المؤسسة: ثانوية سليماني جلول — المادة: رياضيات — الأستاذ: بلبحري
المستوى و الشعبة: 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي: الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – محاكاة تجربة عشوائية بسيطة – ابراز مفهوم ميل التواترات نحو الاستقرار

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **نشاط : (ملاحظة التواترات من أجل التوقع)** نلقي زهرة نرد مكعبة ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 و نبحث في الإجابة عن حظوظ ظهور الرقم 2 على الوجه العلوي . ⋆ ما هي النتائج الممكنة لهذه التجربة ؟ هل يمكن توقع الوجه الذي سيظهر ؟		
بناء المفاهيم:	**المرحلة «❶»** : (**إجراء التجربة جماعيا**) يقوم كل تلميذ من تلاميذ القسم بتجربة إلقاء زهرة النرد 20 مرة و يسجل في كل مرة الرقم الظاهر على الوجه العلوي . ❶ نحسب التواتر f_{20} للحادثة A حيث A هي : " ظهور الرقم 2 على الوجه العلوي " . ❷ نجمع نتائج 10 تلاميذ ضمن الجدول الآتي : f_{20} | | | | | | | | | | | ⋆ هل التواترات مستقرة أم متذبذبة من عينة إلى أخرى ؟	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
	المرحلة «❷» : (**محاكاة التجربة بواسطة مجدول**) قمنا بواسطة مجدول بمحاكاة 10 مرات تجربة إلقاء زهرة النرد 100 مرة ثم 1000 مرة ثم 10000 مرة . تحصلنا على التواترات للحدث A كما يأتي : f_{100} 0.11 0.12 0.16 0.18 0.09 0.16 0.13 0.15 0.17 0.25 f_{1000} 0.169 0.135 0.169 0.172 0.172 0.167 0.176 0.181 0.188 0.163 f_{1000} 0.1703 0.1691 0.1625 0.1652 0.1662 0.1678 0.1680 0.1710 0.1556 0.1697 ❶ احسب الوسط الحسابي و الانحراف المعياري لكل سلسلة . ❷ ما هو سلوك تواتر الحادثة A تبعا لعدد الرميات ؟	20 د	
	المرحلة «❸» : (**أَمْثَلَةُ التواترات**) نقبل بأن تواترات الحادثة A في عيّنات مقاسها يكبر أكثر فأكثر يميل نحو الاستقرار حول عدد نظري p يقيس حظوظ تحقق الحادثة A . نقول إن العدد p " يؤمثل التواترات " . ⋆ بالنظر إلى نتائج المحاكاة السابقة ، ماذا يمكن أن تكون قيمة العدد p ؟	10 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	الملاحظات

مناقشة النشاط :

⋆ النتائج الممكنة لهذه التجربة هي : $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

⋆ لا يمكن توقع الوجه الذي سيظهر .

المرحلة «❶» :

بعد قيام التلاميذ بالتجربة و تسجيل النتائج ، جمعنا 10 من هذه النتائج في الجدول المعطى كما يلي :

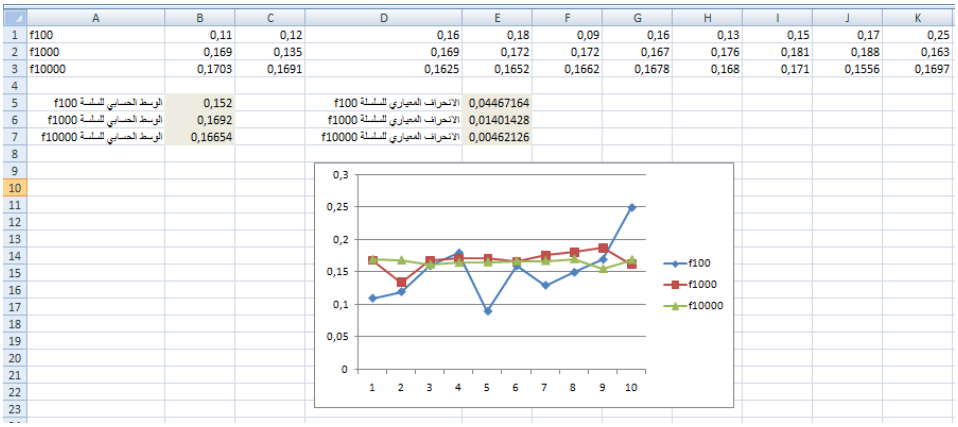
f_{20}	0.32	0.16	0.08	0.24	0.16	0.32	0.20	0.12	0.16	0.20

⋆ عند ملاحظة النتائج يتبين لنا أنها متذبذبة من عينة إلى أخرى .

المرحلة «❷» :

❶ قمنا بحجز النتائج المعطاة على ورقة إكسال (*Exel*) ، و تمكنا بواسطته من تمثيل النتائج بيانيا و حساب الوسط الحسابي و الانحراف المعياري كما في الصورة الموالية :

بناء المفاهيم:



❷ نلاحظ من الجدول و التمثيل البياني أن تواتر الحادثة A يميل إلى الاقتراب أكثر نحو الوسط الحسابي باعتبار أن الانحراف المعياري يتضاءل أكثر فأكثر تبعا لارتفاع عدد الرميات انطلاقا من العينة التي مقاسها 100 إلى العينة التي مقاسها 1000 .

