الرابعة متوسط

$e = mc^2$

الرياضيات

دروس وملخصات

الأستاذ عباسي للرياضيات

تمرين محلول

a. حلل :
$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$.

b. حلل العبارات التالية .

- $A = x^2 + 6x + 9$.
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
- $C = 64x^2 - 49$.

الحل

a. $D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$.
$D = \mathbf{(9x - 4)}(5x + 6) - \mathbf{(9x - 4)}(3x + 11)$
$D = \mathbf{(9x - 4)}[(5x + 6) - (3x + 11)]$
$D = \mathbf{(9x - 4)}[5x + 6 - 3x - 11]$
$D = \mathbf{(9x - 4)}(2x - 5)$

b.

- $A = x^2 + 6x + 9$
  $A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$
  $A = (x + 3)^2$
- $B = 25x^2 - 20x + 4$
  $B = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$
  $B = (5x - 2)^2$
- $C = 64x^2 - 49$
  $C = (8x)^2 - 7^2$
  $C = (8x + 7)(8x - 7)$

1 تحديد العامل المشترك

1.

a. $3(x - 3) + 3 \times 4$

b. $xy + x(y + 1)$

c. $(x + 1)(2x - 5) + (x - 7)(x + 1)$

d. $2t(t - 7) - t(-t + 5)$

2. حول المجاميع و الفروق التالية لإظهار العامل المشترك
ثم ارسم دائرة حمراء حول هذا العامل .

e. $9y + 12 =$ .....

f. $x^2 + 5x =$ .....

g. $(x + 1)^2 - 2(x + 1) =$ .....

h. $(t - 7)(2t + 1) + (2t + 1)^2 =$ .....

2 التحليلات الموجهة

a. حلل A بواسطة $(x + 2)$ ثم بسط .

$A = (x + 2)(2x - 1) + (x + 2)(3x + 2)$

.....

.....

b. حلل B بواسطة $(x - 7)$ ثم بسط .

$B = (5x - 3)(x - 7) - (2x + 4)(x - 7)$

.....

.....

.....

3 حلل ثم بسط

$C = (2x - 1)(x - 5) + (3x + 7)(x - 5)$

.....

.....

$D = (2x + 5)(x - 3) + (2x + 5)(-3x + 1)$

.....

.....

.....

$E = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7)$

.....

.....

.....

$F = (-3x + 4)(3x - 8) - (-3x + 4)(7x + 2)$

.....

.....

.....

$G = (8y + 3)(5y + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$

.....

.....

.....

4

لتكن $D = (2x + 1)(6x + 1) - (2x + 1)(2x - 7)$.

a. بالتحليل تأكد أن : $D = (2x + 1)(4x + 8)$.

.....

.....

.....

b. بتحليل $4x + 8$ إستنتج تحليلا آخر للعبارة D

.....

5 حلل ثم بسط كلا من العبارات التالية :

$A = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)$

$A = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1) \times \ldots\ldots$

$A = (2x + 1) \times \ldots\ldots$

$A = \ldots\ldots$

$B = (3x + 2) - (2x - 7)(3x + 2)$

$C = -x - (3x - 2)x$

6 حلل ثم بسط كلا من العبارات التالية :

$D = (x - 1)^2 + (x - 1)(2x + 3)$

$D = (\ldots\ldots) \times (\ldots\ldots) + (x - 1)(2x + 3)$

$D = \ldots\ldots$

$D = \ldots\ldots$

$E = (2x + 3)(x - 5) - (x - 5)^2$

7 حلل ثم بسط كلا من العبارات التالية :

$A = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$

$B = (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7)$

$C = 2y^2 - y(4y - 7)$

8 حلل ثم بسط كلا من العبارات التالية :

$J = \left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x - 5) - (3x + 9)\left(\frac{2}{3}x + 1\right)$

$K = \left(3t + \frac{3}{4}\right)(t - 5) + (t - 5)\left(-5t + \frac{5}{6}\right)$

9 حلل العبارات التالية :

$D = 9x^2 + 30x + 25$

$E = x^2 + 10x + 25$

$F = 4t^2 + 24t + 36$

10 حلل العبارات التالية :

$G = 9x^2 + 64 + 48x$

.....

.....

$H = 9 + 4x^2 - 12x$

.....

.....

.....

$J = x^2 - 2x + 1$

.....

.....

.....

$K = y^2 - 18y + 81$

.....

.....

$L = 16x^2 + 25 - 40x$

.....

.....

.....

11 حلل العبارات التالية :

$M = x^2 - 49$

.....

.....

$N = 81 - t^2$

.....

.....

$P = 16x^2 - 36$

.....

.....

.....

$Q = 25 - 4y^2$

.....

.....

.....

12 حلل ثم بسط كلا من العبارات التالية :

$R = (x + 4)^2 - 49$

$R = (x + 4)^2 - .....^2$

.....

.....

.....

$S = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$

$a^2 - b^2$ avec $a =$ ..... et $b =$ .....

.....

.....

.....

$T = 4 - (1 - 3x)^2$

.....

.....

.....

13 حلل ثم بسط كلا من العبارات التالية :

$U = (3 - 2x)^2 - 4$

.....

.....

.....

.....

$V = 121 - (x - 7)^2$

.....

.....

.....

.....

$W = (7x + 8)^2 - (9 - 5x)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

14 اكمل الجدول التالي بالكيفية التي نتحصل من خلالها على عبارة من الشكل $a^2 + 2ab + b^2$ او $a^2 - 2ab + b^2$ تم حللها على شكل مربع مجموع او مربع فرق .

العبارة	a	b	$(a-b)^2$ او $(a+b)^2$	
$x^2 + \ldots\ldots + 4$				a.
$4x^2 - 8x + \ldots\ldots$				b.
$\ldots\ldots - 20x + 4$				c.
$9x^2 - 42x + \ldots\ldots$				d.

15 لكل صف من الجدول أدناه ; حدد الإجابة الصحيحة بدائرة من بين الثلاثة المقترح .لاتبرر الإجابة .

العبـــارة	A	B	C	
$x^2 - 100 =$	$(x-10)(x+10)$	$(x-50)(x+50)$	$(x-10)^2$	a.
$4x^2 - 12x + 9 =$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$	b.
$9x^2 - 16 =$	$(3x-4)^2$	$(3x+4)(3x-4)$	$(3x+4)^2$	c.
$(x+1)^2 - 9 =$	$(x-2)(x+4)$	$x^2 + 2x - 8$	$(x-8)(x+10)$	d.
$25x^2 + 60x + 36 =$	$(25x+6)^2$	$(5x+6)^2$	$(-5x+6)^2$	e.
$(2x+1)^2 - 1 =$	$(2x+1)(2x-1)$	$2x(2x-2)$	$2x(2x+2)$	f.

16

حلل العبارات التالية :

A = $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 25$

.....

.....

.....

B = $(x-1)^2 - \frac{1}{4}$

.....

.....

.....

.....

C = $\frac{16}{49} - (1-3x)^2$

.....

.....

.....

.....

D = $\left(\frac{1}{3} - 2x\right)^2 - \frac{4}{9}$

.....

.....

.....

.....

تمرين محلول

انشر وبسط العبارات التالية :

- $A = (x + 1)^2$
- $B = (x - 4)^2$
- $C = (3x - 5)^2$
- $D = (7x + 2)(7x - 2)$

الحل:

- $A = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{1})^2$
  $A = \boldsymbol{x}^2 + 2 \times \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{1} + \boldsymbol{1}^2$
  $A = x^2 + 2x + 1$
- $B = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{4})^2$
  $B = \boldsymbol{x}^2 - 2 \times \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{4} + \boldsymbol{4}^2$
  $B = x^2 - 8x + 16$
- $C = (\boldsymbol{3x} - \boldsymbol{5})^2$
  $C = \boldsymbol{(3x)}^2 - 2 \times \boldsymbol{3x} \times \boldsymbol{5} + \boldsymbol{5}^2$
  $C = 9x^2 - 30x + 25$
- $D = (\boldsymbol{7x} + \boldsymbol{2})(\boldsymbol{7x} - \boldsymbol{2})$
  $D = \boldsymbol{(7x)}^2 - \boldsymbol{2}^2$
  $D = 49x^2 - 4$

1 انشر ثم بسط كل عبارة .

$A = 5(10x + 8)$

.....

.....

$B = 9x(6 - 6x)$

.....

.....

$C = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$

.....

.....

.....

$D = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$

.....

.....

.....

2 انشر ثم بسط كل عبارة .

$E = (2x + 5)(3x + 7)$

$E =$ .....

$E =$ .....

$E =$ .....

$F = (5x + 8)(2x - 7)$

.....

.....

.....

$G = (2x - 5)(3x - 2)$

.....

.....

.....

$H = (2 + x)(5x - 4)$

.....

.....

.....

3 انشر ثم بسط كل عبارة .

$J = (x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$K = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$L = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 انشر ثم بسط كل عبارة .

$M = (x + 5)^2$

.....

.....

$N = (4 + 7x)^2$

.....

.....

$P = (4x + 6)^2$

.....

.....

5 انشر ثم بسط كل عبارة .

$S = (x - 5)^2$

.....

.....

$T = (3x - 7)^2$

.....

.....

$U = (1 - 6x)^2$

.....

.....

6 انشر ثم بسط كل عبارة .

$C = (y + 3)(y - 3)$

.....

.....

$D = (2x + 5)(2x - 5)$

.....

.....

$E = (3 + 4x)(4x - 3)$

.....

.....

$F = (7 - 4x)(4x + 7)$

.....

.....

7 انشر ثم بسط كل عبارة .

a. $(x + 8)^2 =$ .....

b. $(3x - 9)^2 =$ .....

c. $(x + 7)(x - 7) =$ .....

d. $(4y - 5)(4y + 5) =$ .....

e. $(6 - 2t)^2 =$ .....

8 اكمل كلا من المساويات التالية بإختيار المتطابقة الشهيرة المناسبة .

a. $(3x +$ .....$)^2 =$ ..... $+$ ..... $+ 49$

b. $(5x -$ .....$)^2 =$ ..... $-$ .....$+ 36$

c. $(6x +$ .....$)($ ..... $-$ .....$) =$ ..... $- 64$

d. (.....$)^2 =$ ..... $+ 70x + 25$

e. (.....$)^2 = 16x^2 - 72x +$ .....

9 انشر ثم بسط كل عبارة .

a. $F = (3x + 7)^2 + (7x - 3)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. $G = (x + 2)^2 - (3x - 5)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. $H = (5x - 7)^2 + (4x - 8)(4x + 8)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10 التعويض

a. انشر وبسط العبارة التالية :

$M = 3(x + 5) - (x - 8)^2$

b. باستخدام عبارة النشر ;احسب M من اجل $x = -2$.

11 الحساب بعبارة النشر

a. انشر وبسط العبارة التالية :

$H = (2x - 5)^2 - (4x + 1)^2$

b. احسب H من أجل $x = 3$.

12 انشر وبسط العبارات التالية :

$P = 3(x + 7) - (x + 7)^2$

$R = 3(2x - 1) - (4x + 8)^2$

$S = (5x + 4)(2x + 3) - (5x + 7)$

$T = -2x(3x - 5) - (9x + 10)^2$

13 انشر وبسط كل عبارة من العبارات التالية :

$A = \left(\frac{3}{4} + x\right)^2$

$B = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$

$C = \left(\frac{5}{2}x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{5}{2}x + \frac{1}{3}\right)$

حل مشكل

1 احسب بسرعة باستخدام متطابقة شهيرة :

a. $101^2 = (100 + 1)^2$

$101^2 =$ .....

.....

.....

b. $1\,001^2 = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

$1\,001^2 =$ .....

.....

.....

c. $99^2 =$ .....

.....

.....

d. $401 \times 399 =$ .....

.....

.....

.....

e. $45 \times 35 =$ .....

.....

.....

.....

f. $101^2 - 99^2 =$ .....

.....

.....

g. $235^2 - 234^2 =$ .....

.....

.....

.....

h. $105^2 - 95^2 =$ .....

.....

.....

.....

i. $9\,875^2 - 9\,875^2 =$ .....

.....

.....

.....

2 صحيح أم خاطئ.

a. عمر عليه أن يحسب العدد $100\,001^2$

استعمل الحاسبة فوجد النتيجة $1{,}000\,02 \times 10^{10}$

صرح ان النتيجة خاطئة . إشرح لما ذا .

.....

.....

.....

b. احسب $100\,001^2$ باستعمال متطابقة شهيرة.

$100\,001^2 =$ .....

.....

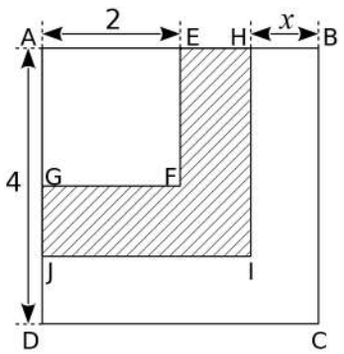
.....

3 مع المربعات

a. في الرسم القابل ABCD

مربعات AHIJ , AEFG

احسب بدلالة x الطول AH



.....

.....

.....

b. استنتج مساحة AHIJ بدلالة x

.....

.....

.....

c. اجعل دائرة حول العبارات الجبرية المتعلقة بمساحة الجزء المظلل في القائمة التالية .

$M = (4 - x)^2 - 2^2$ $N = 2(4 - x - 2)$ $P = 4^2 - x^2 - 2^2$

d. انشر وبسط العبارة .

$Q = (4 - x)^2 - 4.$

.....

.....

.....

e. احسب Q من اجل $x = 2$

ماذا تمثل النتيجة بالنسبة للشكل ؟

.....

.....

.....

4 مقتبس من شهادة

a. انشر وبسط $P = (x + 12)(x + 2)$.

b. حلل $Q = (x + 7)^2 - 25$.

c. ABC مثلث قائم في A و x هو عدد حقيقي موجب .
$AB = 5$, $BC = x + 7$.
ارسم شكلا واثبت أن: $AC^2 = x^2 + 14x + 24$.

5 لتكن : $S = (2t - 5) + (2t - 5)(x - 1) - x(t - 5)$

a. بين أن $S = tx$.

b. احسب S من أجل $t = \frac{3\,012}{2\,507}$ و $x = \frac{2\,507}{3\,012}$.

6 إليك برنامج حساب .

- اختر عدد صحيح n .
- ربع العدد n . خذ ضعف النتيجة .
- اطرح من النتيجة السابقة جداء n والعدد الذي يليه .

a. اكتب عبارة حرفية تفسر هذا البرنامج .

b. حلل وبسط هذه العبارة .

c. اكمل الجملة :
« وأخيرًا يعود برنامج الحساب إلى
»

7 حسابات ذكية

a. انشر وبسط $F = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$.

b. استنتج نتيجة الفرق $10\,001^2 - 9\,999^2$.

8 مقتبس من شهادة (مع خدعة)

a. نعتبر $G = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$
انشر وبسط G.

b. استنتج نتيجة $9\,998 \times 9\,999 - 9\,997^2$.

إختبار صحة معادلة او صحة متراجحة

1 هل هوحل معادلة ؟

a. العدد 3 هل هو حل للمعادلة $5x - 2 = 4x + 1$ ؟ برر

.....

.....

.....

.....

b. هل 2 − هو حل للمعادلة $x(3x + 4) = (2x + 5)(x - 2)$ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 هل الثنائية (4 ; 3) حل للمعادلة $5x - 3y = 3$ ؟ برر

في المعادلة نعوض x بـ : ..... و y بـ : .....

.....

.....

.....

3 الثنائيات التالية هل هي حلول للمعادلة $7x + y = -3$ ؟ برر

a. $(-1\ ;\ 4)$

b. $(-2\ ;\ 9)$

c. $\left(\frac{-1}{4}\ ;\ \frac{-5}{4}\right)$

d. $\left(\frac{-2}{3}\ ;\ 2\right)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 حل أو لا

$(5\ ;\ -7)$ $(0\ ;\ 5)$ $(-1\ ;\ 1)$ $(-2\ ;\ 3)$

$(6\ ;\ -7)$ $(-4\ ;\ 5)$ $(8\ ;\ -11)$ $(7\ ;\ -9)$

a. ارسم دائرة زرقاء حول الثنائية التي تكون حلا للمعادلة :

$4x + 3y = -1$

b. ارسم دائرة حمراء حول الثنائية التي تكون حلا للمعادلة :

$x + y = 1.$

c. استنتج ثنائية هي حل للجملة :

$$\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

حل الجملة هو : .....

5 مسألة منهجية

a. هل الثنائية $(1\ ;\ -3)$ حل للجملة ؟ برر.

$$\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 2x - 7y = -13 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

b. هل الثنائية $(7{,}1\ ;\ -6{,}4)$ حل للجملة ؟ برر.

$$\begin{cases} 3x + 4y = -43 \\ -9x - 5y = -31{,}8 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

6 مقارنة

a. من أجل $x = -2$ ، نقارن بين $2x - 3$ و $3x + 2$.

