

## اختبار الفصل الأول

### التمرين الأول: (04 نقاط)

$P(x)$  كثير حدود حيث :  $P(x) = x^3 + 2x^2 + (\alpha - 3)x + 3\alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

1. عين قيمة  $\alpha$  حتى يكون العدد 2 جذر لـ  $P(x)$ .

2. نضع  $\alpha = -2$  ، عين الأعداد الحقيقة  $a, b$  و  $c$  بحيث يكون من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :

$$P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$$

3. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $0 = P(x) = -6x^6 - 5x^4 + 2x^2 + 1$  ، واستنتج حلول المعادلة

4. ادرس إشارة  $P(x)$  ثم استنتاج حلول المترادفة .

### التمرين الثاني: (08 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[3, 3]$  بـ  $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x^2 + 1}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في معلم متعمد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. عين العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث  $(C_f)$  يقبل مماس عند النقطة  $A(0, 1)$  يوازي المستقيم ذو المعادلة  $y = -2x - 3$ .

2. نضع  $\alpha = -2$  و  $\beta = 1$  ، بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[-3, 3]$  فإن

3. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها على المجال  $[-3, 3]$ .

4. اعط حصر الدالة  $f$  على المجال  $[-1, 1]$ .

5. بين أن النقطة  $A(0, 1)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

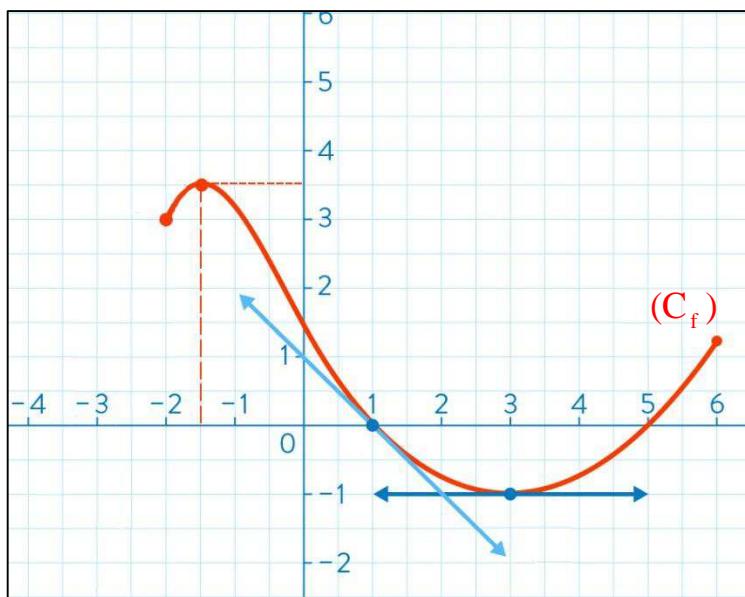
6. احسب  $f(1)$  ،  $f(2)$  و  $f(3)$  ثم استنتاج  $f(-1)$  ،  $f(-2)$  و  $f(-3)$  وارسم  $(C_f)$  على المجال  $[-3, 3]$ .

7. ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي الغير معروف  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = \frac{1}{m}$

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال  $[-2, 6]$  و  $f'$  دالتها المشتقة.

( $C_f$ ) تمثلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. (انظر الشكل)



I. بالاستعانة بالبيان:

1. عين كلا من:  $f(1)$  ،  $f'(3)$  و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

2. اكتب معادلة مماس المنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  ثم استنتج إشارة  $f'(x)$ .

4. حل بيانيا المعادلة  $f(x) = 0$ .

II. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بـ:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  ،  $g'$  دالتها المشتقة.

1. فكك الدالة  $g$  إلى مركب دالتين، ثم عين مجموعة تعريفها.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  باستعمال "مبرهنة اتجاه تغير دالة مركبة".

3. اكتب عبارة  $(x)g'$  بدلالة  $(x)f$  و  $(x)f'$ .

4. ادرس إشارة  $(x)g'$  ثم استنتج تغيرات الدالة  $g$  وقارنها مع نتيجة -السؤال 2-.

5. شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

### سؤال إضافي: (1+ نقطة إضافية)

$f$  و  $g$  دالتان معرفتان على  $\mathbb{R}$  حيث  $f(x) = x^2 + 2x$  و  $g(x) = x^2 + 15x + 1$ . علماً أن الدالة  $g$  هي دالة تألفية، عين العبارات الممكنة للدالة  $g$ .

أ. إحداثيات الأستاذ بن مسعود

العلامة	المجموع	الإجابة	التمرير
0,5	0,5	$P(2) = 2^3 + 2 \times 2^2 + (\alpha - 3)2 + 3 \times \alpha = 0$ $10 + 5\alpha = 0$ $\alpha = \frac{-10}{5} = -2$ <p style="text-align: right;">ومنه: <math>P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6</math></p>	
1	1	$P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$ $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$ $P(x) = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$ <p style="text-align: right;">بالمطابقة نجد:</p> $\begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = 2 \\ c - 2b = -5 \\ -2c = -6 \end{cases}$ <p style="text-align: right;">ومنه: <math>a = 1 \quad b = 4 \quad c = 3</math></p> <p style="text-align: right;">يكون <math>P(x) = (x-2)(x^2 + 4x + 3)</math></p>	التمرير الأول
0,5	0,5	$P(x) = 0$ $x^2 + 4x + 3 = 0 \quad \text{أو} \quad x - 2 = 0$ $S = \{-3, -1, 2\}$ <p style="text-align: right;">ومنه فإن: <math>S = \{-3, -1, 2\}</math></p>	

• استنتاج حلول المعادلة  $(E) \dots -6x^6 - 5x^4 + 2x^2 + 1 = 0$  بما أن  $x=0$  ليس حل للمعادلة  $(E)$  فإنها تكافئ :

$$x^6 \left( -6 - \frac{5}{x^2} + \frac{2}{x^4} + \frac{1}{x^6} \right) = 0$$

$$\frac{1}{x^3} (-6 - 5x^2 + 2x^4 + x^6) = 0 \text{ يكون } X = \frac{1}{x^2}$$

$$X \in \{-3, -1, 2\} \text{ أي } \frac{1}{X^3} P(X) = 0 \text{ يصبح لدينا}$$

$$\frac{1}{x^2} \in \{-3, -1, 2\} \text{ معناه}$$

$$\frac{1}{x^2} = -1 \text{ مرفوض، } \frac{1}{x^2} = -3 \text{ مرفوض.}$$

$$\therefore x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ و } x = \frac{\sqrt{2}}{2} : \text{ تقبل حلين } \frac{1}{x^2} = 2$$

(4) دراسة إشارة  $P(x)$

x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	-	+	
$x^2 + 4x + 3$	+	0	-	0	+
$P(x)$	-	0	+	0	-

• استنتاج حلول المتراجحة  $\frac{P(x)}{2-x} \geq 0$

x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$
$P(x)$	-	0	+	0	-
$2-x$	+	+	+	0	-
$\frac{P(x)}{2-x}$	-	+	-		-

$$\therefore x \in [-3, -1] \text{ معناه } \frac{P(x)}{2-x} \geq 0$$

$$D_f = [-3, 3] \text{ و } f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x^2 + 1}$$

1 0,5x2 (1) تعين  $\alpha$  و  $\beta$  :  
f(0) = 1 معناه A(0,1) يشمل النقطة  $(C_f)$  •

$$f(0) = \frac{0^2 + \alpha \cdot 0 + \beta}{0^2 + 1} = \frac{\beta}{1} = \beta$$

لدينا  $\beta = 1$  ومنه فإن  $f(0) = \beta$  و  $f(0) = 1$

يقبل مماس عند النقطة  $A(0,1)$  يوازي المستقيم ذو المعادلة  $C_f$  •

$$f'(0) = -2 \quad \text{معناه} \quad y = -2x - 3$$

لدينا  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $[-3, 3]$

$$f'(x) = \frac{(2x + \alpha)(x^2 + 1) - (x^2 + \alpha x + \beta)(2x)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 2x + \alpha x^2 + \alpha - 2x^3 - 2\alpha x^2 - 2\beta x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\alpha x^2 + (2 - 2\beta)x + \alpha}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{-\alpha 0^2 + (2 - 2\beta)0 + \alpha}{(0^2 + 1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{\alpha}{1} = \alpha$$

لدينا  $\alpha = -2$  ومنه فإن  $f'(0) = -2$  و  $f'(0) = \alpha$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1} \quad \text{فتكون}$$

(2) حساب الدالة المشتقة

لدينا  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $[-3, 3]$

$$f'(x) = \frac{(2x - 2)(x^2 + 1) - (x^2 - 2x + 1)(2x)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 2x - 2x^2 - 2 - 2x^3 + 4x^2 - 2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2}$$

1 1

(3) دراسة إشارة  $f'(x)$

• إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $(x^2 - 1)$  لأن المقام موجب

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x^2 - 1$	+	0	-	0
$f'(x)$	+	0	-	0

• استنتاج التغيرات:

$f'$  موجبة على المجالين  $[-\infty, -1]$  و  $[1, +\infty]$  ومنه  $f$  متزايدة عليهما.

$f'$  سالبة على المجال  $[-1, 1]$  ومنه  $f$  متناقصة عليه.

• جدول تغيرات الدالة  $f$  :

x	-3	-1	1	3
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	1,6	2	0	0,4

(4) حصر الدالة  $f$  على المجال  $[-1, 1]$ .

$f$  متناقصة على المجال  $[-1, 1]$  ومنه فإن

$$f(1) \leq f(x) \leq f(-1)$$

$$0 \leq f(x) \leq 2$$

(5) تبيان أن النقطة  $A(0, 1)$  هي مركز تنازول للمنحنى  $(C_f)$

بتغيير المعلم من  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  إلى  $(A, \vec{i}, \vec{j})$  يكون:

$$\begin{cases} x = X \\ y = Y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1} \\
 Y + 1 &= \frac{X^2 - 2X + 1}{X^2 + 1} \\
 Y &= \frac{X^2 - 2X + 1}{X^2 + 1} - 1 \\
 Y &= \frac{X^2 - 2X + 1 - X^2 - 1}{X^2 + 1} \\
 Y &= \frac{-2X}{X^2 + 1}
 \end{aligned}$$

$$g(x) = \frac{-2x}{x^2 + 1} \quad \text{نضع}$$

من أجل كل  $x \in D_g$  فإن  $-x \in D_g$

$$g(-x) = \frac{-2(-x)}{(-x)^2 + 1}$$

$$g(-x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$g(-x) = -\frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$g(-x) = -g(x)$$

أي أن  $g$  دالة فردية.

