# تمارين الدوال اللوغاريتمية في البكالوريا

## الشعبة : رياضيات

**جمع و تنظيم : خالد بخاخشة**

### التمرين01: بكالوريا شعبة رياضيات 2010 –الموضوع الثاني–

I) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x-1-2\ln x$ .

1) أحسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} g(x)$ ، ثمّ بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ .

2) أدرس تغيّرات الدالة $g$ .

3) أ ـ أحسب $g(1)$ .

بـ ـ برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما $\alpha$ حيث : $3.5<\alpha<3.6$ .

جـ ـ استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$ .

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x \quad ; \quad x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ . الوحدة $4cm$ .

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to 0^{>}} \frac{f(x)}{x}$ و فسّر النتيجة هندسيا.

بـ ـ أحسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ .

2) أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=xg\left(\frac{1}{x}\right)$ .

بـ ـ استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) بيّن أن : $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ ، و استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ .

4) أرسم المنحنى $(C_f)$ على المجال $[0;3]$ .

### التمرين02: بكالوريا شعبة رياضيات 2011 –الموضوع الثاني–

1) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+\ln x^2-1$ .

أ ـ أدرس إتجاه تغيّر الدالة $g$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

بـ ـ أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$ .

2) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\ln x$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

أ ـ بيّن أن $f$ قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ .

استنتج إتجاه تغيّر الدالة $f$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

بـ ـ $(\delta)$ المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$ .

ـ أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\delta)$ ثمّ جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج ؟

ـ أرسم $(\delta)$ و $(C_f)$ .

## التمرين03: بكالوريا شعبة رياضيات 2012 –الموضوع الثاني–

I) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي : $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$ .

1) أدرس تغيّرات الدالة $g$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر $\alpha$ يحقق : $-0.8<\alpha<-0.7$ .

3) عيّن ، حسب قيم $x$ ، إشارة $g(x)$ .

4) $h$ هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ : $h(x)=[g(x)]^2$ .

أ ـ أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$ .

بـ ـ عين إشارة $h'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة $h$ .

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)} & ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) بيّن أن الدالة $f$ تقبل الإشتقاق عند 0 ، ثمّ اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0 .

2) أ ـ بيّن أنه من أجل كل $x$ من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، و استنتج إتجاه تغيّر الدالة $f$ .

بـ ـ بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثمّ عيّن حصرا للعدد $f(\alpha)$ .

جـ ـ أحسب $f(3)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

3) أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1;3]$ فإن : $x-\ln(x+1)\geq 0$ .

بـ ـ أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المماس $(T)$ .

4) عيّن معادلة للمستقيم $(T')$ الموازي للمماس $(T)$ و الذي يتقاطع مع $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 3 .

5) أرسم $(T)$ ، $(T')$ و $(C_f)$ .

6) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$ .

## التمرين04: بكالوريا شعبة رياضيات 2013 –الموضوع الأول–

I) 1) الدالة $u$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $u(x)=e^x-3x+4-e$ .

أ ـ أدرس إتجاه تغيّر الدالة $u$ .

بـ ـ بيّن أنه من أجل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $e^x-e>3x-4$ .

2) الدالة $v$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$ .

أ ـ بيّن أن : $v'(1)=0$ .

بـ ـ أثبت أنه من أجل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)\leq 0$ .

جـ ـ استنتج أنه من أجل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $\dfrac{-1+\ln x}{x^2}\leq 3x-4$ .

3) أثبت أنه من أجل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $e^x-e+\dfrac{1-\ln x}{x^2}>0$ .

II) الدالة $f$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=e^x-ex+\dfrac{\ln x}{x}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أحسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) بيّن أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

3) أحسب $f(1)$ ، ثم مثل المنحنى $(C_f)$ على المجال $\left]0;\frac{5}{2}\right]$ .

(نأخذ: $f(2)\approx 2.3$ ، $f(1.64)\approx 1$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)\approx 5.75$ )

## التمرين05: بكالوريا شعبة رياضيات 2014 –الموضوع الثاني–

$f$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أ- أدرس تغيّرات الدالة $f$ .

ب- أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة $e$ (حيث $e$ أساس اللوغاريتم النيبري).