المرحلة «❸» :

تواتر الحادثة A يميل إلى الاستقرار نحو العدد 0.16654 الذي يمثل الوسط الحسابي لسلسلة تواترات في العينة f_{10000} .

إذن العدد النظري p هو : $p = 0.16654$.

خلاصة :

نستخلص أنه عند رمي زهرة نرد غير مزيفة مكعبة مرقمة من 1 إلى 6 عددا كبيرا من المرات فإن تواتر ظهور الرقم 2 يقترب من النسبة $\frac{1}{6}$.

تسمى هذه النسبة "احتمال" ظهور الرقم 2 (أو احتمال تحقق الحادثة A) .

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	الملاحظات
بناء المفاهيم:	**❶ ميل التواترات نحو الاستقرار :** ✦ توزيع التواترات للسلاسل ذات المقاس n تميل للاستقرار نحو قيمة ثابتة p كلما كان n كبيرا أي : $f_i \simeq p_i$. **مثال :** في تجربة إلقاء قطعة نقدية عددا كبيرا من المرات ، نلاحظ أن تواتر ظهور أحد الوجهين يقترب من تواتر ظهور الوجه الآخر وعليه ، يمكن القول إن تواتر ظهور كل منهما يؤول نحو الاستقرار حول قيمة ثابتة و هي : $\frac{1}{2}$. **❷ مصطلحات :** ✣ نقول عن تجربة إنها عشوائية إذا كانت كل إمكانياتها معلومة لكن عندما نجرب لا نستطيع تحديد أي إمكانية منها ستتحقق . **مثلا :** رمي قطعة نقدية (الوجه أو الظهر) ، رمي زهرة نرد (الأرقام الستة) ، السحب من كيس (ظهور إحدى الكريات) . ✣ نقوم بتجربة عشوائية و نحصل على نتيجة ، نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بالرمز Ω و نسميها مجموعة الإمكانيات (المخارج) أو المجموعة الشاملة . ✣ كل عنصر من Ω يسمى إمكانية و كل جزء منها يسمى حادثة (حدث) . ✣ إذا احتوت مجموعة جزئية من Ω على عنصر وحيد فإنها تدعى حادثة أولية . ✣ Ω تسمى كذلك الحادثة الأكيدة و $\varnothing$ تسمى الحادثة المستحيلة . ✣ اتحاد الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cup B$ تسمى كذلك الحادثة A أو B . ✣ تقاطع الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cap B$ تسمى كذلك الحادثة A و B . ✣ عندما تكون الحادثة $A \cap B = \varnothing$ نقول إن الحادثتين A و B غير متلائمتين . ✣ نسمي حادثة عكسية للحادثة A ، المجموعة المتممة للحادثة A في Ω أي التي تحوي كل عناصر Ω ما عدا عناصر A و نرمز لها بالرمز : $\overline{A}$. **تمرين تطبيقي :** نعتبر التجربة العشوائية التالية : نرمي حجر نرد متوازن ذو ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . ❶ عين مجموعة الإمكانيات الكلية Ω . ❷ عين الحادثة A : " الحصول على رقم فردي " ❸ عين الحادثة $\overline{A}$: " الحصول على رقم زوجي " ❹ عين الحادثة B : " الحصول على رقم أصغر تماما من 5 " ❺ عين الحادثة C : " الحصول على رقم زوجي أولي " ❻ عين الحادثة D : " الحصول على رقم سالب " ❼ عين الحوادث $A \cap B$ و $A \cup B$.	10 د 25 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**حل التمرين التطبيقي :** ❶ مجموعة الإمكانيات الكلية هي : $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ ❷ الحادثة A : " الحصول على رقم فردي " أي : $A = \{1,3,5\}$ ❸ الحادثة $\overline{A}$: " الحصول على رقم زوجي " أي : $\overline{A} = \{2,4,6\}$ ❹ الحادثة B : " الحصول على رقم أصغر تماما من 5 " أي : $B = \{1,2,3,4\}$ ❺ الحادثة C : " الحصول على رقم زوجي أولي " أي : $C = \{2\}$ (حادثة أولية) ❻ الحادثة D : " الحصول على رقم سالب " أي : $D = \Phi$ (حادثة مستحيلة) ❼ ✦ الحادثة $A \cap B$: " الحصول على رقم فردي و أصغر تماما من 5 " أي : $A \cap B = \{1,3\}$ ✦ الحادثة $A \cup B$: " الحصول على رقم فردي أو أصغر تماما من 5 " أي : $A \cap B = \{1,2,3,4,5\}$	35 د	
تقويم			

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة: ثانوية سليماني جلول — المادة: رياضيات — الأستاذ: بلبحري
المستوى و الشعبة: 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي: الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – وصف تجربة عشوائية بسيطة – نمذجة بعض الوضعيات البسيطة