ومن هذا نستنتج أن النقطة  $A(0,1)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

: حساب  $f(3)$  ،  $f(2)$  و  $f(1)$  (6)

$$f(1) = \frac{1^2 - 2 \times 1 + 1}{1^2 + 1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$f(2) = \frac{2^2 - 2 \times 2 + 1}{2^2 + 1} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$f(3) = \frac{3^2 - 2 \times 3 + 1}{3^2 + 1} = \frac{4}{10} = 0,4$$

1 1

نعلم أن  $A(0,1)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$

ومنه فإن  $f(0-x) + f(0+x) = 2(1)$

$f(x) = 2 - f(-x)$  نجد  $f(-x) + f(x) = 2$  أي أن

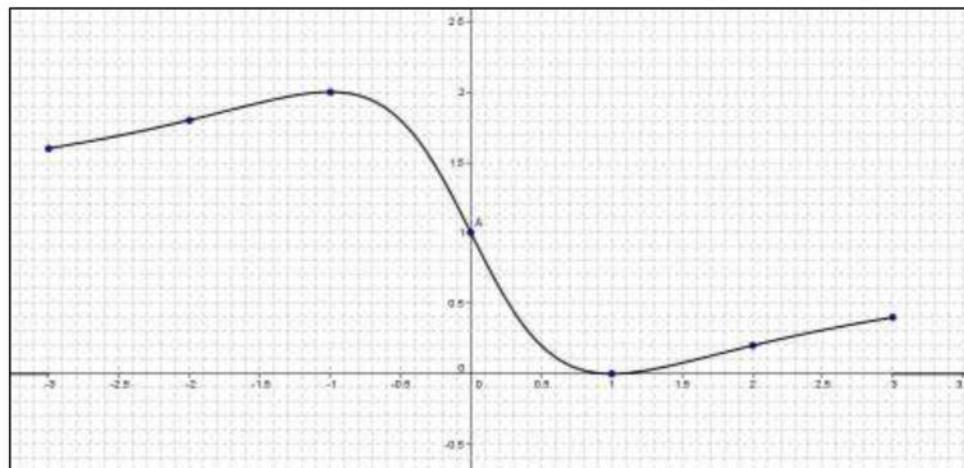
$$f(-1) = 2 - f(1) = 2 - 0 = 2$$

$$f(-1) = 2 - f(2) = 2 - 0,2 = 1,8$$

$$f(-3) = 2 - f(3) = 2 - 0,4 = 1,6$$

• رسم المنحني ( $C_f$ )

1 1



7) المناقشة البيانية :  $f(x) = \frac{1}{m}$

$M \in \mathbb{R}^*$  مع  $f(x) = M$  تصبح  $M = \frac{1}{m}$  بوضع

1 1

▪ من أجل  $0 < M < 1$  أي  $0 < \frac{1}{m} < 1$  يكون  $0 < m < 1$  المعادلة لا تقبل حلول.

▪ من أجل  $0,4 \leq M \leq 1,6$  أي  $0,4 \leq \frac{1}{m} \leq 1,6$  يكون  $0,4 < m < 1,6$  المعادلة تقبل حلين.

▪ من أجل  $0,4 < M < 1,6$  أي  $0,4 < \frac{1}{m} < 1,6$  يكون  $0,4 < m < 1,6$  المعادلة تقبل حل وحيد.

▪ من أجل  $1,6 \leq M < 2$  أي  $1,6 \leq \frac{1}{m} < 2$  يكون  $0,5 < m < 1,6$  المعادلة تقبل حلين.

▪ من أجل  $M = 2$  أي  $\frac{1}{m} = 2$  يكون  $m = \frac{1}{2}$  المعادلة تقبل حل وحيد.

▪ من أجل  $M > 2$  أي  $\frac{1}{m} > 2$  يكون  $0 < m < 0,5$  المعادلة لا تقبل حلول.

1 1

1) بقراءة بيانية نجد: I.

$$f'(1) = \frac{1-0}{0-1} = -1 \quad , \quad f'(3) = 0 \quad , \quad f(1) = 0$$

0,75 0,75

2) معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة 1:

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$y = -1(x-1) + 0$$

$$y = -x + 1$$

(3) جدول تغيرات الدالة  $f$  :

x	-2	-1,5	3	6
$f(x)$	3	3,5	-1	1,25

1 0,5×2 استنتاج إشارة  $f'(x)$  •

x	-2	-1,5	3	6
$f'(x)$	+	○	-	○

0,5 0,5 (4) حل بيانيا المعادلة  $f(x) = 0$   
حلول المعادلة هي فوائل نقط تقاطع المنحني ( $C_f$ ) مع حامل محور  
الفوائل، نجد  $x = 1$  و  $x = 5$ .

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} \quad .II$$

(1) تفكيك الدالة :  $g$

.  $g(x) = u \circ v(x)$   $u(x) = \frac{1}{x}$  و  $v(x) = f(x)$  نضع  
مجموعة تعريف الدالة  $g$  •

$$D_g = \{x / x \in D_v, v(x) \in D_u\}$$

$$D_g = \{x / x \in [-2, 6], v(x) \in \mathbb{R}^*\}$$

$$D_g = \{x / x \in [-2, 6], f(x) \neq 0\}$$

$$D_g = \{x / x \in [-2, 6], x \neq 1, x \neq 5\}$$

$$D_g = [-2, 1[ \cup ]1, 5[ \cup ]5, 6]$$

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة  $g$  :

الجدول التالي يمثل تغيرات الدالة  $g$  على كل مجال من مجموعة تعريفها

على المجال	الدالة $f$	الدالة مقلوب	الدالة $g$
متزايدة	متزايدة	متناقصة	$[-2, -1, 5]$
متناقصة	متناقصة	متزايدة	$[-1, 5, 1]$
متزايدة	متناقصة على مجال تعريفها	متناقصة	$]1, 3]$
متناقصة	متزايدة	متزايدة	$[3, 5]$
متناقصة	متزايدة	متزايدة	$]5, 6]$

(3) كتابة عبارة  $g'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  :

دالة قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها  $g$

$$g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$$

(4) دراسة إشارة  $g'(x)$  و استنتاج تغيرات الدالة  $g$  :

$$-f'(x) \text{ لدينا} \quad g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2} \quad \bullet$$

	$x$	-2	-1,5	1	3	5	6	
	$f'(x)$	+	○	-	-	○	+	+
1,5	$g'(x)$	-	○	+	+	○	-	-

استنتاج تغيرات الدالة  $g$  :

على المجالات  $[-2, -1, 5]$  و  $[3, 5]$   $g'(x)$  سالبة ومنه  $g$  متناقصة.

وعلى المجالين  $[-1, 5, 1]$  و  $]1, 3]$   $g'(x)$  موجبة ومنه  $g$  متزايدة.

النتيجة المتحصلة عليها متطابقة مع نتيجة السؤال 2 .

5) جدول تغيرات الدالة  $g$  :

x	-2	-1,5	1	3	5	6	
$g'(x)$	-	0	+	+	0	-	-
$g(x)$							

لدينا  $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$  و  $f(x) = x^2 + 2x$   
 $g$  دالة تألفية معناه  $g(x) = ax + b$  ( مع  $b \in \mathbb{R}$  و  $a \in \mathbb{R}^*$  )  
 يكون:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(f \circ g)(x) = g(x)^2 + 2g(x)$$

$$(f \circ g)(x) = (ax + b)^2 + 2(ax + b)$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + b^2 + 2axb + 2ax + 2b$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + 2axb + 2ax + b^2 + 2b$$

$$(f \circ g)(x) = a^2x^2 + (2ab + 2a)x + (b^2 + 2b)$$

بالمطابقة مع  $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 16x + 15$  نجد :

$$\begin{cases} a^2 = 4 \dots \textcircled{1} \\ 2ab + 2a = 16 \dots \textcircled{2} \\ b^2 + 2b = 15 \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

من  $\textcircled{1}$  نجد  $a = -2$  أو  $a = 2$

ننوه  $a = 2$  في  $\textcircled{2}$  نجد  $b = 3$  ، ننوه  $a = -2$  في  $\textcircled{2}$  نجد  $b = -5$

من  $\textcircled{3}$  نجد أيضا  $b = 3$  و  $b = -5$

$$g(x) = -2x - 5 \quad \text{أو} \quad g(x) = 2x + 3$$

سؤال إضافي



ديسمبر 2019

## المستوى: الثانوية ثانوي رياضيات

## الاختبار الأول في الرياضيات المدة: 2 سا

التمرين الأول (4 نقط)

المطلوب اختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة مبررا الاختيار :

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad P(x) \quad (1)$$

(أ) العدد 2 هو جذر لـ  $P(x)$       (ب) العدد 3 هو جذر لـ  $P(x)$       (ج) لا يقبل جذور

$$f(x) = (x-1)^2 \quad f \text{ دالة معرفة دالة على } \mathbb{R} \quad (2)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 0 \quad (ج) \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 2 \quad (ب) \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 1 \quad (أ)$$

$$g(x) = 2x - 1 \quad h(x) = x^2 + 3 \quad g \text{ و } h \text{ دالتان معرفتان على } \mathbb{R} \quad (3)$$

$$(g \circ h)(x) = \dots \quad (g \circ h)(x) = \dots \\ 2x^2 + 2 \quad (ج) \quad 2x^2 + 1 \quad (ب) \quad 2x^2 + 5 \quad (أ)$$

$$f'(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x + 5 \quad f'(x) \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \quad (4)$$

$$f'(x) = x - \frac{1}{2} \quad (ج) \quad f'(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad (ب) \quad f'(x) = 2x - \frac{1}{2} \quad (أ)$$

التمرين الثاني (8 نقط)لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $[-\infty; 1] \cup [1; +\infty]$  كما يلي

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1} \quad f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$$

(C) التمثيل البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) عين العددين  $a$  و  $b$  حق يقبل (C) مماسا موازيا لحاصل محور الفواصل  $(x'x)$  في النقطة  $A(3; 3)$ (2) فيما يلي :  $a = -3$  و  $b = 6$ 

$$f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-1} \quad ( )$$

(ب) احسب  $(x')f$  و ادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

- ج) اوجد معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة  $\theta$   
 د) عين نقط تقاطع (C) مع حاملي المحورين.  
 ه) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذو المعادلة  $y = x - 2$  .  
 و) بين أن بيان الدالة  $f$  يقبل النقطة  $(-1, B)$  كمركز تناظر.

### التمرين الثالث (8 ن)

نعتبر كثير الحدود حيث  $P(x) = x^3 + (\sqrt{2} - 1)x^2 + (2 - \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$  :

(1) احسب  $P(-\sqrt{2})$  ماذا تستنتج ؟

(2) عين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $P(x) = (x + \sqrt{2})(x^2 + \alpha x + \beta)$

(3) عين حسب قيم  $x$  إشارة  $P(x)$

(4) لتكن  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

(C<sub>f</sub>) المنحني الممثّل للدالة  $f$  في المعلم متعمد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(أ) بين ان :  $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$

(ب) اشرح كيف يمكن إنشاء (C<sub>f</sub>) انطلاقاً من الدالة مربع ثم أنشئه .