جـ- عيّن فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل ثمّ أرسم $(C_f)$ على المجال $]0;e^2]$ .

2) $g$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+\ln x$ . $(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- أدرس تغيّرات الدالة $g$ .

ب- عيّن الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ ثمّ أرسم $(C_g)$ على المجال $]0;e^2]$ .

## التمرين06: بكالوريا شعبة رياضيات 2015 –الموضوع الأول–

$f$ الدالة المعرّفة بـ: $f(0)=1$ ، و من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x)=1-x^2\ln x$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أ- أدرس استمرارية الدالة $f$ عند 0 من اليمين.

ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}}\frac{f(x)-1}{x}$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيا.

2) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

ب- أدرس إتجاه تغيّر الدالة $f$ ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;+\infty[$ .

ب- تحقق أن: $1.531<\alpha<1.532$ .

4) نعتبر الدالة $g$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$ . $(C_g)$ المنحنى الممثل للدالة $g$ في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

أ- أدرس شفعية الدالة $g$ .

ب- أنشئ المنحنى $(C_g)$ على المجال $[-2;2]$ .

## التمرين07: بكالوريا شعبة رياضيات 2016 –الموضوع الأول–

**I)** $g$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+x^2+2\ln x$ .

1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة $g$ .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0.52;0.53[$ حلا وحيدا $\alpha$ .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

**II)** $f$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ .

ب- شكل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

جـ ـ تحقق أن : $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ، ثمّ عيّن حصرا للعدد $f(\alpha)$ .

3) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثمّ فسر النتيجة هندسيا.

بـ ـ أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل $(\Delta)$ .

جـ ـ بيّن أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) نقبل أنّ $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $x_0$ و $x_1$ حيث : $0.22<x_0<0.23$ و $2.11<x_1<2.13$ .

أنشئ $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(C_f)$.

5) $m$ وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ ، عدد حلول المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$ .

## التمرين08: بكالوريا شعبة رياضيات 2017 –الموضوع الثاني–

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{1}{x}-\ln x$ .

1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة $g$ .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ من المجال $]1.76;1.77[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{x-\ln x} \quad ; \quad x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أثبت أن الدالة $f$ مستمرة عند العدد 0 على اليمين، ثم أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\dfrac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة بيانيا .

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$ .

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

4) لتكن $h$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=x-\ln x$ .

أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما، $h(x)>0$ و استنتج وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=1$ .

بـ ـ أرسم $(C_f)$. ( نأخذ : $f(\alpha)\approx 2.31$ )

## التمرين09: بكالوريا شعبة رياضيات 2017 –الدورة الإستدراكية –الموضوع الأول–

I) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+2-\ln x$ .

أدرس إتجاه تغيّر الدالة $g$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ .

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{2}\left(-x+e-\dfrac{\ln(x^2)}{x}\right)$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) بيّن أن : من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم، $f'(x)=\dfrac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج إتجاه تغيّر الدالة.

2) أ ـ أحسب من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

بـ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}f(x)$ .

جـ ـ شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

3) بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{e}{2}$ مقارب لـ $(C_f)$ ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ .

4) أ- أثبت أنه يوجد مماسان للمنحنى $(C_f)$ معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكل منهما .

ب- بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $\beta$ حيث : $2<\alpha<2.1$ و $-0.5<\beta<-0.4$ .

5) أرسم المماسين و المستقيم $(\Delta)$ ثم المنحنى $(C_f)$ .

6) باستعمال المنحنى $(C_f)$ ، عيّن قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى تقبل المعادلة $x(e-2m)=\ln(x^2)$ حلا وحيدا .

## التمرين10: بكالوريا شعبة رياضيات 2018 –الموضوع الأول–

$f$ الدالة العددية المعرّفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=x+1-\dfrac{1}{\ln x} \;;\; x\in\mathbb{R}_+^*-\{1\} \\ f(0)=1 \end{cases}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أ- بيّن أن $f$ مستمرة عند $0$ بقيم أكبر .

ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to0\\>}}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}}f(x)$ .

ب- أدرس إتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ يُطلب تعيين معادلة له ، ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ .

4) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة $\omega$ فاصلتها $\alpha$ حيث $1.49<\alpha<1.5$ ، ثم بيّن أن معادلة المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة $\omega$ تكتب على الشكل $y=\left(\alpha+3+\dfrac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$ .