من جهة ..... $2x - 3 = 2 \times (-2) - 3 =$

من جهة أخرى ..... $3x + 2 =$

إذن : ..... $x = -2,$

b. من أجل $a = 6$ نقارن بين $\frac{a}{2} - 4$ و $\frac{2}{3}a - 5$.

من جهة .....

من جهة أخرى .....

إذن : .....

إختبار صحة معادلة او صحة متراجحة

7 ترجمة كل متراجحة إلى جملة

a. $x \geqslant -2$

العدد x هو .....

.....

b. $3 > x$

.....

c. $x \leqslant -0{,}8$

.....

.....

d. $\frac{1}{4}x < 3$

.....

.....

8 ترجم كل جملة إلى متراجحة .

a. ضعف x أقل من أو يساوي 7.

.....

b. نصف x أقل تماما من 2 —

.....

c. مجموع 3 و ثلاثة أمثال x اكبر تماما من 5.

.....

d. جداء 12 و y اكبر من او يساوي الفرق بين 3 و y.

.....

9 من اجل كل متراجحة اختر من بين الأعداد تلك التي تحققها .

a. $4x > 9$

☐ 0 ☐ -5

☐ 3 ☐ $\frac{9}{4}$

b. $9x \leqslant -5$

☐ 0 ☐ -5

☐ 3 ☐ $\frac{-5}{9}$

c. $8x - 11 > 0$

☐ 0 ☐ -5

☐ 5 ☐ $\frac{5}{16}$

d. $5 - 2x \geqslant -5$

☐ 0 ☐ -5

☐ 6 ☐ $\frac{-1}{2}$

e. $6x - 12 < 5x + 4$

☐ 0 ☐ -5

☐ 17 ☐ $\frac{1}{2}$

f. $-4x - 12 > 4x + 12$

☐ 0 ☐ -5

☐ 17 ☐ $\frac{3}{4}$

10 وضح في كل حالة متى يكون $-2{,}5$ و 4 احداهما او كلاهما حل للمتراجحة

a. $4x \geqslant -10$

.....

b. $4 - 3x < 13$

.....

c. $-5x + 7 < 13 + 2x$

.....

11 إختبار متراجحة

a. إختبر صحة المتراجحة $3x + 1 > 5x - 3$ من اجل $x = -12$

.....

b. إختبر صحة المتراجحة $3x - \frac{1}{2} \geqslant x + 1$ من اجل $x = \frac{3}{4}$

.....

حل معادلة

تمرين محلول

حل المعادلة : $(x+3)(x-7)=0$

الحل:

لكي يكون جداء معدوما يجب ويكفي ان يكون احد عوامله معدوما .

بمعنى $x+3=0$ أي $x=-3$ | $x-7=0$ أي $x=7$

حلا معادلة الجداء $(x+3)(x-7)=0$ هما : -3 و 7

1 حل المعادلات التالية :

a. $x+3=8$

b. $8x=3$

c. $5-x=-12$

d. $x-9=12$

2 حل المعادلات التالية :

a. $2+2x=4$

b. $-7x+4=3$

c. $\frac{3}{x}=-8$

d. $5-3x=-15$

e. $x-9=12x$

f. $\frac{x}{9}=3$

3 حل المعادلات التالية :

a. $7x-4=5x+6$

b. $3-2x=-9+3x$

c. $4{,}3x+12=33-5{,}7x$

d. $3x-2x+8=5+4-8x$

4 لنعتبر المعادلة $\frac{2x}{3}+5=\frac{x}{4}+\frac{1}{2}$.

a. اجعل لكل الحدود في الطرفين نفس المقام

b. بسط وحل المعادلة المتحصل عليها .

5 بسط المعادلات التالية ثم حلها .

a. $\frac{2x}{5}-\frac{1}{10}=\frac{1}{2}$

b. $\frac{2}{5}-\frac{x}{3}=4x+\frac{-1}{15}$

6 بسط ثم حل المعادلتين التاليتين

a. $4-(3x+1)=3(x+5)$

b. $2(x-3)=4+(x-1)$

حل معادلة

7 نعتبر المعادلة التالية :

$5x + 3(8 - 2x) = 15 - (x - 9)$.

a. هل العدد 4 هو حل لهذه المعادلة ؟

b. هل العدد 3- هو حل لهذه المعادلة ؟

c. اختبر قيمة من اختيارك .اختار :.....

d. قارن إجابتك في السؤال **c.** مع زملائك . ما ذا تستنتج ؟

e. حل المعادلة .كم حل لها ؟

8 حل المعادلة $2(x + 3) - (2x - 7) = 12$.

ماذا تستنتج ؟

9 حل كل معادلة من المعادلات التالية :

a. $5(x + 3) = 3 + (2x - 6)$

b. $\frac{x+3}{3} - \frac{4x-1}{6} = 3 + \frac{x}{3}$

c. $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + x)$

d. $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

e. $\frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$

حل معادلة

10 حل كل معادلة من المعادلات التالية :

a. $(3x + 1)(x - 5) = 0$

b. $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

c. $5(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

11 لتكن $E = (3x + 2)(4x - 2) + (4x - 2)(x - 6)$.

a. حلل E .

b. حل المعادلة $E = 0$.

12 حلل الطرف الأول ثم حل المعادلتين :

a. $(7x - 2)(2 - 3x) + (4x + 3)(7x - 2) = 0$

b. $(9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0$

13 حلل ثم حل كل معادلة من المعادلات التالية :

a. $x^2 - 49 = 0$

b. $9x^2 - 36 = 0$

c. $25x^2 = 4$

d. $4x^2 + 4x + 1 = 0$

حل متراجحة

تمرين محلول

a. حل المتراجحة التالية ذات المجهول x :
$7x - 3 > 2x - 1$.

b. حل المتراجحة التالية ذات المجهول x :
$-3x - 8 \leqslant x - 1$.

الحل:

a.

$$\begin{aligned} 7x - 3 &> 2x - 1 \\ 7x - 3 - 2x &> 2x - 1 - 2x \\ 5x - 3 &> -1 \\ 5x - 3 + 3 &> -1 + 3 \\ 5x &> 2 \\ x &> \frac{2}{5} \end{aligned}$$

الحلول هي كل الأعداد الأكبر تماما من $\frac{2}{5}$.

b.

$$\begin{aligned} -4x - 8 &\leqslant -1 \\ -4x &\leqslant 7 \\ x &\geqslant -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

الحلول هي كل الأعداد الأكبر من أو يساوي $-\frac{7}{4}$.

1 ليكن x عدد حيث : $x < 5$.

a. ماهي المتراجحة التي طرفها الأول $x + 3$ ؟

..... $+ x +$ ..... $< 5 +$ ..... إذن : ..... $< x + 3$

b. ماهي المتراجحة التي طرفها الأول $x - 3$ ؟

.....

.....

c. ماهي المتراجحة التي طرفها الأول $3x$ ؟

.....

.....

d. ماهي المتراجحة التي طرفها الأول $-2x$ ؟

.....

.....

e. ماهي المتراجحة التي طرفها الأول $\frac{3}{5}x$ ؟

.....

.....

2 إذا علمت أن : $a \geqslant -12$ اكمل برموز او اعداد كل متراجحة.

a.	$a + 20 \geqslant$	**e.**	$\frac{a}{3}$ .....
b.	$2a$	**f.**	$\frac{1}{2}a$ .....
c.	$-3a$	**g.**	$-\frac{1}{4}a$ .....
d.	$1{,}5a$		

3 حل كل متراجحة .

a. $x + 4 < -7$

.....

.....

.....

b. $x - 12 \geqslant 27$

.....

.....

.....

c. $3x < -2$

.....

.....

.....

.....

d. $-2x < 8$

.....

.....

.....

.....

e. $-5x \geqslant -15$

.....

.....

.....

.....

f. $7x \geqslant -49$

.....

.....

.....

.....

حل متراجحة

4 حل كل متراجحة .

a. $x - 4 > 12$

b. $-4x \geqslant 48$

c. $-x \leqslant -3$

5 حل كل متراجحة .

a. $5x - 3 \leqslant -4x$

b. $-3x + 15 \geqslant -72 - 2x$

c. $14x - 25 \leqslant 17x + 50$

d. $x + \frac{1}{4} \leqslant 2x - \frac{2}{3}$

6 حل كل متراجحة .

a. $5(x - 2) \leqslant 4x - 2$

b. $-6(2x + 2) \geqslant 3x - 27$

c. $5 - 2(x + 3) \geqslant 2(x + 1) - 4(x - 2)$

d. $7(x - 3) - 2(4x - 1) < 2(7 - x) + x - 3$

7 **متراجحات خاصة :**

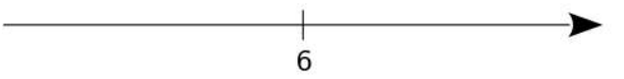
a. حل المتراجحة : $12x + 3 > 12x$.

b. حل المتراجحة : $3(5 - 4x) \leqslant -2(6x - 3)$.

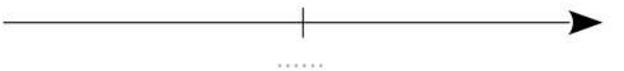
حل متراجحة

8 مثل بيانيا حلول المتراجحلت التالية :

a. $x \leqslant 6$

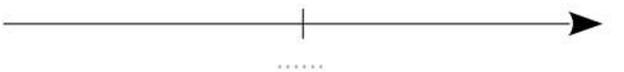


b. $y > -1,4$



.....

c. $z \geqslant 7,8$



.....

9 مثل بيانيا حلول المتراجحلت التالية :

a. $x \geqslant -3,6$

.....

b. $t < -4,6$

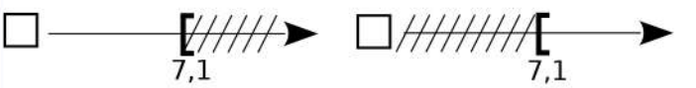
.....

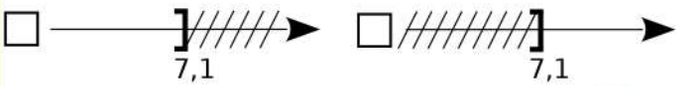
c. $u \leqslant 0,6$

.....

10 حدد من التمثيلات أيها التمثيل البياني للمتراجحة
(الجزء المشطب لايمثل حلولا)

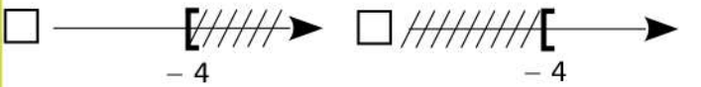
a. $x \geqslant 7,1$



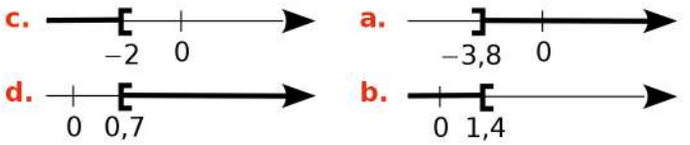


b. $u > -5,2$

c. $v \leqslant -4$



11 اكتب المتراجحات التي تمثيلات حلولها مرسومة ادناه .
(الجزء بخط سميك يمثل الحول)



a. .....

b. .....

c. .....

d. .....

12 دون حل

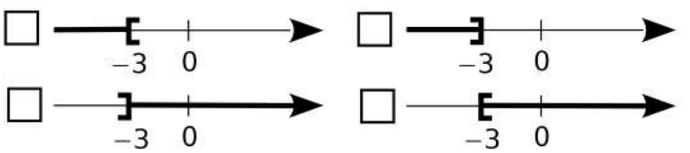
a. هل 0 هو حل للمتراجحة $x - 2 > 4x + 1$ ؟

.....

.....

.....

b. حدد من التمثيلات أيها التمثيل البياني للمتراجحة :
$3x - 2 > 4x + 1$ (الجزء بخط سميك يمثل الحول)



13 حل المتراجحات التالية وقم برسم التمثيلات البيانية لحلولها.

a. $7x + 4 \leqslant 3x - 2$ (لون التي تمثل حلولا).

.....

.....

.....

.....

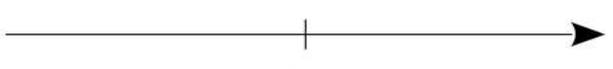
.....

b. $2x \quad 5 < 3x + 7$ (شطب التي لاتمثل حل)

.....

.....

.....



.....

حل مشكل

تمرين محلول

لدى طارق 1 000 DA منحها له جده ، أراد شراء بعض المجلات التعليمية من الأنترنات الخاصة بالسنة 4 متوسط والتي لها نفس السعر 260 DA للمجلة الواحدة ،مع مصاريف الشحن 200 DA
كم مجلة يستطيع طارق شراءها ؟

الحل:

الخطوة 1 إختيار المجهول

ليكن x عدد المجلات التي يمكن شراءها

الخطوة 2 تكوين المتراجحة

المجلة سعرها 260 DA و ومنه : x مجلة ثمنها

$x \times 260$ DA زيادة على 200 DA مصاريف الشحن

فتصبح $260x + 200$

فيكفي حل المتراجحة : $260x + 200 \leqslant 1\,000$

الخطوة 3 حل المتراجحة $260x + 200 \leqslant 1\,000$

$260x \leqslant 1\,000 - 200$ ومنه: $x \leqslant 800 \div 260$

الخطوة 4 الجواب عن السؤال

1 (مقتبس من شهادة) لدى عائشة وعامر مجموعة من 144 طابع
إذا أعطت عائشة طابعين لعامر ، فيصبح لدى عامر ضعف ماعند عائشة ، كم كان يملك كل منهما ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 إذا أضفنا نفس العدد إلى بسط ومقام الكسر $\frac{4}{5}$ ، نحصل على الكسر $\frac{2}{3}$.ماهو هذا العدد ؟

.....

.....

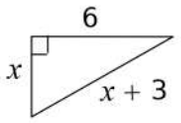
.....

.....

.....

.....

3 **المثلث القائم** إستعن بمبرهنة فيثاغورس لحساب x .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 في حصالتي 200 قطعة نقدية من فئتي 50 DA و 20 DA
إذا علمت أن مجموع المال في حصالتي هو : 5 230 DA
ماهو عدد القطع من كل فئة ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5 (مقتبس من شهادة) في مثلث ABC قيس الزاوية $\hat{A}$ هو نصف قيس الزاوية $\hat{B}$ ،وقيس الزاوية $\hat{B}$ ثلث قيس $\hat{C}$
ماهو قيس الزاوية A بالدرجات ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حل مشكل

6 محيط مستطيل يساوي 36 cm ، إذا ضربنا طوله في 3 وعرضه في 2 ،يزيد محيطه بـ 56 cm .
حدد طول وعرض هذا المستطيل .

7 (مقتبس من شهادة) متفرجون حضروا سباق ، فأوقفوا مركباتهم في المرآب ،(سيارات أو درجات نارية)
مجموع المركبات 65 وعدد العجلات 180 عجلة .
ما هو عدد الدراجات النارية ؟

8 حمزة وعبد الرحمان شقيقان ، يمتلكان حديقة مساحتها 1 470 m^2 . يملك حمزة $\frac{3}{4}$ منها .
ماهي مساحة ارض كل منهما ؟

9 باع محمد بيت له بمبلغ قدره 280 م. س فتصرف في المال بالطريقة التالية :
- سلف صديقه $\frac{2}{7}$ من المبلغ .
- إشترى سيارة .
- إستثمر المبلغ الباقي في مشروع فدر عليه ربح 12م .س والذي يمثل 20 % من المال المستثمر.
(م.س تعني مليون سنتيم)

a. ماهو المبلغ الذي سلفه لصديقه .

b. ماهو المبلغ الذي إستثمره ؟

c. ماهو ثمن السيارة ؟

10 (مقتبس من شهادة)

ABCD مربع طول ضلعه 6 cm . E نقطة من الضلع [AB]،
نضع $EB = x$.

a. عبر بدلالة x عن الطول AE ، ثم مساحة المثلث ADE .

b. حدد قيمة x حتى تكون مساحة المربع ABCD ثلاثة أمثال مساحة المثلث ADE .

11 (مقتبس من شهادة)

a. ليكن المربع الذي طول ضلعه x . اعط بدلالة x محيط هذا المربع

.....

.....

b. ليكن المستطيل ذات الطول $\frac{x}{3}$ والعرض $\frac{2}{3}x + 2$

اعط محيط المستطيل بدلالة x . مع تبسيط الكتابة .

.....

.....

c. ماهي قيمة x التي يكون من أجلها محيط المستطيل مساويا لمحيط المربع ؟

.....

.....