الأستاذة خ. سوالمي

بالتوفيق

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

### التصحيح النموذجي

رقم التمرин	الحل	العلامة
1	اختيار الجواب الصحيح $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ حيث $0$ : كثير حدود	4 ن
1	العدد $3$ هو جذر ل $P(x)$ $f(x) = (x - 1)^2$ دالة معرفة دالة على $\mathbb{R}$ ب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 2$ ب	التمرин 1
1	$g(x) = 2x - 1$ و $h(x) = x^2 + 3$ دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ ب و $(g \circ h)(x) = \dots$ $2x^2 + 5$ ج	
1	$f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x + 5$ معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f'(x) = x - \frac{1}{2}$ ج	

التمرين

2

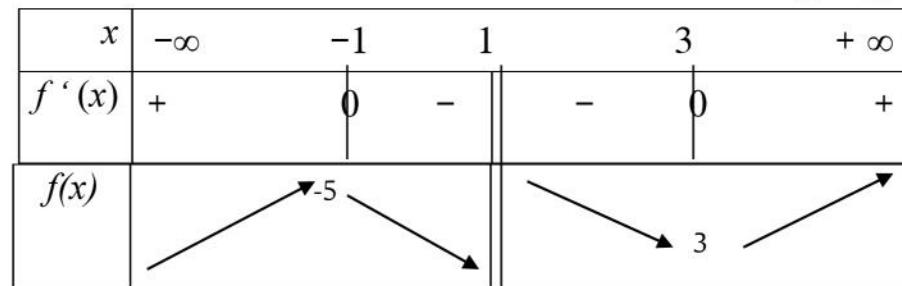
$$b=6 \quad a=-3 \quad (1)$$

8 ن 1 (2) التتحقق أن :  $f(x)=x-2+\frac{4}{x-1}$

ب) حساب  $f'(x)$  و دراسة إشارتها ثم جدول تغيرات الدالة.

$$f'(x)=\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$$

جدول التغيرات



1 ج) معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

$$(T) : y = -3x - 6$$

د) تعيين نقط تقاطع (C) مع حاملي المحورين.

$$(C) \cap (x x') = \emptyset$$

$$(C) \cap (y y') = \{A(0, -6)\}$$

ه) دراسة وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذو المعادلة  $y = x - 2$

(C) تحت (D) في المجال  $[1; +\infty)$

1 (C) فوق (D) في المجال  $[1; +\infty)$

و) نبني أن بيان الدالة  $f$  يقبل النقطة  $B(1, -1)$  كمركز تنازلي.

باستعمال دساتير تغيير المعلم

1  $P(-\sqrt{2}) = 0$  (1)

نستنتج أن  $-\sqrt{2}$  جذر ل

2  $\beta = 2$ ;  $\alpha = -1$  (2)

3) تعين حسب قيم  $x$  إشارة  $P(x)$

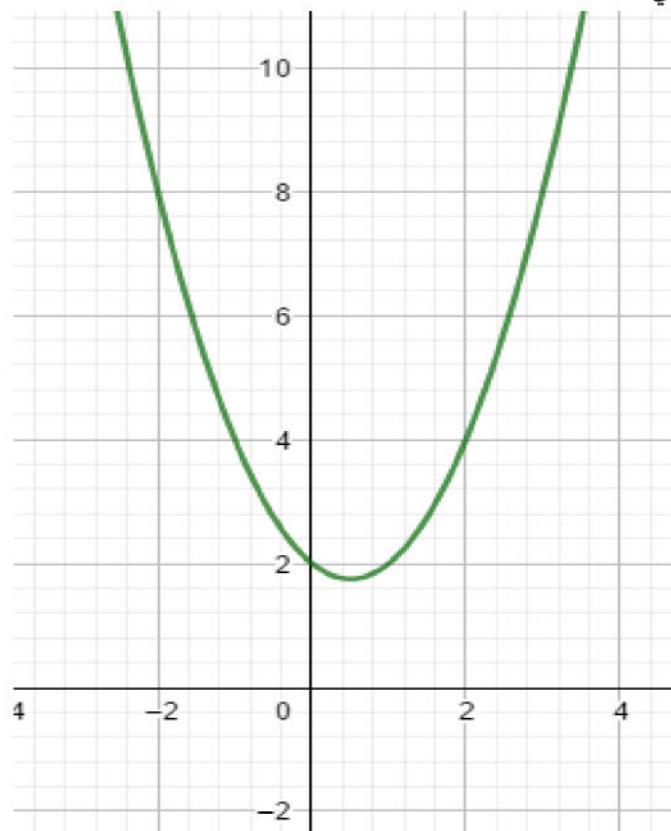
2	$x$	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$+\infty$
	$x + \sqrt{2}$	-	0	+
	$x^2 - x + 2$	+	+	+
	$P(x)$	-	-	+

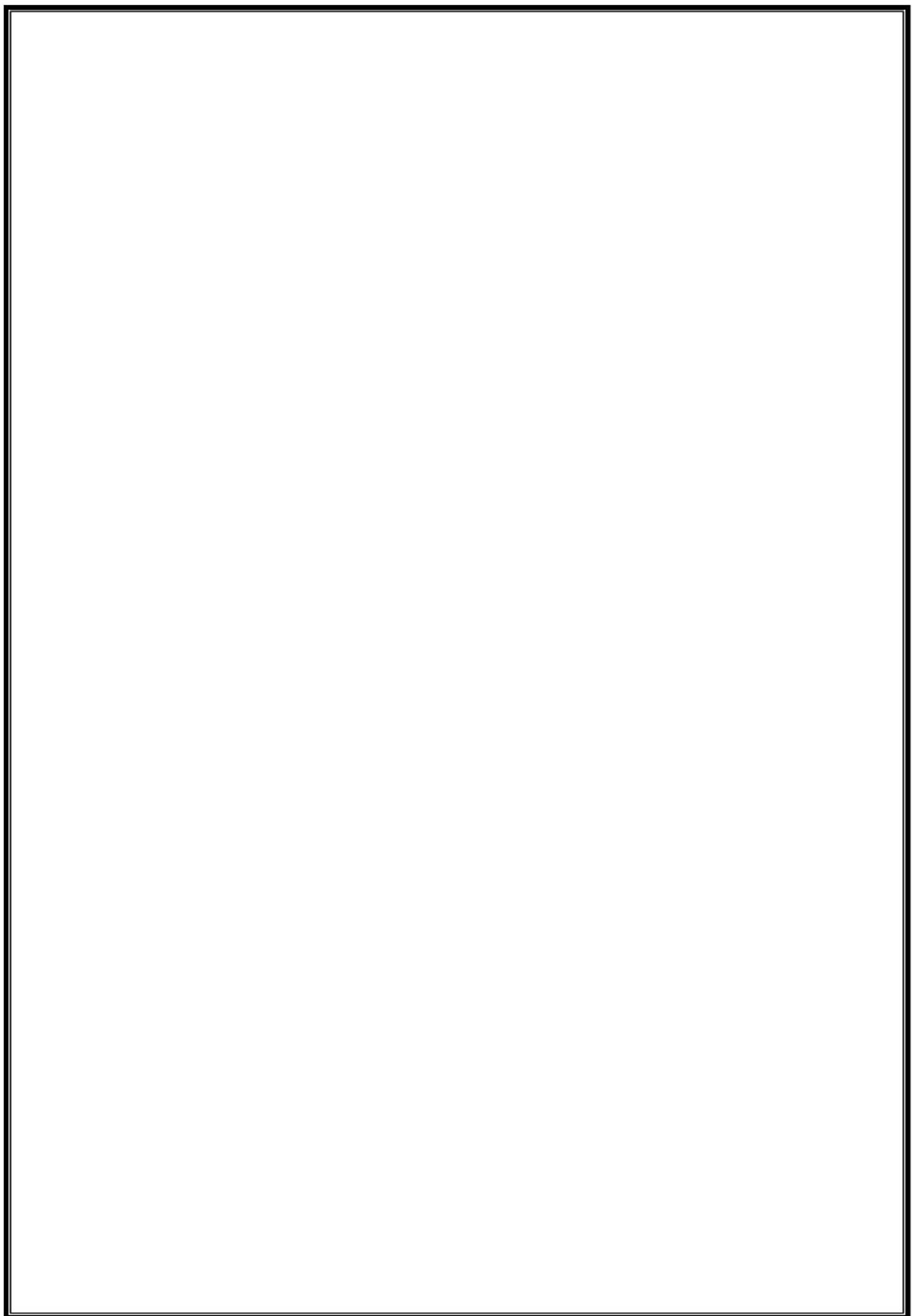
1 4) نبين أن :  $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$

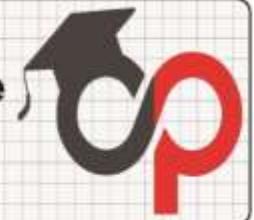
1 ب) شرح كيف يمكن إنشاء  $(C_f)$  انطلاقاً من الدالة مربع.

صورة منحني الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{V}(\frac{1}{2}, \frac{7}{4})$

التمثيل البياني







ديسمبر 2019

المستوى: الثانوية ثانوي علوم تجريبية

الاختبار الأول في الرياضيات المدة: 2 ساعة.

### التمرين الأول

نرمي زهرتي نرد مختلفتين في اللون أزرق وأحمر.

نسمى  $\Omega$  مجموعة الإمكانيات.

1- ما هو عدد الإمكانيات.

2- شكل جدول ينظم كل الإمكانيات (المخارج).

3- عين احتمالات الحوادث التالية.

- "A" الحصول على الرقم 3 في زهر النرد الأزرق.

- "B" الحصول على رقمين مجموعهما يساوي 5.

- "C" الوجهان يحملان نفس الرقم.

- "D" الوجهان يحملان رقمين مختلفين.

4- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة  $\{1; 2 \dots 6\}$

أكبر قيمة.

ما هي القيم الممكنة ل  $X$

.  $P(x \leq 2)$

.  $P(x \geq 3)$

### التمرين الثاني:

I.  $g(x) = x^3 + ax^2 + b$ :  $\mathbb{R}$  والدالة المعرفة على

حيث  $a$  و  $b$  عدوان حقيقيان.

عين  $a$  و  $b$  حتى يكون البيان الممثل للدالة  $g$  تقبل مماسا عند النقطة  $A(1,2)$  معامل توجيهه (-3).

II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

(تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.)

1- أحسب  $(x)'_f$  ثم استنتاج تغيرات الدالة  $f$  (شكل جدول تغيراتها  $(O; p; j)$ ).

2- أكتب معادلة المماس  $(T)$  عند نقطة ذات الفاصلة 1

3- عين أحسن تقرير تآلفي للدالة  $f$  بجوار العدد 1.

استنتاج قيمة مقربة لكل من  $0,999$  و  $1,001$ .

4- أ) أنشر العبارة  $(x - 1)^3$ .

ب) أدرس حسب قيم الإشارة  $(5x^2 - 3x + 5)$  في المجال  $(0,2)$ .

ج) استنتاج وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(T)$ .

ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة  $A(1,2)$ .

5- أعط حصراً  $x$  من أجل  $[ -1; 2 ]$  من أجل  $f(x)$ .

6- أرسم  $(T)$  ثم  $(C_f)$  في المجال  $[-1,3]$ .

7- نقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = m$ .

8- الدالة المعرفة بـ  $\hbar(x) = |x|^3 - 3x^2 + 4$ .

أ) بين أن  $\hbar$  دالة زوجية.

ب) بين كيف يمكن رسم  $(C_\hbar)$  انطلاقاً من  $(C_f)$ .

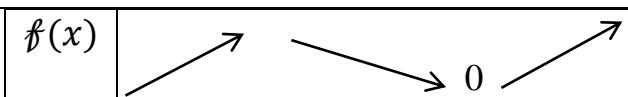
أرسم  $(C_\hbar)$ .