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**قانون الاحتمال :** **تمهيد :** عند القيام بتجربة عشوائية ذات n نتيجة و تكرار التجربة للحصول على عينة ذات مقاس كبير ، نقبل بأن التواترات f_i للنتائج (f_i قيمة تطبيقية متذبذبة) تؤول إلى احتمالات حدوثها P_i الذي هو قيمة نظرية ثابتة و نكتب : $f_i \simeq P_i$. **تعريف:** قانون احتمال P لتجربة عشوائية على مجموعة إمكانيات $\Omega = \{x_1; x_2; x_3 ...; x_n\}$ هو إرفاق كل مخرج x_i بعدد حقيقي غير معدوم P_i بحيث $0 \leq P_i \leq 1$ ومجموع الأعداد P_i من أجل $1 \leq i \leq n$ يساوي 1 أي : $P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n = 1$ العدد الحقيقي P_i يدعى احتمال المخرج x_i .	15 د	
	نمذجة تجربة عشوائية : ✦ نمذجة تجربة عشوائية ، يعني إرفاقها بمجموعة إمكانيات Ω و قانون احتمال P على Ω . عادة يتم تلخيص النمذجة ضمن جدول من الشكل : **مثال :** كيس يحتوي على عدد من الكريات الحمراء " R " و الخضراء " V " و البيضاء " B " . نقوم عشوائيا بسحب كرية من الكيس و نسجل لونها ثم نعيدها إلى الكيس . كررنا التجربة 10000 مرة و تحصلنا على النتائج التالية :	20 د	

x_i المخرج	x_1	x_2	...	x_n
P_i الاحتمال	P_1	P_2	...	P_n

R	V	B
3332	5004	1662

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

⋆ لدينا : $f_R = \frac{3332}{10000} = 0.3332$ إذن : $P(R) = \frac{1}{3}$

⋆ لدينا : $f_V = \frac{5004}{10000} = 0.5004$ إذن : $P(V) = \frac{1}{2}$

⋆ لدينا : $f_B = \frac{1662}{10000} = 0.1662$ إذن : $P(B) = \frac{1}{6}$

يمكن نمذجة هذه التجربة حسب الجدول الموالي :

اللون	R	V	B
P_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

تنبيه :

عند نمذجة تجربة عشوائية يجب التأكد أن مجموع الاحتمالات يساوي 1 .

تمرين تطبيقي «①»: عين من بين الجداول التالية التي تعرف قانون احتمال :

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$

تمرين تطبيقي «②»: نرمي حجر نرد متوازن مرقم من 1 إلى 6 .

✍ باستعمال الجدول التالي ، احسب a .

المخرج	1	2	3	4	5	6
الاحتمال	a	0.3	$2a$	0.2	0.1	a

25 د

تقويم

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة: ثانوية سليماني جلول — المادة: رياضيات — الأستاذ: بلبحري
المستوى و الشعبة: 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي: الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – حساب احتمال حادثة في تجربة عشوائية بسيطة – حساب الأمل و الانحراف المعياري لقانون احتمال .