.....

12 (مقتبس من شهادة) ROI مثلث حيث : $RO = 8\ cm$ ؛ $RI = 7\ cm$ و $OI = 3\ cm$. لتكن M نقطة من [RO]

نرسم من M الموازي لـ (OI) يقطع (RI) في N .

نضع : $RM = x$ و $0 \leqslant x \leqslant 8$.

a. أنجز الرسم

b. عبر بدلالة x عن الطولين RN و MN .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. بين أن محيط المثلث RMN هو : $P_1 = \frac{9}{4}x$

.....

.....

.....

d. بين أن محيط شبه المنحرف MOIN هو : $P_2 = 18 - \frac{3}{2}x$.

.....

.....

.....

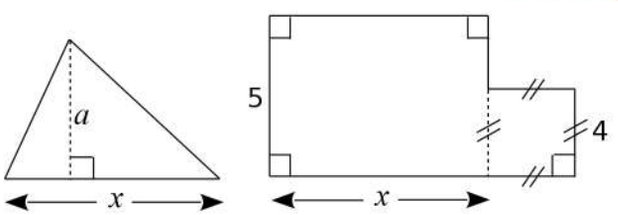
e. حدد قيمة x كي يتساوى المحيطان

.....

.....

.....

13 مساحات



a. في هذا السؤال ، $a = 13{,}2$.

ماهي قيمة x تجعل الشكلين لهما نفس المساحة ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. ماذا يحدث عندما تكون $a = 8$ ؟

.....

.....

.....

14 نعتبر برنامج الحساب التالي:

- إختر عددا .
- احسب ضعفه .
- اطرح 1 .
- احسب مربع النتيجة المتحصل عليها .
- إطرح 64 .

a. بين انه إذا إخترنا في البداية العدد 4 ستكون النتيجة النهائية 15- .

.....

.....

.....

.....

b. إذا سمينا x عدد الإنطلاق ،اكتب عبارة تترجم البرنامج .

.....

.....

.....

.....

c. نعتبر العدد $R = (2x-1)^2 - 64$ ، حلل R .

.....

.....

.....

.....

.....

d. حل المعادلة $R = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e. ماهو العدد (الأعداد)الذي (التي)اختاره (ا) في البداية كي تكون نتيجة البرنامج الحسابي معدومة .

.....

.....

.....

15 حديقة ترفيهية تقترح على الزبائن تسعيرتين للدخول

الصيغة
1. 70 DA للتذكرة
2. 45DA للتذكرة مع إشتراك سنوي 350 DA

a. إنطلاقا من كم دخول تكون الصيغة 2 أكثر فائدة من الصيغة 1 ؟

اختيار المجهول

إذا اعتبرنا x هو عدد التذاكر المشتراة خلال السنة .

تكوين المتراجحة للمشكل

المبلغ المدفوع بالصيغة 1 بدلالة x هو:

.....

المبلغ المدفوع بالصيغة 2 بدلالة x هو:

.....

تكون الصيغة 2 أكثر فائدة إذا كان

..... < ..... .

حل المتراجحة

.....

.....

.....

.....

الحوصلة

تكون الصيغة 2 أكثر فائدة من الصيغة 1 عندما نشتري

.....

تقترح الحديقة

الصيغة 3 اشتراك سنوي 1430 DA لدخول غير محدود

b. إنطلاقا من كم دخول تكون الصيغة 3 أكثر فائدة من الصيغة 2 ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

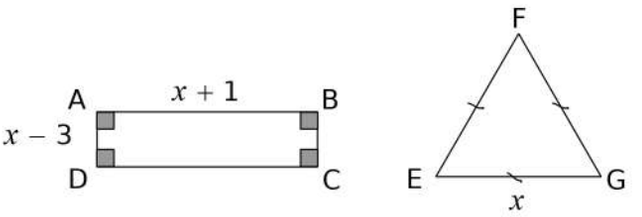
.....

.....

حل مشكل

16 ABCD مستطيل و EFG مثلث متقايس الأضلاع .

x عدد اكبر تماما من 3 .



a. عبر بدلالة x عن مساحتي المستطيل ABCD والمثلث EFG .

.....

.....

.....

b. حدد قيم x التي تجعل مساحة المستطيل اصغر تماما من مساحة المثلث .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

17 مقتبس من شهادة

يعمل في مكتب أبحاث 27 عالم كمبيوترو15 من عالم رياضيات. ومن المخطط توظيف نفس العدد x من علماء الكمبيوتر وعلماء الرياضيات. كم يجب توظيف من كل نوع بحيث يكون عدد علماء الرياضيات على الأقل يساوي ثلثي عدد علماء الكمبيوتر؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

18 تأجير دي في دي(DVD)

يريد محمود استئجار أقراص DVD من يونس فقدم له أسعار الإيجار التالية

الخيار A : سعر 3 DA لـ DVD الواحدة

الخيار B : سعر DA لـ DVD الواحدة

مع بطاقة إشتراك 6 أشهر بـ 15 DA

a. اكمل الجدول التالي :

عدد أقراص الـ DVD المستأجرة في 6 اشهر السعر بـ DA	4	8	12	16
الخيار A				
الخيار B				

b. حدد في كل حالة الخيار الأكثر فائدة .

.....

.....

نسمي x عدد أقراص DVD التي استأجرها محمود.

c. بدلالة x حدد المبلغ المدفوع S_A بالخيار A

.....

d. بدلالة x حدد المبلغ المدفوع S_B بالخيار B

.....

e. حدد بالحساب من أية قيمة x يكون الخيار B أكثر فائدة من الخيار A.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3 الحساب الحرفي

المتطابقات الشهيرة

تمهيد

1 من بين العبارات الآتية، ما هي المكتوبة على شكل جداء وما هي المكتوبة على شكل مجموع. في حالة جداء اذكر العوامل، في حالة مجموع اذكر الحدود.

العبارات	مجموع أو جداء	الحدود هي أو العوامل هي
$4x + 6$		
$5(x + 3)$		
$7x - 21$		
$3x\,(x + 2)$		
$x^2 + 2x + 1$		
$(5x + 3)^2$		
$(2x - 1)\,(4x - 2)$		
$x^2 - 6x + 9$		
$(x + 2)^2 - (x + 3)\,(x + 2)$		

2 انشر، ثم بسط ما يلي :

$(-3x + 4)(5 - 2y)$ ؛ $8x - (3x + 2)$ ؛ $-3\,(2x + 4)\,(2x - 3)$ ؛ $-2(x + 3x - 4)$ ؛

$-\frac{2}{3}(6x - 4) - x(2x + \frac{1}{2})$ ؛ $(2x - 3)\,(3y + 2)$.

أنـشـطـة

1 مربع مجموع

1 نعلم أن : $7 \times 7 = 7^2$

إذا كتبنا 7 على شكل مجموع عددين، مثلا : $7 = 3 + 4$ فتصبح الكتابة السابقة $(3 + 4)^2 = (3 + 4)(3 + 4)$
نقول إننا كتبنا 7^2 على شكل مربع مجموع.
اعتمادا على المثال، اكتب إن أمكن الجداءات التالية على شكل مربع مجموع :

$(3\sqrt{5} + 2)(-3\sqrt{5} + 2)$ ؛ $(\frac{x}{2} + \frac{1}{2})(\frac{x}{2} + \frac{1}{2})$ ؛ $(x + 1)(2x + 1)$ ؛ $(\sqrt{2} + 3\sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$ ؛

$(2 + x)(x + 2)$ ؛ $(\sqrt{6} + 1)(\sqrt{6} - 1)$ ؛ $(7x + 2)(7x + 2)$.

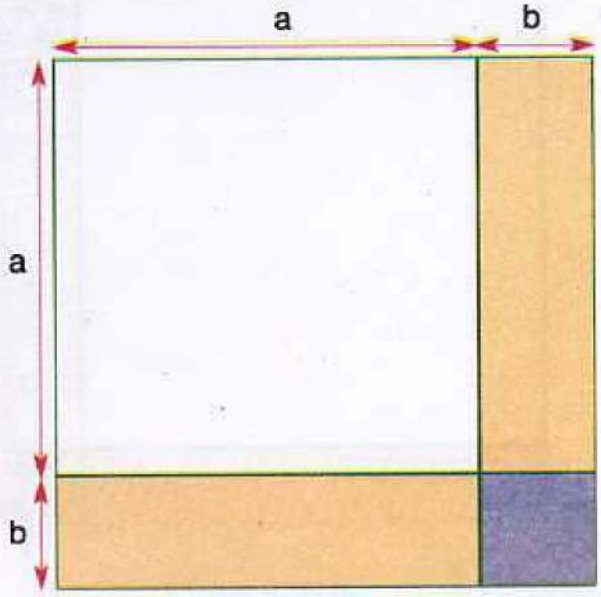
2 انشر، ثم بسط الجداءين التاليين :

$(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$ ؛ $(3x + 5)^2$.

3 أكمل المساواة التالية :

$(a + b)^2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots$

4 احسب بطريقتين مختلفتين مساحة المربع الذي طول ضلعه يساوي $a + b$.



5 أكمل النص التالي :

مربع مجموع حدين يساوي ..... وضعف ..... .

باستعمال القاعدة أعلاه، بسط العبارات التالية :

$(0,3x + y)^2$ ؛ $(2x + 1)^2$ ؛ $(3\sqrt{2} + 4\sqrt{5})^2$ ؛ $(\frac{x}{2} + \frac{3}{2})^2$ ؛ $(3 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3})^2$.

6 احسب ذهنيا : $10,5^2$ ؛ 31^2 ؛ 101^2.

2 مربع فرق

1 اكتب الجداءات التالية إن أمكن على شكل مربع فرق :

$(3x-4)(4-3x)$ ؛ $(-7-y)(7-y)$ ؛ $(5x-2y)(5x-y)$ ؛ $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ ؛ $(4x-1)(4x-1)$.

2 انشر، ثم بسط :

$(6x-7)^2$ ؛ $(3\sqrt{3}-5)^2$.

3 أكمل المساواة التالية :

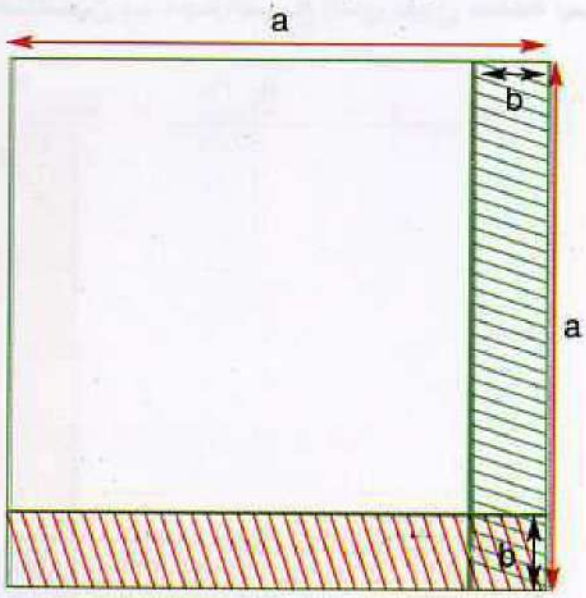
$(a-b)^2 = \ldots\ldots - \ldots\ldots + \ldots\ldots$

4 إليك الشكل الموالي :

عبر بدلالة a و b عن طول ومساحة المربع غير الملون.

عبر بدلالة a و b عن مساحة الجزء الملون بالأخضر ثم مساحة الجزء الملون بالأحمر.

تحقق من العلاقة : $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.



5 أكمل النص التالي :

مربع فرق حدّين يساوي فرق مجموع ..... وضعف .....

باستعمال القاعدة أعلاه، بسط الجداءين التاليين :

$(2\sqrt{3}-4)^2$ ؛ $(2x-4)^2$.

6 احسب ذهنيا :

45^2 ؛ 998^2 ؛ 99^2.

أنشطة

3 جداء مجموع حدّين وفرقهما

1 من بين الجداءات التالية، عين تلك التي تمثل جداء مجموع حدّين وفرقهما :

$(-\sqrt{6}+5\sqrt{2})(5\sqrt{2}+\sqrt{6})$ ؛ $(5y-4x)(5y+4)$ ؛ $(1,2x+0,2)(1,2x-0,2)$ ؛ $(3\sqrt{2}-5)(3\sqrt{2}+5)$.

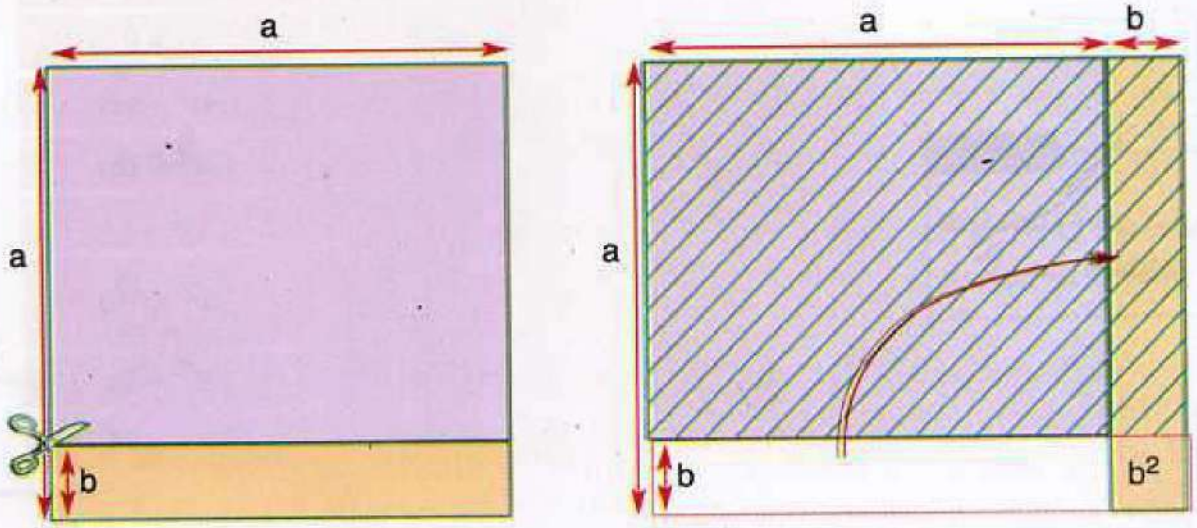
2 انشر، ثم بسط :

$(3x-1)(3x+1)$ ؛ $(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)$.

3 أكمل المساواة التالية :

$(a-b)(a+b) = \ldots\ldots - \ldots\ldots$.

4 إليك الشكلين :



عبر بدلالة a و b عن بعدي الشكل المظلل ومساحته.

تحقق من العلاقة :

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

5 أكمل النص التالي :

جداء مجموع حدّين وفرقهما يساوي فرق ..... .

اعتمادا على القاعدة أعلاه، بسط الجداءين :

$(2x+4)(2x-4)$ ؛ $(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3})$.

6 احسب ذهنيا :

101×99 ؛ 998×1002.

أنشطة

التحليل

1 استعمال الخاصة التوزيعية

تذكرة

الخاصة التوزيعية
مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن $a(b+c)=ab+ac$ و $a(b-c)=ab-ac$.

اكمل الجدول التالي باستعمال الخاصة السابقة :

العبارات	a	b	c	c (a + b) أو c (a – b)
$7x-7y$				
$6x+9$				
$4x^2-5x$				
$12x^2+18x$				
$3x^2-x$				
$\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{4}x$				
$x\sqrt{2}-2x$				
$3x^2-x\sqrt{3}$				

ملاحظة

كتابة مجموع على شكل جداء يسمى التحليل.

2 حلّل العبارات الجبرية الآتية :

العبارة الجبرية	a	b	c	c (a + b) أو c (a – b)
$\underline{(x+1)}(x+2)+\underline{(x+1)}(x+3)$	$(x+2)$	$(x+3)$	$(x+1)$	$(x+1)[(x+2)+(x+3)]$ $=(x+1)(x+2+x+3)$ $=(x+1)(2x+5)$
$(6x-5)(2x+1)-(6x-5)(x+3)$				
$(x+2)^2+(x+2)(x-5)$				
$(x+7)(2x-3)-(x+7)^2$				
$(x-1)-(x-1)^2$				
$(2x+1)(x-4)+(2x+1)$				
$x(5x-2)-3(5x-2)$				

3 استعمال المتطابقات الشهيرة

1 باستخدام المتطابقتين الشهيرتين : $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$ أو $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$.