التوفيق

# التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين																																										
1	1- عدد الإمكانيات . $36 = 6 \times 6$																																											
1	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><math>x_i</math></td> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>.....</td> <td>6</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><math>y_j</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">⋮</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>(6 ;6)</td> </tr> </table>	$x_i$		1	2	.....	6		$y_j$							1							2							⋮							6						(6 ;6)	-2
$x_i$		1	2	.....	6																																							
$y_j$																																												
1																																												
2																																												
⋮																																												
6						(6 ;6)																																						
08	$P(C) = \frac{6}{36} ; \quad P(B) = \frac{4}{36} ; \quad P(A) = \frac{6}{36}$ $P(D) = p(\bar{C}) = 1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36}$ $P(x \leq 2) = P[(x = 1) \cup (x = 2)]$ $= P(x = 1) + P(x = 2) = \frac{1}{36} + \frac{3}{36} = \frac{4}{36}$ $P(x \geq 3) = 1 - P(x \geq 3)$ $= 1 - P(x \leq 2) = 1 - \frac{4}{36} = \frac{32}{36}$	(I) -3																																										
2	$b = 4 ; \quad a = -3 \quad \text{ومنه} \begin{cases} g'(1) = -3 \\ g(1) = 2 \end{cases}$	-4																																										
2	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">x</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td style="text-align: center;">+   0</td> <td style="text-align: center;">-   0</td> <td style="text-align: center;">+   0</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x							$f'(x)$		+ 0	- 0	+ 0			(II)																												
x																																												
$f'(x)$		+ 0	- 0	+ 0																																								

$$g'(x) = 3x(x-2)$$



12

$$(T): y = -3x + 5$$

$$f(1 + h) \approx -3h + 2$$

$$f(0.999) \approx 2.003 \quad ; \quad f(1.001) \approx 1.997$$

$(h = -0.001) \quad (h = 0.001)$

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) - (-3x + 5) = (x-1)^3$$

$$(x-1) \text{ (إشارة:)} \quad \begin{array}{c} | \\ 0 \\ - \\ 1 \\ + \\ 2 \end{array} \rightarrow$$

في المجال  $[0,1]$   $(C_f)$  تحت  $(T)$

فوق  $[1,2]$   $(C_f)$

ومنه  $(C_f)$  يخترق المماس عند النقطة  $x_0 = 1$

ومنه  $(C_f)$  نقطة انعطاف  $x = 1,2$

$$0 \leq f(x) \leq 4 \quad \text{فإن} \quad -1 \leq x \leq 2 \quad \text{كأنذا}$$

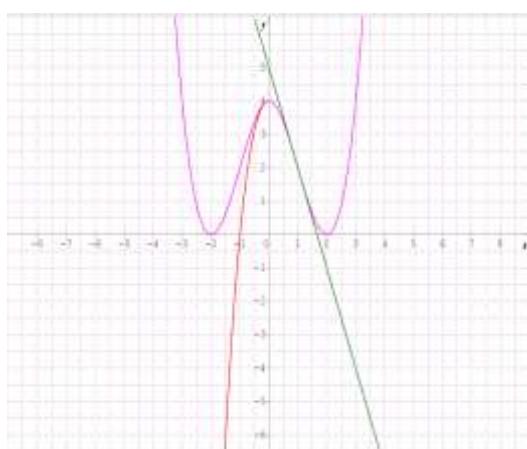
لا يوجد حلول  $m < 0$

حلين  $x=2, x=-1$  (حل مضاعف)  $m = 0$

حلين موجبين وحل سالب  $0 < m < 4$

حلين  $x=0, x=3$  (حل مضاعف)  $m = 4$

لا يوجد حلول  $m > 4$



أ. كلاً جلمن  $h(-x) = h(x)$ :  $(-x) \in \mathbb{R}$  ,  $x \in \mathbb{R}$

ومنه  $h$  دالة زوجية

0.5	<p>ب. كأنـذا <math>h(x) = x^3 - 3x^2 + 4 = f(x)</math> : <math>x \geq 0</math></p> <p>في المجال <math>(C_f)</math> ينطبق على <math>[0, +\infty[</math></p> <p>وفي المجال <math>[0, -\infty[</math> نتم <math>(C_h)</math> بالتناظر بالنسبة إلى <math>(y'y)</math></p>
-----	---

التاريخ: 2018/2019

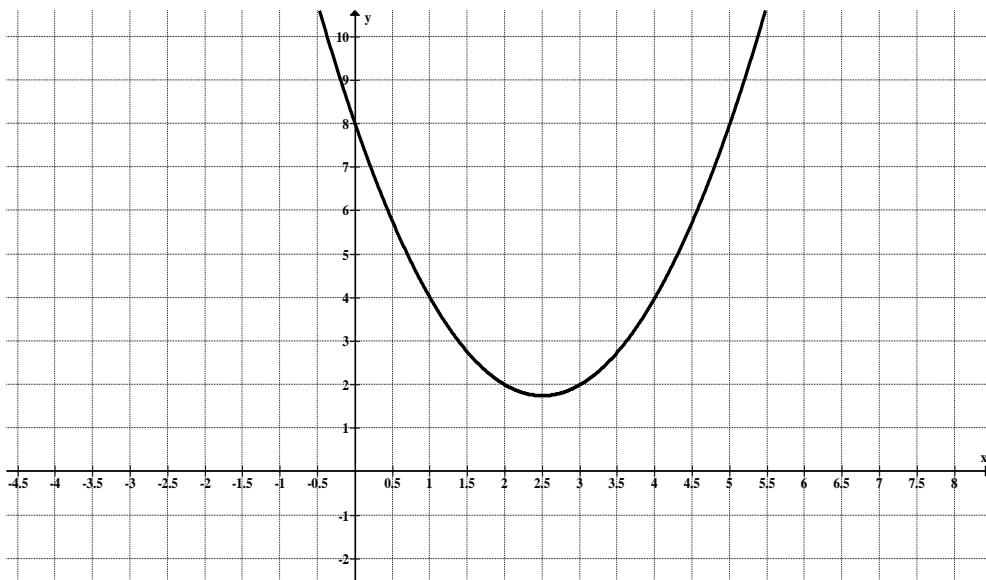
المدة: 02 س

المادة: الرياضيات  
المستوى: الثانية ثانوي.

## الاختبار الأول للفصل الأول

تمرين 01: (06 ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعمد  $(\bar{f}, \bar{t})$  نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  حيث  $c$   $b, c$  أعداد حقيقة و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني.



بقراءة بيانية أثبت أن:  $c = 8$  و  $b = -5$

1. أكتب  $f(x)$  على الشكل  $f(x) = (x + \alpha)^2 + \beta$  ثم استنتج التحويل النقطي الذي سمح برسم المنحني  $(C_f)$  انطلاقا من منحني دالة مرجعية.

2. بين أن المستقيم  $x = \frac{5}{2}$  هو محور تناظر لـ  $(C_f)$ .

3. نعتبر الدالتي  $h$  و  $k$  المعرفتين على  $\mathbb{R}$  بهما  $h(x) = |f(x)|$  و  $k(x) = f(|x|)$

أ) أكتب  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة. ثم استنتج رسم المنحني  $(C_h)$ .

ب) بين أن الدالة  $k$  دالة زوجية ثم أرسم المنحني  $(C_k)$  في نفس المعلم السابق.

### تمرين 02: (10 ن)

I. ليكن كثير الحدود  $p(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 8$ .

1. أحسب  $P(1)$  ثم استنتج تحليلًا لكثير الحدود  $P(x)$ .

2. أدرس إشارة  $P(x)$  حسب قيم  $x$ .

II. نعتبر الدالة  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\{2\} - R$  كما يلي:  $f(x) = x - 1 - \frac{x-1}{(x-2)^2}$ . ولتكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعمد ومتجانس.

1. بين أنه ممكناً أن يكون العدد الحقيقي  $x$  من  $D_f$  فإن:

2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$ .

3. أكتب معادلة الماس  $(T)$  للمنحنى  $C_f$  عند النقطة ذات الفاصلة 3.

4. عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  وفسر النتيجة بيانياً.

III. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كما يلي:  $g(x) = \frac{2x+5}{x-1}$ .

1. عين  $g'$ ;  $g''$ ;  $g^{(3)}$ ;  $g^{(4)}$  الدوال المشتقة المتتابعة للدالة  $g$ .

2. أعط تخميناً حسب قيم العدد  $n$  لعبارة  $(g(x))^{(n)}$ . (يمكن وضع 1 × 2 × ... ×  $n$ ).

### تمرين 03: (04 ن)

نرمي مرتين متتابعين زهرة نرد غير مزيفة أو جهاها الستة مرقمة بالأرقام 1,1,1,2,2,4، و نسجل الرقين الحصول عليهما من اليسار إلى اليمين.

1. ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة. (يمكن استعمال جدول)

2. أحسب احتمال الحوادث التالية:

الحادثة A: الحصول على العدد 12 .

3. نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرافق بكل مخرج جداء الرقين الحصول عليهما.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $X$ .

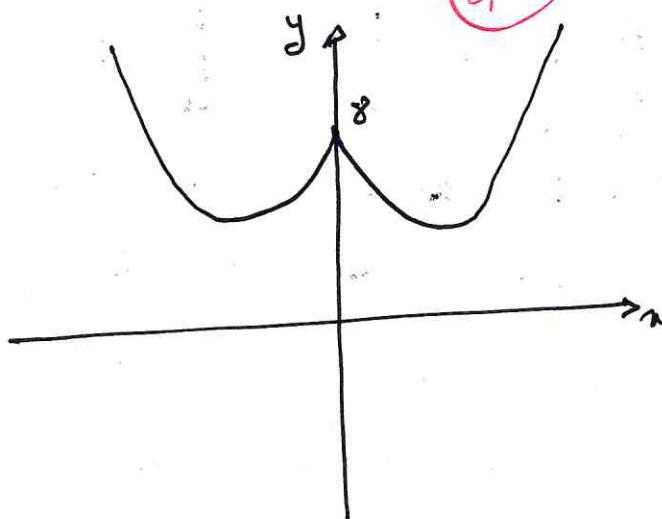
ب. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$ .

ت. احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$ .

(ج) هو نسخة (ج<sub>k</sub>) :  $n \in [0, +\infty]$

(ج<sub>k</sub>) :  $n \in [-\infty, 0]$  هو نظير (ج)

بالنسبة لمحور التراصي



: 2 نظرية

$$\rho(1) = 1 - 6 + 13 - 8 = 0 \quad (0,25)$$

$$\begin{aligned} \rho(n) &= (n-1)(2n^2 + bn + c) \quad (0,75) \\ &= (n-1)(n^2 - 5n + 8) \end{aligned}$$

$$5, 1 \text{ لـ } n^2 - 5n + 8 > 0$$

$$(n-1) 8, 8 \text{ من } \rho(n) \quad (0,5)$$

$n$	$-\infty$	1	$+\infty$
$\rho(n)$	-	0	+

$$f(n) = n - 1 - \frac{n-1}{(n-2)^2} \quad (1)$$

$$f'(n) = \frac{\rho(n)}{(n-2)^3} \quad (1)$$

: ① تعريف

$$\begin{aligned} f(0) = 8 &\Rightarrow 0^2 + b \cdot 0 + c = 8 \\ \Rightarrow c = 8 \quad (0,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) = 4 &\Rightarrow 1 + b + 8 = 4 \\ \Rightarrow b = -5 \quad (0,5) \end{aligned}$$

$$f(n) = n^2 - 5n + 8$$

$$f(n) = \left(n - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \quad (1)$$

(ج) هو انسحاب من بين الدوال  $n^2$

$$(0,5) \quad \vec{r}\left(\frac{5}{2}\right)$$

: ② هو محور تناظر  $n = \frac{5}{2}$

$$f\left(2 \cdot \frac{5}{2} - n\right) = f(n) \quad (0,25)$$

$$\begin{aligned} f(5-n) &= (5-n)^2 - 5(5-n) + 8 \\ &= n^2 - 5n + 8 = f(n) \quad (0,25) \end{aligned}$$

