الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

3 ثانوي شعب علمية　　　　الأستاذ: بلجودي حمو

دورة 2024

امتحان بكـــالوريا شتوية

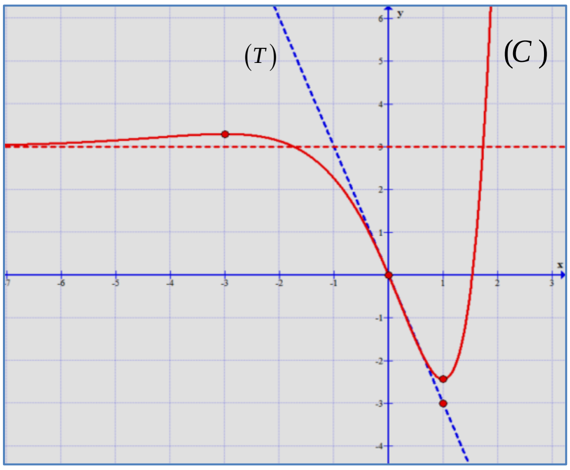
اختبار في مادة الرياضيات　　　　المدة: 3 ســا

الموضـــــــوع

التمرين الأول : (4 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x^2+a)e^x+b$ حيث a و b عددان حقيقيان .

(C) منحنيها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (C) يقبل عند $-\infty$ مستقيما أفقيا معادلته $y=3$ و يقبل في النقطة O مماسا (T) .(انظر الشكل).



1) عين بيانيا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $g'(0)$ و أحسب $g'(x)$ بدلالة a .

2) بين أن $a=-3$ و $b=3$.

3) بين أن معادلة (T) هي $y=-3x$.

4) ناقش بيانيا و تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $g(x)=mx$.

التمرين الثاني : (8 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x^2-3)e^x+3$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الاخر α حيث $1.53\prec\alpha\prec1.54$.

4) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3x+1+(x^2-2x-1)e^x$. وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ ؛ $f'(x)=g(x)$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مستقيم مقارب مائل لــ (C_f) عند $-\infty$.

ب) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

4) بين أن (C_f) يقبل مماسين (T) موازيين لـ (Δ) (لا يطلب تعيين معادلتيهما) .

5) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]2.03;2.04[$ حلا وحيدا β ، ماذا تمثل β بالنسبة لـ (C_f)؟.

6) أنشئ (C_f) و (Δ) . (نأخذ $f(\alpha)=-2.3$)

7)

التمرين الثالث : (8 نقاط)

$I)$ لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=1+x^2+2\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.52 \prec \alpha \prec 0.53$.

4) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$.

$II)$ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{3+2\ln x}{x}$. وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$.

ب) ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) بين ان $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى مقاربه المائل (Δ) .

ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

4) أنشئ (C_f) و (Δ) و (T) . (نأخذ $f(\alpha)=2.73$ و $f(0.23)=0$ و $f(2.12)=0$)

5) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$.

انتهـــي الموضوع

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مدرسة روافد المستقبل
امتحان بكـــالوريا تجريبي
شعبة : علوم تجـــريبية

الأستاذ بلجودي حمو
دورة ماي 2023

اختبار في مادة الرياضيات (تصحيح) | المدة: | 3 ســـا

حل الموضــــــــوع

حل التمرين الأول : (4 نقاط) ....

1) عين بيانيا $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $g'(0)$ .... (0.5 ن)

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$ و $g'(0)=\dfrac{-3-0}{1-0}=-3$.

أحسب $g'(x)$ بدلالة a : . $g(x)=(2x)e^x+(x^2+a)e^x=(x^2+2x+a)e^x$ .... (0.5 ن)

2) بين أن $a=-3$ و $b=3$: .... (1 ن)

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=b$ اذن $b=3$.

$g'(0)=-3$ أي $(0^2+2(0)+a)e^0=-3$ و منه $a=-3$.

3) بين أن (T) معادلة هي $y=-3x$: $y=g'(0)(x-0)+g(0)$ و منه $y=-3x$ .... (1 ن)

4) ناقش بيانيا و تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $g(x)=mx$ . ... (1 ن)

- إذا كان $m\in]-\infty;-3]$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد.
- إذا كان $m\in]-3;0[$ فإن المعادلة تقبل3 حلول .
- إذا كان $m\geq 0$ المعادلة تقبل حلين .

التمرين الثاني : (8 نقاط) ....

I) g الدالة العددية المعرفة على R بـ : $g(x)=(x^2-3)e^x+3$

احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ .... (0.5 ن

(

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty} x^2e^x-3e^x+3=3$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

ادرس اتجاه تغير الدالة g .... (0.5 ن)

من أجل كل x من R بـ : $g'(x)=(2x)e^x+(x^2-3)e^x=(x^2+2x-3)e^x$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	

الدالة g متناقصة تماما على $[-3;1]$ و متزايدة تماما على $]-\infty;-3]$ و $[1;+\infty[$.