حلّل العبارات الجبرية إن أمكن في الجدول الموالي :

العبارة الجبرية على شكل مجموع	a^2	b^2	a	b	كتابة العبارة على شكل a^2+b^2-2ab أو a^2+b^2+2ab إن أمكن	العبارة المحللة $(a-b)^2$ أو $(a+b)^2$
$x^2 + 2x + 1$						
$9x^2 + 30x + 25$	$9x^2$	25	$3x$	5	$(3x)^2 + (5)^2 + 2 \times 3x \times 5$	$(3x + 5)^2$
$25x^2 - 30x + 9$						
$4 + 49x^2 + 28x$						
$4 + 49x^2 - 30x$						
$x^2 + x + \frac{1}{4}$						
$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$						
$x^2 + 2x\sqrt{5} + 5$						

2 باستخدام المتطابقة الشهيرة : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

حلّل العبارات الجبرية إن أمكن في الجدول التالي :

العبارة الجبرية على شكل مجموع	a^2	b^2	a	b	كتابة العبارة على شكل $a^2 - b^2$ إن أمكن	العبارة المحللة $(a-b)(a+b)$
$4x^2 - 25$	$4x^2$	25	$2x$	5	$(2x)^2 - (5)^2$	$(2x - 5)(2x + 5)$
$x^2 - 49$						
$16x^2 - 9$						
$(x - 1)^2 - 36$						
$x^2 + 4$						
$25 - (2x + 3)^2$						
$(2x + 1)^2 - (x - 3)^2$						
$4(x - 1)^2 - 9(3x - 2)^2$						
$x^2 - 3$						
$2x^2 - 1$						
$(2x + 3)^2 + (5x + 1)^2$						

4 حلّل العبارات الجبرية التالية :

- $x^2 - 5x$.
- $9x^2 - 4$.
- $(2x - 3)^2 - (4x + 1)^2$.
- $(x - 3)^2 - (x - 3)(4x - 7)$.
- $-x^2 + 16$.
- $50 - 2(4x + 5)^2$.
- $25x^2 - 10x\sqrt{3} + 3$.
- $1{,}44\,x^2 - 0{,}01$.
- $25\,x^2 + 10x + 1$.
- $2 - 4x$.
- $x - 9x^2$.
- $(2x - 3)(3x - 1)^2 + 4(2x - 3)$.
- $x^2 - 4x + 4$.
- $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$.

5 بين صحة المساويات الآتية :

- $(x + 3)^2 - 3x + 9 = x^2 + 3x + 18$.
- $(2x - 1)(3x + 2) - (2x - 1)(5 - x) = (2x - 1)(4x - 3)$.
- $(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{49}{16} = (x - \frac{3}{2})(x + 2)$.

6 احسب ذهنيا :

- $(\sqrt{6} - 3)(\sqrt{6} + 3)$ ؛ $(4\sqrt{2} + 5)(4\sqrt{2} - 5)$ ؛ $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$.
- $101^2 - 99^2$ ؛ $109^2 - 2 \times 109 \times 9 + 81$ ؛ $28 \times 25 + 28 \times 75$.
- $1{,}002 \times 0{,}998$ ؛ $594^2 + 2 \times 594 \times 6 + 6^2$.

معارف

مثال : حلّل العبارات التالية:

$A = 4+2x$ ؛ $B = 4x^2 - 3x$ ؛ $C = 9x^2 - 12x$ ؛ $E = (2x + 1)(5 - 2x) - (3 - 5x)(1+2x)$:

$G = (6 - 4x)(x + 5) - (3 - 2x)(x - 8)$ ؛ $M = x^2 - 6x + 9$ ؛ $N = 4x^2 - 1$.

- $A = 4 + 2x$
  $= 2 \times 2 + 2x$
  $= 2(2 + x)$.

- $B = 4x^2 - 3x$
  $= 4x \times x - 3x$
  $= x(4x - 3)$.

- $C = 9x^2 - 12x$
  $= 3x \times 3x - 3x \times 4$
  $= 3x(3x - 4)$.

$E = (2x + 1)(5 - 2x) - (3 - 5x)(1 + 2x)$
$= (2x + 1)[(5 - 2x) - (3 - 5x)]$
$= (2x + 1)(5 - 2x - 3 + 5x)$
$= (2x + 1)(3x + 2)$.

نعلم أن : $2x + 1 = 1 + 2x$.

$G = (6 - 4x)(x + 5) - (3 - 2x)(x - 8)$
$= 2(3 - 2x)(x + 5) - (3 - 2x)(x - 8)$
$= (3 - 2x)[2(x + 5) - (x - 8)]$
$= (3 - 2x)(2x + 10 - x + 8)$
$= (3 - 2x)(x + 18)$.

إذن

العامل المشترك غير بارز في العبارة G.
لاحظ أن $6 - 4x = 2(3 - 2x)$.

$M = x^2 - 6x + 9$
$= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$
$= (x - 3)^2$.

العبارة M من الشكل $a^2 + b^2 - 2ab$،
نكتب M على الشكل $(a - b)^2$.

$N = 4x^2 - 1$
$= (2x)^2 - (1)^2$
$= (2x - 1)(2x + 1)$.

العبارة N من الشكل $a^2 - b^2$،
نكتب N على الشكل $(a + b)(a - b)$.

معارف

المتطابقات الشهيرة

مهما يكن العددان a و b، تسمى المساويات الآتية :

1) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

2) $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

3) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

المتطابقات الشهيرة.

مثال : انشر العبارات الآتية: $(2 + \sqrt{3})^2$ ؛ $(1 - 2x)^2$ ؛ $(x\sqrt{3} - \sqrt{2})(x\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

- $(2 + \sqrt{3})^2 = (2)^2 + (\sqrt{3})^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3}$
  $= 4 + 3 + 4\sqrt{3}$
  $= 7 + 4\sqrt{3}$
- $(1 - 2x)^2 = (1)^2 + (2x)^2 - (2) \times (1) \times (2x)$
  $= 1^2 + 4x^2 - 4x$
  $= 1 + 4x^2 - 4x$
- $(x\sqrt{3} + \sqrt{2})(x\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (x\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2$
  $= 3x^2 - 2$

التحليل

تحليل عبارة جبرية هو كتابتها على شكل جداء.

لتحليل عبارة جبرية، نستعمل الخاصة التوزيعية (البحث عن العامل المشترك) أو المتطابقات الشهيرة.

مهما تكن الأعداد الحقيقية a، b، c، d فإن:

الخاصة التوزيعية:
- $ab + ac = a(b + c)$.
- $a(c + d) + b(c + d) = (c + d)(a + b)$.

المتطابقات الشهيرة:
- $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$.
- $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$.
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

طرائق وتمارين محلولة

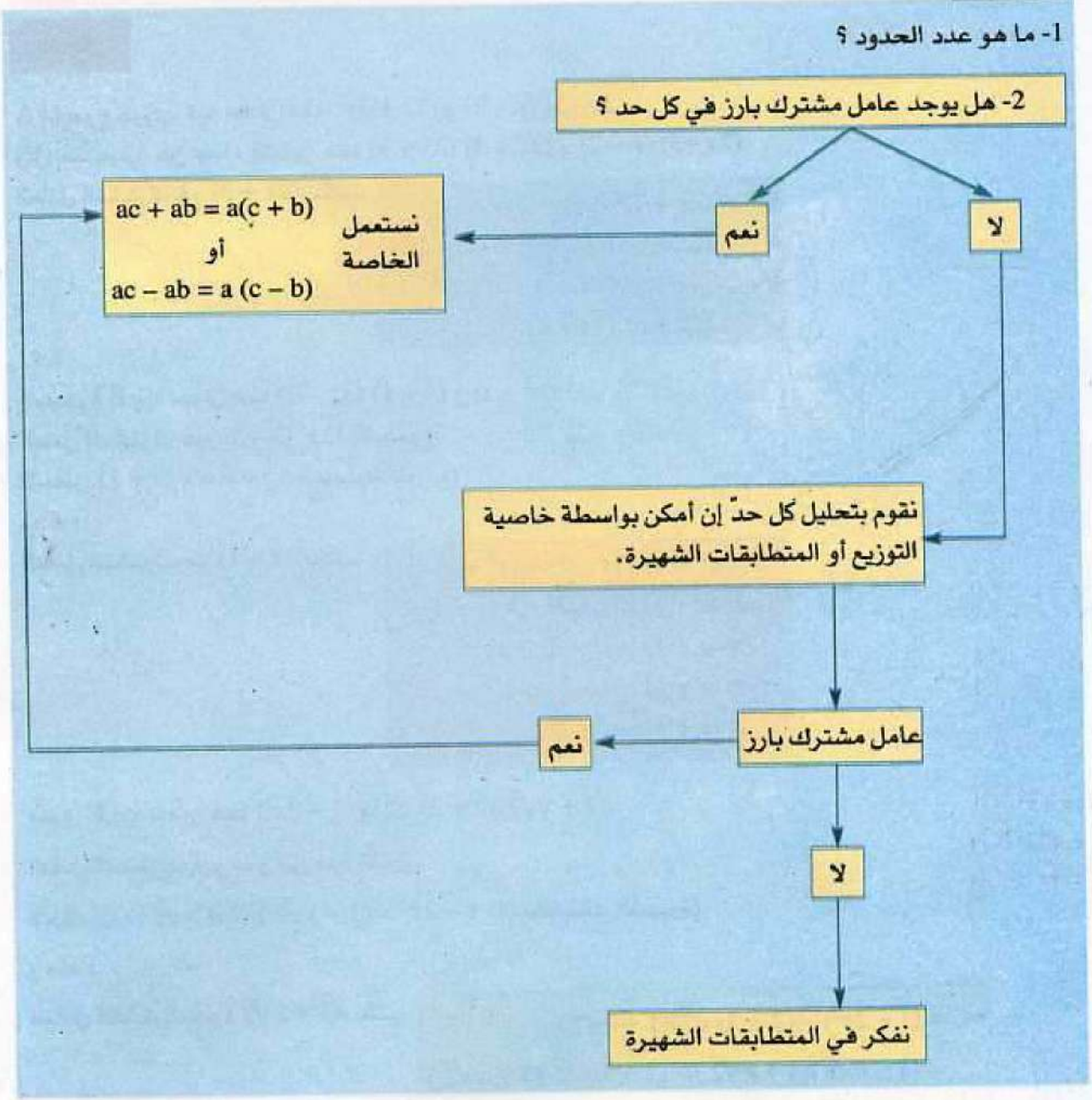
تحليل عبارة جبرية

لتحليل عبارة جبرية نتبع إحدى الطريقتين:

أ) استعمال الخاصة التوزيعية (البحث عن العامل المشترك).

ب) استخدام المتطابقات الشهيرة.

طريقة أ



طرائق وتمارين محلولة

تمرين

حلّل العبارات الجبرية التالية:

$A = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$

$B = (x + 1)(3x - 2) + (x^2 + x)$

$C = (1 - 2x^2) - (2 + 3x\sqrt{2})(1 + x\sqrt{2})$

الحل

A مجموع جبري، فيه حدّان هما $(2x + 3)^2$ و $(x - 2)(2x + 3)$.

وكل حدّ عبارة عن جداء عاملين هما $(2x + 3)$ $(2x + 3)$ و $(x - 2)$ $(2x + 3)$.

العامل المشترك هو $(2x + 3)$، نكتب

$$\begin{aligned} A &= (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3) \\ &= (2x + 3)[(2x + 3) + (x - 2)] \\ &= (2x + 3)(2x + 3 + x - 2) \\ &= (2x + 3)(3x + 1). \end{aligned}$$

المجموع B فيه حدّان هما $(3x - 2)$ $(x + 1)$ و $(x^2 + x)$.

العامل المشترك غير بارز في هذا المجموع.

لاحظ : $x^2 + x = x(x + 1)$ (خاصية التوزيع).

ومنه :

العامل المشترك هو $(x + 1)$، نكتب

$$\begin{aligned} B &= (x + 1)(3x - 2) + (x^2 + x) \\ &= (x + 1)(3x - 2) + x(x + 1) \\ &= (x + 1)[(3x - 2) + x] \\ &= (x + 1)(3x - 2 + x) \\ &= (x + 1)(4x - 2). \end{aligned}$$

الفرق C فيه حدّان هما $(1 - 2x^2)$ و$(2 + 3x\sqrt{2})(1 + x\sqrt{2})$.

العامل المشترك غير بارز في هذا الفرق.

لاحظ أن : $1 - 2x^2 = (1 - x\sqrt{2})(1 + x\sqrt{2})$ (المتطابقات الشهيرة).

و منه :

العامل المشترك هو $(1 + x\sqrt{2})$، نكتب

$$\begin{aligned} C &= (1 - 2x^2) - (2 + 3x\sqrt{2})(1 + x\sqrt{2}) \\ &= (1 - x\sqrt{2})(1 + x\sqrt{2}) - (2 + 3x\sqrt{2})(1 + x\sqrt{2}) \\ &= (1 + x\sqrt{2})[(1 - x\sqrt{2}) - (2 + 3x\sqrt{2})] \\ &= (1 + x\sqrt{2})(1 - x\sqrt{2} - 2 - 3x\sqrt{2}) \\ &= (1 + x\sqrt{2})(-1 - 4x\sqrt{2}). \end{aligned}$$

طرائق وتمارين محلولة

طريقة ب استخدام المتطابقات الشهيرة.

تمرين حلّل العبارات A و B و C و D إن أمكن :

$A = 9x^2 + 12x + 4$ ؛ $B = x^2 - x + \frac{1}{4}$ ؛ $C = y^2 - 81$ ؛ $D = x^2 + 25$ ؛

$E = 16 + 25x^2 + 20x$ ؛ $M = (x + 6)^2 - (2x + 1)^2$.

الحل

لتحليل العبارة A نفكر في إستعمال المتطابقة الشهيرة من الشكل $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$.

فنضع $a = 3x$ و $b = 2$.

نتحقق أن $2ab = 12x$.

أي $2(3x)(2) = 12x$.

فتحليل A هو من الشكل $(a + b)^2$.

$A = 9x^2 + 2x + 4$

$= (3x)^2 + (2)^2 + 2(3x)(2)$

$= (3x + 2)^2$.

نفكر في المتطابقة الشهيرة من الشكل

$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$.

فنضع $a = x$ و $b = \frac{1}{2}$.

نتحقق أن $2ab = x$.

نحسب : $2ab = 2(x)\frac{1}{2}$

$= \frac{2x}{2}$

$= x$

العبارة B تحليلها $(a - b)^2$.

$B = x^2 - x + \frac{1}{4}$

$= x^2 + (\frac{1}{2})^2 - 2(x)(\frac{1}{2})$

$= (x - \frac{1}{2})^2$

نفكر في المتطابقة الشهيرة من الشكل

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

فنضع $a = y$ و $b = 9$.

العبارة C تحليلها من الشكل $(a - b)(a + b)$.

$C = y^2 - 81$

$= y^2 - 9^2$

$= (y - 9)(y + 9)$

D من الشكل $a^2 + b^2$ ولا يمكن تحليلها.

$D = x^2 + 25$

$= (x)^2 + 5^2$

نفكر في المتطابقة الشهيرة من الشكل

$a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$.

فنضع $a = 4$ و $b = 5x$.

نتحقق أن $2ab = 20x$.

نحسب: $2ab = 2(5x)(4)$

$= 40x$

لاحظ أن $2ab \neq 20x$.

$E = 16 + 25x^2 + 20x$

E ليست من الشكل $a^2 + b^2 + 2ab$.

ومنه E لا يمكن تحليلها بالشكل $(a + b)^2$.

طرائق وتمارين محلولة

العبارة M من الشكل $a^2 - b^2$.
فنضع $a = x + 6$ و $b = 2x + 1$.
وتحليلها يكون من الشكل $(a - b)(a + b)$.

$$M = (x + 6)^2 - (2x + 1)^2$$
$$= [(x + 6) - (2x + 1)][(x + 6) + (2x + 1)]$$
$$= (x + 6 - 2x - 1)(x + 6 + 2x + 1)$$
$$= (-x + 5)(3x + 7)$$

النشر

طريقة

استخدام الخاصة التوزيعية أو المتطابقات الشهيرة.

تمرين

انشر، ثم بسط العبارات التالية :
$A = (x - 3)^2$ ؛ $B = (3x + 2)^2$ ؛ $C = (10 - 3x)(10 + 3x)$ ؛ $D = 7x(x + 4) - (x - 3)(x - 2)$.