(3) المعنيين الباقي مرسوم فوقي

①  $f(n) > 0$  لـ  $n^2 - 5n + 8 > 0$  محور الغواص

$$\begin{aligned} R(n) &= |f(n)| = f(n) \quad (0,5) \\ &= n^2 - 5n + 8 \end{aligned}$$

(ج) هو نفسه (ج<sub>h</sub>)

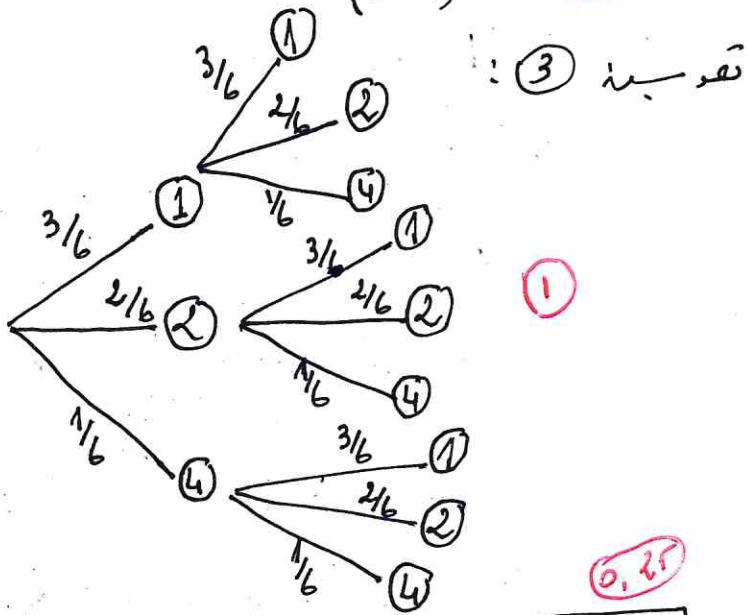
$$k(n) = |n^2 - 5n + 8|$$

$$\begin{aligned} k(-n) &= |(-n)^2 - 5(-n) + 8| \\ &= |n^2 - 5n + 8| = k(n) \quad (1) \end{aligned}$$

دالة زوجية  $k(n)$

$$g^{(4)} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{(n-1)^5} \quad (1)$$

$$g^{(n)}(n) = \frac{(-1)^n \cdot 7 \cdot n!}{(n-1)^{n+1}} \quad \text{or}$$



$$P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\{12, 21, 24, 42\} : \text{ع3} = \text{ملاعی}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6}$$

$$P(B) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

$$\{1, 2, 4, 8, 16\} : \text{فیروز} \times \text{فیروز} \quad (3)$$

$x$	1	2	4	8	16
$P(x=)$	$\frac{9}{36}$	<u><math>\frac{1}{36}</math></u>	$\frac{10}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$\sum p_i = \frac{36}{36} = 1$$

$$E = \sum (x_i \cdot p_i)$$

$$E = \frac{121}{36} = 3,36 \quad (0,25)$$

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$p(x)$	-	5	+	+
$x-2$	-	-	0	+
$\frac{p(x)}{x-2}$	+	0	-	+

متریک  $f$  :  $m \in ]-\infty, 1[ \cup ]1, +\infty[$

متناقصة ملائمة  $f(x) : x \in ]1, 2[ \cup ]0, 2[$

٣) معادلة لما س عند  $y = 3$

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \quad (0,1)$$

$$y = 4(n-3) + 0$$

$$y = 4x - 12$$

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{f(n) - f(1)}{n - 1} = f'(1) \quad (4)$$

$$(0,2) = \frac{P(1)}{(1-2)^3} = 0$$

$$\text{المقدمة (ج) بثيل معالجة يوازي} \quad (1-2)^3$$

مدور لفواهيل عند  $\lambda = 1$

$$g(n) = \frac{2n+5}{n-1}$$

$$g'(n) = \frac{-7}{(n-1)^2}$$

$$g'' = \frac{7 \cdot 2}{(n-1)^3}$$

$$g(3) = \frac{-7 \cdot 2 \cdot 3}{(n-1)^4}$$

$$d = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4}, \quad c = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4}$$

$$2x^2 + 3x - 9 \geq 0 \dots (2)$$

$$b = \frac{3}{2} - \frac{1}{4}, \quad a = \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$$

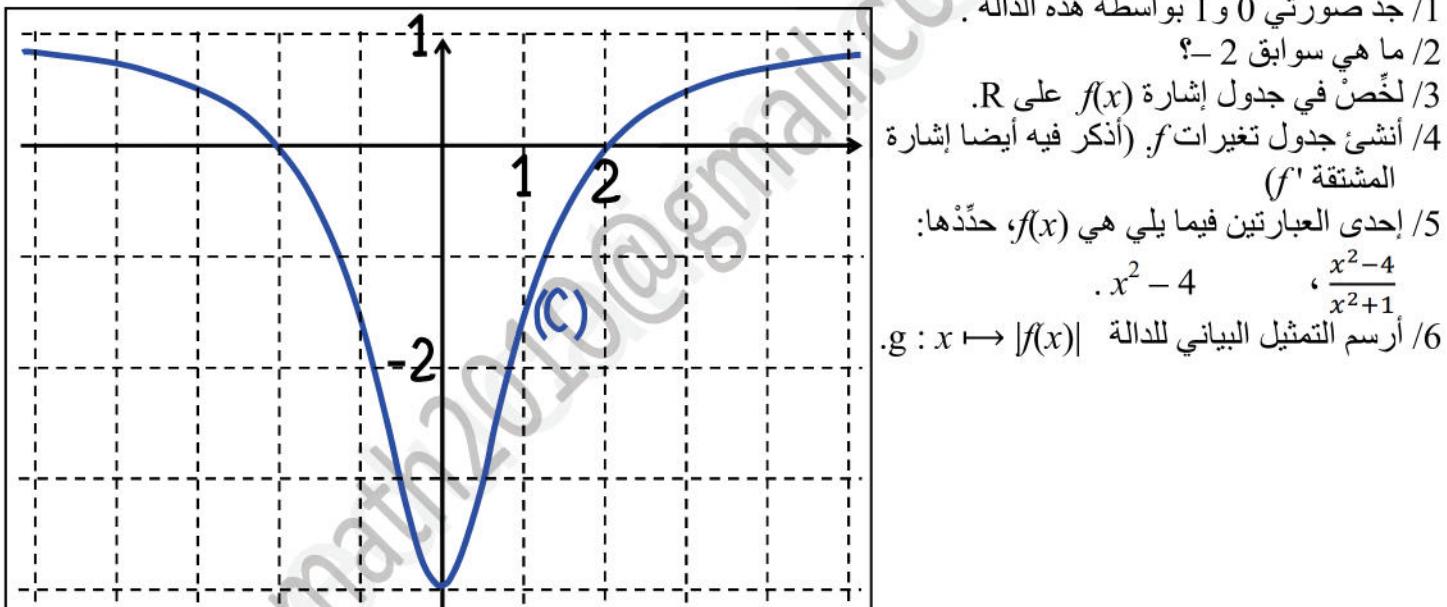
$$2x^2 + 3x - 9 = 0 \dots (1)$$

### التمرين الأول: (5 ن)

- 1/ أحسب كلا من  $a$  ،  $b$  ،  $c$  و  $d$  حيث:  $f(x) = x^2 + 4x + 1$  في المستوى المنسوب إلى معلم .
- 2/ حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة والمتراجحة التاليتين:  $2x^2 + 3x - 9 = 0 \dots (1)$
- التمرين الثاني: (5 ن)
- (C) التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x^2 + 4x + 1$  في المستوى المنسوب إلى معلم .
- 1/ أحسب باستخدام التعريف العدد  $(f')$  مشتق الدالة  $f$  عند 1 .
- 2/ أثبت أن المستقيم  $2x - y = 0$  محور تناظر لـ  $(C)$ .
- 3/ نعتبر الدالة  $g: x \mapsto f(x - 2) \cdot g$  .
- (أ) أكتب عبارة  $g$  بدون الرمز  $f$  .
- (ب) أثبت أن  $g$  زوجية .
- (ج) أرسم  $(C_g)$  ثم استنتاج رسم  $(C)$  .

### التمرين الثالث: (5 ن)

دالة معرفة وتقبل الاشتاق على  $\mathbb{R}$  ، ممثلة بيانيًا بالمنحنى  $(C)$  في الشكل المعطى .



- 1/ جد صورتي 0 و 1 بواسطة هذه الدالة .
- 2/ ما هي سوابق 2 - ؟
- 3/ لخُص في جدول إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$  .
- 4/ أنشئ جدول تغيرات  $f$  . (أذكر فيه أيضا إشارة المشتق  $f'$ )
- 5/ إحدى العبارتين فيما يلي هي  $f(x)$  ، حددتها:
- $$x^2 - 4, \quad \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$$
- 6/ أرسم التمثيل البياني للدالة  $|f(x)|$  .

### التمرين الرابع: (5 ن)

كيس به ثلاثة كريات خضراء مرقمة بـ 1 ، 2 ، 3 ، وكريتان بيضاوان مرقمان بـ 1 ، 2 ؛ نسحب منه بصفة عشوائية دفعه واحدة كريتين.

- 1/ أكتب المجموعة الكلية  $\Omega$  لهذه التجربة ، حيث تكون الإمكانيات متساوية الحظوظ .
- 2/ أحسب احتمال أن يظهر في السحب:
- أ- اللونان معا .
- ب- رقم واحد على الأقل زوجي .
- ج- الرقمان معا فردان .
- 3/ نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق كل إمكانية بمجموع الرقمان المسحوبين .
- أ- عرّف قانون الاحتمال للمتغير  $X$  في جدول .
- ب- إستنتاج  $p(X=3)$  .
- ج- أحسب أمل  $X$  .