– سير الحصة

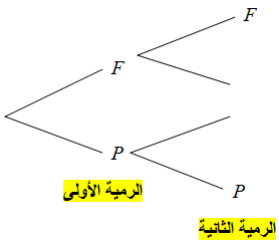
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	احتمال حادثة :		
	✦ احتمال الحادثة A يرمز له بـ $P(A)$ ، ويساوي مجموع احتمالات الحوادث الأولية للحادثة A .		
	مثال «①» : يحتوي صندوق على 8 كريات لا نميز بينها عند اللمس أربعة منها تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 و كرية تحمل الرقم 3 . نسحب كرية واحدة عشوائيا .	15 د	
	⋆ نريد حساب احتمال الحادثة A : " الحصول على عدد أولي " .		
	لدينا : مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{1,2,3\}$		
	و قانون الاحتمال معرف بالشكل :		
بناء المفاهيم:	x_i: 1, 2, 3 ; P_i: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{8}$		
	لدينا : $A = \{2,3\}$ إذن : $P(A) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$		
	مثال «②» : نرمي حجر نرد مزيف		
	حيث : $P(1) = 2P(2) = P(3) = 2P(4) = P(5) = 2P(6)$		
	⋆ نحسب احتمال الحادثة E : " الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 " .	15 د	
	لدينا : $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$		
	ومنه : $P(1) + \frac{1}{2}P(1) + P(1) + \frac{1}{2}P(1) + P(1) + \frac{1}{2}P(1) = 1$		
	وعليه نجد : $P(1) = \frac{2}{9}$		
	لدينا : $E = \{3,6\}$ إذن : $P(E) = P(3) + P(6) = \frac{2}{9} + \frac{2}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$		
	نتائج :		
	✣ لا يوجد مخرج يحقق الحادثة المستحيلة إذن $P(\Phi) = 0$.		
	✣ الحادثة الأكيدة هي مجموعة كل المخارج إذن $P(\Omega) = 1$.		
	✣ من أجل كل حادثة A لدينا : $0 \leq P(A) \leq 1$.		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**الأمل الرياضياتي والانحراف المعياري لقانون احتمال :** **تعاريف:** لتكن $\Omega = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ هي مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية (نعتبر هذه النتائج أعداد حقيقية) . ليكن P إحتمالا على Ω ، نرمز بالرمز P_i للإحتمال $P(x_i)$. ✦ أمل قانون الاحتمال هو العدد E حيث : $E = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ ✦ تباين قانون الاحتمال هو العدد V حيث : $V = \sum_{i=1}^{n}(x_i - E)^2 p_i = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - E^2$ ✦ الانحراف المعياري لقانون الاحتمال هو العدد σ حيث : $\sigma = \sqrt{V}$ **ملاحظة :** ✣ الأمل يمثل الوسط الحسابي في سلسلة إحصائية إذا اعتبرنا أن قيم الطبع الإحصائي هي عناصر Ω و التواترات النظرية هي قيم P_i . **تمرين تطبيقي :** نعتبر $\Omega = \{-3, 2, 4, 5\}$ و نعرف قانون الاحتمال على Ω كما في الجدول : x_i: -3 | 2 | 4 | 6 P_i: $\frac{2}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{4}{12}$ ① احسب الأمل لهذا القانون . ② احسب التباين ثم الانحراف المعياري لهذا القانون .	10 د 20 د	
تقويم	**حـــــل :** ① حسب التعريف لدينا : $E = (-3) \times \frac{2}{12} + 2 \times \frac{1}{12} + 4 \times \frac{5}{12} + 6 \times \frac{4}{12} = \frac{40}{12} \simeq 3,33$ ② لدينا : $V = (-3)^2 \times \frac{2}{12} + 2^2 \times \frac{1}{12} + 4^2 \times \frac{5}{12} + 6^2 \times \frac{4}{12} - E^2 = \frac{1352}{144}$ ومنه : $\sigma = \sqrt{V} \simeq 3.06$ حل التمرين 13صفحة 390		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

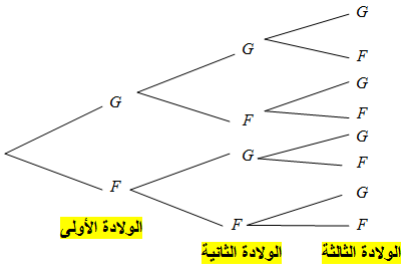
المؤسسة : ثانوية سليماني جلول — المادة : رياضيات — الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – حساب احتمال حادثة بسيطة و حادثة مركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**نشاط** : نرمي قطعة نقدية متوازنة مرتين ، و نرمز للوجه بـ F و للظهر بـ P .  ❶ أكمل المخطط المقابل . ⋆ يسمى هذا المخطط بـ " شجرة الإمكانيات " . ❷ حدد مجموعة الإمكانيات Ω و عدد عناصرها . ❸ عين الحادثة A : " ظهور الوجه مرة واحدة " . ❹ احسب نسبة عدد عناصر A على عدد عناصر Ω . **مناقشة النشاط :** ❶ إتمام المخطط . ❷ النتائج الممكنة لهذه التجربة هي : $\Omega = \{(F,F);(F,P);(P,F);(P,P)\}$ ⋆ عدد عناصر Ω هو : 4 . ❸ الحادثة A هي : $A = \{(F,P);(P,F)\}$ ❹ لدينا : $\frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{2}{4}$	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
	تساوي الاحتمال : **تعريف:** نقول عن تجربة إنها متساوية الاحتمال عندما يكون لكل الحوادث الأولية نفس الاحتمال (تساوي احتمالات كل مخارج التجربة) نقول عندئذ إن قانون الاحتمال متساوي التوزيع .	15 د	
	ملاحظة : ✣ بعض العبارات التي تدل على تساوي الاحتمالات : لكل الامكانيات نفس الاحتمال أو نفس الحظ ، قطعة (نقد أو نرد) متوازنة أو غير مزيفة ، نسحب عشوائيا ، كريات لا نفرق بينها باللمس ... **مثال «①»** : نرمي حجر نرد متوازن ذو أربعة وجوه مرقمة من 1 إلى 4 . و نسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي . ⋆ لنحسب احتمال الحادثة A : " الحصول على عدد فردي " .		