الحل

العبارة A من الشكل $(a - b)^2$.
فنضع $a = x$ و $b = 3$.
نعلم أن $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

$$A = (x - 3)^2$$
$$= x^2 + 3^2 - 2(x)(3)$$
$$= x^2 + 9 - 6x$$

العبارة B من الشكل $(a + b)^2$.
فنضع $a = 3x$ و $b = 2$.
ونعلم أن $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.
• $(3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$.

$$B = (3x + 2)^2$$
$$= (3x)^2 + (2)^2 + 2 \times 3x \times 2$$
$$= 9x^2 + 4 + 12x$$

العبارة C من الشكل $(a - b)(a + b)$.
فنضع $a = 10$ و $b = 3x$.
نعلم أن $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

$$C = (10 - 3x)(10 + 3x)$$
$$= (10)^2 - (3x)^2$$
$$= 100 - 9x^2$$

• نتعرف على الجداءات الموجودة في العبارة.
• ننشر الجداءات (باستخدام الخاصة التوزيعية).
• إذا كان الجداء مسبوقا بالإشارة (−) من الأحسن وضع الأقواس.
• نحذف الأقواس بمراعاة قاعدة الأشارات.
• نبسط.

$$D = 7x(x + 4) - (x - 3)(x - 2)$$
$$= 7x^2 + 28x - (x^2 - 2x - 3x + 6)$$
$$= 7x^2 + 28x - x^2 + 2x + 3x - 6$$
$$= 6x^2 + 33x - 6$$

تمارين للتطبيق المباشر

النشر

1 انشر، ثم بسط العبارات التالية:

$A = (4x-3)^2$ ؛ $B = (2x+1)^2$ ؛

$C = (7a-4b)^2$ ؛ $D = (5x-2)(5x+2)$ ؛

$E = (\frac{3}{4}x-2y)(\frac{3}{4}x+2y)$ ؛

$F = (2x-5)(2x+5)+(2x+7)^2$ ؛

$G = (2x+3)(x-3)+(x-7)(2x+3)$.

2 احسب ذهنيا:

أ) 1002×24 ؛ 1010^2 ؛ $2{,}009^2$.

ب) 98×76 ؛ 92^2 ؛ 990^2.

جـ) 95×105 ؛ 992×1008.

3 انشر، ثم بسط الجداءات الآتية:

$(x+\frac{1}{2})^2$ ؛ $(x-\frac{8}{5})^2$ ؛ $(\frac{2}{3}x+\frac{1}{3})^2$ ؛ $(x-\frac{y}{4})(x+\frac{y}{4})$.

4 انشر، ثم بسط ما يلي:

$(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2$ ؛ $(1-\sqrt{3})^2$ ؛

$(3\sqrt{7}+4\sqrt{2})^2$ ؛ $(5+2\sqrt{6})^2$ ؛

$(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(3\sqrt{2}-\sqrt{3})$ ؛

$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$.

5 بسط العبارات الآتية :

$A = \frac{x-1}{2} - \frac{3x+4}{3}$.

$B = \frac{3x+2}{5} - \frac{x-4}{5}$.

$C = \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} + \frac{x+3}{4}$.

$D = \frac{x+2}{5} - 0{,}4x - 2(1{,}5x-0{,}7)$.

6 بين أن : $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$ عدد ناطق.

اجعل مقام النسبة $\frac{5}{\sqrt{2}-1}$ ناطقا.

7 A عبارة جبرية بحيث :

$A = (2x-3)(x-2)-(x-3)^2$

انشر، ثم بسط العبارة A.

احسب قيمة A من أجل :

$x = \sqrt{2}$ ؛ $x = \sqrt{3}-2$ ؛ $x = \sqrt{5}+3$.

8 أكمل المساويات التالية :

$(a+...)^2 = a^2 + ... + 25$

$(... - \frac{1}{2})^2 = b^2 - b + ...$

$(... + 7)(y-7) = y^2 - ...$

9 A، B، C عبارات جبرية :

$A = 5x-3$ ؛ $B = 8x+1$ ؛ $C = 5x+3$.

انشر، ثم بسط العبارات:

A^2 ؛ B^2 ؛ $A \times C$ ؛ $-A^2$ ؛ $3A^2 - 2A^2$.

10 A و B عددان حيث :

$A = \sqrt{11+6\sqrt{2}}$ ؛ $B = \sqrt{2}+3$.

احسب A^2 و B^2 ثم قارن A و B.

نفس السؤال

$C = \sqrt{8-2\sqrt{15}}$ ؛ $D = \sqrt{5}-\sqrt{3}$.

11 تحقق أن العبارتين A و B متساويتان في كل حالة من الحالات الآتية :

أ) $A = 6(3+2x)-34$ ؛ $B = 3(4x-6)+2$.

ب) $A = 25x^2-4$ ؛ $B = (5x-2)(5x+2)$.

جـ) $A = 25x^2+4-20x$ ؛ $B = (5x-2)(5x-2)$.

د) $A = (5x-4)(16x+12)$ ؛ $B = (8x+6)(10x-8)$.

12 انشر، ثم بسط العبارات:

1) $A = 2(3x-4)^2$ ؛ $B = -10(2x-9)(2x+9)$.

2) $C = -(x+7)^2$ ؛ $D = (x+3)^2 + (2x-7)^2$.

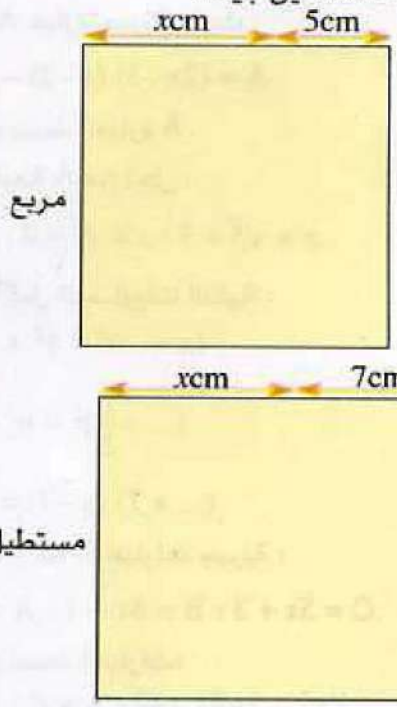
3) $E = 3(4x-5) + 8(3+2x)$.

13 بين أن :

$\sqrt{10-2\sqrt{21}} \times \sqrt{10+2\sqrt{21}}$ هو مربع لعدد طبيعي يطلب تعيينه.

تمارين للتطبيق المباشر

14 لاحظ الشكلين جيدا:



1) بين أن لهذين الشكلين نفس المحيط.
2) احسب الفرق بين مساحتي المربع والمستطيل.

15 أكمل المساويات الآتية:

$(x + \ldots) = x^2 + 2 \times \ldots \times \ldots + 3^2 = \ldots\ldots$.

$(x - \ldots)^2 = x^2 - 2 \times \ldots \times \ldots + (\ldots)^2 = x^2 - 14x + 49$.

$(4x - \ldots)^2 = 16x^2 - 2x(\ldots) \times \ldots + 5^2 = 16x^2 - \ldots x + \ldots$.

$(x + \ldots)(\ldots - \ldots) = x^2 - (\ldots)^2 = x^2 - 49$.

$9 - \ldots = (x + \ldots)(\ldots - 3)$.

16 انشر، ثم بسط:

1) $(2x - 1)^2 + (2x + 1)(2x - 1)$.

2) $(2x + \frac{1}{2}) \times 2 + (x - \frac{1}{3})^2$.

3) $(x + 6)^2 - 2(2x - 1)$.

4) $(3x + 4)(4 - 3x) + (2x + 1)(x - 2)$.

5) $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2 + (3x + 1)(3x - 1)$.

6) $(x - 3)^2 - 3x(2x - 1)$.

7) $(3x + \frac{1}{2})^2 - (x - 2)(2x - 1)$.

8) $(5x + 2)^2 + (5x + 2)(x - 1)$.

9) $(5 - 2x)(2x + 1) + (10 - 4x)(x - 3)$.

10) $(x - 1)(2x + 3) - (x - \frac{1}{2})^2$.

17 انقل، ثم أكمل الجدول:

$\frac{x}{3}$	$-2x$	$\frac{x}{2}$	$3x$	a
$\frac{x}{3}$	0,5	2	1	b
				a^2
				b^2
				2ab
				$(a + b)^2$
				$(a - b)^2$
				$(a + b)(a - b)$

18 انشر وبسط باستخدام المتطابقات الشهيرة:

$(3x - 1)^2$ ؛ $(x - 4)(x + 4)$ ؛ $(\frac{x}{3} + 5)^2$ ؛ $(\frac{x}{2} - 2)^2$ ؛

$(\frac{-3}{2} - \frac{x}{3})^2$ ؛ $(-2x + 0,5)^2$ ؛ $(\frac{2}{3}x + \frac{3}{5})^2$ ؛ $(\frac{4}{5} + 2x)$ ؛

$(2x - \frac{3}{4})^2$ ؛ $(\frac{4}{5} - 2x)$ ؛ $(2x - \frac{1}{3})(2x + \frac{1}{3})$ ؛

$(\frac{-3}{2} - \frac{x}{3})^2$ ؛ $(-3x - \frac{1}{3})^2$.

التحليل

19 حلّل العبارات الجبرية:

أ) $6x^2 + 10x$ ؛ $4x + x^2$ ؛ $2x + 2y$.

ب) $3ab + 5b + 2b^2$ ؛ $3b^2 - 2ab$ ؛ $5a^2 + 3a$.

جـ) $5x^3 + 35x^2$ ؛ $6x^2 + 6x$ ؛ $2x^2 + x$.

د) $\frac{3}{2}x^2y - \frac{6}{7}xy^2$ ؛ $\frac{24}{5}x^2 - \frac{36x}{5}$.

تمارين للتطبيق المباشر

20 حلل العبارات الآتية :

1) $(3x+1)(3x+5)-(x-2)(3x+1)$.

2) $(5x-4)^2-(5x-4)(3x+7)$.

3) $(8x-5)(6x+3)+(8x-5)$.

4) $(x+5)+(5x-4)(x+5)$.

21 أتمم المساويات الآتية :

- $x^2+2\times 5x+25=(...+...)^2$
- $25x^2+80x+64=(...)^2+2\times ...\times ...+(...)^2$
  $=(...+...)^2$
- $25x^2-80x+64=(...)^2-2\times ...\times ...+(...)^2$
  $=(...-...)^2$
- $9x^2-4=(...)^2-(...)^2=(...-...)(...+....)$

22 باستعمال المتطابقات الشهيرة، اكتب على شكل جداء، العبارات الآتية:

أ) $4x^2+\frac{25}{81}-\frac{20}{9}x$ ؛ $9x^2+12x+4$.

ب) $100x^2+80x+16$ ؛ $25+4x^2-20x$.

جـ) $16x^2-40xy+25y^2$ ؛ $\frac{x^2}{4}+\frac{16}{9}-\frac{4}{3}x$.

د) $\frac{25}{49}x^2+\frac{9}{4}y^2+\frac{15}{7}xy$ ؛ $1-16x+64x^2$.

23 نفس سؤال التمرين السابق :

1) $25-4x^2$ ؛ $4x^2-1$ ؛ x^2-9.

2) x^2-y^2 ؛ $\frac{1}{9}-4y^2$ ؛ $\frac{x^2}{4}-4$.

3) $2a^2-5$ ؛ a^2-3 ؛ $\frac{4}{9}a^2-\frac{9}{25}$.

4) $3b^2-49$ ؛ $1-x^2$ ؛ $2x^2-8$.

5) $(4x-1)^2-(3x+5)^2$ ؛ $(x-1)^2-(2x+3)^2$.

6) $(x+5)^2-1$ ؛ $9-(x-4)^2$.

7) $9(x+1)^2-4(x-2)^2$.

8) $x^2-(5x-1)^2$ ؛ $(3-2x)^2-4$.

24 حلل العبارات الجبرية:

1) $(2x-3)(x+1)-5(6x-9)$.

2) $(16x^2-1)-(4x-1)(x-3)$.

3) $12x-60x^2+75x^2$.

4) $(5x-4)(2x+3)+(4x^2-9)$.

5) $50-2x^2$ ؛ $5(x+1)^2-20$.

6) $(4x+7)(5x+2)+(10x+4)(x+5)$.

7) $(x-1)^2+(3x-3)(2x+1)$.

8) $x^2-x+\frac{1}{4}$ ؛ $\frac{25}{4}x^2-x+\frac{1}{25}$

9) $3x^2-\frac{3}{4}$ ؛ $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{8}$ ؛ $2+(3x+1)^2+6x$.

25 أتمم المساويات :

- $a=(5x+2)(...)+(...)(6x+4)$
  $=(5x+2)[(4x-3)+(...)]$
  $=(5x+2)(...)$.
- $b=(4x+7)(...)-(3x-2)(5x+3)$
  $=(...)[(...)-(5x+3)]$
  $=(3x-2)(...)$.
- $c=(5x-4)^2-(...)$
  $=[(...)+(2x+3)][(...)-(2x+3)]$
  $=(7x-1)(...)$.
- $d=4x^2+...+...=(...+9)^2$.
- $e=...+1-...=(x-...)^2$.
- $f=...-x+\frac{x^2}{9}=(...-...)^2$.
- $g=...-\frac{8}{25}+...=(...-\frac{1}{5})$.

26 احسب ذهنيا ما يلي :

أ) 105^2-95^2 ؛ 102^2-98^2.

ب) $795^2+2\times 795\times 5+25$.

جـ) $1012^2-2\times 1012\times 12+144$.

د) $4,5^2+2\times 4,5\times 5,5+5,5^2$.

و) 427^2-327^2 ؛ 1095^2-95^2.

27 لدينا العبارة E بحيث :

$E=(a+b)^2-(a-b)^2$.

حلل هذه العبارة.

احسب E علماً أن $ab=6$.

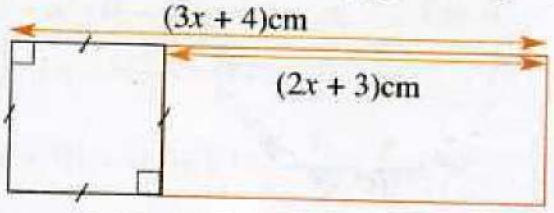
28 بين أن :

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$.

احسب a^2+b^2 علماً أن $ab=40$ ؛ $a+b=70$.

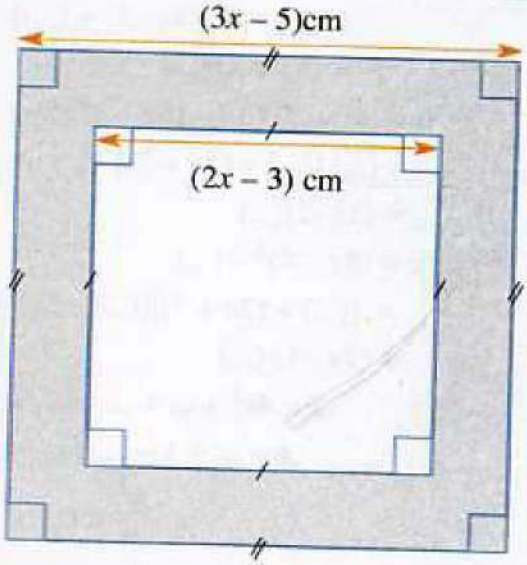
تمارين

1 حقلان متجاوران أحدهما على شكل مستطيل والآخر شكله مربع (كما هو مبين في الشكل الموالي).



ما هي العبارة المبسطة لمساحة كل حقل ؟

2 إليك الشكل التالي :



أعط عبارة المساحة المظلّلة على شكل جداء.

3 إليك العبارة :

$F = (4x - 3)^2 - (x + 3)(3 - 9x)$.

1) انشر وبسط :

$(4x - 3)^2$.

2) بين أن:

$F = (5x)^2$.

3) اوجد قيم x لمّا :

$F = 125$.

4 لتكن العبارة E بحيث :

$E = (a + 1)^2 - (a - 1)^2$.

1) انشر وبسط هذه العبارة.

2) نضع $E = 101^2 - 99^2$.

دون استعمال الآلة الحاسبة واعتمادا على السؤال (1)، استنتج قيمة E.

5 مستطيل بعداه a و b، محيطه 28cm ومساحته $48cm^2$.

1) احسب $(a + b)^2$.

2) بين أن $a^2 + b^2 = 100$.

3) استنتج طول قطر هذا المستطيل.

6

1) انشر وبسط العبارة A :

$A = (x - 2)^2 - (x - 1)(x - 4)$

2) اعتمادا على السؤال (1)، احسب :

$9998^2 - 9999 \times 9996$

7 1) بين صحة المساواة الآتية :

$(3x + 1)(5x - 3) = 15x^2 - 4x - 3$.

2) حلل العبارة B.

$B = (15x^2 - 4x - 3) - (-x + 1)(3x + 1)$.

3) انشر، ثم بسط هذه العبارة.

8 A، B، C ثلاث عبارات جبرية :

$A = \frac{1}{2}x + 3$ ؛ $B = \frac{3x}{4} - 2$ ؛ $C = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

بسط العبارات الآتية :

$(B - C)^2$ ؛ $(A + B)(A - B)$ ؛ $(A + B)^2$.

9 اكتب العبارتين E و G على شكل جداء عاملين.

$E = (9x^2 - 30x + 25) - (4x^2 + 28x + 49)$:

$G = (2x + 6)(4x - 1) - 6x^2 + 54$.