التمرين الثالث :  
الجزء الأول :

تعيين العددان  $a$  ،  $b$  علماً أن  $(C_f)$  يقبل في النقطة  $A(1; -3)$  مماساً معامل توجيهه يساوي 1 – لدينا

$$a+b=-5 \dots \dots \dots \text{أي ان } \frac{-1+a+b}{2}=-3 \text{ يعني ان } f(1)=-3 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad \text{و منه } f'(x)=\frac{(-2x+a)(x^2+1)-2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2} \quad \text{و لدينا } f'(1)=-1$$

$$\frac{-a+(-2-2b)+a}{4}=-1 \quad \text{و منه } -2-2b=-4 \quad \text{أي ان } f'(x)=\frac{-ax^2+(-2-2b)x+a}{(x^2+1)^2}$$

$$a=-6 \quad b=1 \quad \text{بالتعميض في (1) نجد أن}$$

الجزء الثاني :

$$(1) \quad \text{دراسة اتجاه تغير الدالة } f : \text{ مما سبق لدينا } f'(x)=\frac{-ax^2+(-2-2b)x+a}{(x^2+1)^2} \quad \text{بالتعميض نجد}$$

$$6x^2-4x-6 \quad f'(x)=\frac{6x^2-4x-6}{(x^2+1)^2} \quad \text{اشارتها من اشارة البسط } 6x^2-4x-6 \text{ نحسب المميز } \Delta=160 \text{ و منه لـ } -6$$

$$f' \text{ و } \left[ \frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right[ \text{ و } \left[ -\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right] \quad \text{و منه } f' \text{ موجبة على المجالين} \quad \begin{cases} x' = \frac{4+4\sqrt{10}}{12} = \frac{1+\sqrt{10}}{3} \\ x'' = \frac{4-4\sqrt{10}}{12} = \frac{1-\sqrt{10}}{3} \end{cases} \quad \text{جزرين هما}$$

$$\left[ \frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right] \quad \text{سالبة على المجال}$$

$$\left[ \frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right[ \text{ و } \left[ -\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right] \quad \text{و منه } f \text{ متزايدة على هذين المجالين}$$

$$\cdot \left[ \frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right] \quad \text{و } f \text{ متناقصة على هذا المجال}$$

$$(2) \quad \text{تعيين حصر للدالة } f \text{ على المجال } [0; 1] \quad \text{الدالة } f \text{ متناقصة تماماً على هذا المجال و منه } f(1) \leq f(x) \leq f(0) \quad \text{أي ان} \\ -3 \leq f(x) \leq 1$$

$$(3) \quad \text{تعيين القيم الحدية المحلية للدالة } f \text{ هي } f\left(\frac{1+\sqrt{10}}{3}\right)=-3.16 \quad \text{قيمة حدية محلية كبرى و} \\ f\left(\frac{1-\sqrt{10}}{3}\right)=3.16 \quad \text{قيمة حدية محلية صغرى .}$$

4) كتابة معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي  $y = f'(0)x + f(0)$  بما ان  $f'(0) = 6, f(0) = 1$  فإن

$$y = 6x + 1$$

#### التمرين الرابع (4 نقاط)

بعد عملية الطي والقص نحصل على علبة ارتفاعها هو  $x$  عرضها هو  $10 - 2x$  و طولها هو  $16 - 2x$  إذن بما انها أطوال يعني ان  $x$  ينتمي للمجال  $[0; 5]$  و حجم العلبة هو

$$v(x) = x(10 - 2x)(16 - 2x)$$

$$v(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$$

$$v(x) = x(160 - 52x + 4x^2)$$

$$v'(x) = 12x^2 - 104x + 160$$

$$\text{الاول } \frac{20}{3} \text{ خارج مجموعة التعريف و} \quad \begin{cases} x' = \frac{104 + 56}{24} = \frac{160}{24} = \frac{20}{3} \\ x'' = \frac{104 - 56}{24} = 2 \end{cases} \quad \text{لـ } v'(x) \text{ جذرين هما} \quad \Delta = 3136$$

الثاني 2 داخلاها مقبول

و منه الدالة  $v$  متزايدة على المجال  $[0; 2]$  و متناقصة على المجال  $[2; 5]$  أي ان  $v(2) = 144 \text{ cm}^3$  قيمة حدية كبرى القيمة المطلوبة هي  $x = 2$

$x$	0	2	5
$v'(x)$	+	0	-
$v(x)$	0	144	0



دیسمبر 2017

## المستوى: الثانوية ثانوي (علوم تجريبية ) (2ASS)

المدة: 3 سال 00

## اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

### التمرين الأول (10 نقاط)

1. ليكن كثير الحدود  $h(x) = x^3 + x^2 - 7x + 2$  المعرفة بـ:

أ- أحسب  $h(x)$  وأعطي تحليله: (2)

ب- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $h(x) = 0$

2. نعتبر الدالتي  $f$  و  $g$  المعرفتين بـ:  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  و  $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

(تمثيلاً هما البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعدد ومتجانس)  $(o; i; j)$  و  $(C_g; C_f)$

أ- أحسب فوائل نقطة تقاطع  $(C_g)$  و  $(C_f)$ .

ب- أكتب  $(x)$  على الشكل النموذجي واستنتج رسم المنحى  $(C_f)$  انطلاقاً من المنحى الممثل للدالة مربع.

ج- أكتب  $g(x)$  على الشكل من أجل  $x \in \mathbb{R} - \{1\}$  حيث  $a$  و  $b$  عدداً حقيقياً يطلب تعيينهما

واستنتج رسم المنحى  $(C_g)$  انطلاقاً من المنحى الممثل للدالة مقلوبة.

أ- ارسم  $(C_f)$  انطلاقاً من  $f_2(x) = f(|x|)$  و  $f_1(x) = |f(x)|$  حيث  $f_1$  والدالتين  $f_2$  حيث

ب-بين أن الدالة  $f_2$  زوجية ثم أرسم  $(C_{f_2})$  من  $(C_f)$ .

### التمرين الثاني (٦٥ نقاط)

ليكن  $ABCD$  مربعاً مركزه  $O$  و  $G$  مرجح الجملة المثلثة  $\{(A,1);(B,2);(C,3);(D,6)\}$

1) أنشئ  $I$  مرجح الجملة  $\{(B,2);(D,6)\}$  و  $J$  مرجح الجملة  $\{(A,1);(C,3)\}$

2) بين ان  $G$  مرجح النقطتين  $I$  و  $J$  المرفقين بالمعاملين 1 و 2 على الترتيب ثم انشئ  $G$ .

3) لتكن  $M$  نقطة من المستوى. عين ثم أنشئ المجموعة  $(E)$  للنقط  $M$  التي تحقق المساواة

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{MD}\| = 6$$

### التمرين الثالث (04 نقاط)

الدالة المعرفة على  $R$  بـ:  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

1) أـ تتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معروف  $h$  يكون

بـ استنتج أن الدالة  $f$  تقبل الاشتتقاق عند 1 مبينا  $(1)$

2) أعطى احسن تقرير تالفي للدالة  $f$  بجوار 1 ثم استنتج قيمة مقربة للعدد  $\sqrt{4,0201}$

بالتوفيق

## الإجابة النموذجية السنة الثانية

### التمرين الأول (10 نقاط)

$$h(2) = 0 \quad (1)$$

$$h(x) = (x-2)(x^2 + 3x - 1)$$

(2) نقاط تقاطع  $f(x)$  مع  $g(x)$

$$s = \{2; -3, 3; 0, 3\}$$

كتابة  $f(x)$  على الشكل النموذجية:  $4 - (x+1)^2$

$$g(x) = 2 + \frac{3}{x-1} : g(x)$$

$$f_1(x) = f(x) \text{ لم } f(x) \geq 0, f_1(x) = |f(x)| \quad (3)$$

$Cf$  مطابق على  $Cf_1$

$$f(x) < 0 \text{ لم } f_1(x) = -f(x)$$

$Cf$  متناظر مع  $Cf_1$  بالنسبة لمحور الفواصل

$$f_2(x) = f(|x|)$$

$Cf$  متناظر بالنسبة لمحور التراتيب

### التمرين الثاني (06 نقاط)

$$\{(A,1), (C,3)\} \quad I \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$$

$$\{(B,2), (D,6)\} \quad J \quad \text{مرجع ب}$$

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{6}{8} \overrightarrow{BD}$$

$$\{(I,4), (J,8)\} \quad G \quad (2) \quad \text{مرجع ب}$$

$$\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$$

$$\alpha = 1, \beta = 2$$

$$\overrightarrow{MG} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{دائرة مركزها } G \text{ ونصف قطرها}$$

### التمرين الثالث (04 نقاط)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$$

$$f'(1) = \frac{1}{2}$$

المدة: 3 ساعات

## أختبار في مادة الرياضيات للفصل الأول

## التمرين الأول (7 ن):

مثلث قائم في  $A$  و متساوي الساقين حيث  $AB = 3\text{cm}$ .  $H$  نقطة من المستوى حيث:

$$\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HB} = \vec{0}$$

1) ملأا تمثل النقطة  $H$  بالنسبة لل نقطتين  $A$  و  $B$  ؟ أنشئها.

2) عين قيم  $\alpha$  التي من أجلها يكون للجملة  $\{(A, \alpha), (B, \alpha + 1), (C, \alpha + 2)\}$  مرجحا  $G_\alpha$

3) أنشئ المرجح  $G_1$  (من أجل  $\alpha = 1$ )

$$\vec{v} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \quad \text{و} \quad \vec{u} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$$

أ- اثبّت أن الشعاع  $\vec{u}$  مستقل عن  $M$ .

ب- عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث:

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\|$$

ج- عين  $(E')$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث:

5) المستوى منسوب إلى معلم متعلم و متجانس  $(0, \bar{i}, \bar{j})$  ، لتكن  $A(-3, 3)$  ،  $B(-1, 1)$  ،

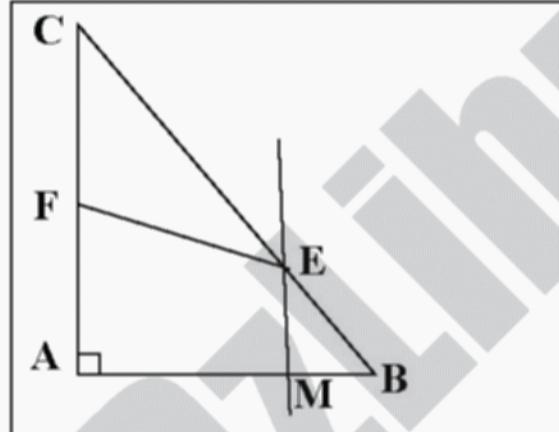
أوجد إحداثياتي النقطة  $C(2, 1)$

## التمرين الثاني (7 ن):

مثلث قائم في  $A$  و متساوي الساقين حيث  $AB = 4\text{cm}$  تسمى

$F$  منتصف القطعة  $[AB]$ .  $M$  نقطة متغيرة على  $[AC]$ . المستقيم العمودي على  $(AB)$  في

النقطة  $M$  يقطع  $(BC)$  في النقطة  $E$ .



$$AM = x$$

$$ME = 4 - x$$

2) نعتبر  $f(x)$  مساحة الرباعي  $AFEM$  بدلالة  $x$ .

أ- عين القيم الممكنة للعدد  $x$ .

ب- احسب  $f(x)$  بدلالة  $x$  ، ثم تحقق أن:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + \frac{9}{2}$$

3) ادرس تغيرات  $f$  الدالة على المجالين  $[0, 3]$  و  $[3, 4]$  ثم شكل جدول تغيراتها

4) عين قيمة  $x$  التي من أجلها تكون مساحة الرباعي  $AFEM$  أكبر ما يمكن.

5) عين موضع النقطة  $M$  حتى تكون مساحة الرباعي  $AFEM$  أكبر أو تساوي نصف مساحة المثلث  $ABC$

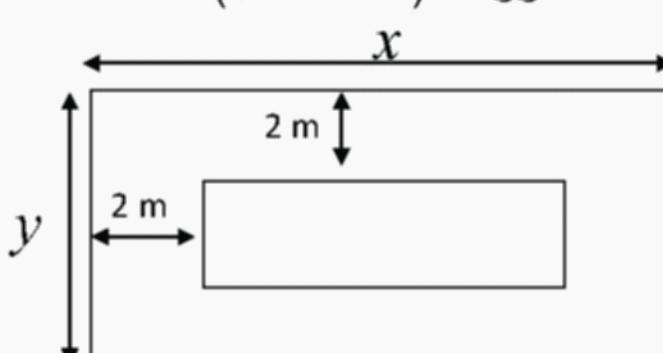
## التمرين الثالث (6 ن):

أ)  $p(x) = x^3 - 139x^2 + 4660x + 4800$  كثير حدود معرف بـ:  $p(-1)$  ملأا تستنتج ؟

ب) حل  $p(x)$  ، ثم حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $0 = p(x)$

2) ادرس إشارة  $h(x)$  حيث:  $h(x) = \frac{p(x)}{1 - x^2}$  ثم استنتاج حلول المتراجحة  $h(x) \geq 0$

3) حديقة مستطيلة الشكل بعدها  $x$  و  $y$  محيطها  $280\text{ m}$  ، خصص منها صاحبها ممرا عرضه  $2\text{m}$  ففقط مساحة قدرها  $4256\text{ m}^2$  صالحة للزراعة (لاحظ الشكل).