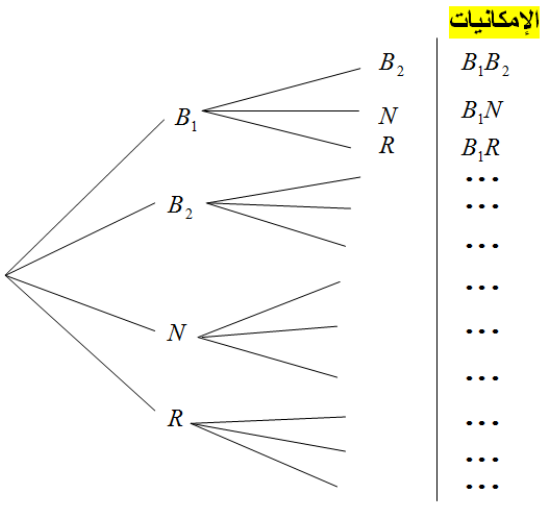
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{1,2,3,4\}$ لدينا حجر النرد متوازن ومنه : كل المخارج متساوية الاحتمالات . إذن احتمال كل مخرج يساوي : $\frac{1}{4}$. ومنه : $A = \{1,3\}$ وبالتالي : $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. **مثال «②»** : نرمي حجر نرد ذو أربعة وجوه مرقمة من 1 إلى 4 غير متوازن ، و هو مصنوع بحيث يكون احتمال ظهور أي وجه متناسبا مع رقمه . ⋆ لنحسب احتمال الحادثة A : " الحصول على عدد زوجي " . مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{1,2,3,4\}$ حجر النرد غير متوازن ومنه : ليست كل المخارج متساوية الاحتمالات . لدينا : $\frac{P(1)}{1} = \frac{P(2)}{2} = \frac{P(3)}{3} = \frac{P(4)}{4} = \frac{P(1)+P(2)+P(3)+P(4)}{1+2+3+4}$ ومنه : $\frac{P(1)}{1} = \frac{P(2)}{2} = \frac{P(3)}{3} = \frac{P(4)}{4} = \frac{1}{10}$ وبالتالي : $P(1) = \frac{1}{10}$ $P(2) = \frac{2}{10}$ $P(3) = \frac{3}{10}$ $P(4) = \frac{4}{10}$ لدينا : $A = \{2,4\}$ إذن : $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. **نتيجة:** في حالة تساوي احتمال على Ω ✦ كل مخرج $\{x_i\}$ له احتمال P_i حيث : $P_i = \frac{1}{n}$. ✦ إذا كانت الحادثة A تحوي k عنصرا يكون احتمالها $P(A)$ حيث : $P(A) = k \times \frac{1}{n}$ معناه أن : $p(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$ **مثال «①»** : كيس يحتوي على 10 كريات حمراء و 14 كرية زرقاء . لا نفرق بين الكريات عند اللمس . نسحب عشوائيا كرية من الكيس ، فيكون احتمال الحصول على كرية زرقاء هو : $\frac{14}{24}$. **مثال «②»** : نفرض أنه في ولادة هناك نفس الحظوظ حتى تكون بنت (F) أو ولد (G) نعتبر الحادثة A : " عائلة بثلاثة أطفال تتضمن بنتا و ولدين " .	10 د 25 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	الملاحظات
بناء المفاهيم:	باستعمال المخطط الموالي نعين كل الإمكانيات لعائلة بثلاثة أطفال :  ⋆ عدد الإمكانيات الكلية هو : 8 لدينا 3 إمكانيات ملائمة للحادثة A و هي : FGG ، GGF ، GFG . إذن احتمال أن تكون عائلة بثلاثة أطفال تتضمن بنتا و ولدين هو : $\frac{3}{8}$. **تمرين تطبيقي «①»** : نلقي في آن واحد حجري نرد متوازنين ، و نسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي لكليهما . ❶ أكمل الجدول التالي : (انظر الجدول أدناه) ❷ احسب احتمال الحادثة A " ظهور نفس الرقم على الوجه العلوي للنردين " . **حل مختصر :** ❶ نكمل الجدول . ❷ نلاحظ أنه توجد 6 إمكانيات ملائمة للحادثة A من بين 36 إمكانية . إذن : $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	25 د	

النرد ❶ \ النرد ❷	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)					
2						
3						
4						
5						
6						

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**تمرين تطبيقي «②» :** يحتوي كيس على قريصتين بيضاوين (B_1 و B_2) و قريصة سوداء (N) و قريصة حمراء (R) (لا نميز بينها باللمس) . نسحب عشوائيا على التوالي دون إرجاع قريصتين من الكيس . ❶ أكمل المخطط التالي :  ❷ احسب احتمال الحادثة A " الحصول على قريصتين حمراوين " . ❸ احسب احتمال الحادثة B " الحصول على قريصتين مختلفتين في اللون " . ❹ احسب احتمال الحادثة C " الحصول على قريصة سوداء في السحب الأول " . ⋆ أعد نفس التمرين في حالة السحب على التوالي مع إرجاع القريصة المسحوبة . **حـــل :**	25 د	
تقويم	حل التمرين 17 و 19 و 21 صفحة 390 حل التمرين 28و32صفحة 391 – 392		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

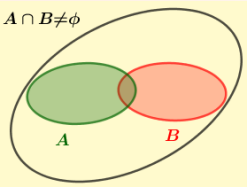
المؤسسة: ثانوية سليماني جلول — المادة: رياضيات — الأستاذ: بلبحري
المستوى و الشعبة: 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي: الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – استعمال خواص الاحتمالات لحساب احتمالات بعض الحوادث المركبة .