الأستاذ بلجودي حمو

ثم شكل جدول تغيراتها .... (0.5 ن)

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$g(x)$	3	$\nearrow$	$g(-3)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

بين ان $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الاخر α حيث $1.53 \prec \alpha \prec 1.54$ .... (0.5 +0.25 ن)

$g(0)=0$ اذن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل معدوم .

g مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و من ثم على $[1.53;1.54]$ و لدينا $g(1.53)\prec 0$ و $g(1.54)\succ 0$.

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.53 \prec \alpha \prec 1.54$.

عين حسب قيم x إشارة $g(x)$: .... (0.5 ن)

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ: $f(x)=3x+1+(x^2-2x-1)e^x$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ . ... (0.5 ن)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} 3x+1+x^2e^x-2xe^x-e^x=-\infty$$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 3x+1+x^2(1-\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^2})e^x=+\infty$.

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R ؛ $f'(x)=g(x)$ . ... (0.5 ن)

من أجل كل عدد حقيقي x من R ؛

$$f'(x)=3+(2x-2)e^x+(x^2-2x-1)e^x$$
$$=3+(x^2-2x-1+2x-2)e^x=3+(x^2-3)e^x=g(x)$$

استنتج اتجاه تغير الدالة f .... (0.5 ن)

الدالة f متناقصة تماما على $[0;\alpha]$ و متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و $[\alpha;+\infty[$.

و شكل جدول تغيراتها . . .. (0.5 ن)

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

أ) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مستقيم مقارب مائل لــ (C_f) عند $-\infty$ .... (0.5 ن)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)-(3x+1)=\lim_{x\to-\infty} x^2e^x-2xe^x-e^x=0$$

إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مستقيم مقارب مائل لــ (C_f) عند $-\infty$.

ب) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .... (0.5 ن)

$$f(x)-(3x+1)=(x^2-2x-1)e^x$$

$x^2-2x-1=0$ معناه $x=1-\sqrt{2}$ أو $x=1+\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$	$+\infty$
$f(x)-y$	+	0	-	0	+
الوضع النسبي	(C) فوق (Δ)	(C) يقطع (Δ)	(C) تحت (Δ)	(C) يقطع (Δ)	(C) فوق (Δ)

4) بين أن (C_f) يقبل مماسين (T) موازيين لـ (Δ) (لا يطلب تعيين معادلتيهما) .... (0.5 ن)

$f'(x)=3$ معناه $3+(x^2-3)e^x=3$ و منه $(x^2-3)e^x=3$ و منه $x^2-3=0$ معناه $x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

اذن (C_f) يقبل مماسين (T) موازيين لـ (Δ) .

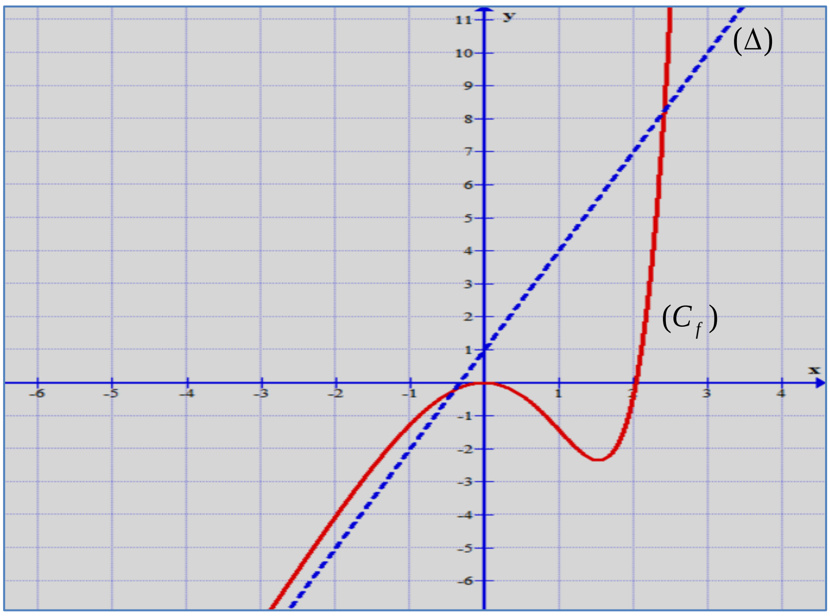
5) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]2.03;2.04[$ حلا وحيدا β .... (0.5 ن)

f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]2.03;2.04[$ و لدينا $g(20.3)\prec 0$ و $g(2.04)\succ 0$.