1) بين أن  $x$  و  $y$  يحققان الجملة:

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x \cdot y = 4800 \end{cases}$$

2) عين بعدي الحديقة.

# التصحيح النموذجي للفصل الأول في مادة الرياضيات

## المستوى: 2ASS

### التمرين الأول:

1)  $H$  مرجع الجملة  $\{(A,1),(B,2)\}$

2)  $\alpha \neq -1$

3) إنشاء المرجع  $G_1$

4) 1-  $\vec{u}$  شعاع ثابت

بـ (E) هي دائرة مركزها  $G_1$  و نصف قطرها  $\frac{3}{2}$

ج) (E') هي محور القطعة  $[G_1H]$

5)  $G_1\left(\frac{1}{6}, \frac{4}{3}\right)$

### التمرين الثاني:

1)  $ME = 4 - x$

2)  $x \in [2, 4]$

بـ  $f(x) = \frac{-1}{2}(x-3)^2 + \frac{9}{2}$  و منه  $f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 3x$

3) الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[3, 4]$  و منقصة تماماً على  $[0, 3]$

جدول التغيرات

4)  $x = 3$

5)  $x \in [2, 4]$

### التمرين الثالث:

1) 1-  $p(x) = h(x)$  جذر لـ  $(-1)$

2)  $p(x) = (x+1)(x^2 - 140x + 4800)$

3) طول المعادلة  $80, 60, -1$  هي  $p(x) = 0$

4) اشارة  $h(x)$

5)  $x \in ]-\infty, -1[ \cup ]-1, 1[ \cup [60, 80]$  و منه  $h(x) \geq 0$

6) 1-  $x$  و  $y$  يحققان الجملة

7) بعدي الحديقة: الجملة تتحقق المعادلة  $t^2 - 140t + 4800 = 0$

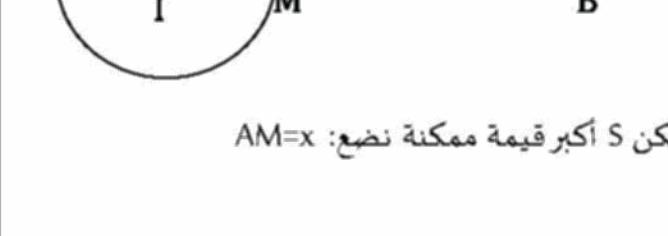
8)  $t = 80\text{cm}$  أو  $t = 60\text{cm}$  ومنه

9)  $y = 60\text{cm}$  و  $x = 80\text{cm}$  و منه

## التمرين الأول (07ن):

نعتبر القطعة المستقيمة  $[AB]$  حيث  $AB=3$ نقطة من القطعة المستقيمة  $[AB]$  وتخالف عن النقطتين A و B(C) دائرة قطعها  $[AM]$  (Δ) مماس للدائرة (C) في النقطة H والمدار بالقطعة B.

I هي مركز الدائرة (C).

نريد تعين وضعية M حتى تأخذ مساحة المثلث IHB أكبر قيمة ممكناً نضع:  $AM=x$ 

1- عين مجموعة قيم x.

$$HB = \sqrt{9 - 3x} \quad (2)$$

$$S = \frac{x\sqrt{9-3x}}{4} \quad (3)$$

2- لتكن الدالة f المعرفة على  $[3,0]$  بـ

$$f'(x) = \frac{9(2-x)}{8\sqrt{9-3x}} \quad (1)$$

أثبت أنه من أجل كل x من  $[3,0]$  فإن:أدرس اتجاه تغير الدالة f على  $[3,0]$ .

3- استنتج قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المثلث IHB أكبر ما يمكن

عين عندئذ وضعية النقطة M حتى تأخذ مساحة المثلث IHB أكبر قيمة ممكناً.

## التمرين الثاني (4ن):

ABC مثلث قائم في A ومتتساوي الساقين حيث:  $AB=AC=4\text{cm}$ 1) أنشي النقطة G مرجح الجملة المثلثة  $\{(A, 2), (B, 1), (C, 1)\}$ 2) لتكن M نقطة كثيفية من المستوى، والشعاع  $\vec{U}$  حيث:أ- أكتب الشعاع  $\vec{U}$  بدلالة الشعاع  $\vec{MG}$ ب- بين أن الشعاع  $\vec{U}$  حيث:  $\vec{U} = -2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$  مستقل عن M

3) عين المجموعة E مجموعة النقط M من المستوى التي تتحقق:

$$\|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|-2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\|$$

## التمرين الثالث (9ن):

I) دالة عددية لمتغير حقيقي X معرفة بالشكل:  $c$  معروفة بالشكل:حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية ثابتة ولتكن  $(C_g)$  منحناها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(0, i, j)$  انظر الشكل.1- حدد مع التعليل إشارة  $\Delta$  مميزة ثالثي الحدود (x) g

2- عين a, b, c بحيث تتحقق الشروط التالية:

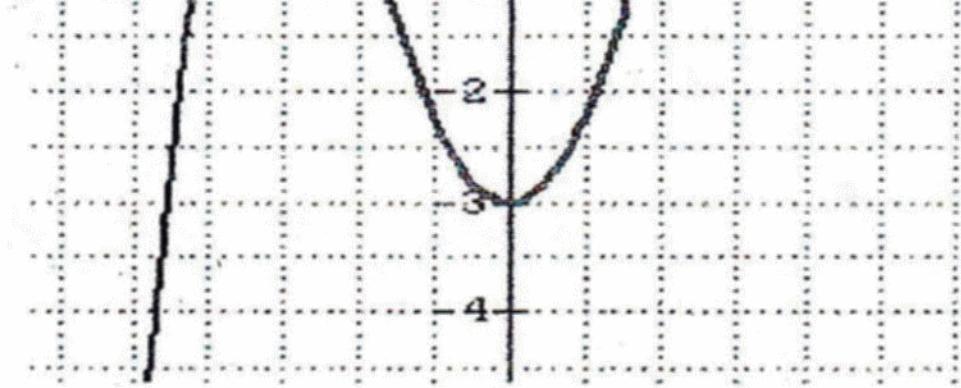
أ- صورة 0 بالدالة g هي (-3).

ب- المنحني  $(C_g)$  يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلها 1ج-  $(C_g)$  تنتمي إلى المنحني  $(C_g)$ 3- انشي من المنحني  $(C_g)$  جدول التغيرات الدالة g.II) نعتبر الدالة f المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالشكل:  $f(x) = x^3 - 3x + 2$  بالشكلولتكن  $(C_f)$  منحناها البياني في المعلم السابق (انظر الشكل)1- بقراءة البيانية حل  $f(x)$ . ثم عين إشارة  $f(x)$  حسب القيم العدد الحقيقي X2- برهن أن المنحنيين  $(C_g)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في ثالث نقط بطلب تعين فواصلها (جيبيا).3- نعتبر الدالنتين h و  $\Psi$  المعرفتين على  $\mathbb{R}$  بالشكل:  $h(x) = |x^3 - 3x + 2|$  و  $\Psi(x) = x^2 |x| - 3|x| + 2$ ولتكن  $(C_h)$  و  $(C_\Psi)$  المنحنيين المماثلين للدالنتين h و  $\Psi$  على الترتيب في معلم متعمد ومتجانس  $(0, i, j)$ أ- بين أن الدالة  $\Psi$  دالة زوجية.ب- اكتب  $h(x)$  دون الرمز القيمة المطلقة.ج- ارسم  $(C_h)$  و  $(C_\Psi)$  في نفس المعلم.

الاسم: .....

اللقب: .....

القسم: .....



## تصنيع اختبار في مادة الرياضيات الفصل الأول

## التمرين الأول (4 نقاط):

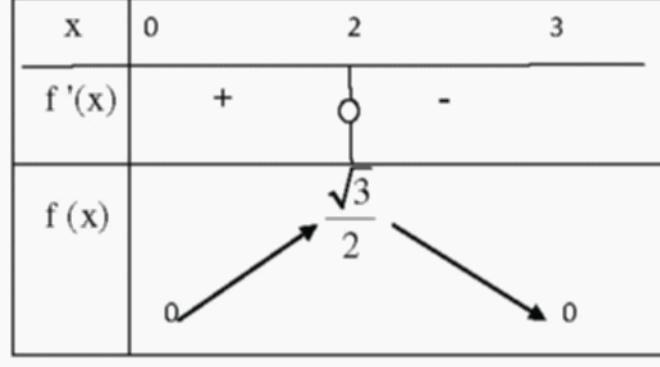
$$HB^2 = IB^2 - HI^2 \quad \text{و منه } HB^2 + HI^2 = IB^2 \quad x \in [0, 3] \quad (1)$$

المثلث HIB قائم في H و منه  $HB^2 + HI^2 = IB^2$

$$HB = \sqrt{\left(3 - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{9 - 3x + \frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{9 - 3x}$$

$$S = \frac{IH \cdot HB}{2} = \frac{\frac{x}{2} \sqrt{9 - 3x}}{2} \quad (3)$$

$$S = \frac{x \sqrt{9 - 3x}}{4}$$



$$f'(x) = \frac{9(2-x)}{8\sqrt{9-3x}} \quad (1) \quad (II)$$

-2

3- تكون مسافة المثلث HIB اكبر ما يمكن لما تأخذ f القيمة الحدية الكبرى عند  $x = 2$   
موقع النقطة M

$$AM = X = 2 \quad : M$$

## التمرين الثاني (04 نقاط):

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} \quad (1)$$

$$\vec{u} = 4\overrightarrow{MG} \quad (2)$$

$$\text{و منه } \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad (b)$$

$$MG = \frac{\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|}{4} \quad (3)$$

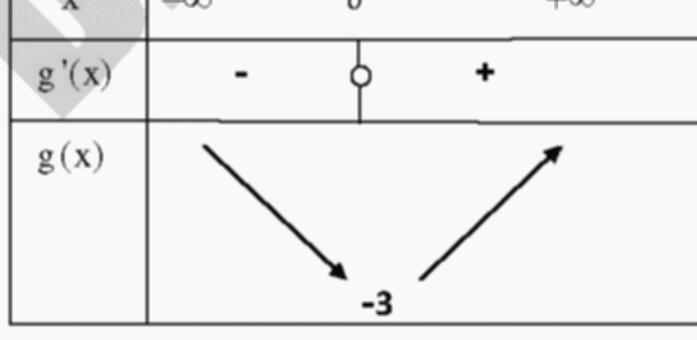
$$R = \frac{\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|}{4}$$

## التمرين الثالث (نقاط):

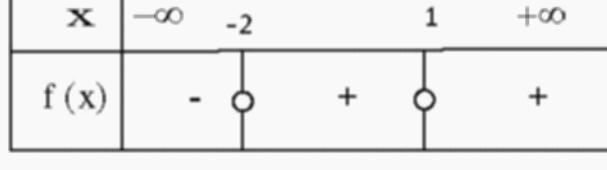
1- لان المنحني  $(C_g)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين

$$c = -3, b = 0, a = 3 \quad (2)$$

-3



$$f(x) = (x-1)^2(x+2) \quad (1) \quad (II)$$



$$(x-1)(x^2 - 2x - 5) = 0 \quad \text{و منه } f(x) = g(x) \quad (2)$$

$$x = 1 + \sqrt{6} \quad \text{أو} \quad x = 1 - \sqrt{6} \quad \text{أو} \quad x = 1$$

(3)  $\Psi$  دالة زوجية

$$\begin{cases} h(x) = f(x); x \in [-2, +\infty[ \\ h(x) = -f(x); x \in ]-\infty, -2] \end{cases} \quad (b)$$

(4)  $(C_f)$  منطبق على  $(C_h); x \in [-2, +\infty[$

(5)  $(C_h)$  نظير الجزء الغير المنطبق بالنسبة إلى حامل محور الفواصل

(6) المنحني  $(C_\Psi)$  منطبق على  $(C_f); x \in [0, +\infty[$

(7) المنحني  $(C_\Psi)$  نظير الجزء المنطبق بالنسبة إلى حامل محور التراتيب.