5) أرسم المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$ .

## التمرين11: بكالوريا شعبة رياضيات 2019 –الموضوع الأول–

$f$ الدالة العددية المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x \;;\; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}.$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ . الوحدة $3cm$.

1) برهن أن :

- إذا كان $x>1$ فإن : $1-x-2x\ln x<0$ .
- إذا كان $0<x<1$ فإن : $1-x-2x\ln x>0$ .

2) أ- أثبت أن الدالة $f$ قابلة للإشتقاق عند $0$ من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند مبدأ المعلم.

ب- أدرس الوضع النسبي لـ : $(\Delta)$ و $(C_f)$ .

3) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

ب- أدرس إتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) أ- أكتب معادلة $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ الموازي لـ $(\Delta)$ .

ب- أثبت أن المعالة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا $\alpha$ ثم تحقق أن : $1.76<\alpha<1.77$ .

جـ- أكتب معادلة للمستقيم $(d)$ الذي يوازي $(\Delta)$ و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$ .

5) أرسم كلا من $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(d)$ ثم المنحنى $(C_f)$ على المجال $[0;\alpha]$ .

6) $m$ وسيط حقيقي . ناقش بيانيا حسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة $x^2\ln x+m=0$ في المجال $[0;\alpha]$ .

## التمرين 12: بكالوريا شعبة رياضيات 2020 –الموضوع الثاني–

الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln(\sqrt{9x^2+1}+3x)$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ .

ب- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$ .

جـ- استنتج إتجاه تغيَر الدالة $f$ ثم شكَل جدول تغيَراتها.

2) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=f(x)-x$ .

أ- بيَن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ .

ب- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $[0;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{-9x^2+8}{(\sqrt{9x^2+1})(3+\sqrt{9x^2+1})}$ .

جـ- أدرس إتجاه تغيَر الدالة على المجال $[0;+\infty[$ ، ثم شكَل جدول تغيَراتها. (نأخذ : $g\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)\approx 0.8$ )

3) أ- بيَن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $\left[\dfrac{2\sqrt{2}}{3};+\infty\right[$ ثم تحقق أن : $2.83<\alpha<2.84$ .

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$ .

جـ- حدَد الوضع النسبي للمستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=x$ و المنحنى $(C_f)$ على المجال $[0;+\infty[$ .

4) نعتبر الدالة $k$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $k(x)=\ln(6x)$ . و ليكن $(\gamma)$ منحناها البياني في المعلم السابق.

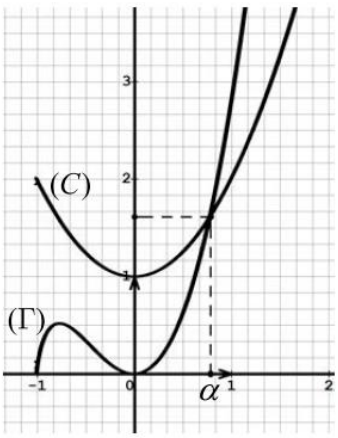
أ- بيَن أن $(\gamma)$ هو صورة منحنى الدالة $x\mapsto \ln x$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-k(x)\right]$ ، فسر النتيجة بيانيا .

5) أ- بيَن أن الدالة $f$ فردية.

ب- أنشئ كلا من $(\Delta)$ ، $(\gamma)$ و $(C_f)$ على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج إنشاء المنحنى $(C_f)$ على $\mathbb{R}$ .

## التمرين 13: بكالوريا شعبة رياضيات 2021 –الموضوع الثاني–




**I)** المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .

في الشكل المقابل $(C)$ و $(\Gamma)$ هما على الترتيب التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين المعرفتين على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $x\mapsto 1+x^2$ و $x\mapsto 2x(1+x)\ln(1+x)$

$(C)$ و $(\Gamma)$ يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ تحقق : $0.78<\alpha<0.79$ .

الدالة العددية $g$ معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=1+x^2-2x(1+x)\ln(1+x)$ .

1) بقراءة بيانية ، حدَد حسب قيم $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ وضعية $(C)$ بالنسبة إلى $(\Gamma)$ .

2) استنتج حسب قيم $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ إشارة $g(x)$ .

