

- "C" الوجهان يحملان نفس الرقم.

- "D" الوجهان يحملان رقمين مختلفين.

4- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة $(x_i; y_j) i \in \{1; 2 \dots 6\} j \in \{1; 2 \dots 6\}$

أكبر قيمة.

ماهي القيم الممكنة ل X

أحسب $P(x \leq 2)$.

استنتج $P(x \geq 3)$.

التمرين الثاني:

I. g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = x^3 + ax^2 + b$.

حيث a و b عدنان حقيقيان.

عين a و b حتى يكون البيان الممثل للدالة g تقبل مماسا عند النقطة $A(1,2)$ معامل توجيهه (-3) .

II. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- أحسب $f'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة f (شكل جدول تغيراتها $(0; p; j)$).

2- أكتب معادلة المماس (T) عند نقطة ذات الفاصلة 1

3- عين أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار العدد 1.

استنتج قيمة مقربة لكل من $f(0,999)$ و $f(1,001)$.

4- أ) أنشر العبارة $(x-1)^3$.

ب) أدرس حسب قيم الإشارة $(-3x+5) - f(x)$ في المجال $(0,2)$.

ج) استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T).

ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة $A(1,2)$.

5- أعط حصرا لـ $f(x)$ من أجل $x \in [-1; 2]$.

6- أرسم (T) ثم (C_f) في المجال $[-1,3]$.

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

8- الدالة المعرفة بـ: $h(x) = |x|^3 - 3x^2 + 4$.

أ) بين أن h دالة زوجية.

ب) بين كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f).

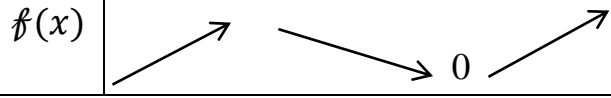
أرسم (C_h).

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

العلامة		الحل					رقم التمرين				
08	1	-1 عدد الإمكانيات. 36=6x6					(I)				
	1		<div><div><div><div><div><div>x_i</div></div></div><div><div>y_j</div></div></div><div><div><div>1</div><div>2</div><div>.....</div><div>6</div></div></div><div><div><div>1</div><div>2</div><div>⋮</div><div>6</div></div></div></div></div> <div><div><div></div><div></div><div></div><div>(6 ;6)</div></div></div>	-2							
	2	$P(C) = \frac{6}{36} \quad ; \quad P(B) = \frac{4}{36} \quad ; \quad P(A) = \frac{6}{36} \quad -3$ $P(D) = p(\bar{C}) = 1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36}$									
	2	$P(x \leq 2) = P[(x = 1) \cup (x = 2)]$ $= P(x = 1) + P(x = 2) = \frac{1}{36} + \frac{3}{36} = \frac{4}{36} \quad -4$									
	2	$P(x \geq 3) = 1 - P(\overline{x \geq 3})$ $= 1 - P(x \leq 2) = 1 - \frac{4}{36} = \frac{32}{36}$									
	2	$b = 4 \quad ; \quad a = -3 \quad \text{ومنه} \begin{cases} g'(1) = -3 \\ g(1) = 2 \end{cases}$					(II)				
	2	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td><div><div></div></div></td><td><div><div></div></div></td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2		$+\infty$	$f'(x)$	+	<div><div></div></div>
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$							
$f'(x)$	+	<div><div></div></div>	<div><div></div></div>	+							

$$g'(x) = 3x(x-2)$$



12

0.5

$$(T): y = -3x + 5$$

1
1

$$f(1+h) \approx -3h + 2$$

$$f(0.999) \approx 2.003 \quad ; \quad f(1.001) \approx 1.997$$

$$(h = -0.001) \quad \quad \quad (h = 0.001)$$

0.5

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) - (-3x + 5) = (x-1)^3$$

0.5

(إشارة: $x-1$)

	-		+	
0		1		2

في المجال $[0,1](C_f)$ تحت (T)

0.5

$[1,2](C_f)$ فوق (T)

ومنه (C_f) يخترق المماس عند النقطة $x_0=1$

0.5

ومنه $A(1,2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)

0.5

كان إذا $-1 \leq x \leq 2$ فإن $0 \leq f(x) \leq 4$

01

$m < 0$ لا توجد حلول

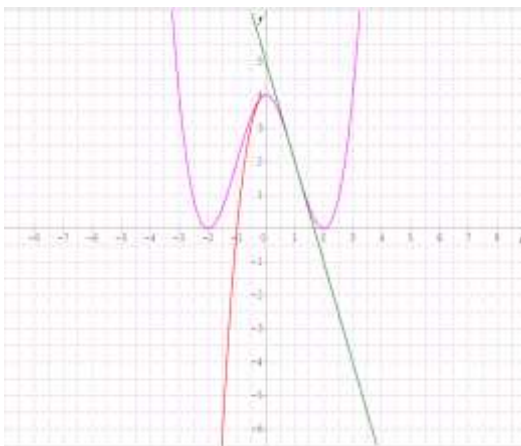
$m = 0$ حلين $x=-1, x=2$ (حل مضاعف)

$0 < m < 4$ حلين موجبين وحل سالب

$m = 4$ حلين $x=0, x=3$ (حل مضاعف)

$m > 4$ لا توجد حلول

01



0.5

أ. كلاً جملن $x \in \mathbb{R}$, $h(-x) = h(x): (-x) \in \mathbb{R}$

ومنه h دالة زوجية

	0.5	<p>ب. كائذا $h(x) = x^3 - 3x^2 + 4 = f(x) : x \geq 0$</p> <p>في المجال $[0, +\infty[(C_h)$ ينطبق على (C_f)</p> <p>وفي المجال $]-\infty, 0]$ نتم (C_h) بالتناظر بالنسبة إلى $(y'y)$</p>	
--	-----	---	--

التاريخ: 2019/2018

المدة: 02 س

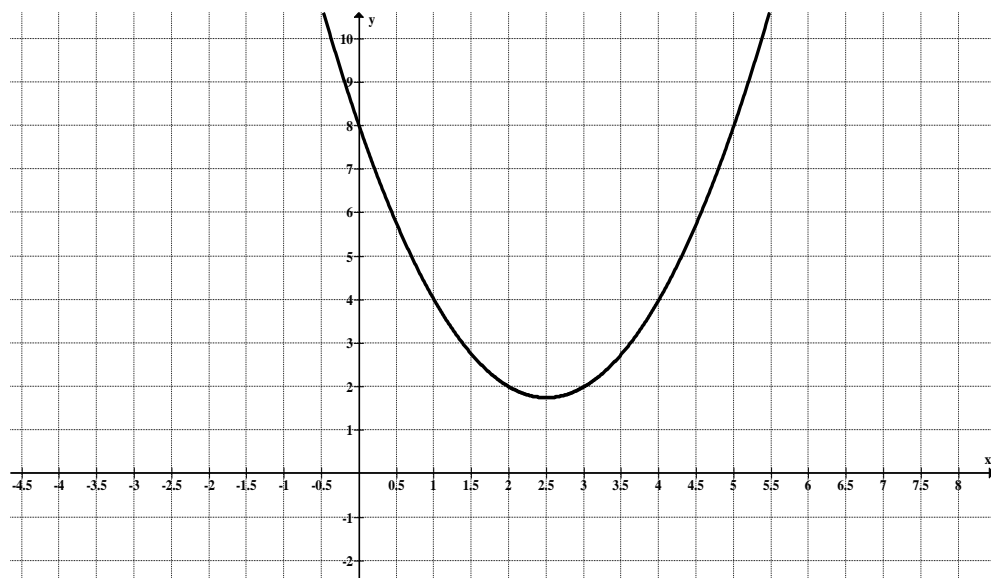
المادة: الرياضيات

المستوى: الثانية ثانوي.

الاختبار الأول للفصل الأول

تمرين 01: (06 ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعاقد (o, \vec{i}, \vec{j}) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^2 + bx + c$ حيث b, c أعداد حقيقية و ليكن (C_f) تمثيلها البياني.



بقراءة بيانية أثبت أن: $b = -5$ و $c = 8$.

1. أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x) = (x + \alpha)^2 + \beta$ ثم استنتج التحويل النقطي الذي سمح برسم المنحني (C_f) انطلاقا من منحني دالة مرجعية.

2. بين أن المستقيم $x = \frac{5}{2}$ هو محور تناظر لـ (C_f) .

3. نعتبر الدالتين h و k المعرفتين على \mathbb{R} بـ: $h(x) = |f(x)|$ و $k(x) = f(|x|)$.

(أ) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة. ثم استنتج رسم المنحني (C_h) .

(ب) بين أن الدالة k دالة زوجية ثم أرسم المنحني (C_k) في نفس المعلم السابق.

تمرين 02: (10 ن)

I. ليكن كثير الحدود $p(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 8$

1. أحسب $P(1)$ ثم استنتج تحليلاً لكثير الحدود $P(x)$.

2. أدرس إشارة $P(x)$ حسب قيم x .

II. نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{2\}$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{x-1}{(x-2)^2}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. يتبين أنه مهما يكن العدد الحقيقي x من D_f فإن: $f'(x) = \frac{P(x)}{(x-2)^3}$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f .

3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى C_f عند النقطة ذات الفاصلة 3.

4. عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ وفسر النتيجة بياناً.

III. الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x) = \frac{2x+5}{x-1}$.

1. عيّن g' ; g'' ; $g^{(3)}$; $g^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتالية للدالة g .

2. أعط تخميناً حسب قيم العدد n لعبارة $g^{(n)}(x)$. (يمكن وضع $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$)

تمرين 03: (04 ن)

نرمي مرتين متتابتين زهرة نرد غير مزيفة أوجهها الستة مرقمة بالأرقام 1, 1, 2, 2, 4, و نسجل الرقمين المحصل عليهما من اليسار إلى اليمين.

1. ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة. (يمكن استعمال جدول)

2. أحسب احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A : الحصول على العدد 12. الحادثة B : الحصول على عدد مضاعف لـ 3.

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج جداء الرقمين المحصل عليهما.

أ. عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

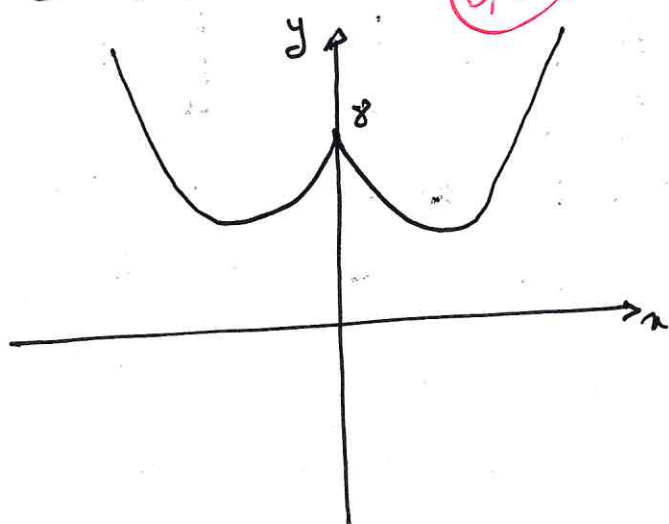
ب. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ت. احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

(C_f) : $n \in]0, +\infty[$ هو نفس (C_g)

(C_g) : $n \in]-\infty, 0[$ هو نفسه (C_f)

بالنسبة لمحور الترتيب



نقرينة (2) :

$$p(1) = 1 - 6 + 13 - 8 = 0 \quad (0,25)$$

$$p(n) = (n-1)(2n^2 + 6n + 8) \quad (0,75)$$

$$= (n-1)(n^2 - 5n + 8)$$

$$n^2 - 5n + 8 > 0 \quad \text{لأنه دالة موجبة}$$

$$p(n) \text{ منه } (n-1) \text{ ، لأن } n > 0$$

n	$-\infty$	1	$+\infty$
p(n)	-	0	+

$$f(n) = n - 1 - \frac{n-1}{(n-2)^2} \quad (II)$$

$$f'(n) = \frac{p(n)}{(n-2)^3} \quad (1)$$

نقرينة (1) :

$$f(0) = 8 \Rightarrow (0)^2 + b(0) + c = 8$$

$$\Rightarrow c = 8 \quad (0,5)$$

$$f(1) = 4 \Rightarrow 1 + b + 8 = 4$$

$$\Rightarrow b = -5 \quad (0,5)$$

$$f(n) = n^2 - 5n + 8$$

$$f(n) = \left(n - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \quad (1)$$

(C_f) هو انحناء منحنى الدالة n^2

$$\vec{v} \left(\frac{5}{2}, \frac{7}{4} \right) \text{ شعاع} \quad (0,5)$$

(2) $n = \frac{5}{2}$ هو محور تناظر

$$f\left(2 - \frac{5}{2} - n\right) = f(n) \quad (0,25)$$

$$f(5-n) = (5-n)^2 - 5(5-n) + 8$$

$$= n^2 - 5n + 8 = f(n) \quad (0,25)$$

(3) المنحنى البياحي مرسوم فوق

محور الفواصل لذلك $f(n) > 0$ (1)

$$h(n) = |f(n)| = f(n) \quad (0,5)$$

$$= n^2 - 5n + 8$$

(C_h) هو نفس (C_f)

$$k(n) = |n^2| - 5|n| + 8$$

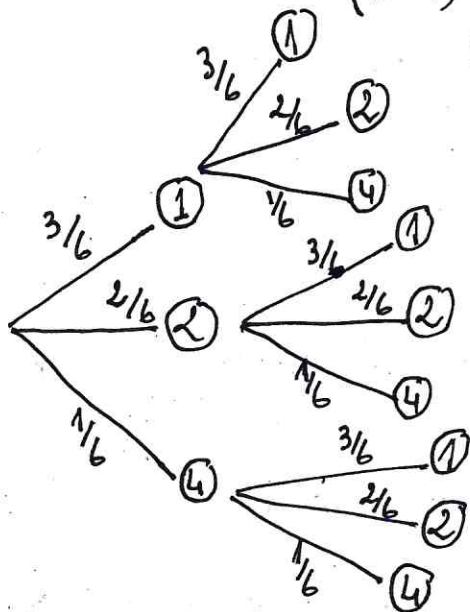
$$k(-n) = |(-n)^2| - 5|-n| + 8 \quad (1)$$

$$= |n^2| - 5|n| + 8 = k(n)$$

k(n) دالة زوجية

$$g^{(4)} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{(n-1)^5} \quad (1)$$

$$g^{(n)}(n) = \frac{(-1)^n \cdot 7 \cdot n!}{(n-1)^{n+1}} \quad (0,5)$$



تقسيم (3)

(1)

(0,25)

$$P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

مضاعفات 3 هي: {12, 21, 24, 42}

$$P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6}$$

$$P(B) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} \quad (0,25)$$

(3) قيم x هي: {1, 2, 4, 8, 16}

x	1	2	4	8	16
P(X=x)	$\frac{9}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{1}{36}$

(1,5)

$$\sum P_i = \frac{36}{36} = 1$$

$$E = \sum (X_i \cdot P_i) \quad (0,25)$$

$$E = \frac{121}{36} = 3,36 \quad (0,25)$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
p(n)	-	0	+	+
n-2	-	-	0	+
p(n)	+	0	-	+
n-2				

(0,25)

من زيادة f : $x \in]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$

من نقص f : $x \in]1, 2[$ (0,25)

(3) معادلة لاما عند $x_0 = 3$

$$y = f'(x_0)(n - x_0) + f(x_0) \quad (0,1)$$

$$y = 4(n - 3) + 0$$

$$y = 4n - 12 \quad (0,1)$$

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{f(n) - f(1)}{n - 1} = f'(1) \quad (4)$$

$$= \frac{P(1)}{(1-2)^3} = 0 \quad (0,25)$$

المشتق (y) يتغير مع تغير x

محور الفواصل عند $x_0 = 1$

$$g(n) = \frac{2n + 5}{n - 1}$$

$$g'(n) = \frac{-7}{(n-1)^2} \quad (1)$$

$$g'' = \frac{7 \cdot 2}{(n-1)^3} \quad (1)$$

$$g(3) = \frac{-7 \cdot 2 \cdot 3}{(n-1)^4} \quad (1)$$

التمرين الأول: (5 ن)