– سير الحصة

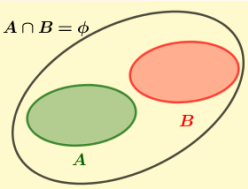
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**خواص الاحتمالات :**	10 د	

خواص : لتكن Ω المجموعة الشاملة لتجربة عشوائية ، وليكن P إحتمال على Ω .

① إذا كانت A و B حادثتين كيفيتين من Ω
فإن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$



② إذا كانت A و B حادثتين غير متلائمتين
فإن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$



③ إذا كانت الحادثة A جزءا من الحادثة B ($A\subset B$) فإن : $P(A)\leq P(B)$

④ $\overline{A}$ هي الحادثة العكسية للحادثة A لدينا : $P(A\cup\overline{A})=P(\Omega)$
معناه : $P(A)+P(\overline{A})=1$ إذن : $P(\overline{A})=1-P(A)$

أمثلة : A و B حادثتان
حيث : $P(A)=0.45$ ، $P(B)=0.3$ و $P(A\cap B)=0.25$ — 10 د

⋆ لنحسب $P(A\cup B)$:
لدينا : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
ومنه : $P(A\cup B)=0.45+0.3-0.25=0.5$

⋆ لنحسب $P(\overline{A})$:
لدينا : $P(\overline{A})=1-P(A)$ ومنه : $P(\overline{A})=1-0.45=0.55$

حل التمرين 35 صفحة 392 :

① ملأ الجدول : — 20 د

	دائرية الشكل	مربعة الشكل	المجموع
بالشكولاطة	5	10	15
بالمربى	25	10	35
المجموع	30	20	50

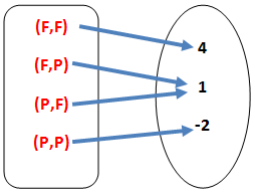
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	② $P(A)=\frac{20}{50}=0.4$ ، $P(B)=\frac{35}{50}=0.7$ ، $P(C)=P(A\cap B)=\frac{10}{50}=0.2$ $P(D)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(C)=0.9$ ③ احتمال أن تكون حبة الحلوى بالشكولاطة هو : $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ **تمرين تطبيقي :** يحتوي صندوق على 8 كريات منها خمس كريات حمراء مرقمة 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 و ثلاث كريات سوداء مرقمة 1 ، 2 ، 3 . نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق . ① احسب احتمال الأحداث التالية : A : " الكرية المسحوبة حمراء " . B : " الكرية المسحوبة سوداء " . C : " الكرية المسحوبة تحمل رقما فرديا " . D : " الكرية المسحوبة حمراء و تحمل رقما فرديا " . E : " الكرية المسحوبة حمراء أو تحمل رقما فرديا " . ② **a)** احسب $P(A\cap B)$. ماذا يمكن القول عن الحادثتين A و B ؟ **b)** استنتج أن $P(A\cup B)=1$. ③ احسب $P(B\cap C)$ ، ، $P(B\cup C)$ ، $P(\overline{C})$ و $P(\overline{A\cap C})$.	20 د	
تقويم	**حـــــل :** ① $P(A)=\frac{5}{8}$ ، $P(B)=\frac{3}{8}$ ، $P(C)=\frac{5}{8}$ ، $P(D)=P(A\cap C)=\frac{3}{8}$ $P(E)=P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)=\frac{5}{8}+\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{7}{8}$ ② **a)** لدينا : $A\cap B=\Phi$ ومنه : $P(A\cap B)=0$. نقول إن الحادثتين A و B غير متلائمتين . **b)** $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=1$ ③ $P(B\cap C)=\frac{2}{8}$ $P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)=\frac{3}{8}+\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{6}{8}$ $P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$ $P(\overline{A\cap C})=1-P(A\cap C)=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ حل التمرين 14 صفحة 390 حل التمرين 40و41صفحة 393		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي – حساب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
بناء المفاهيم:	**نشاط** : يقوم لاعب بإلقاء قطعة نقدية متوازنة مرتين . يربح دينارين من أجل كل ظهور لوجه القطعة النقدية (F) و يخسر دينارا واحدا من أجل ظهور ظهرها (P) . ❶ عين مجموعة الإمكانيات Ω . ❷ أرفق بكل مخرج من مخارج التجربة الربح الجبري (الربح أو الخسارة) الذي يمكن أن يتحصل عليه هذا اللاعب . ⋆ بهذا نكون قد عرفنا الدالة X التي ترفق بكل نتيجة من Ω الربح (أو الخسارة) المناسب لها ، و نسمي X المتغير العشوائي المعرف على Ω . ❸ a) بين أن احتمال أن يكون الربح $+1$ هو : $P(X=1)=\frac{1}{2}$. b) أكمل الجدول التالي : $X=x_i$ الربح | | 1 | $P(X=x_i)$ الاحتمال | | $\frac{1}{2}$ | ❹ a) احسب العدد $E(X)=\sum_{i=1}^{3} x_i p_i$. ماذا يمثل هذا العدد ؟ b) هل ترى أن معطيات التجربة هي في صالح اللاعب ؟ c) احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X . **مناقشة النشاط :** ❶ مجموعة الإمكانيات هي : $\Omega=\{(F,F);(F,P);(P,F);(P,P)\}$. ❷ نرفق بكل مخرج الربح الجبري كما في الشكل المقابل . إذن : $X(\Omega)=\{-2;1;4\}$. ❸ a) لتكن A الحادثة " ظهور الوجه مرة و الظهر مرة " ومنه : $P(X=1)=P(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$		



المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

b) إتمام الجدول :

$X = x_i$ الربح	-2	1	4
$P(X = x_i)$ الاحتمال	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

❹ **a)** حساب العدد $E(X)$:

لدينا : $E(X) = (-2) \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{4} = 1$

العدد E يمثل الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

b) بما أن الأمل الرياضياتي هو عدد موجب ، فإن معطيات التجربة مناسبة للربح أكثر من الخسارة و بالتالي فهي في صالح اللاعب .

c) حساب التباين و الانحراف المعياري :

التباين : $V(X) = (-2)^2 \times \frac{1}{4} + 1^2 \times \frac{1}{2} + 4^2 \times \frac{1}{2} - 1^2 = \frac{9}{2}$

الانحراف المعياري : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \simeq 2.1$

بناء المفاهيم:

المتغير العشوائي :

تعريف: Ω هي مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية .
نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة عددية معرفة على Ω .

15 د

قانون الإحتمال لمتغير عشوائي :

تعريف:
قانون احتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعة قيم X)
و التي ترفق بكل قيمة x_i من I العدد $P(X = x_i)$.

ملاحظات :

✣ قانون احتمال متغير عشوائي يعطى في شكل جدول كما يلي :

$X = x_i$ المخرج	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i) = P_i$ الاحتمال	P_1	P_2	...	P_n

✣ لدينا : $P(X = x_1) + P(X = x_2) + ... + P(X = x_n) = 1$

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	الملاحظات
بناء المفاهيم:	**طريقة:** ✍ لتعيين قانون احتمال متغير عشوائي X : ① نعين x_i قيم المتغير العشوائي X . ② نحسب الاحتمالات $P(X=x_i)$. ③ نلخص النتائج في جدول . **تمرين تطبيقي :** ✍ يحتوي صندوق على 5 كريات لا نميز بينها عند اللمس مرقمة من 1 إلى 5 . يدفع اللاعب دينارين و يسحب عشوائيا كرية من الصندوق . ⋆ إذا ظهر رقم زوجي ، فإن اللاعب يربح ضعف القيمة الموجودة على الكرية المسحوبة . ⋆ إذا ظهر رقم فردي ، فإن اللاعب يخسر المبلغ الذي دفعه . نعتبر X المتغير العشوائي الذي يأخذ قيمة للربح المحتمل في اللعبة . ① عين قيم المتغير العشوائي X . ② حدد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . **حـــــل :** ① تعيين قيم X : • ظهور كرية تحمل الرقم 1 أو 3 أو 5 فإن اللاعب يخسر دينارين أي : $X=-2$. • ظهور كرية تحمل الرقم 2 فإن اللاعب يربح $2\times 2-2=2$ دينار أي : $X=2$. • ظهور كرية تحمل الرقم 2 فإن اللاعب يربح $4\times 2-2=6$ دنانير أي : $X=6$. إذن قيم X هي : -2 ، 2 ، 6 . ② تحديد قانون احتمال X : الحدث $(X=-2)$ يتحقق من أجل المخارج 1 ، 3 ، 5 إذن : $P(X=-2)=\frac{3}{5}$ الحدث $(X=2)$ يتحقق من أجل المخرج 2 إذن : $P(X=2)=\frac{1}{5}$ الحدث $(X=6)$ يتحقق من أجل المخرج 4 إذن : $P(X=6)=\frac{1}{5}$ نلخص النتائج في الجدول الآتي : $$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline X=x_i & -2 & 2 & 6\\ \hline P(X=x_i) & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5}\\ \hline\end{array}$$	5 د 20 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**الأمل الرياضياتي والانحراف المعياري :** **تعاريف:** ✦ الأمل الرياضياتي للمتغير X هو العدد $E(X)$ حيث : $E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ ✦ التباين للمتغير X هو العدد $V(X)$ حيث : $V(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-E(X))^2 p_i=\sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i-(E(X))^2$ ✦ الانحراف المعياري للمتغير X هو العدد $\sigma(X)$ حيث : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$ **ملاحظة :** ✣ إذا كان $E(X)=0$ نقول عن اللعبة إنها عادلة .	10 د	
	مثال : X متغير عشوائي ، قانون احتماله موزع كالآتي : $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline X & -1 & 2 & 5 & 6 \\ \hline P(X=x) & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} \\ \hline \end{array}$ ① لنحسب الأمل الرياضياتي للمتغير X : لدينا : $E(X)=(-1)\times\frac{2}{7}+2\times\frac{1}{7}+5\times\frac{3}{7}+6\times\frac{1}{7}=\frac{21}{7}=3$ ② لنحسب التباين للمتغير X : لدينا : $V(X)=(-1)^2\times\frac{2}{7}+2^2\times\frac{1}{7}+5^2\times\frac{3}{7}+6^2\times\frac{1}{7}-E^2=\frac{54}{7}$ الانحراف المعياري : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\simeq 2.78$	20 د	
تقويم	**حل التمرين 45 صفحة 393 :** ① تعيين قانون احتمال X (نميز حالتين) : بإعادة الكرة $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline X=x_i & 0 & 1 & 2 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{16}{36} & \frac{16}{36} & \frac{4}{36} \\ \hline \end{array}$ بدون إعادة الكرة $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline X=x_i & 0 & 1 & 2 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{12}{30} & \frac{16}{30} & \frac{2}{30} \\ \hline \end{array}$ ② $E(X)=\frac{2}{3}$ ، $V(X)=\frac{16}{45}$. حل التمرين 42و 43 و 46صفحة 393	20 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول | المادة : رياضيات | الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – حل مسائل في الاحتمالات .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**تطبيقات :** **تمرين «①» :** يحتوي كيس على أربع كريات حمراء تحمل الأرقام 0 ، 2 ، 3 ، 5 و ثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 7 . (لا نفرق بين الكريات باللمس) . نسحب كريتين عشوائيا و في آن واحد من هذا الكيس . ❶ عين مجموعة الإمكانيات الكلية Ω . ❷ احسب احتمال الأحداث التالية : A : " الحصول على كريتين من نفس اللون " B : " الحصول على كرية حمراء على الأقل " C : " الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم " D : " الحصول على كريتين مجموع رقميهما عدد أولي " ❸ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس . a) عين قيم X و عرّف قانون احتماله . b) احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X . c) احسب الانحراف المعياري للمتغير X . **حل :** ❶ تعيين مجموعة الإمكانيات الكلية Ω :	60 د	