**التسرين الأول: ( 06 نقاط )**

ليكن كثير الحدود  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  ذو المتغير الحقيقي  $x$  حيث :

1. احسب  $p(3)$  . ماذا تستنتج ؟

2. عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :

3. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $p(x) = 0$  .

4. حل في  $\mathbb{R}$  المترابحة :  $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$  . أعط إشارة العدد

**التسرين الثاني: ( 06 نقاط )**

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، نعتبر في المستوى النقط  $A(2;3)$  و  $B(5;1)$  و  $C(-2;-3)$  ،

1. أوجد إحداثيات النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$

2. أنشئ كل من النقط  $A, B, C$  .

لتكن النقطة  $H$  مرجح الجملة المثلثة  $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

3. أوجد إحداثيات النقطة  $H$  ثم أنشئها في المعلم السابق .

لتكن المجموعة  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تتحقق :

4. أكتب الشعاع  $\overrightarrow{MH}$  بدلالة الشعاع  $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

5. برهن أن المجموعة  $(E)$  هي دائرة يطلب تعين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق .

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

و  $g$  الدالتان المعرفتان بالشكل :  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$  ،  $f(x) = x^2 + 2x - 3$

وليكن  $(C_f)$  و  $(C_g)$  التمثيلين البيانيان على الترتيب .

1. احسب كل من  $f'$  و  $g'$  .

2. اكتب معادلة  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة  $y = 5$  .

3. اكتب معادلة  $(\Delta')$  مماس المنحنى  $(C_g)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

4. أوجد العددين الحقيقيان  $a$  و  $b$  حيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :

$f(x) = (x+a)^2 + b$  حيث من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  :

5. أوجد العددين الحقيقيان  $\alpha$  و  $\beta$  حيث من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  :

لتكن النقطتان  $A(-1; 2)$  و  $B(1; 2)$

6. اكتب معادلة المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(A, \vec{i}, \vec{j})$  وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب

7. اكتب معادلة المنحنى  $(C_g)$  في المعلم  $(B, \vec{i}, \vec{j})$  وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب

8. باستعمال التمثيلين البيانيين للدالتين "مربع" و "مقلوب" أنشئ كل من  $(C_f)$  و  $(C_g)$  .

## النقطة

تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

## التمرين الأول: 06 نقاط

ليكن كثير الحدود  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  حيث  $x$  ذو المتغير الحقيقي

0.5

. حساب  $p(3)$  . لدينا:  $p(3) = 0$ 

نستنتج أن العدد جذر لكثير الحدود

2. تعين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

0.1×2

$$: p(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$$

باستعمال القسمة الاقليدية نجد: من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :. حل في المعادلة  $p(x) = 0$ 

0.5×2

$$\Delta = 1 - 4(1)(-2) = 9 \quad \text{نحل المعادلة: } x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \text{مميزها: } x^2 + x - 2 = 0 \quad \text{لدينا: } p(x) = 0 \quad \text{يكافئ: } \begin{cases} x-3=0 \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$$

$$S = \{-2; 1; 3\} : \text{أي } x_1 = 1 \text{ و } x_2 = -2 \text{ ومنه نجد:}$$

. حل في المتراجحة  $p\left(\frac{2012}{1434}\right) \leq 0$  . أعط إشارة العددلدينا:  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$  يعني  $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$ 

نعلم أن:

0.1

$x$	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$x-3$		-		○	+
$x^2 + x - 2$	+	○	-	○	+
$p(x)$	-	○	+	○	-

ومنه: مجموعة حلول المتراجحة:  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$  هي:

0.1

0.5

إشارة العدد  $\frac{2012}{1434} \approx 1.403$  (نتيجة مدورة إلى  $10^{-3}$ ) لدينا العدد:ومنه:  $p\left(\frac{2012}{1434}\right) < 0$ 

## التمرين الثاني: 06 نقاط

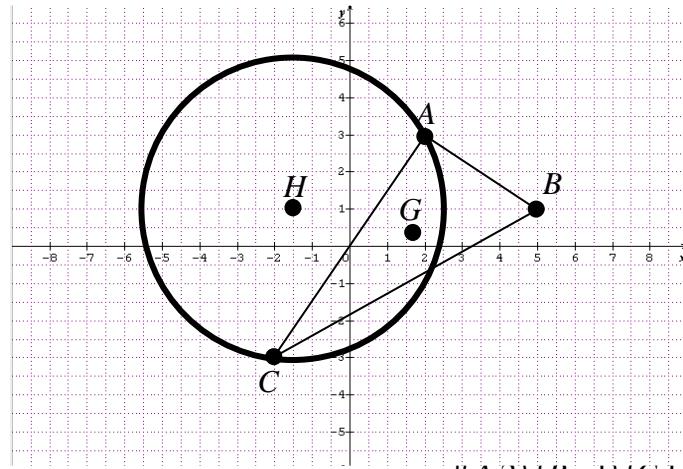
نعتبر في المستوى النقط  $C(-2;-3)$ ,  $A(2;3)$  و  $B(5;1)$ 

0.5×2

7. أوجد إحداثيات النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{لدينا :}$$

2. إنشاء كل من النقط  $A, B, C, G$  و  $H$



- لتكن النقطة  $H$  مرجع الجملة المثلثة  $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

$$2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0} \quad \text{إذن } H \text{ موجودة ووحيدة تتحقق :} \quad \text{لدينا : } 2-1+1=2 \neq 0$$

3. إيجاد إحداثيات النقطة  $H$  ثم أنشئها في المعلم السابق .

$$y_H = \frac{\alpha \cdot y_A + \beta \cdot y_B + \gamma \cdot y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{6 - 1 - 3}{2} = 1 \quad \text{و} \quad x_H = \frac{\alpha \cdot x_A + \beta \cdot x_B + \gamma \cdot x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{4 - 5 - 2}{2} = -\frac{3}{2} \quad \text{لدينا :}$$

لتكن المجموعة  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تتحقق :  $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65}$

4. كتابة الشعاع  $\vec{MH}$  بدلالة الشعاع  $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}$

$$\vec{2MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2(\vec{MH} + \vec{HA}) - (\vec{MH} + \vec{HB}) + (\vec{MH} + \vec{HC}) \quad \text{لدينا : حسب علاقة شال}$$

01

$$2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH} + 2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} \quad \text{ومنه :}$$

$$2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH} \quad \text{ومنه : } 2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0} \quad \text{لكن نعلم أن :}$$

5. برهان أن المجموعة  $(E)$  هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

$$\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65} \quad \text{من جهة ثانية لدينا :} \quad \|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 2 \cdot MH \quad \text{أي أن :}$$

$$MH = \frac{\sqrt{65}}{2} \quad \text{أي أن :}$$

0.5×2

ومنه : المجموعة  $(E)$  هي دائرة مركزها النقطة  $H$  ونصف قطرها  $\frac{\sqrt{65}}{2}$

الثانية : 08 نقاط

$$g(x) = \frac{2x-1}{x-1} \quad , \quad f(x) = x^2 + 2x - 3 \quad \text{و } g \text{ الدالتان المعرفتان بالشكل :}$$

7. حساب كل من  $f'$  و  $g'$  .

الدالة  $f$  تقبل الاشتتقاق على المجال  $[-\infty; +\infty]$

$$f'(x) = 2x + 2 = 2(x + 1) \quad \text{حيث :}$$

0.25

0.5

الدالة  $g$  تقبل الاشتقاق على كل من المجالين :  $[1; +\infty]$  و  $[-\infty; 1]$

$$g'(x) = \frac{2(x-1) - (2x-1)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

حيث :

2. كتابة معادلة  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة  $y = 5$ .

يعني نحل المعادلة :  $f'(x) = 0$  أي :  $x = -1$  نجد :

$$(\Delta) : y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -4$$

ومنه :

3. كتابة معادلة  $(\Delta')$  مماس المنحنى  $(C_g)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2.

$$(\Delta') : y = g'(2)(x-2) + g(2) = -(x-2) + 3 = -x + 5$$

لدينا :

4. إيجاد العددين الحقيقيان  $a$  و  $b$  حيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :

$$f(x) = (x+a)^2 + b = x^2 + 2ax + a^2 + b = x^2 + 2x + 3$$

لدينا :

$$f(x) = (x+1)^2 - 4 \quad \text{ومنه: من أجل كل عدد حقيقي } x \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases} \quad \text{أي:} \quad \begin{cases} 2a = 2 \\ a^2 + b = -3 \end{cases}$$

بالمطابقة نجد :

5. إيجاد العددين الحقيقيان  $\alpha$  و  $\beta$  حيث من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  :

$$g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1} = \frac{\alpha x - \alpha + \beta}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

لدينا :

$$g(x) = 2 + \frac{1}{x-1} \quad \text{ومنه: من أجل كل عدد حقيقي } x \neq 1 \quad \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases} \quad \text{أي:} \quad \begin{cases} \alpha = 2 \\ -\alpha + \beta = -1 \end{cases}$$

بالمطابقة نجد :

6. كتابة معادلة الممرين  $(C_f)$  في المعلم  $(A, \vec{i}, \vec{j})$  وذلك بعد تغيير دساتير المعلم أو استعمال شعاع

الانسحاب:

$$Y = X^2 \quad \text{أي:} \quad Y - 4 = (X - 1 + 1)^2 - 4 \quad \text{نجد:} \quad \begin{cases} x = X - 1 \\ y = Y - 4 \end{cases}$$

تعيين دساتير تغيير المعلم : بوضع

7. اكتب معادلة الممرين  $(C_g)$  في المعلم  $(B, \vec{i}, \vec{j})$  وذلك بعد تغيير دساتير المعلم أو استعمال شعاع

الانسحاب:

$$Y = \frac{1}{X} \quad \text{أي:} \quad Y + 2 = 2 + \frac{1}{X + 1 - 1} \quad \text{نجد:} \quad \begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y + 2 \end{cases}$$

تعيين دساتير تغيير المعلم : بوضع

8. باستعمال التمثيلين البيانيين للدالتين "مربع" و"مقلوب" إنشاء كل من  $(C_f)$  و  $(C_g)$  :