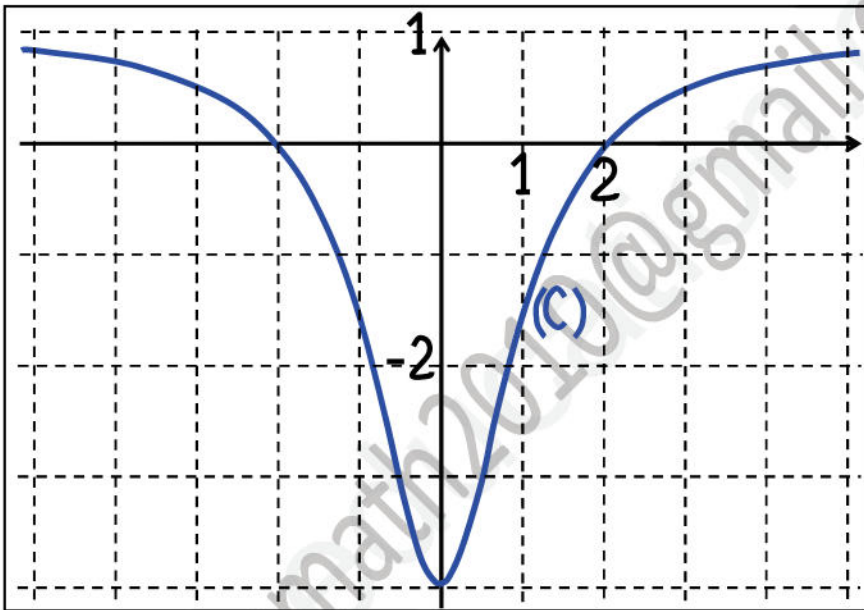
- 1/ أحسب كلا من a, b, c و d حيث: $a = \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$, $b = \frac{3}{2} - \frac{1}{4}$, $c = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4}$, $d = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4}$.
2/ حل في R المعادلة والمتراجحة التاليتين: (1) $2x^2 + 3x - 9 = 0$... (2) $2x^2 + 3x - 9 \geq 0$...

التمرين الثاني: (5 ن)

- (C) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = x^2 + 4x + 1$ في المستوي المنسوب إلى معلم.
1/ أحسب باستخدام التعريف العدد $f'(1)$ مشتق الدالة f عند 1.
2/ أثبت أن المستقيم $x = -2$ (Δ): محور تناظر لـ (C).
3/ نعتبر الدالة $g: x \mapsto f(x-2)$.
أ) أكتب عبارة g بدون الرمز f .
ب) أثبت أن g زوجية.
4/ أرسم (C_g) ثم استنتج رسم (C).

التمرين الثالث: (5 ن)

f دالة معرفة وتقبل الاشتقاق على R ، ممثلة بيانياً بالمنحنى (C) في الشكل المعطى.



- 1/ جد صورتى 0 و 1 بواسطة هذه الدالة.
2/ ما هي سوابق 2 - ؟
3/ لخص في جدول إشارة $f(x)$ على R .
4/ أنشئ جدول تغيرات f . (أذكر فيه أيضا إشارة المشتقة f')
5/ إحدى العبارتين فيما يلي هي $f(x)$ ، حددها:
 $\frac{x^2-4}{x^2+1}$, x^2-4 .
6/ أرسم التمثيل البياني للدالة $g: x \mapsto |f(x)|$.

التمرين الرابع: (5 ن)

كيس به ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ 1، 2، 3، وكريتان بيضاوان مرقمتان بـ 1، 2؛ نسحب منه بصفة عشوائية دفعة واحدة كريتين.

- 1/ أكتب المجموعة الكلية Ω لهذه التجربة، حيث تكون الإمكانات متساوية الحظوظ.
2/ أحسب احتمال أن يظهر في السحب:
أ- اللونان معا.
ب- رقم واحد على الأقل زوجي.
ج- الرقمان معا فرديين.
3/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل إمكانية بمجموع الرقمين المسحوبين.
أ- عرّف قانون الاحتمال للمتغير X في جدول.
ب- استنتج $p(X=3)$.
ج- أحسب أمل X .

التمرين الثالث: (5 ن)

1/ صورتا 0 و 1: $f(1) = -1,5$, $f(0) = -4$

2/ سوابق 2 :- سابقتان: 0,8 و -0,8

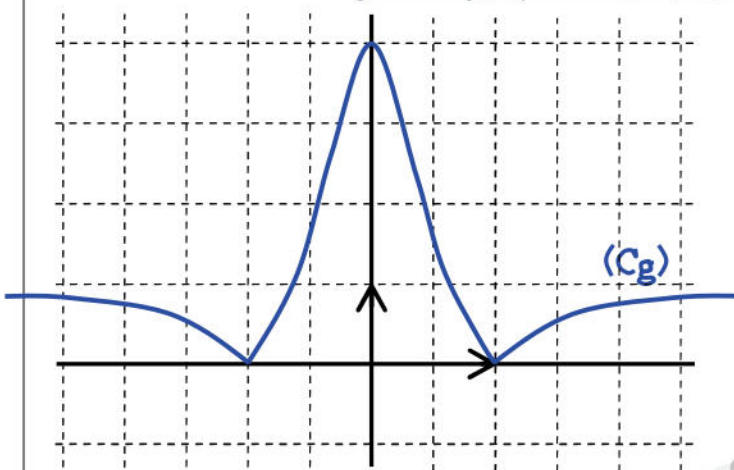
3/ إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$	2	2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-	0	+
f			

4/ جدول تغيرات f :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$$

بتضح ذلك من أجل $x = 1$ مثلا6/ رسم تمثيل الدالة $g: x \mapsto |f(x)|$ 

التمرين الرابع: (5 ن) 3 كريات خضراء مرقمة 1، 2، 3، و 2، و 1، و 2؛ نسحب دفعة واحدة كرتين.

1/ المجموعة Ω : نرسم للأخضر V وللأبيض B ، الكريات:

$$\Omega = \{V_1V_2, V_1V_3, V_1B_1, V_1B_2, V_2V_3, V_2B_1, V_2B_2, V_3B_1, V_3B_2, B_1B_2\}$$

2/ أ- إحتمال ظهور اللونين معا:

$$p(\{V_1B_1, V_1B_3, V_2B_1, V_2B_2, V_3B_1, V_3B_2\}) = \frac{6}{10}$$

ب- إحتمال ظهور رقم على الأقل زوجي:

$$p(\{V_1V_2, V_2V_3, V_2B_1, V_2B_2, V_3B_2, B_1B_2\}) = \frac{6}{10}$$

$$p(\text{أحد الرقمين على الأقل زوجي}) = \frac{3}{5}$$

ج- إحتمال ظهور الرقمين فرديين معا:

$$p(\{V_1V_3, V_1B_1, V_1B_3, V_3B_1\}) = \frac{4}{10}$$

(طريقة أخرى):

$$p(\text{أحد الرقمين على الأقل زوجي}) = 1 - p(\text{الرقمان فرديان}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

3/ X يرفق كل إمكانية بمجموع الرقمين المسحوبين.

أ- تعريف قانون إحتمال X :

x_i	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

$$p(X=3) = \frac{4}{10} \text{ أي } p(X=3) = \frac{2}{5}$$

ج- حساب أمل X : $E(X) = 3,6$ لأن:

$$E(X) = \sum_{i=1}^4 p_i x_i = 2 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{4}{10} + 4 \cdot \frac{3}{10} + 5 \cdot \frac{2}{10} = \frac{36}{10}$$

انتهى عن الأستاذ دهن نور الدين عيسى

التمرين الأول: (5 ن)

1/ حساب a, b, c, d :

$$a = \frac{7}{4} \text{ أي } a = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} + \frac{1}{4} = \frac{6+1}{4}$$

$$b = \frac{5}{4} \text{ أي } b = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6-1}{4}$$

$$c = \frac{3}{8} \text{ أي } c = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{2 \times 4}$$

$$d = 6 \text{ أي } d = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{3 \times 4}{2 \times 1} = \frac{12}{2}$$

2/ حل (1) $2x^2 + 3x - 9 = 0$...