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β في $]2.03;2.04[$

، ماذا تمثل β بالنسبة لـ(C_f)؟. β هي فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .. .. (0.25 ن)

6)أنشئ (C_f) و (Δ). (نأخذ $f(\alpha)=-2.3$) . ... (1 ن)



الأستاذ بلجودي حمو

حل التمرين الثالث : (8 نقاط)..

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=1+x^2+2\ln x$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$: $\lim_{\substack{x\to0 \\ >}} g(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ .... (0.5 ن)

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g : .... (0.5 ن)

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا ، $g'(x)=2x+\frac{2}{x}=\frac{2x^2+2}{x}$

من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $2x^2+2\succ0$ و $x\succ0$ و منه $g'(x)\succ0$. و بالتالي فالدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

ثم شكل جدول تغيراتها .. .. (0.5 ن)

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$
$g(x)$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.52\prec\alpha\prec0.53$ .... (0.5 ن)

g مستمرة و متزايدة تماما على $[0.52;0.53]$ و لدينا $g(0.52)\prec0$ و $g(0.53)\succ0$.

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.52\prec\alpha\prec0.53$.

4) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$ . ... (0.5 ن)

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	-	0	+	

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$.

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم احسب $\lim_{x\to0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا . ... (0.5 ن)

$\bullet \lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} -x+\frac{3}{x}+\frac{2\ln x}{x}=-\infty$ و $\bullet \lim_{\substack{x\to0 \\ >}} f(x)=\lim_{\substack{x\to0 \\ >}} -x+\frac{1}{x}\left(3+2\ln x\right)=-\infty$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ . ... (0.5 ن)

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا ،

$$f'(x)=-1+\frac{\frac{2}{x}\times x-1\times(3+2\ln x)}{x^2}=-1+\frac{2-3-2\ln x}{x^2}$$

$$=-1+\frac{-1-2\ln x}{x^2}=\frac{-x^2-1-2\ln x}{x^2}=\frac{-(x^2+1+2\ln x)}{x^2}=\frac{-g(x)}{x^2}$$

ب) ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . ... (0.5 ن)

من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ، إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

x	0		α		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ $-\infty$	

جـ) بين ان $f(\alpha)=2+\left(\frac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ **ثم استنتج حصرا لـ** $f(\alpha)$ .... **(0.5 ن)**

لدينا $g(\alpha)=0$ أي $1+\alpha^2+2\ln\alpha=0$ أي $2\ln\alpha=-1-\alpha^2$

لدينا من جهة أخرى $f(\alpha)=-\alpha+\dfrac{3+2\ln\alpha}{\alpha}$ و منه

$$f(\alpha)=-\alpha+\frac{3-1-\alpha^2}{\alpha}=-\alpha+\frac{2-\alpha^2}{\alpha}=-\alpha+\frac{2}{\alpha}-\frac{\alpha^2}{\alpha}=-\alpha+\frac{2}{\alpha}-\alpha=-2\alpha+\frac{2}{\alpha}=2\left(\frac{1}{\alpha}-\alpha\right)$$

3) ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

لدينا $0.52\prec\alpha\prec0.53$ ومنه $\dfrac{1}{0.53}\prec\dfrac{1}{\alpha}\prec\dfrac{1}{0.52}$ ....(1) و $-0.53\prec-\alpha\prec-0.52$ ....(2)

بجمع (1) و (2) نجد $1.36\prec\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\prec1.4$ ومنه $2.72\prec2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)\prec2.8$

4) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ، **ثم احسب** $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ . ... **(0.5 ن)**

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x]=\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{x}+\frac{2\ln x}{x}=0$$

و فسر النتيجة هندسيا.. **(0.25 ن)**

المستقيم ذو المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل لــ (C) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (C) **بالنسبة الى مقاربه المائل** (Δ) .... **(0.5 ن)**

ندرس إشارة $f(x)+x$ أي إشارة $\dfrac{3+2\ln x}{x}$. $3+2\ln x=0$ تعني $\ln x=-\dfrac{3}{2}$ أي $x=e^{-\frac{3}{2}}$.

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f(x)-y$		-	0	+	
الوضع النسبي		(C) تحت (Δ)	(C) يقطع (Δ)	(C) فوق (Δ)	

ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) .... **(0.25 ن)**

$f'(x_0)=-1$ تعني $\dfrac{-x_0^2-1-2\ln x_0}{x_0^2}=-1$ أي $-x_0^2-1-2\ln x_0=-x_0^2$ أي $\ln x_0=-\dfrac{1}{2}$ أي $x_0=e^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$.

