



سنة ثانية ثانوي
الشعب:
رياضيات | علوم تجريبية | تقني رياضي

تمرين في الاحتمالات

[مع حل مقترح]

إعداد الأستاذ:
قويسنم إبراهيم الخليل
آخر تحديث:

[20 فبراير 2022]

التمرين

الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون":

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(A) = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$$

الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم":

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(B) = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر":

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(C) = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$$

الحادثة D: "سحب كرية سوداء على الأقل":

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

ومنه: عدد امكانيات هاته التجربة هو 42

حساب احتمال الحوادث التالية:

كيس به 7 كريات متماثلة منها ثلاثة سوداء تحمل الأرقام: 0، 3 و 5 وثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1، 3 و 7 وكرية خضراء تحمل الرقم 3، نسحب عشوائياً على التوالي وبدون ارجاع كريتان من الكيس

عين بواسطة مخطط أو جدول عدد عناصر مجموعة

Ω الإمكانيات

احسب احتمال الحوادث التالية:

الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون"

الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"

الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر"

الحادثة D: "سحب كرية سوداء على الأقل"

الحادثة E: "سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ 3"

الحادثة F: "سحب كريتان لهما نفس اللون"

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "عدد

الكريات السوداء المسحوبة"

عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون

احتماله

احسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف للمتغير

X العشوائي

ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "القيمة المطلقة لفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان"

عين مجموعة قيم المتغير العشوائي Y ، ثم عرف قانون

احتماله

احسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف للمتغير

Y العشوائي

حل مقتصر للتمرين

(I)

تعين عدد عناصر مجموعة الإمكانيات Ω :

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

أي:

X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

حساب الأمل ، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X ②

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum_{i=1}^{i=3} x_i p_i \\
 &= (0) \left(\frac{2}{7}\right) + (1) \left(\frac{4}{7}\right) + (2) \left(\frac{1}{7}\right) \\
 &= 0 + \frac{4}{7} + \frac{2}{7} \\
 &= \frac{6}{7} \approx 0.85
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V(X) &= \sum_{i=1}^{i=3} (x_i)^2 p_i - (E(X))^2 \\
 &= (0)^2 \left(\frac{2}{7}\right) + (1)^2 \left(\frac{4}{7}\right) + (2)^2 \left(\frac{1}{7}\right) - \left(\frac{6}{7}\right)^2 \\
 &= 0 + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{36}{42} \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \boxed{\sqrt{2}}$$

(III)

تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي Y ①

$$Y(\Omega) = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$$

- قانون احتمال Y

نحسب القيمة المطلقة للفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		3	5	1	3	7	3
B_3	3		2	2	0	4	0
B_5	5	2		4	2	2	2
R_1	1	2	4		2	6	2
R_3	3	0	2	2		4	0
R_7	7	4	2	6	4		4
G_3	3	0	2	2	0	4	

ومنه:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y = x_i)$	$\frac{6}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{14}{42}$	$\frac{6}{42}$	$\frac{8}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$

أي:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y = x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$

$$P(A) = \frac{30}{42} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

• الحادثة E : سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ 3

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		$B_3 B_0$	$B_5 B_0$	$R_1 B_0$	$R_3 B_0$	$R_7 B_0$	$G_3 B_0$
B_3	$B_0 B_3$		$B_5 B_3$	$R_1 B_3$	$R_3 B_3$	$R_7 B_3$	$G_3 B_3$
B_5	$B_0 B_5$	$B_3 B_5$		$R_1 B_5$	$R_3 B_5$	$R_7 B_5$	$G_3 B_5$
R_1	$B_0 R_1$	$B_3 R_1$	$B_5 R_1$		$R_3 R_1$	$R_7 R_1$	$G_3 R_1$
R_3	$B_0 R_3$	$B_3 R_3$	$B_5 R_3$	$R_1 R_3$		$R_7 R_3$	$G_3 R_3$
R_7	$B_0 R_7$	$B_3 R_7$	$B_5 R_7$	$R_1 R_7$	$R_3 R_7$		$G_3 R_7$
G_3	$B_0 G_3$	$B_3 G_3$	$B_5 G_3$	$R_1 G_3$	$R_3 G_3$	$R_7 G_3$	