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4(2)(-9) = 81$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 9}{4} \text{ و } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 9}{4}$$

ومنه حلها هما -3 و $\frac{3}{2}$.2/ حل (2) $2x^2 + 3x - 9 \geq 0$...

$2x^2 + 3x - 9$	+	0	-	0	+
-----------------	---	---	---	---	---

مجموعة حلول (2) في R هي $]-\infty, -3] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$.التمرين الثاني: (5 ن) f معرفة على R : $f(x) = x^2 + 4x + 1$ 1/ حساب $f'(1)$: نجد $f'(1) = 6$ لأن:

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(1+h)^2 + 4(1+h) + 1] - 6}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1+h^2+2h+4+4h+1-6}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2+6h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h+6)$$

2/ المستقيم $x = -2$: محور تناظر لـ (C) : f معرفة على R ، ونجد:

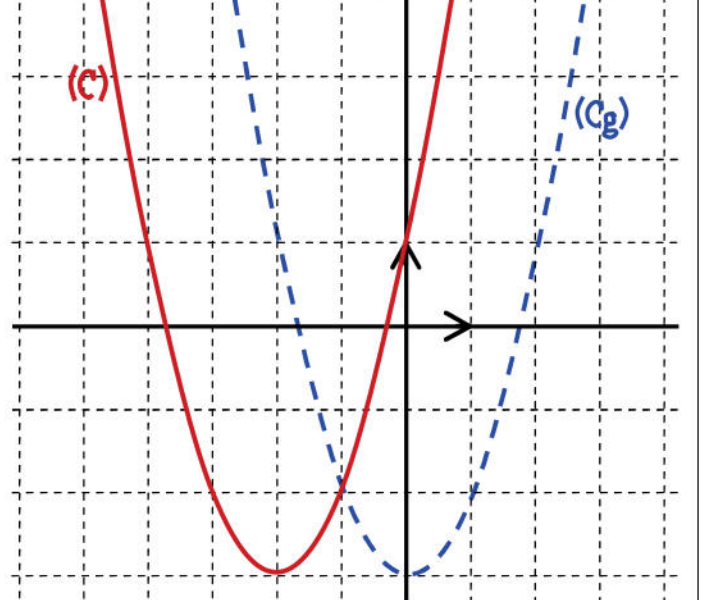
$$f(2x_0 - x) = f(-4 - x) = (-4 - x)^2 + 4(-4 - x) + 1$$

$$= 16 + 8x + x^2 - 16 - 4x + 1 = f(x)$$

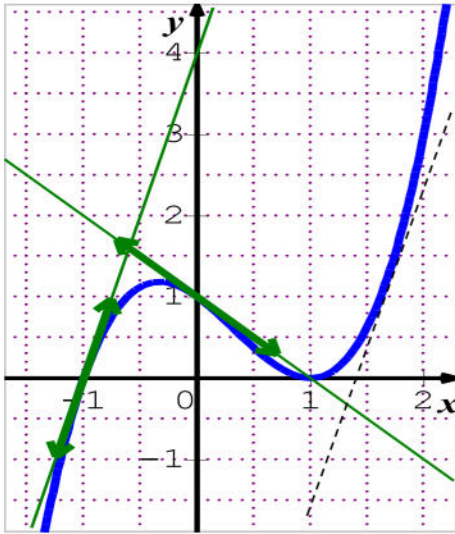
نعم المستقيم $x = -2$: محور تناظر لـ (C) 3/ $g: x \mapsto f(x-2)$ (أ) عبارة g بدون الرمز f :

$$g(x) = f(x-2) = (x-2)^2 + 4(x-2) + 1 = x^2 - 4x + 4 + 4x - 8 + 1$$

$$g(x) = x^2 - 3 \text{ أي } 4x - 8 + 1$$

(ب) أثبت أن g زوجية. g معرفة على R ، ونجد: $g(-x) = (-x)^2 - 3 = x^2 - 3 = g(x)$ ومنه g زوجية.4/ رسم (C_g) ثم (C) : لرسم (C_g) نسحب تمثيل الدالة مربع بـ -3 ، ولرسم (C) نسحب (C_g) بـ -2 .

التمرين الأول 7 :



في الشكل المقابل ، C_f هو المنحني الممثل في معلم متعامد ومتجانس لدالة f قابلة للاشتقاق على R ؛ والمماسان لـ C_f عند نقطتيه A و B ، فاصلتيهما -1 و 0 .

(1) بقراءة بيانية ، عيّن القيم $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(1)$

(2) ، $f'(-1)$ ، $f'(0)$ و $f'(1)$.

(3) حل بيانيا ، في المجال $[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}]$:

أ (المعادلة $f(x) = 0$) ب (المعادلة $f'(x) = -1$)

ج (المتراجحة $f'(x) \geq 0$) د (المتراجحة $f'(x) \geq 4$)

4 . شكل جدول تغيرات الدالة f موضحا فيه إشارة المشتقة .

5 . أدرس إشارة $f(x)$.

6 . h و g دوال معرفة بـ : $h(x) = |f(x)|$ ، $g(x) = f(|x|)$

اشرح كيف نستنتج المنحنيين (C_h) و (C_g) انطلاقا من المنحني (C_f) ثم أنشئهما .

التمرين الثاني 7 ن :

f دالة معرفة على \mathbb{R} بالعلاقة $f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$ حيث a ، b عدنان حقيقيان

الجزء الاول : عين العدنان a ، b علماً أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1; -3)$ مماساً معامل توجيهه يساوي -1 .

الجزء الثاني : نضع $a = -6$ ، $b = 1$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة f .

(2) عين حصر للدالة f على المجال $[0; 1]$

(3) عين القيم الحدية المحلية للدالة f (تُدور النتائج الى 10^{-2})

(4) أكتب معادلة المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(5) عين المستقيمات المقاربة لـ (C_f) ثم أرسم (C_f)

(6) g دالة معرفة على R بـ : $g(x) = f(-|x|)$ تحقق ان g زوجية

اشرح كيف نستنتج المنحن C_g انطلاقا من المنحني (C_f) ثم أنشئته .

(7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = m + 1$

التمرين الثالث 6 ن :

نعتبر الدالة كثير حدود P حيث : $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 2x - 1$.

1 . أحسب $P(1)$ ، $P(-1)$ ما اذا تستنتج ؟

2 . عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c : $P(x) = (x^2 - 1)(ax^2 + bx + c)$

3 . حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$ ، ثم المتراجحة $P(x) < 0$.