10 A و B عبارتان حيث $B = x + 2$ ؛ $A = 3x - 1$.

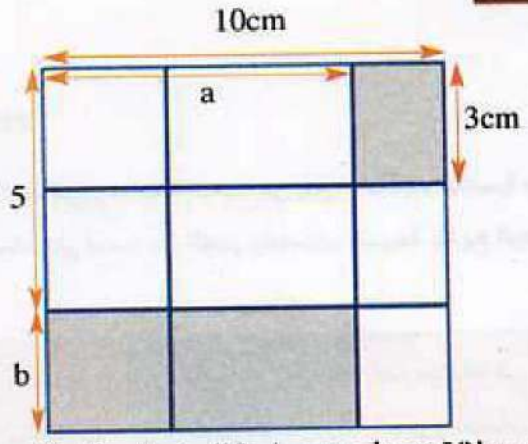
1) بسط C و D حيث $C = A - 2B$ ؛ $D = 2A - 3B$.

2) انشر وبسط E حيث $E = BA - B^2$.

3) حلل العبارة F حيث $F = C^2 - D^2$.

مسائل

1



عبر بدلالة a و b عن مساحة الجزء غير المظلل.

2

هيأت البلدية قطعة أرض مستطيلة الشكل، طولها $8x$ m وعرضها $(7x + 5)$ m، لإنشاء 4 عمارات ومساحة خضراء.

1) أعط عبارة المساحة الخضراء S بدلالة x علماً أن بعدا قاعدة العمارة هما $(x + 5)$ و x.

2) انشر العبارة S.

3) حلّل العبارة S.

4) احسب S إذا كان $x = 25$.

3

سلم يتكون من 5 درجات لها نفس الارتفاع 20 cm ونفس العرض 40 cm.

احسب مساحة الجزء الظاهر في الرسم باستعمال أقل عدد ممكن من العمليات.

4

1) عبر بدلالة r و R عن مساحة الجزء الملوّن A. (الذي نسميه حلقة).

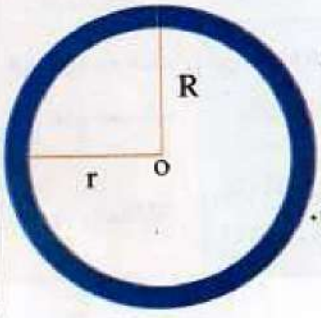
2) حلل العبارة A.

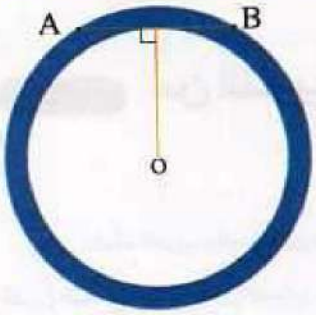
3) احسب قيمة A لما :

$R = 8{,}5$ cm

و $r = 5{,}5$ cm.

(باستعمال العبارة المحللة).

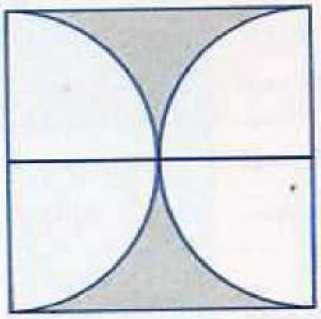




4) احسب مساحة الحلقة إذا كان $AB = 10$ cm.

5) عبر عن مساحة الحلقة بدلالة AB في الحالة العامة.

5



لحساب مساحة الجزء المظلل، نستعمل العلاقة $A = 4a^2 - \pi a^2$.

1) ماذا يمثل العدد a ؟

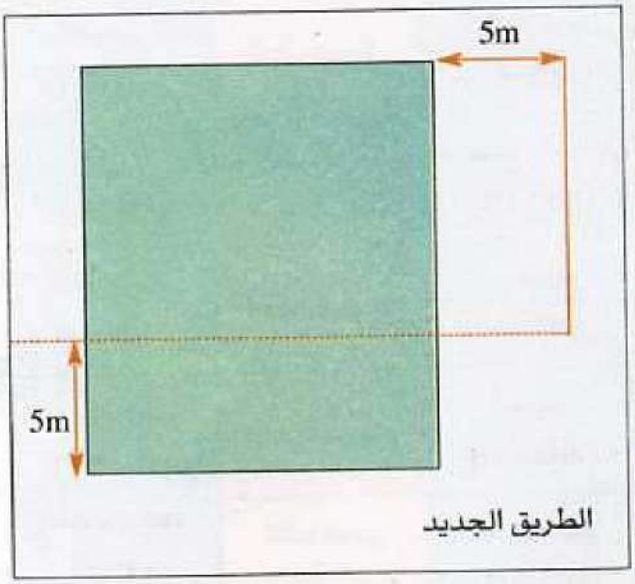
2) حلل العبارة A.

3) احسب المساحة A علما أن $a = 5$ cm.

6

أرادت البلدية شق طريق على حساب قطعة أرض مربعة الشكل يملكها محمد، وقد اقترحت عليه تغيير أطوال على الشكل التالي :

يتم اقتطاع 5 أمتار من أحد الأضلاع، وتعويضها بـ 5 أمتار في طول ضلع المجاور (كما هو مبين في الشكل أدناه).



– هل سيقبل محمد بهذا الإقتراح ؟ ولماذا ؟

4 المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تمهيد

1

حل المعادلات الآتية :

$x + 6 = -2$ ؛ $\frac{x}{2} - 4 = 9$ ؛ $3x + 4 = 2x - 13$.

2

حل المعادلات الآتية :

$5(x - 1) - (2x - 1) = 3 - x$ ؛ $0,1x + 0,13 = -0,15$ ؛ $(2x - \frac{1}{2}) + (4x - \frac{1}{4}) = \frac{1}{6}$.

3

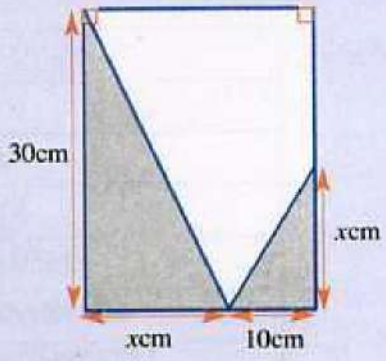
ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، إذا أنقصنا من الأول 3 وأضفنا إلى الثاني 6 وأخذنا خمس الثالث يكون عندئذ المجموع 77، عين الأعداد الثلاثة.

4

عمر الأب 30 سنة وعمر الابن 10 سنوات، بعد كم سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر الابن (نرمز لعدد السنوات بالحرف x) ؟

5

احسب العدد x بحيث تكون مساحة الجزء المظلل تساوي نصف مساحة المستطيل.

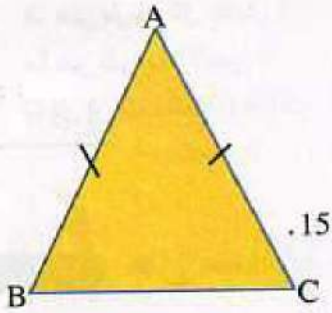


أنشطة

1 ترييض مسألة

محمد وزكريا وصهيب ثلاثة إخوة، مجموع أعمارهم 60 سنة. ما هو عمر كل واحد منهم، إذا علمت أن عمر محمد هو 3 مرات عمر زكريا، وعمر صهيب يقل بعشر سنوات عن عمر محمد؟

2



ليكن المثلث ABC المتساوي الساقين رأسه الأساسي A.
إذا ضاعفنا قاعدته BC، نتحصل على مثلث متقايس الأضلاع محيطه 15 cm.
ما هي أطوال أضلاعه ؟

3

كانت درجة الحرارة ليوم الخميس 10°c، نريد معرفة درجة حرارة يوم الثلاثاء الذي يسبق هذا الخميس.
تغيير درجات الحرارة كانت كالتالي :

الثلاثاء $\xleftarrow{+3°c}$ الأربعاء $\xleftarrow{-2°c}$ الخميس.

4 الجداء المعدوم

1 **إليك العبارة :** $E=(x-3)(x+2)$.

إذا كان $x=3$، احسب العبارة E.

إذا كان $x=-2$، احسب العبارة E.

أكمل ما يلي :

إذا كان $a=0$ **أو** $b=0$ فإن، ..... $=ab$.

2 اوجد قيمة العدد x الذي يحقق :

$(x+5)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$.

أكمل ما يلي :

إذا كان $ab=0$، فإن ..... $=a$ **أو** ..... $=b$.

أنشطة

5 معادلة جداء معدوم

1 **لتكن المعادلة :** $(x+4)(x-5)=0$.

ما هو الطرف الأيسر لهذه المعادلة ؟ على أي شكل مكتوب.

ما هي درجة كل عامل ؟

ما هو طرفها الأيمن ؟

نقول إن المعادلة $(x+4)(x-5)=0$ هي معادلة جداء معدوم.

6 حل معادلة جداء معدوم

1 حل المعادلتين التاليتين :

(1) $x-\frac{2}{7}=0$:

(2) $x+\frac{3}{7}=0$.

نقول إن حلّي المعادلتين (1) و (2) هما حلان للمعادلة $(x-\frac{2}{7})(x+\frac{3}{7})=0$.

2 حل المعادلتين التاليتين :

$(2x+1)(7-5x)=0$.

$(x-3)(x+1)=0$.

7 المعادلة التي تؤول إلى معادلة جداء معدوم

إليك المعادلة :

(1) $(x+1)^2-25=0$.

1- تحقق أن : $(x+1)^2-25=x^2+2x-24$.

تسمى المعادلة $x^2+2x-24=0$ معادلة من الدرجة الثانية.

2- حلل العبارة $(x+1)^2-25$.

3- حل المعادلة $(x+6)(x-4)=0$.

4- أكمل :

حل المعادلة $x^2+2x-24=0$ يؤول حلّها إلى حل المعادلة ..... .

5- حل المعادلتين :

1 $(2x-1)(x+5)-(2x-1)(3x-2)=0$.

2 $6x^2+7x=0$.

معارف

1 تربيض مسألة

لفهم مسألة يجب:
- البحث عن المجهول أو المجاهيل.
- كتابة بعض جمل النص باستعمال المجهول أو المجاهيل..
- البحث عن العلاقات بين المجاهيل (إن كانت موجودة).

لحل مسألة يجب :
- اختيار المجهول المناسب.
- صياغة المسألة في شكل معادلة.
- حل المعادلة المحصل عليها.
- التحقق من صحة النتائج (معقوليتها، ملاءمتها للمعطيات).
- الاستخلاص (الإجابة عن السؤال).

مثال :

قرأت فاطمة كتابا مؤلفا من 324 صفحة، فإذا علمت أنها قرأت اليوم 7 صفحات أقل من الأمس و 15 صفحة أكثر من أمس الأول، وأنه قد بقي لها ثلاث وثمانين صفحة.

فكم صفحة قرأت هذا اليوم ؟

1) اختيار المجهول

لنرمز لعدد الصفحات التي قرأتها اليوم بالحرف x.

2) وضع المعادلة

عدد الصفحات التي قرأتها أمس هي : $x + 7$

عدد الصفحات التي قرأتها أمس الأول هي : $x - 15$

إذن فعدد الصفحات هو :

$x + (x + 7) + (x - 15) + 83$

ونعلم أن هذا العدد هو 324.

إذن المعادلة هي :

$x + (x + 7) + (x - 15) + 83 = 324$

3) حل المعادلة

$x + (x + 7) + (x - 15) + 83 = 324$ ؛

$x + x + 7 + x - 15 + 83 = 324$ ؛

أي : $3x + 75 = 324$ ؛

و بالتالي : $3x = 324 - 75$ ؛

أي : $3x = 249$ ؛

ومنه : $x = \frac{249}{3}$ ؛

إذن : $x = 83$.

4) التحقق من الحل

$83 + (83 + 7) + (83 - 15) + 83 = 166 + 90 + 68 = 324$

5) الإجابة عن السؤال

قرأت فاطمة اليوم 83 صفحة.

2 خاصية الجداء المعدوم

جداء عاملين معدوم يعني أحد هذين العاملين على الأقل معدوم.

مثال :

$5x = 0$ يعني أن $x = 0$ لأن $5 \neq 0$

3 حل معادلة جداء معدوم

لحل المعادلة من النوع $(ax+b)(cx+d)=0$ حيث أن a و b و c و d أعداد حقيقية معلومة،
نحل المعادلتين $ax+b=0$ و $cx+d=0$.

مثال : لنحل المعادلة $(x+\frac{1}{5})(x-\frac{3}{4})=0$.

ينتج من المعادلة : $x-\frac{3}{4}=0$ أو $x+\frac{1}{5}=0$.

أي : $x=\frac{3}{4}$ أو $x=-\frac{1}{5}$.

إذن للمعادلة حلان هما : $\frac{3}{4}$ و $-\frac{1}{5}$.

4 حل معادلة يؤول حلّها إلى حل معادلة جداء معدوم

لحل معادلة ليست من الدرجة الأولى نتبع الخطوات التالية :
- نجعل طرفها الأيمن صفرا.
- نقوم بتحليل الطرف الأيسر لهذه المعادلة. نتحصل عندئذ على معادلة جداء معدوم من الدرجة الأولى.
- نحلّ هذه المعادلة الأخيرة.
- نستنتج حلول المعادلة الأولى.

مثال : حل المعادلتين التاليتين : **1)** $(2x+3)(x-2)=(5x+1)(2x+3)$ ؛ **2)** $(x-1)(3-x)+(x^2+4)=0$.

حل المعادلة $(2x+3)(x-2)=(5x+1)(2x+3)$.

نجعل طرفها الأيمن صفرا.

$(2x+3)(x-2)-(5x+1)(2x+3)=0$.

نحلل الطرف الأيسر :

$(2x+3)[(x-2)-(5x+1)]=0$.

$(2x+3)(-4x-3)=0$.

نتحصل على معادلة جداء معدوم.

نحل المعادلة $(2x+3)(-4x-3)=0$

ينتج من المعادلة : $2x+3=0$ أو $-4x-3=0$.

أي : $x=\frac{-3}{2}$ أو $x=\frac{-3}{4}$.

إذن للمعادلة حلان هما : $-\frac{3}{2}$ و $-\frac{3}{4}$.

حل المعادلة $(x-1)(3-x)+(x^2+4)=0$.

لا يمكن تحليل الطرف الأيسر لهذه المعادلة.

نقوم بتبسيط طرفها الأيسر.

$3x-3-x^2+x+x^2+4=0$.

$4x+1=0$.

لاحظ أن :

المعادلة من الدرجة الأولى.

و منه $x=-\frac{1}{4}$.

إذن للمعادلة حلّ هو : $-\frac{1}{4}$.

طرائق وتمارين محلولة

ترييض مسألة وحل معادلتها

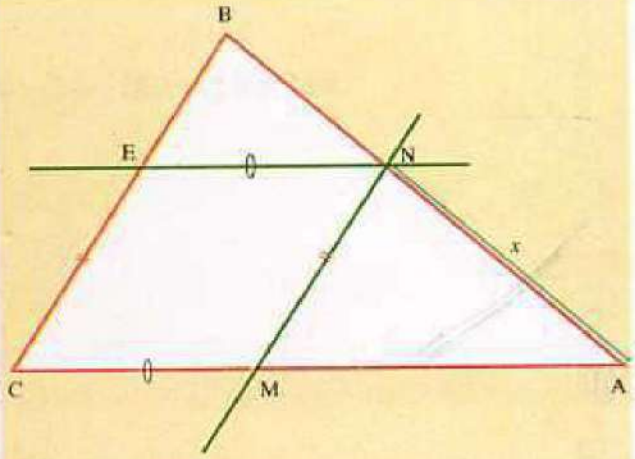
طريقة

1) اختيار المجهول.
2) وضع المعادلة.
3) حل المعادلة.
4) التحقق من الحل.
5) الإجابة عن السؤال.

تمرين

ABC مثلث حيث : $AB = 9\ cm$ ، $AC = 12\ cm$ ، $BC = 6\ cm$.
N نقطة من [AB]. المستقيم الذي يشمل N ويوازي (BC)، يقطع (AC) في M.
والمستقيم الذي يشمل N ويوازي (AC)، يقطع (BC) في E.
احسب AN بحيث يكون محيط متوازي الأضلاع NMCE يساوي $20\ cm$.

الشكل



الحل

1) المجهول هو AN نرمز له بـ x.

نعلم أن :
محيط المتوازي الأضلاع ECMN يساوي $20\ cm$.
يعني :
$NE + EC + CM + MN = 20$،
أي : $2\,NM + 2\,CM = 20$،
ومنه : $NM + CM = 10$.(1)
نكتب : NM بدلالة x و CM بدلالة x.