$$P(E) = \frac{16}{42} = \boxed{\frac{8}{21}}$$

• الحادثة F : سحب كريتان لهما نفس اللون

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		$B_3 B_0$	$B_5 B_0$	$R_1 B_0$	$R_3 B_0$	$R_7 B_0$	$G_3 B_0$
B_3	$B_0 B_3$		$B_5 B_3$	$R_1 B_3$	$R_3 B_3$	$R_7 B_3$	$G_3 B_3$
B_5	$B_0 B_5$	$B_3 B_5$		$R_1 B_5$	$R_3 B_5$	$R_7 B_5$	$G_3 B_5$
R_1	$B_0 R_1$	$B_3 R_1$	$B_5 R_1$		$R_3 R_1$	$R_7 R_1$	$G_3 R_1$
R_3	$B_0 R_3$	$B_3 R_3$	$B_5 R_3$	$R_1 R_3$		$R_7 R_3$	$G_3 R_3$
R_7	$B_0 R_7$	$B_3 R_7$	$B_5 R_7$	$R_1 R_7$	$R_3 R_7$		$G_3 R_7$
G_3	$B_0 G_3$	$B_3 G_3$	$B_5 G_3$	$R_1 G_3$	$R_3 G_3$	$R_7 G_3$	

$$P(F) = \frac{12}{42} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

(II)

تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي X ①

$$X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

- قانون احتمال X

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		$B_3 B_0$	$B_5 B_0$	$R_1 B_0$	$R_3 B_0$	$R_7 B_0$	$G_3 B_0$
B_3	$B_0 B_3$		$B_5 B_3$	$R_1 B_3$	$R_3 B_3$	$R_7 B_3$	$G_3 B_3$
B_5	$B_0 B_5$	$B_3 B_5$		$R_1 B_5$	$R_3 B_5$	$R_7 B_5$	$G_3 B_5$
R_1	$B_0 R_1$	$B_3 R_1$	$B_5 R_1$		$R_3 R_1$	$R_7 R_1$	$G_3 R_1$
R_3	$B_0 R_3$	$B_3 R_3$	$B_5 R_3$	$R_1 R_3$		$R_7 R_3$	$G_3 R_3$
R_7	$B_0 R_7$	$B_3 R_7$	$B_5 R_7$	$R_1 R_7$	$R_3 R_7$		$G_3 R_7$
G_3	$B_0 G_3$	$B_3 G_3$	$B_5 G_3$	$R_1 G_3$	$R_3 G_3$	$R_7 G_3$	

اللون الأزرق لما نسحب كريتين سوداويين

اللون البرتقالي لما نسحب كرة سوداء فقط

اللون الأخضر لما لا نسحب أي كرة سوداء

ومنه:

	X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$	

❷ حساب الأمل ، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y :

$$\begin{aligned} E(Y) &= \sum_{i=1}^{i=8} x_i p_i \\ &= (0) \left(\frac{1}{7}\right) + (1) \left(\frac{1}{21}\right) + (2) \left(\frac{1}{3}\right) + (3) \left(\frac{1}{7}\right) \\ &\quad + (4) \left(\frac{4}{21}\right) + (5) \left(\frac{1}{21}\right) + (6) \left(\frac{1}{21}\right) \\ &\quad + (7) \left(\frac{1}{21}\right) \\ &= \frac{1}{21} + \frac{2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{16}{21} + \frac{5}{21} + \frac{6}{21} + \frac{7}{21} \\ &= \frac{58}{21} \\ &\approx \boxed{2.76} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= \sum_{i=1}^{i=8} (x_i)^2 p_i - (E(Y))^2 \\ &= (0)^2 \left(\frac{1}{7}\right) + (1)^2 \left(\frac{1}{21}\right) + (2)^2 \left(\frac{1}{3}\right) \\ &\quad + (3)^2 \left(\frac{1}{7}\right) + (4)^2 \left(\frac{4}{21}\right) + (5)^2 \left(\frac{1}{21}\right) + (6)^2 \left(\frac{1}{21}\right) \\ &\quad + (7)^2 \left(\frac{1}{21}\right) - \left(\frac{58}{21}\right)^2 \\ &= \frac{1}{21} + \frac{4}{3} + \frac{9}{7} + \frac{64}{21} + \frac{25}{21} + \frac{36}{21} + \frac{49}{21} - \left(\frac{58}{21}\right)^2 \\ &= \frac{1466}{441} \\ &\approx \boxed{3.32} \end{aligned}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{3.32} \approx \boxed{1.82}$$

انتهى
دعواتكم