التمرين الثالث :

الجزء الاول :

تعيين العددين a, b علماً أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1; -3)$ مما سنا معامل توجيهه يساوي 1 - لدينا

$$f(1) = -3 \text{ يعني ان } \frac{-1+a+b}{2} = -3 \text{ أي ان } (1) \dots\dots\dots a+b = -5$$

$$f'(1) = -1 \text{ و لدينا } f'(x) = \frac{(-2x+a)(x^2+1) - 2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2} \text{ و منه}$$

$$f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2} \text{ بالتعويض نجد } \frac{-a + (-2-2b) + a}{4} = -1 \text{ و منه } -2-2b = -4 \text{ أي ان}$$

$$b = 1 \text{ بالتعويض في (1) نجد أن } a = -6$$

الجزء الثاني :

$$(1) \text{ دراسة اتجاه تغير الدالة } f : \text{ مما سبق لدينا } f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2} \text{ بالتعويض نجد}$$

$$f'(x) = \frac{6x^2 - 4x - 6}{(x^2+1)^2} \text{ اشارتها من اشارة البسط } 6x^2 - 4x - 6 \text{ نحسب المميز } \Delta = 160 \text{ و منه لـ } 6x^2 - 4x - 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{4+4\sqrt{10}}{12} = \frac{1+\sqrt{10}}{3} \\ x'' = \frac{4-4\sqrt{10}}{12} = \frac{1-\sqrt{10}}{3} \end{array} \right. \text{ جذرين هما } f' \text{ موجبة على المجالين } \left[\frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right] \text{ و } \left[-\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و } f' \text{ سالبة على المجال } \left[\frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right]$$

$$\left[\frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right] \text{ و } \left[-\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و منه } f \text{ متزايدة على هذين المجالين}$$

$$\left[\frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و } f \text{ متناقصة على هذا المجال}$$

$$(2) \text{ تعيين حصر للدالة } f \text{ على المجال } [0;1] \text{ الدالة } f \text{ متناقصة تماماً على هذا المجال و منه } f(1) \leq f(x) \leq f(0) \text{ أي ان}$$

$$-3 \leq f(x) \leq 1$$

$$(3) \text{ تعيين القيم الحدية المحلية للدالة } f \text{ هي } f\left(\frac{1-\sqrt{10}}{3}\right) = 3.16 \text{ قيمة حدية محلية كبرى و } f\left(\frac{1+\sqrt{10}}{3}\right) = -3.16 \text{ قيمة حدية محلية صغرى .}$$

4) كتابة معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي $y = f'(0)x + f(0)$ بما ان $f(0) = 1$, $f'(0) = 6$ فإن

$$y = 6x + 1$$

التمرين الرابع (4 نقاط)

بعد عملية الطي و القص نحصل على علبة ارتفاعها هو x عرضها هو $10 - 2x$ و طولها هو $16 - 2x$ إذن بما انها أطوال يعني ان x ينتمي للمجال $[0; 5]$ و حجم العلبة

$$v(x) = x(10 - 2x)(16 - 2x) \text{ هو}$$

$$v(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x \text{ و منه } v(x) = x(160 - 52x + 4x^2) \text{ أي ان}$$

ندرس تغيرات الدالة v على المجال $[0; 5]$

$$v'(x) = 12x^2 - 104x + 160$$

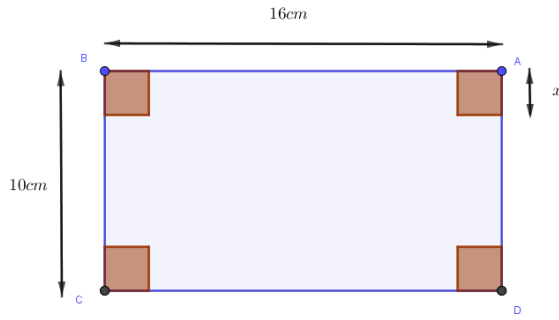
نحسب المميز $\Delta = 3136$ لـ $v'(x)$ جذرين هما $\begin{cases} x' = \frac{104 + 56}{24} = \frac{160}{24} = \frac{20}{3} \\ x'' = \frac{104 - 56}{24} = 2 \end{cases}$ الاول $\frac{20}{3}$ خارج مجموعة التعريف و

الثاني 2 داخلها مقبول

و منه الدالة v متزايدة على المجال $[0; 2]$ و متناقصة على

المجال $[2; 5]$ أي ان $v(2) = 144 \text{ cm}^3$ قيمة حدية كبرى القيمة

المطلوبة هي $x = 2$



x	0	2	5
$v'(x)$		0	-
$v(x)$	0	144	0



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية والتعليم الخاصة سليم

ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT SALIM

www.ets-salim.com 021 87 10 51 021 87 16 89 Hai Galloul - bordj el-bahri alger

رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

غصبري- ابتدائي- متوسط- ثانوي

إعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010

ديسمبر 2017

المستوى: الثانية ثانوي (علوم تجريبية) (2ASS)

المدة: 3 سا 00

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (10 نقاط)

1. ليكن كثير الحدود $h(x)$ المعرفة بـ: $h(x) = x^3 + x^2 - 7x + 2$

أ- أحسب $h(2)$ وأعطي تحليلا لـ: $h(x)$.

ب- حل في \mathbb{R} المعادلة $h(x) = 0$.

2. نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بـ: $f(x) = x^2 + 2x - 3$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

(C_f) و (C_g) تمثيلا هما البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ- أحسب فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g) .

ب- أكتب $f(x)$ على الشكل النموذجي واستنتج رسم المنحى (C_f) انطلاقا من المنحى الممثل للدالة مربع.

ج- أكتب $g(x)$ على الشكل $g(x) = a + \frac{b}{x-1}$ من أجل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ حيث a و b عددا حقيقيان يطلب تعيينهما

واستنتج رسم المنحى (C_g) انطلاقا من المنحى الممثل للدالة مقلوب.

3. نعتبر الدالتين f_1 و f_2 حيث $f_1(x) = |f(x)|$ و $f_2(x) = f(|x|)$

أ- ارسم (C_{f_1}) انطلاقا من (C_f) .

ب- بين أن الدالة f_2 زوجية ثم أرسم (C_{f_2}) من (C_f) .

التمرين الثاني (06 نقاط)

ليكن $ABCD$ مربعا مركزه O و G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,2);(C,3);(D,6)\}$

(1) أنشئ I مرجح الجملة $\{(A,1);(C,3)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B,2);(D,6)\}$

(2) بين أن G مرجح النقطتين I و J المرفقين بالمعاملين 1 و 2 على الترتيب ثم أنشئ G .

الصفحة 2/1

حي قعلول سرج البحري- الجزائر

Web site : www.ets-salim.com / Fax 023.94.83.37 : الفاكس : Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 : ☎

(3) لتكن M نقطة من المستوي. عين ثم أنشئ المجموعة (E) للنقط M التي تحقق المساواة

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{MD}\| = 6$$

التمرين الثالث (04 نقاط)

f الدالة المعرفة على R بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

(1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم h يكون
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{h+2}{\sqrt{h^2 + 2h + 4} + 2}$$

ب- استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1 مبينا $f'(1)$

(2) أعطي احسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار 1 ثم استنتج قيمة مقربة للعدد $\sqrt{4,0201}$

بالتوفيق

الإجابة النموذجية السنة الثانية

التمرين الأول (10 نقاط)

$$h(2) = 0 \quad (1)$$

$$h(x) = (x-2)(x^2 + 3x - 1)$$

$$g(x) \text{ نقاط تقاطع } f(x) \text{ مع } (2)$$

$$s = \{2; -3, 3; 0, 3\}$$

$$f(x) = (x+1)^2 - 4 \text{ كتابة } f(x) \text{ على الشكل النموذجية:}$$

$$g(x) = 2 + \frac{3}{x-1} : g(x) \text{ كتابة}$$

$$f_1(x) = f(x) \text{ لم } f(x) \geq 0, f_1(x) = |f(x)| \quad (3)$$

$$Cf \text{ مطابق على } Cf_1$$

$$f(x) < 0 \text{ لم } f_1(x) = -f(x)$$

$$Cf_1 \text{ متناظر مع } Cf \text{ بالنسبة لمحور الفواصل}$$

$$f_2(x) = f(|x|)$$

$$Cf \text{ متناظر بالنسبة لمحور الترتيب}$$

التمرين الثاني (06 نقاط)

$$\{(A,1), (C,3)\} \text{ مرجح ب } I \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$$

$$\{(B,2), (D,6)\} \text{ مرجح ب } J$$

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{6}{8} \overrightarrow{BD}$$

$$\{(I,4), (J,8)\} \text{ مرجح ب } G \quad (2)$$

$$\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2$$

$$\overrightarrow{MG} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \text{ دائرة مركزها } G \text{ ونصف قطرها}$$

التمرين الثالث (04 نقاط)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$$

$$f'(1) = \frac{1}{2}$$

التمرين الأول (7 ن):

ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB = 3\text{cm}$. H نقطة من المستوي حيث:

$$\vec{HA} + 2\vec{HB} = \vec{0}$$

(1) ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للنقطتين A و B ؟ أنشئها.