	R_0	R_2	R_3	R_5	V_1	V_2	V_7
R_0	\ \ \ \	R_0R_2	R_0R_3	R_0R_5	R_0V_1	R_0V_2	R_0V_7
R_2	\ \ \ \	\ \ \ \	R_2R_3	R_2R_5	R_2V_1	R_2V_2	R_2V_7
R_3	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	R_3R_5	R_3V_1	R_3V_2	R_3V_7
R_5	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	R_5V_1	R_5V_2	R_5V_7
V_1	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	V_1V_2	V_1V_7
V_2	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	V_2V_7
V_7	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \	\ \ \ \

❷ حساب احتمال الأحداث :
لدينا : $A = \{R_0R_2, R_0R_3, R_0R_5, R_2R_3, R_2R_5, R_3R_5, V_1V_2, V_1V_7, V_2V_7\}$
ومنه : $P(A) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

المراحل	التبرير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	$P(B)=\frac{18}{21}=\frac{6}{7}$ ، $P(C)=\frac{1}{21}$ ، $P(D)=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$ ❸ a) قيم X هي : $X(\Omega)=\{0;1;2\}$ قانون احتمال X في الجدول الآتي : $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline x_i & 0 & 1 & 2 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{1}{7} & \frac{4}{7} & \frac{2}{7} \\ \hline \end{array}$ b) حسب التعريف لدينا : $E(X)=0\times\frac{1}{7}+1\times\frac{4}{7}+3\times\frac{2}{7}=\frac{10}{7}\simeq 1,43$ c) لدينا : $V(X)=0^2\times\frac{1}{7}+1^2\times\frac{4}{7}+3^2\times\frac{2}{7}-\left(\frac{10}{7}\right)^2=\frac{54}{49}\simeq 1,1$ ومنه : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{54}}{7}\simeq 1.05$ **تمرين «②» : (حل التمرين 57 صفحة 396)** ❶ تبيان أن $P_1=0.1$: لدينا : $P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6=1$ ومنه : $P_1+0.15+2P_1+4P_1+\frac{P_1}{2}=1$ إذن : $P_1=0.1$ ⋆ استنتاج P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 : $P_3=2P_1=0.2$ ، $P_4=2P_3=0.4$ ، $P_5=P_1=0.1$ ، $P_6=\frac{P_1}{2}=0.05$ ❷ تعيين احتمال الأحداث : $P(A)=0.1+0.2+0.1=0.4$ ، $P(B)=0.1+0.15+0.2=0.45$ $P(C)=0.15+0.1=0.25$ $P(D)=P(A\cap C)=0.1$ ، $P(E)=P(A\cup C)=0.55$ $P(F)=P(\overline{A})=1-P(A)=1-0.4=0.6$	60 د	
تقويم	❸ a) قيم X هي : $X(\Omega)=\{-100;-10;40\}$ b) قانون احتمال X في الجدول الآتي : $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline x_i & -100 & -10 & 40 \\ \hline P(X=x_i) & 0.2 & 0.4 & 0.4 \\ \hline \end{array}$ c) لدينا : $E(X)=(-100)\times 0.2+(-10)\times 0.4+40\times 0.4=-8$ d) قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة هي : $60DA$ بدلا من $40DA$ حل التمرين 54صفحة 395		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....