• في المثلث ABC
$N \in [AB]$ و $M \in [AC]$ و (MN) // (BC). نطبق خاصية طالس : $\frac{x}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC}$ **أي** $\frac{x}{9} = \frac{AM}{12} = \frac{MN}{6}$.

لدينا : $\frac{x}{9} = \frac{MN}{6}$ **ومنه** $MN = \frac{6}{9}x$، **أي** $MN = \frac{2}{3}x$.

$\frac{x}{9} = \frac{AM}{12}$ **ومنه** $AM = \frac{12}{9}x$، **أي :**

(1) $AM = \frac{4}{3}x$

نعلم أن : $AM = AC - CM$، **أي :**

(2) $AM = 12 - CM$

بمراعاة (1) و (2) **نجد :** $12 - CM = \frac{4}{3}x$ **ومنه** $CM = 12 - \frac{4}{3}x$.

2) وضع المعادلة

بالرجوع إلى المعادلة (1) نحصل على المعادلة : $\frac{2}{3}x + 12 - \frac{4}{3}x = 10$.

3) حل المعادلة $\frac{2}{3}x + 12 - \frac{4}{3}x = 10$. نكتب هذه المعادلة على الشكل $12 - 10 = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}x$،

و منه : $2 = \frac{2}{3}x$،

أي : $x = \frac{6}{2}$،

إذن : $x = 3$

4) التحقق من صحة النتيجة

لنتحقق أن محيط المتوازي الأضلاع NMCE يساوي 20.

- $MN = \frac{2}{3}x$، **أي** $MN = \frac{2}{3} \times 3$، **و منه** $MN = 2$.
- $CM = 12 - \frac{4}{3}x$، **أي** $CM = 12 - \frac{4}{3} \times 3$، **و منه** $CM = 12 - 4$ **إذن** $CM = 8$.

نحسب $2MN + 2\,CM$.

$$2MN + 2\,CM = 2 \times 2 + 2 \times 8$$
$$= 4 + 16$$
$$= 20$$

5) الجواب $AN = 3$ cm.

معادلة يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الأولى

طريقة

1) ننقل كل الحدود إلى الطرف الأيسر.
2) نكتب الطرف الأيسر على شكل جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3) نستغل خاصية الجداء المعدوم.

تمرين

حل المعادلتين :

1) $(3x - 5)(2x - 1) = -3(2x - 1)$.
2) $x^2 - 2x + 1 = 5$.

الحل

1 $(3x - 5)(2x - 1) = -3(2x - 1)$.

تكتب هذه المعادلة على الشكل :

$(3x - 5)(2x - 1) + 3(2x - 1) = 0$،

و منه $(2x - 1)(3x - 2) = 0$،

و هذا معناه :

$2x - 1 = 0$ **أو** $3x - 2 = 0$،

أي : $x = \frac{1}{2}$ **أو** $x = \frac{2}{3}$.

إذن للمعادلة حلان هما : $\frac{1}{2}$ ؛ $\frac{2}{3}$.

2 $x^2 - 2x + 1 = 5$

نعرف أن : $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$.

$(x - 1)^2 - 5 = 0$.

أي : $[(x - 1) - \sqrt{5}\,][(x - 1) + \sqrt{5}\,] = 0$،

$(x - 1 - \sqrt{5})(x - 1 + \sqrt{5}) = 0$،

و هذا معناه :

$x - 1 - \sqrt{5} = 0$ **أو** $x - 1 + \sqrt{5} = 0$،

أي : $x = 1 + \sqrt{5}$ **أو** $x = 1 - \sqrt{5}$.

إذن للمعادلة حلان هما : $(1 + \sqrt{5})$ ؛ $(1 - \sqrt{5})$.

تمارين للتطبيق المباشر

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1 من بين الأعداد 3 ؛ 8 − ؛ 7 ؛ 9 − ؛ 5 ؛ 0 ؛ 12 − ،
ما هو العدد الذي يمثل حلّ المعادلة $2x + 5 = x - 3$ ؟

2 بين أن المعادلات التالية لها نفس الحل :

أ) $6x = -\frac{3}{2}$ ؛ ب) $2 + x = \frac{7}{4}$ ؛

جـ) $-3 + x = -\frac{13}{4}$ ؛ د) $\frac{6}{10}x = \frac{-12}{5}$.

3 حل المعادلات :

أ) $4x = 0$ ؛ $\frac{x}{5} = \frac{3}{15}$ ؛ $x + \frac{2}{3} = -\frac{7}{8}$.

ب) $3(5x - 1) = 30 - 5x$.

جـ) $-4(x - 2) = -3(x - 2)$.

د) $\frac{5x}{6} - 1 + \frac{x}{4} = x - \frac{1}{2}$.

هـ) $\frac{2x - 1}{5} - 3(\frac{x + 1}{10}) = \frac{1 - x}{5}$.

4 اوجد العدد b الذي يجعل حلّ المعادلة :
$b + x = 2x + 1$ مساويا لـ 1.

5 حل المعادلة :
$2(x + 1) - 3(x - 2) = -2(x - 2)$.

6 حل المعادلات :

1) $\frac{2x + 3}{2} = \frac{3x - 5}{3}$.

2) $\frac{x + 1}{2} + \frac{x - 2}{4} = \frac{5x}{6} + 2$.

3) $3x + 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}x + 6$.

4) $2(x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$.

7 اوجد خمسة أعداد طبيعية متتالية بحيث يكون مجموعها يساوي 75.

8 اوجد عددين طبيعيين بحيث يكون أحدهما ضعف الآخر ومجموعهما 12.

9 مستطيل عرضه هو $\frac{2}{3}$ طوله ومحيطه 240.
اوجد طول وعرض المستطيل.

10 STR مثلث حيث :
قيس الزاوية $\hat{S}$ هو ضعف قيس الزاوية $\hat{T}$.
وقيس الزاوية $\hat{R}$ يزيد بمقدار 5° عن ضعف قيس الزاوية $\hat{S}$.
• اوجد قيس كل من زوايا المثلث STR.

المعادلة التي تؤول إلى معادلة من الدرجة الأولى

11 حل المعادلات الآتية :

أ) $(4x - 1)(9 - x) = 0$.

ب) $2(x - 3) = 0$.

جـ) $x(x + 1) = 0$

د) $3x(x - 5) = 0$.

12 حل المعادلات :

1) $(5 - 3x)(x - 7) = 0$.

2) $(x - 1)(x - \sqrt{2}) = 0$.

3) $(\frac{x}{2} - 3)(x + 1) = 0$.

13 1- حلّل العبارات التالية :

• $x^2 + 8x + 16$.

• $4x^2 - 1$.

• $3x^2 - \frac{2}{5}x$.

• $x^2 - 5x$.

2- حل المعادلات :

• $x^2 + 8x + 16 = 0$.

• $4x^2 - 1 = 0$.

• $3x^2 - \frac{2}{5}x = 0$.

• $x^2 - 5x = 0$.

14 اوجد عددا طبيعيا بحيث يكون مربعه مساويا لضعفه.

15 1- انشر وبسط العبارتين التاليتين :

1) $(7x + 1)(4x - 3)$. 2) $(4x - 3)(x - 1)$.

2- حل المعادلتين:

• $28x^2 - 17x - 3 = 0$.

• $4x^2 = 7x - 3$.

تمارين

1 مربعان طول ضلع أحدهما 5 أمثال طول ضلع الآخر ومجموع مساحتهما $2106\ m^2$.

اوجد طول ضلع كل من المربعين.

2 بين أن :

$48x^2 - 28x + 4 = (7x - 2)^2 - x^2$.

A و B عبارتان جبريتان حيث :

$A = 48x^2 - 28x + 4$.

$B = (6x - 2)^2 - (4x - 7)(6x - 2)$.

• حلّل العبارتين A و B.

• حل المعادلات :

$A = 0$ ؛ $B = 0$ ؛ $A = B$.

3 A عبارة جبرية حيث :

$A = 4x^2 + 12x + 9$.

• احسب قيمة A من أجل : $x = \frac{3}{2}$ ؛ $x = 0$ ؛ $x = -\frac{3}{2}$.

• حل المعادلة $A = 0$.

4 حل المعادلات :

1) $\frac{3x+3}{8} + \frac{3x-2}{2} = x - \frac{5}{8}$.

2) $x - \frac{x-1}{2} = 2 - \frac{x+1}{3}$.

3) $2x^2 + 10x = 0$.

4) $10x^2 - 2x = 0$.

5) $7x^2 = -12x$.

5 B عبارة جبرية حيث :

$B = (5x - 2)(2x - 7) - (25x^2 - 4)$.

1) بين أن :

$B = -15x^2 - 39x + 18$.

2) احسب قيمة B من أجل :

$x = \frac{2}{5}$ ؛ $x = \frac{-5}{3}$.

3) حلل $25x^2 - 4$، ثم حلل العبارة B.

4) استنتج حلول المعادلة $B = 0$.

6 مستطيل طوله $(2x - 8)$ وعرضه $(x - 3)$.

اوجد قيم x التي تجعل مساحة هذا المستطيل معدومة.

7 • حلل العبارتين A و B حيث :

$A = 3x - 6$ ؛ $B = x^2 - 9$.

• اوجد حلول المعادلتين:

$(x^2 - 9) + (2x - 1)(x - 3) = 0$ ؛

$(x^2 - 4) - (3x - 6) = 0$.

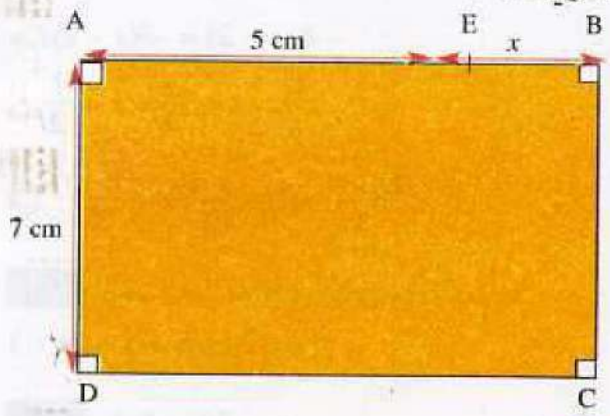
8 اوجد حلول المعادلات:

1) $x^2 = 17$ ؛ $x^2 - 3 = 1$.

2) $(x - 9)(x + 1) + 8x = 0$ ؛ $2x^2 + 1 = x^2 + 8$.

9 • عبر عن مساحة المستطيل ABCD بدلالة x.

• اوجد قيمة x حتى يكون محيط المستطيل ABCD يساوي 32.



10 انشر الجداء $(3x - 1)(2x + 5)$.

لتكن العبارة الجبرية C حيث :

$C = (3x - 1)(x + 5) - (6x^2 + 13x - 5)$.

حل المعادلة $C = 0$.

11 أصحيح أم خاطئ ؟ :

ضع العلامة X في الخانة المناسبة.

1 - حلا المعادلة $4x(4-3x) = 0$ هي :

أ) ☐ 4 و $\frac{4}{3}$ ، ب) ☐ $\frac{4}{3}$ و0 ، جـ) ☐ -4 و $\frac{4}{3}$.

2 - حلا المعادلة $(4x+5)+(3x-4) = 0$ هي :

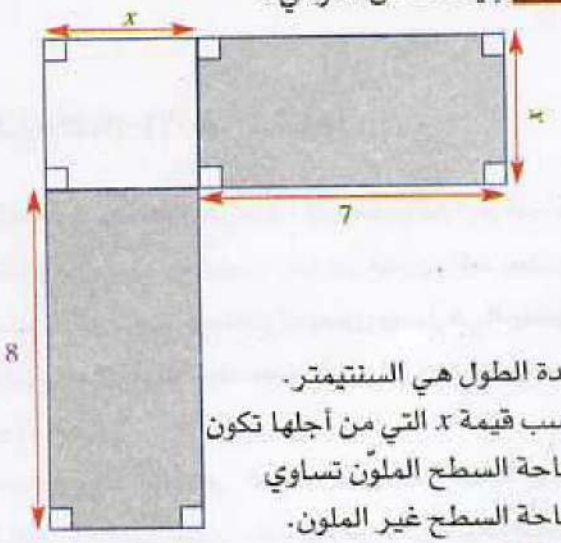
أ) ☐ $\frac{4}{3}$ و $\frac{5}{4}$ ، ب) ☐ $\frac{-1}{7}$ ، جـ) ☐ -8.

3 - حلا المعادلة $x^2 = 36$ هي :

أ) ☐ 6 ، ب) ☐ -6 ، جـ) ☐ ليس لها حلاً حقيقيا.

مسائل

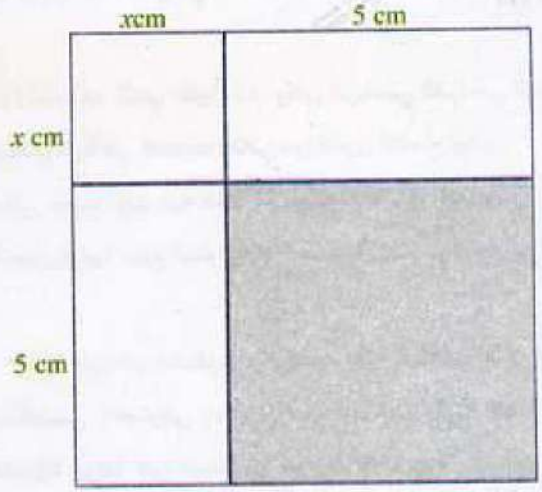
1 إليك الشكل الموالي : ·



وحدة الطول هي السنتيمتر.
احسب قيمة x التي من أجلها تكون مساحة السطح الملوّن تساوي مساحة السطح غير الملون.

2 احسب محيط مربع، إذا أضفنا لأحد أضلاعه 5m وأنقصنا لأحد أضلاعه 3m، نتحصل على مستطيل له نفس مساحة المربع.

3 إليك الموالي :

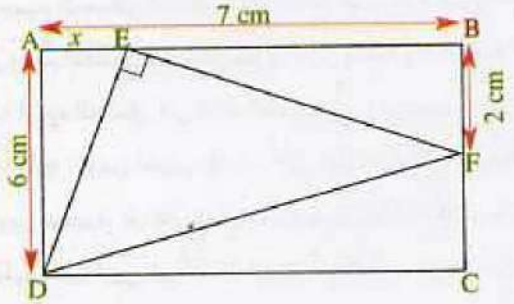


1) عبر بطريقتين مختلفتين عن مساحة الجزء غير الملون.
2) احسب قيمة x، إذا علمت أن مساحة الجزء غير الملوّن يساوي 39 cm.

4 ممّر مستطيل الشكل طول محيطه 38 m، إذا نقص من طوله 4 m وزاد عرضه 1m، نقصت مساحته $10m^2$.
ما هو طول وعرض الممر ؟

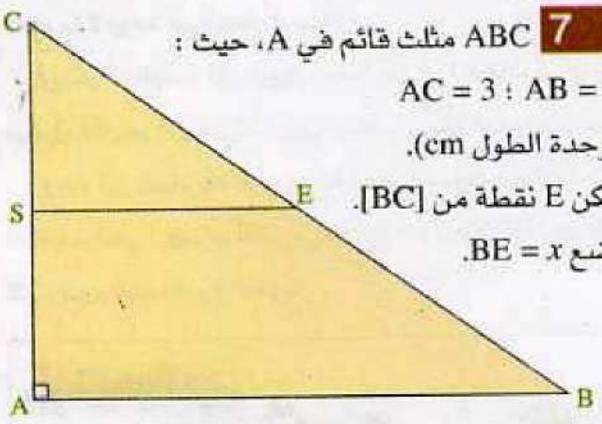
5 صفيحة مربعة الشكل تعرضت للحرارة، فتمددت طولاً بمقدار 2 وعرضًا بمقدار 1,5، ونتيجة لذلك زادت مساحتها بمقدار 34,5 (وحدة الطول هي السنتيمتر).
اوجد بعدي الصفيحة قبل هذا التغيير وبعده.

6 ABCD مستطيل طوله 7 cm وعرضه 6 cm.



E نقطة من [AB] بحيث $AE = x$ cm.
1) انشر وبسط العبارة $2(x-4)(x-3)$.
2) ما هي قيم x التي من أجلها يكون المثلث EFD قائمًا في E.

7 ABC مثلث قائم في A، حيث :
$AB = 4$ ؛ $AC = 3$
(وحدة الطول cm).
لتكن E نقطة من [BC].
نضع $BE = x$.



المستقيم الذي يشمل E ويوازي (AB)، يقطع (AC) في S.
• عبّر عن الطول CE بدلالة x .
• بيّن أنّ :
$SE = 4 - 0,8x$.
$SC = 3 - 0,6x$.
• احسب قيمة x، إذا كان محيط شبه المنحرف SEBA يساوي 9.