(2) عين قيم α التي من أجلها يكون للجملة $\{(A, \alpha), (B, \alpha + 1), (C, \alpha + 2)\}$ مرجحا G_α

(3) أنشئ المرجح G_1 (من أجل $\alpha = 1$)

(4) $\vec{u} = \vec{MA} - \vec{MB}$ و $\vec{v} = \vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}$

أ- أثبت أن الشعاع \vec{u} مستقل عن M .

ب- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

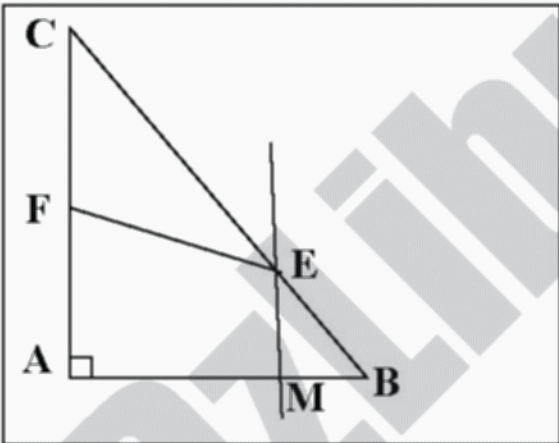
ج- عين (E') مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}\| = 2\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\|$

(5) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) , لتكن $A(-3, 3)$, $B(-1, 1)$,

$C(2, 1)$ اوجد إحداثيتي النقطة G_1

التمرين الثاني (7 ن): ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث: $AB = 4\text{cm}$ تسمي

F منتصف القطعة $[AC]$. M نقطة متغيرة على $[AB]$. المستقيم العمودي على (AB) في النقطة M يقطع (BC) في النقطة E .



نضع $AM = x$

(1) برهن أن: $ME = 4 - x$

(2) نعتبر $f(x)$ مساحة الرباعي $AFEM$ بدلالة x .

أ- عين القيم الممكنة للعدد x .

ب- احسب $f(x)$ بدلالة x , ثم تحقق أن:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{9}{2}$$

(3) ادرس تغيرات f الدالة على المجالين $[0, 3]$ و $[3, 4]$ ثم شكل جدول تغيراتها

(4) عين قيمة x التي من أجلها تكون مساحة الرباعي $AFEM$ اكبر ما يمكن.

(5) عين موضع النقطة M حتى تكون مساحة الرباعي $AFEM$ اكبر أو تساوي نصف مساحة المثلث ABC

التمرين الثالث (6 ن): $p(x)$ كثير حدود معرف بـ: $p(x) = x^3 - 139x^2 + 4660x + 4800$

(1) أ- احسب $p(-1)$ ماذا تستنتج ؟

ب- حل $p(x)$, ثم حل في \mathbb{L} المعادلة $p(x) = 0$

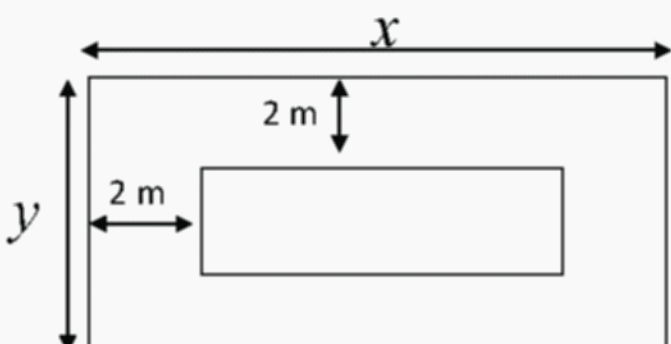
(2) ادرس إشارة $h(x)$ حيث: $h(x) = \frac{p(x)}{1-x^2}$ ثم استنتج حلول المتراجحة $h(x) \geq 0$

(II) حديقة مستطيلة الشكل بعدها x و y , محيطها 280 m , خصص منها صاحبها ممرا عرضه 2 m فبقيت مساحة قدرها 4256 m^2 صالحة للزراعة (لاحظ الشكل).

(1) بين أن x و y يحققان الجملة:

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x \cdot y = 4800 \end{cases}$$

(2) عين بعدي الحديقة.



التصحيح النموذجي للفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 2ASS

التمرين الأول:

(1) H مرجع الجملة $\{(A, 1), (B, 2)\}$

(2) $\alpha \neq -1$

(3) إنشاء المرجع G_1

(4) \vec{u} شعاع ثابت

ب- (E) هي دائرة مركزها G_1 و نصف قطرها $\frac{3}{2}$

ج- (E') هي محور القطعة $[G_1H]$

(5) $G_1\left(\frac{1}{6}, \frac{4}{3}\right)$

التمرين الثاني:

(1) $ME = 4 - x$

(2) $x \in [2, 4]$ ا-

ب- $f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 3x$ و منه $f(x) = \frac{-1}{2}(x-3)^2 + \frac{9}{2}$

(3) الدالة f متزايدة تماما على $[0, 3]$ و متناقصة تماما على $[3, 4]$

جدول التغيرات

(4) $x = 3$

(5) $x \in [2, 4]$

التمرين الثالث:

(1) $h(x)$ ، (-1) جذر $p(x)$ ا-

ب- $p(x) = (x+1)(x^2 - 140x + 4800)$

حلول المعادلة $p(x) = 0$ هي $-1, 60, 80$

(2) اشارة $h(x)$:

$h(x) \geq 0$ و منه $h(x) \geq 0$ $x \in]-\infty, -1[\cup]-1, 1[\cup [60, 80]$

(1) x و y يحققان الجملة

(2) بعدي الحقيقة: الجملة تحقق المعادلة $t^2 - 140t + 4800 = 0$

ومنه $t = 80cm$ أو $t = 60cm$

و منه $x = 80cm$ و $y = 60cm$

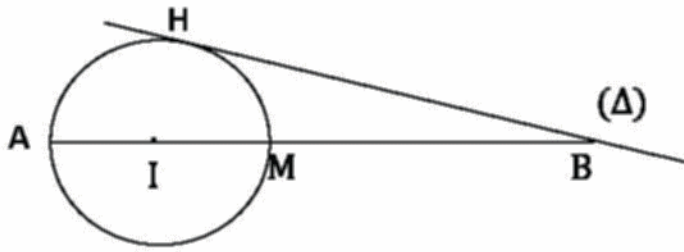
التمرين الأول (07ن):

نعتبر القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث: $AB=3$

M نقطة من القطعة المستقيمة $[AB]$ وتختلف عن النقطتين A و B

(C) دائرة قطرها $[AM]$ (Δ) مماس للدائرة (C) في النقطة H والمار بالنقطة B.

I هي مركز الدائرة (C).



نريد تعيين وضعية M حتى تأخذ مساحة المثلث IHB وتكون S أكبر قيمة ممكنة نضع: $AM=x$

1- عين مجموعة قيم x .

2) بين أن: $HB = \sqrt{9-3x}$.

3) استنتج أن: $S = \frac{x\sqrt{9-3x}}{4}$.

II- لتكن الدالة f المعرفة على $]3,0[$ بـ: $f(x) = \frac{x\sqrt{9-3x}}{4}$

1) أثبت أنه من أجل كل x من $]3,0[$ فإن: $f'(x) = \frac{9(2-x)}{8\sqrt{9-3x}}$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $]3,0[$.

3) استنتج قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المثلث IHB أكبر ما يمكن

عين عندئذ وضعية النقطة M حتى تأخذ مساحة المثلث IHB أكبر قيمة ممكنة.

التمرين الثاني (4ن):

ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث: $AB=AC=4cm$

1) أنشئ النقطة G مرجح الجملة المنقطة $\{(A, 2), (B, 1), (C, 1)\}$

2) لتكن M نقطة كيفية من المستوى، والشعاع \vec{U} حيث: $\vec{U} = 2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$

أ- اكتب الشعاع \vec{u} بدلالة الشعاع \vec{MG}

ب- بين أن الشعاع \vec{v} حيث: $\vec{v} = -2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ مستقل عن M

3) عين المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق:

$$\|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|-2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\|$$

التمرين الثالث (9 ن):

I) g دالة عددية لمنغير حقيقي x معرفة بالشكل: $g(x) = ax^2 + bx + c$

حيث a, b, c أعداد حقيقية ثابتة وليكن (C_g) منحنىها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) انظر الشكل.