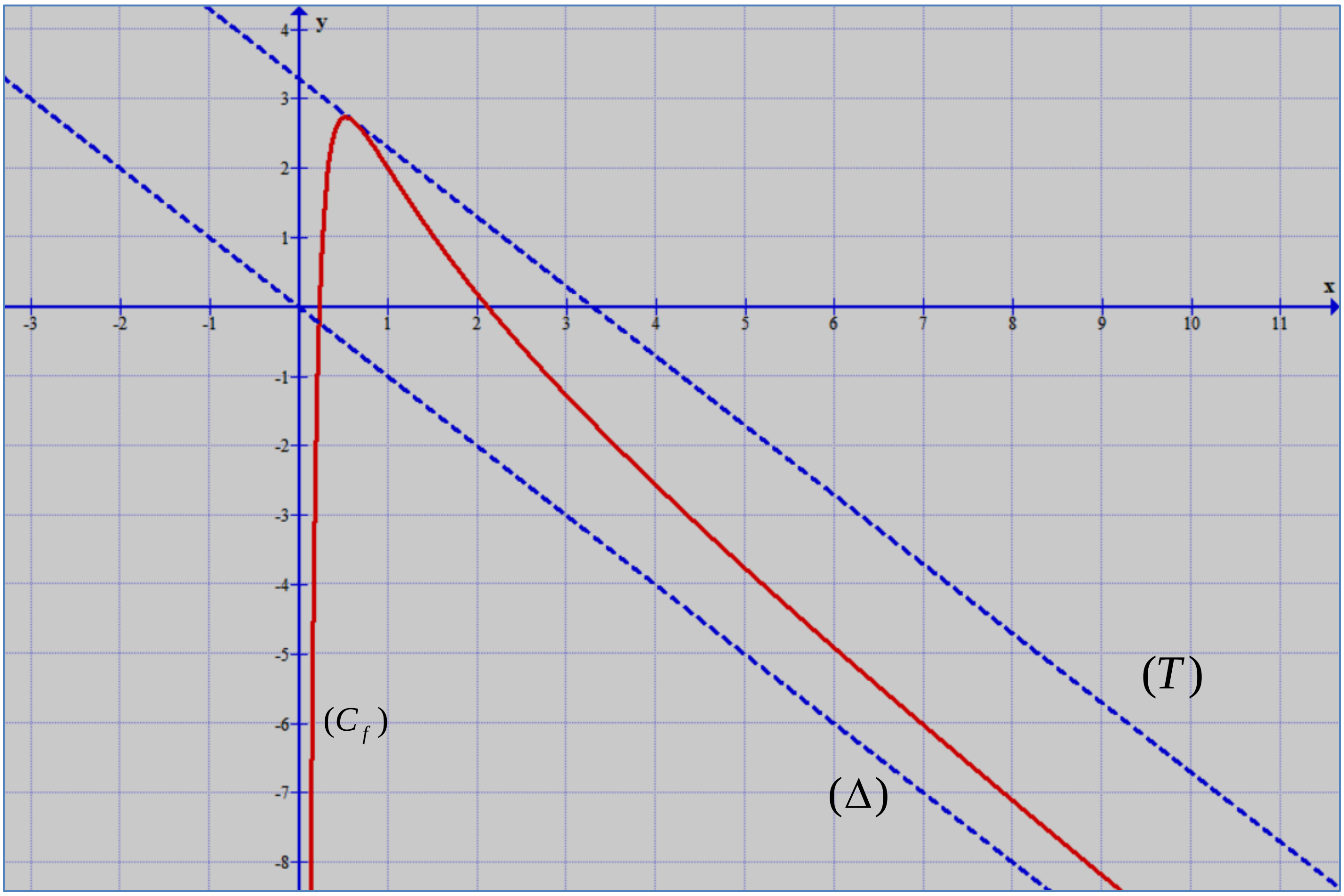
الأستاذ بلجودي حمو

إذن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{\sqrt{e}}$.

يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .... (0.25 ن)

$y=f'(\frac{1}{\sqrt{e}})(x-\frac{1}{\sqrt{e}})+f(\frac{1}{\sqrt{e}})$ و منه $y=-1(x-\frac{1}{\sqrt{e}})+\frac{1}{\sqrt{e}}+2\sqrt{e}=-x+2\sqrt{e}$ ، معادلة (T) هي: $y=-x+2\sqrt{e}$

5) أنشئ (C_f) و (Δ) و (T). .... (1 ن)



6) ناقش بيانيا و حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$ . ... (0.25+ 0.5 ن)

المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$ معناه $3+2\ln x=mx$ و منه $\frac{3+2\ln x}{x}=m$ و منه

$-x+\frac{3+2\ln x}{x}=-x+m$ أي $f(x)=-x+m$.

- إذا كان $m\in]-\infty;0]$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد.
- إذا كان $m\in]0;2\sqrt{e}[$ فإن المعادلة تقبل حلين.
- إذا كان $m=2\sqrt{e}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا.
- إذا كان $m\succ 2\sqrt{e}$ فإن المعادلة لا تقبل حلول .

وفقكم الله في بكالوريا 2024

الأستاذ بلجودي حمو