**II)** الدالة العددية $f$ معرَفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{1+x^2}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ . الوحدة $2cm$ .

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ و بيَن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ .

ب- فسَر النهايتين هندسيا .

2) أ- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$ .

ب- استنتج إتجاه تغيَر الدالة $f$ ثم شكَل جدول تغيَراتها .

جـ-بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ، ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ .

د - أكتب معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند المبدأ $O$ .

3) أرسم $(T)$ و $(C_f)$ . ( نأخذ : $f(\alpha)\approx 0.36$ )

4) الدالة العددية $h$ معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ . $(C_h)$ تمثيلها البياني المعلم السابق .

أ-بيّن أن الدالة $h$ زوجية .

بـ-بيّن أن الدالة $h$ غير قابلة للإشتقاق عند الصفر ثم فسر ذلك بيانيا .

جـ-إشرح كيفية رسم $(C_h)$ إنطلاقا من $(C_f)$ ثم أرسمه .

## التمرين14: بكالوريا شعبة رياضيات 2022 -الموضوع الثاني-

I) $h$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x+\ln x$ .

1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة $h$ .

2) أ-بيّن أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.5<\alpha<0.6$ .

بـ-استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+3x-x\ln x+(\ln x)^2$ .

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) أ-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما ، $f'(x)=\dfrac{(2-x)h(x)}{x}$ .

بـ-استنتج إتجاه تغيّر الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

3) بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ ، ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$ .

4) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$ .

أ-أدرس إتجاه تغيّر الدالة $g$ و احسب $g(1)$ .

بـ-بيّن أن $(C)$ يقبل نقطة إنعطاف $A$ يُطلب تعيين إحداثييها .

جـ-أكتب معادلة للمستقيم $(T)$ مماس المنحنى $(C)$ في النقطة $A$ .

5) أنشئ $(T)$ و $(C)$ في المجال $]0;5]$ .

6) $k$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x)=f(e^{-x})$ .

أ-دون حساب عبارة $k(x)$ ، أدرس إتجاه تغيّر الدالة $k$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} k(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)$ .

بـ-شكل جدول تغيرات الدالة $k$ .

## التمرين15: بكالوريا شعبة رياضيات 2023 -الموضوع الثاني-

I) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x-3)\ln x+x$ .

1) أ-أحسب من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $g'(x)$ و $g''(x)$ .

بـ-بيّن أن الدالة $g'$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ .

2) أ-بيّن أن المعادلة $g'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1.3<\alpha<1.4$ .

بـ-علما أن $g(\alpha)\approx 0.85$ ، استنتج أنه : من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$ .

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\ln x\right)\ln x$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ . (الوحدة $2cm$ )

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

بـ ـ بيَن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .

2) بيَن أنه : من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرَات الدالة $f$ .

3) بيَن أن $(C_f)$ يقبل مماسين $(T)$ و $(T')$ معامل توجيه كل منهما يساوي $1$ ، يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

4) أ ـ أرسم $(T)$ ، $(T')$ و $(C_f)$ . (نأخذ: $f(6)\approx 5.9$ )

بـ ـ عيَن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ ثلاث حلول بالضبط .

## التمرين16: بكالوريا شعبة رياضيات 2024 –الموضوع الثاني–

I) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1+x^2\ln x$ .

أدرس إتجاه تغيَر الدالة $g$ ثم أحسب $g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ و استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$ .

II) $f$ الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ و من أجل كل $x>0$ ، $f(x)=\frac{x}{1+x^2\ln x}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

بـ ـ بيَن أن الدالة $f$ تقبل الإشتقاق عند $0$ على اليمين و فسر النتيجة هندسيا .

جـ ـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(T)$ ذي المعادلة $y=x$ .

2) أ ـ تحقق أنه : من أجل كل $x>0$ ، $f'(x)=\frac{1-x^2-x^2\ln x}{(1+x^2\ln x)^2}$ .

بـ ـ أدرس إشارة كلا من العبارتين $1-x^2$ و $-x^2\ln x$ على $]0;+\infty[$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ .

جـ ـ شكل جدول تغيرَات الدالة $f$ .

3) أ ـ أرسم $(T)$ و $(C_f)$ .

بـ ـ عيَن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة : $f(x)=m^2$ حلا على الأقل .