1- حدد مع التعليل إشارة Δ مميز ثلاثي الحدود $g(x)$

2- عين a, b, c بحيث تتحقق الشروط التالية:

أ- صورة 0 بالدالة g هي (-3).

ب- المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها 1.

ج- A(-1,0) تنتمي إلى المنحنى (C_g)

3- انشئ من المنحنى (C_g) جدول التغيرات الدالة g.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على R بالشكل: $f(x) = x^3 - 3x + 2$

وليكن (C_f) منحنىها البياني في المعلم السابق (انظر الشكل)

1- بقراءة البيانية حلل $f(x)$ ، ثم عين إشارة $f(x)$ حسب القيم العدد الحقيقي x

2- برهن أن المنحنيين (C_f) و (C_g) يتقاطعان في ثلاث نقط يطلب تعيين فواصلها (جريا).

3- نعتبر الدالتين h و Ψ المعرفتين على R بالشكل: $h(x) = |x^3 - 3x + 2|$ و $\Psi(x) = x^2|x| - 3|x| + 2$

وليكن (C_h) و (C_Ψ) المنحنيين الممثلين للدالتين h و Ψ على الترتيب في معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

أ- بين أن الدالة Ψ دالة زوجية.

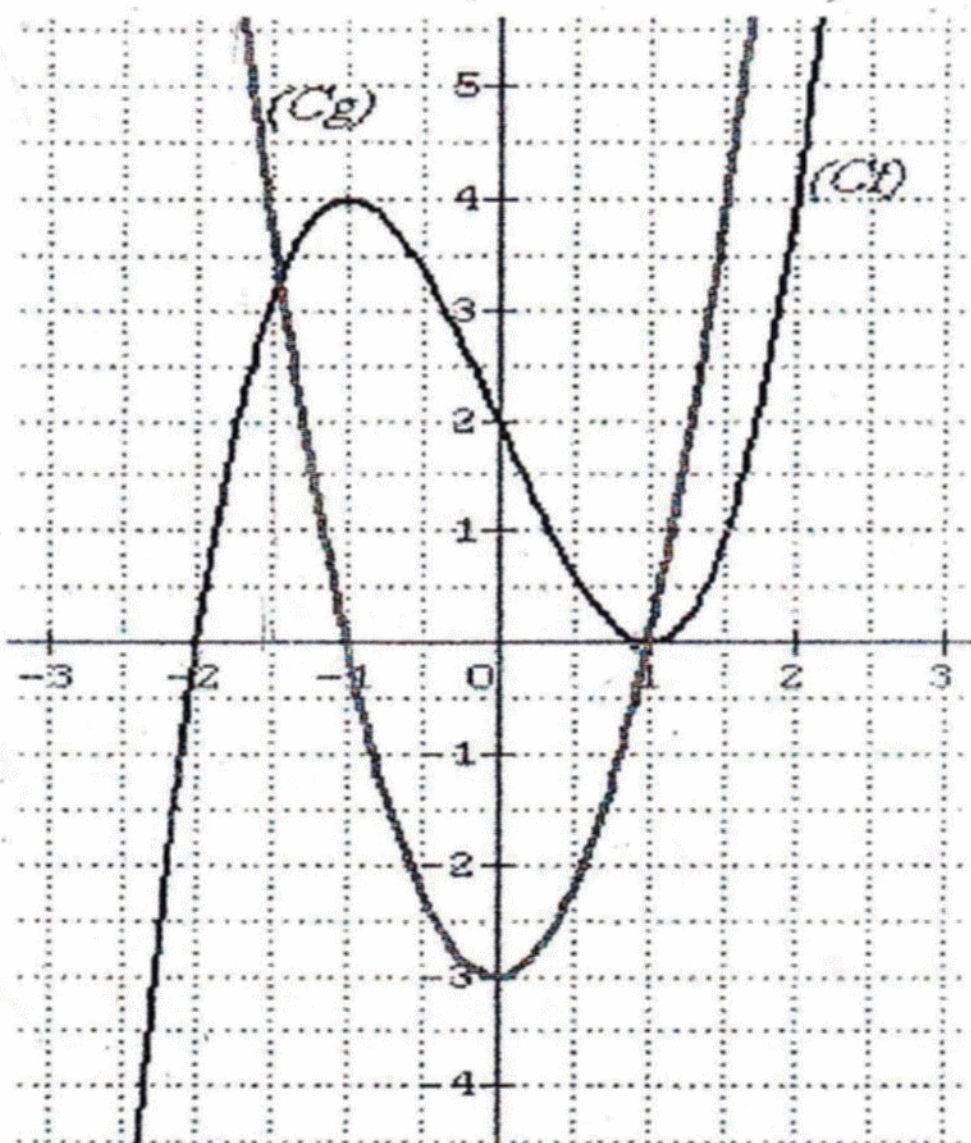
ب- اكتب $h(x)$ دون الرمز القيمة المطلقة.

ج- ارسم (C_h) و (C_Ψ) في نفس المعلم.

الاسم:

اللقب:

القسم:



التمرين الأول (4 نقاط):

(I) $x \in]0, 3[$ -1

-2 المثلث HIB قائم في H و منه $HB^2 + HI^2 + IB^2$ و منه $HB^2 = IB^2 - HI^2$

$$HB = \sqrt{\left(3 - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{9 - 3x + \frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{9 - 3x}$$

-3
$$S = \frac{IH \cdot HB}{2} = \frac{\frac{x}{2} \sqrt{9 - 3x}}{2}$$

$$S = \frac{x\sqrt{9 - 3x}}{4}$$

x	0	2	3
f'(x)	+	○	-
f(x)		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	

(II) -1
$$f'(x) = \frac{9(2-x)}{8\sqrt{9-3x}}$$

-2

-3 تكون مسافة المثلث HIB اكبر ما يمكن لما تأخذ f القيمة الحدية الكبرى عند $x = 2$ موقع النقطة M : $AM = X = 2$ التمرين الثاني (04 نقاط):

(1)
$$\vec{AG} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$$

(2) -1
$$\vec{u} = 4\vec{MG}$$

ب- $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AC}$ و منه \vec{v} مستقل عن M

(3)
$$MG = \frac{\|\vec{AB} + \vec{AC}\|}{4}$$
 مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G و نصف قطرها

$$R = \frac{\|\vec{AB} + \vec{AC}\|}{4}$$

التمرين الثالث (نقاط):(I) -1 $\Delta > 0$ لان المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطتين

-2 $a = 3, b = 0, c = -3$

-3

x	$-\infty$	0	$+\infty$
g'(x)	-	○	+
g(x)			

(II) -1
$$f(x) = (x-1)^2(x+2)$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
f(x)	-	○	+	○	+

-2
$$(x-1)(x^2 - 2x - 5) = 0$$
 و منه $f(x) = g(x)$

$$x = 1 + \sqrt{6} \text{ أو } x = 1 - \sqrt{6} \text{ أو } x = 1$$

-3 (I) Ψ دالة زوجية

(ب)
$$\begin{cases} h(x) = f(x); x \in [-2, +\infty[\\ h(x) = -f(x); x \in]-\infty, -2] \end{cases}$$

(ج) $(C_h); x \in [-2, +\infty[$ منطبق على (C_f) $(C_h); x \in]-\infty, -2]$ نظير الجزء الغير المنطبق بالنسبة إلى حامل محور الفواصل $x \in [0, +\infty[$ المنحنى (C_Ψ) منطبق على (C_f) $x \in]-\infty, 0]$ المنحنى (C_Ψ) نظير الجزء المنطبق بالنسبة إلى حامل محور الترتيب.

(06 نقاط) التمرين الأول :

ليكن كثير الحدود $p(x)$ ذو المتغير الحقيقي x حيث : $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1. احسب $p(3)$. ماذا تستنتج ؟

2. عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $p(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$

3. حل في \mathbb{R} المعادلة $p(x) = 0$.

4. حل في \mathbb{R} المتراجحة : $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$. أعط إشارة العدد $p\left(\frac{2012}{1434}\right)$

(06 نقاط) التمرين الثاني :

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، نعتبر في المستوى النقط $A(2;3)$ ، $B(5;1)$ و $C(-2;-3)$

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

2. أنشئ كل من النقط A, B, C و G .

لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

3. أوجد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\|2\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = \sqrt{65}$

4. أكتب الشعاع $2\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}$ بدلالة الشعاع \overline{MH}

5. برهن أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

التسرين (الثالث : 08 نفا)

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

f و g الدالتان المعرفتان بالشكل : $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، $g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

وليكن (C_f) و (C_g) التمثيلين البيانيين على الترتيب .

1. احسب كل من f' و g' .

2. اكتب معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = 5$.

3. اكتب معادلة (Δ') مماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

4. أوجد العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 + b$.

5. أوجد العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$.

لتكن النقطتان $A(-1; -4)$ و $B(1; 2)$

6. اكتب معادلة المنحنى (C_f) في المعلم (A, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب

7. اكتب معادلة المنحنى (C_g) في المعلم (B, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب

8. باستعمال التمثيلين البيانيين للدالتين "مربع" و "مقلوب" أنشئ كل من (C_f) و (C_g) .

التقريب

تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: 06 نقاط

ليكن كثير الحدود $p(x)$ ذو المتغير الحقيقي x حيث : $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

0.5

1. حساب $p(3)$. لدينا : $p(3) = 0$ نستنتج أن العدد جذر لكثير الحدود $p(x)$.2. تعين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x :

$$p(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$$

0.5 × 2

باستعمال القسمة الاقليدية نجد : من أجل كل عدد حقيقي x : $p(x) = (x-3)(x^2 + x - 2)$ 3. حل في \mathbb{R} المعادلة $p(x) = 0$.

0.5 × 2

لدينا : $p(x) = 0$ يكافئ : $\begin{cases} x-3=0 \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$ نحل المعادلة : $x^2 - 3x + 2 = 0$ مميزها : $\Delta = 1 - 4(1)(-2) = 9$ ومنه نجد : $x_1 = 1$ و $x_2 = -2$ أي : $S = \{-2; 1; 3\}$ 1. حل في \mathbb{R} المتراجحة $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$. أعط إشارة العدد $p\left(\frac{2012}{1434}\right)$ لدينا : $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$ يعني : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$

نعلم أن :

0.1

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$x-3$		-		○	+
x^2+x-2	+	○	-	○	+
$p(x)$	-	○	+	○	+

0.1

ومنه : مجموعة حلول المتراجحة : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$ هي : $S = [-2; 1] \cup [3; +\infty[$

0.5

إشارة العدد $p\left(\frac{2012}{1434}\right)$ لدينا العدد : $\frac{2012}{1434} \approx 1.403$ (نتيجة مدورة إلى 10^{-3})ومنه : $p\left(\frac{2012}{1434}\right) < 0$

التمرين الثاني: 06 نقاط

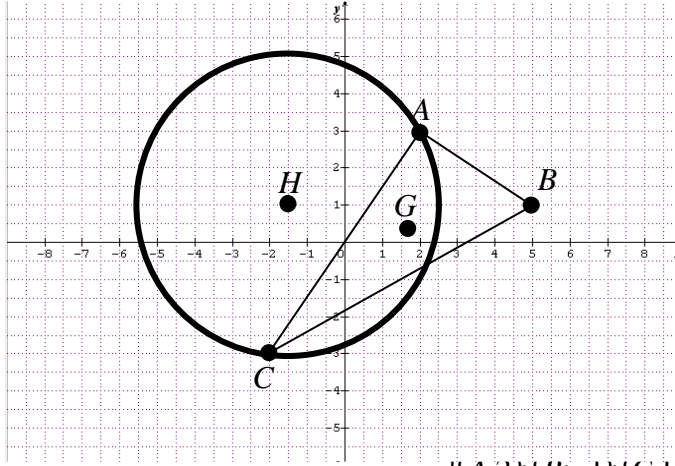
نعتبر في المستوى النقط $A(2;3)$ ، $B(5;1)$ و $C(-2;-3)$

0.5 × 2

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

لدينا : $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3}$ و $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{5}{3}$

2. إنشاء كل من النقط A, B, C و G



- لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2); (B, -1); (C, 1)\}$

لدينا : $2 - 1 + 1 = 2 \neq 0$ إذن H موجودة ووحيدة تحقق : $2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$

3. إيجاد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

لدينا : $y_H = \frac{\alpha.y_A + \beta.y_B + \gamma.y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{6 - 1 - 3}{2} = 1$ و $x_H = \frac{\alpha.x_A + \beta.x_B + \gamma.x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{4 - 5 - 2}{2} = -\frac{3}{2}$

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65}$

4. كتابة الشعاع $2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}$ بدلالة الشعاع \vec{MH}

لدينا : $2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2(\vec{MH} + \vec{HA}) - (\vec{MH} + \vec{HB}) + (\vec{MH} + \vec{HC})$ "حسب علاقة شال"

ومنه : $2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH} + 2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC}$

لكن نعلم أن : $2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$ ومنه : $2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH}$

5. برهان أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

أي أن : $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 2.MH$ من جهة ثانية لدينا : $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65}$

أي أن : $MH = \frac{\sqrt{65}}{2}$

ومنه : المجموعة (E) هي دائرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\frac{\sqrt{65}}{2}$

النمرين الثاني: 08 نقاط

f و g الدالتان المعرفتان بالشكل : $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، $g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

1. حساب كل من f' و g' .

الدالة f تقبل الاشتقاق على المجال $]-\infty; +\infty[$

حيث : $f'(x) = 2x + 2 = 2(x + 1)$

0.25×6

0.75×2

04

0.5×2

0.25

0.5

0.25	الدالة g تقبل الاشتقاق على كل من المجالين : $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$
0.5	حيث : $g'(x) = \frac{2(x-1) - (2x-1)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$
	2. كتابة معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = 5$.
0.5	يعني نحل المعادلة : $f'(x) = 0$ أي : $2(x+1) = 0$ نجد : $x = -1$
0.5	ومنه : $(\Delta) : y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -4$
	3. كتابة معادلة (Δ') مماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 2.
0.1	لدينا : $(\Delta') : y = g'(2)(x-2) + g(2) = -(x-2) + 3 = -x + 5$
	4. إيجاد العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 + b$
	لدينا : $f(x) = (x+a)^2 + b = x^2 + 2ax + a^2 + b = x^2 + 2x + 3$
0.5	بالمطابقة نجد : $\begin{cases} 2a = 2 \\ a^2 + b = -3 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$ ومنه : من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+1)^2 - 4$
0.5	5. إيجاد العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$
	لدينا : $g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1} = \frac{\alpha x - \alpha + \beta}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$
0.5	بالمطابقة نجد : $\begin{cases} \alpha = 2 \\ -\alpha + \beta = -1 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases}$ ومنه : من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$
0.5	6. كتابة معادلة المنحنى (C_f) في المعلم (A, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب:
0.1	تعيين دساتير تغير المعلم : بوضع $\begin{cases} x = X-1 \\ y = Y-4 \end{cases}$ نجد : $Y-4 = (X-1+1)^2 - 4$ أي : $Y = X^2$
	7. اكتب معادلة المنحنى (C_g) في المعلم (B, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب:
0.1	تعيين دساتير تغير المعلم : بوضع $\begin{cases} x = X+1 \\ y = Y+2 \end{cases}$ نجد : $Y+2 = 2 + \frac{1}{X+1-1}$ أي : $Y = \frac{1}{X}$
	8. باستعمال التمثيلين البيانيين للدالتين "مربع" و "مقلوب" إنشاء كل من (C_f) و (C_g) :
0.5	