5 المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول

تمهيد

1

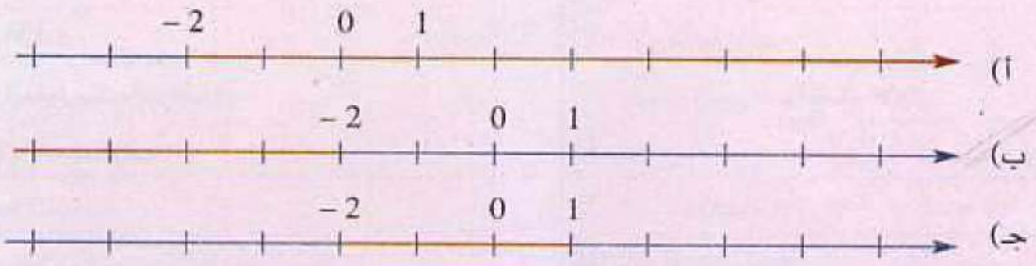
انقل، ثم أكمل المتباينات التالية :

إذا كان $a < 6$، فإن ..... $a + 3$.

إذا كان $b < 12$، فإن ..... $4b$ ، و ..... $\frac{b}{3}$.

إذا كان $a < 5$، فإن ..... $-3a$ ، و ..... $\frac{a}{-2}$.

2



في كل حالة، ماذا نقول عن الأعداد الواقعة على الجزء الملوّن بالأحمر؟

3

من بين المعطيات الآتية، ما هي الصحيحة منها وما هي الخاطئة :

$2 \geq 4$ ؛ $\sqrt{2} \leq 1,4$ ؛ $1,33 \leq \frac{3}{4}$ ؛ $-2,9 < -2,09$ ؛ $3 \geq 3$ ؛ $-3 > -2$ ؛ $5 \leq 1,2$ ؛ $\pi > 3,143$.

أنشطة

1 المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول

يعمل صهيب وزكريا في شركتين مختلفتين.
يتقاضى صهيب شهريا 18000 DA، و يضاف إلى هذا المبلغ 4500 DA على كل بعثة عمل يقوم بها.
يتقاضى زكريا شهريا 20000 DA، و يضاف إلى هذا المبلغ 3000 DA على كل بعثة عمل يقوم بها.
1) ما هما دخلا صهيب وزكريا، إذا قام كل منهما ببعثة واحدة في الشهر ؟
2) ما دخلهما، إذا قام كل منهما ببعثتين في الشهر ؟
3) نفترض أنّ صهيب وزكريا يقومان بنفس عدد البعثات x شهريا .
عبّر بدلالة x عن الدخل الشهري لكل منهما.
4) ما هو عدد البعثات الشهرية الذي يجعل دخل صهيب الشهري أفضل من دخل زكريا ؟
أكمل ما يلي : من أجل $x > 1$. يكون : $3000x + 20000$ ..... $4500x + 18000$.
تسمى الكتابة $3000x + 20000$ ..... $4500x + 18000$ متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

2 حلول متراجحة

من بين الأعداد 2، 5، 3، 2−، 0، 4+. عيّن تلك التي تحقق المتباينة : $4x - 1 \geq 3x + 2$.

• تسمى الأعداد التي تجعل المتباينة صحيحة حلول المتراجحة.

3 حل متراجحة

حل متراجحة هو ايجاد مجموعة حلولها.

حل المتراجحتين: $5x + 2 > 3x - 1$ ؛ $3x - 2 < 6x + 7$.

ملاحظة

لحل متراجحة نتبع نفس خوارزمية حل معادلة مع مراعاة الخواص المتعلقة بضرب أو قسمة طرفي المتباينة في عدد سالب.

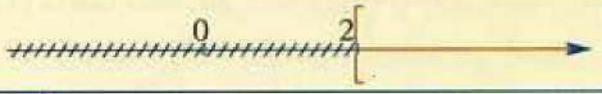
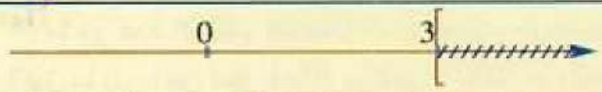
أتمم خطوات الحل :

1
$5x + 2 > 3x - 1$:
أي : 2 ..... $3x >$ 1− ..... $5x$:
و بالتالي : ..... > ..... :
و منه : $x > -\frac{3}{2}$.
كل قيم x الأكبر تماما من $-\frac{3}{2}$
هي حلول المتراجحة $5x + 2 > 3x - 1$.

2
$3x - 2 < 6x + 7$:
أي : 2 ..... 7 <
$3x$ ..... $6x$:
و بالتالي : ..... > ..... :
و منه : 3− ..... x .
كل قيم x .... من 3− هي حلول المتراجحة
$3x - 2 < 6x + 7$.

4 التمثيل البياني لمجموعة حلول متراجحة

تُمثّل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم عددي.

المتراجحة	حلول المتراجحة	التمثيل البياني لحلولها (الجزء الملوّن)
$x \geq 2$	كل قيم x الأكبر من أو تساوي 2	
$x > -2$	كل قيم x الأكبر تماما من -2	
$x < 3$	كل قيم x الأصغر تماما من 3	

اعتمادا على الأمثلة أعلاه، حل المتراجحات الآتية،
ومثل مجموعة حلولها :

أ) $3x < 18$.

ب) $-5x \leq 25$.

جـ) $-4x + 6 \geq -20 - 2x$.

د) $3x + 2 > x - 6$.

تذكرة

a و b و c أعداد حقيقية.
إذا كان $a > b$ و c موجبا، فإن $a \times c > b \times c$.
إذا كان $a > b$ و c سالبا، فإن $a \times c < b \times c$.

5 حل مسألة

تزن شاحنة فارغة 3,850 t. وقد حمّلت بأكياس إسمنت، يزن كل منها 50 kg. تعبر الشاحنة جسرا حمولته القصوى 6t.

صل بسهم.

عدد الأكياس •	• $50x$
حمولة الشاحنة •	• x
الوزن الكلي للشاحنة •	• $50x + 3850$

• عبّر رياضيا عن الجملة :
وزن الشاحنة لا يتعدى 6t.

• ما هو عدد الأكياس التي يمكن نقلها ؟

معارف

1 متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

كل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول x تؤول إلى متراجحة من الشكل $ax < b$ أو $ax > b$ أو $ax \leq b$ أو $ax \geq b$.

مثال : (1) المتراجحة $7x + 2 > x + 5$.
تعني $7x - x > -2 + 5$،
أي $6x > 3$.

(2) المتراجحة $3x + 2 \leq 7x - 4$.
تعني $3x - 7x \leq -2 - 4$،
أي $-4x \leq -6$.

2 حل متراجحة

حل متراجحة هو ايجاد كل القيم الممكنة للمجهول حتى تكون المتباينة صحيحة. هذه القيم هي حلول المتراجحة.

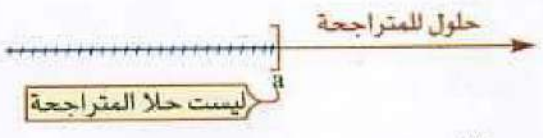
مثال : لحل المتراجحة $3(x - 1) < 5x + 4$،
نلاحظ أنّها تعني $3x - 3 < 5x + 4$،
أي $3x - 5x < 3 + 4$،
و هذا يكافئ $-2x < 7$،
ومنه $x > -\frac{7}{2}$.

- كل قيم x الأكبر من $-\frac{7}{2}$ هي حلول المتراجحة $3(x - 1) < 5x + 4$.
- العدد -2 حل للمتراجحة لأن المتباينة $\underbrace{\frac{5(-2) + 4}{-6}}_{} > \underbrace{\frac{3(-2 - 1)}{-15}}_{}$ صحيحة.
- العدد $-\frac{7}{2}$ ليس حلا للمتراجحة لأن المتباينة $\underbrace{\frac{5\left(\frac{-7}{2}\right) + 4}{-13,5}}_{} > \underbrace{\frac{3\left(\left(\frac{-7}{2}\right) - 1\right)}{-13,5}}_{}$ ليست صحيحة.

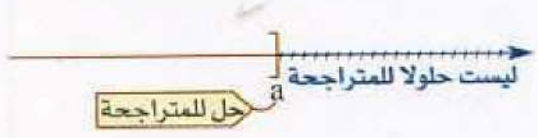
3 تمثيل حلول متراجحة بيانيا

تُمثَّل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم عددي.

حلول المتراجحة $x > a$ تمثل بيانيا.

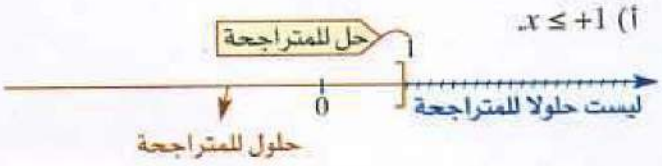


حلول المتراجحة $x \leq a$ تمثل بيانيا.

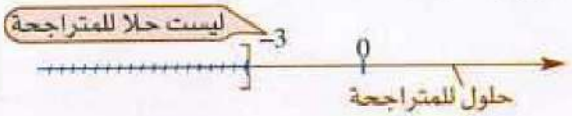


مثال :

i) $x \leq +1$



ب) $x > -3$.



طرائق وتمارين محلولة

حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

طريقة لحل متراجحة،

- نتبع نفس خوارزمية حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد، مع مراعاة الخواص المتعلقة بضرب طرفي المتباينة في عدد سالب.
- نستنتج بجملة رياضية أو بتمثيل بياني مجموعة الحلول على مستقيم مدرج (نلوّن الجزء الذي يمثل مجموعة الحلول ونشطب الجزء الآخر).

تمرين حل المتراجحة : $-3x + 5 < 2x + 2$.

الحل

$-3x + 5 < 2x + 2$ ،

أي : $-3x - 2x < -5 + 2$ ،

و هذا يكافئ : $-5x < -3$.

نضرب طرفي المتراجحة $-5x < -3$ في العدد السالب $-\frac{1}{5}$.

فنحصل على المتراجحة : $-\frac{1}{5} \times (-5x) > -\frac{1}{5} \times (-3)$:

و منه $x > \frac{3}{5}$.

الجملة الرياضية حلول المتراجحة هي :
كل قيم x الأكبر تماما من $\frac{3}{5}$

التمثيل البياني

تمارين للتطبيق المباشر

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1 نعتبر المتراجحة : $4x + 7 > 2 - 3x$.

أ) هل العدد 0 حل لهذه المتراجحة ؟ (علل).

ب) هل العدد -1 حل لهذه المتراجحة ؟ (علل).

جـ) حل المتراجحة $4x + 7 > 2 - 3x$، ومثّل مجموعة حلولها على مستقيم مدرّج.

2 تحقق من أن الأعداد 0 ؛ -3 ؛ 5 هي حلول المتراجحات التالية :

أ) $3x + 5 \leq 4x + 8$.

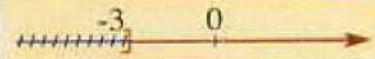
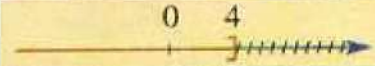
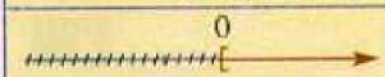
ب) $4x + 3 < -2x + 43$.

3 حل ذهنيا المتراجحات التالية :

أ) $-5x \leq 3$ ؛ $3x > 6$.

ب) $-4x + 4 < 0$ ؛ $2x - 3 < 1$.

4 أكمل الجدول.

المتراجحة	التمثيل البياني لمجموعة حلولها (الجزء الملوّن بالأحمر)
	
	
	

5 حل المتراجحة : $-4y + \frac{1}{2} \geq -9$.

1) مثّل بيانيا مجموعة حلولها.

2) ما هي قيم y الطبيعية التي تمثل حلول المتراجحة ؟

6 حل المتراجحات التالية:

1) $3(2x - 1) + 2(5x - 4) > x + 4$.

2) $\frac{-4}{7}x + 4 < 0$.

3) $\frac{3x - 2}{4} < -2$.

4) $\frac{5x + 1}{6} > \frac{3x - 3}{8}$.

7 حل المتراجحات الآتية ومثّل مجموعة حلول كل منها بيانيا:

1) $2x + 3 \leq \frac{1}{5}$.

2) $-\frac{2}{3}x - 1 \leq \frac{1}{4}$.

3) $-4x - 3 < 2x + 2$.

4) $\frac{2}{3}x - \frac{4 - x}{5} \leq x$.

5) $\frac{5x}{9} < \frac{25}{18}$.

6) $-\frac{3}{4}x \leq 6$.

7) $-x + 11 < 3x + 31$.

8) $-2x + 1 \leq -x + 2$.

9) $\frac{x + 3}{4} + 1 > x + \frac{x + 1}{2}$.

10) $x - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} < -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.

8 من بين الأعداد التالية : -4 ؛ 4 ؛ -7 ؛ 0.

• ما هي التي تمثّل حل للمتراجحة $-5x \leq 21 - 1$ ؟

• حل المتراجحة $x - 4 > -2 - 3x$، ومثل مجموعة حلولها بيانيا.

تمارين

1 مستطيل طوله 12 cm وعرضه b حيث $0 < b \leq 12$.

- عبر عن المحيط P للمستطيل بدلالة b.
- ما هي قيم b التي من أجلها $P > 36$ ؟
- عبر عن المساحة S للمستطيل بدلالة b ؟
- ما هي قيم b التي من أجلها $S < 114$ ؟

2 لتكن العبارة الجبرية A حيث : $A = \frac{3x-2}{4}$.

1) احسب A، لمّا $x = \frac{7}{3}$.

2) هل العدد $\frac{7}{3}$ حل للمتراجحة $\frac{3x-2}{4} < 2$ ؟

3) حل المتراجحة $\frac{3x-2}{4} < 2$.

3 1) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$ عددا ناطقا.

2) حل المتراجحة $x\sqrt{3} - 2 > \sqrt{3}$.

4 حل المعادلتين و المتراجحتين :

1) $x(2x-7) = 0$.

2) $4x^2 = 100$.

3) $\frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$.

4) $3x - 4 \leq 5(x-1)$.

5 ABC مثلث قائم في A بحيث $AB = 16$ cm.
عين حصرا لطول الضلع [AC] بحيث تكون مساحته تساوي على الأكثر $72\ cm^2$ وعلى الأقل $48\ cm^2$

6 1) حل المعادلتين :

أ) $(2x-1) = 0 \rightarrow (3-4x) = 0$.

ب) $(3-4x)(2x-1) = 0$.

2) حل المتراجحة $3 - 4x > 2x - 1$.

ومثّل مجموعة حلولها بيانيا.

7 لتكن العبارة D حيث :

$D = (3x-1)^2 - (x-1)(9x+6)$.

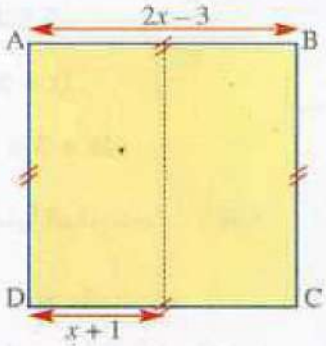
1) انشر وبسط D.

2) حل المتراجحة $D \geq 1$.

3) حلّل العبارة E حيث $E = (3x-2)^2 - 9$.

4) حل المعادلة $E = 0$.

8 ABCD مربع طول ضلعه $2x - 3$، حيث $x \geq 4$.



1) بين أنّنا نستطيع التعبير عن مساحة المستطيل BCEF بالعبارة $A = (2x-3)^2 - (2x-3)(x+1)$.

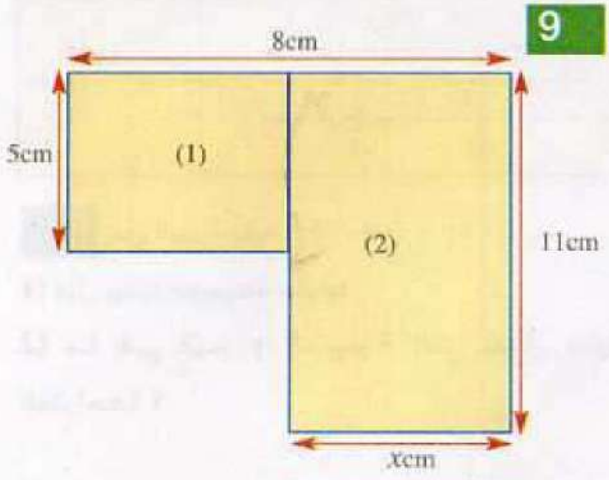
2) انشر، ثم بسط A.

3) حلل A.

4) حل المعادلة $(2x-3)(x-4) = 0$.

5) ما هي قيمة x التي من أجلها تكون مساحة BCEF معدومة ؟

9



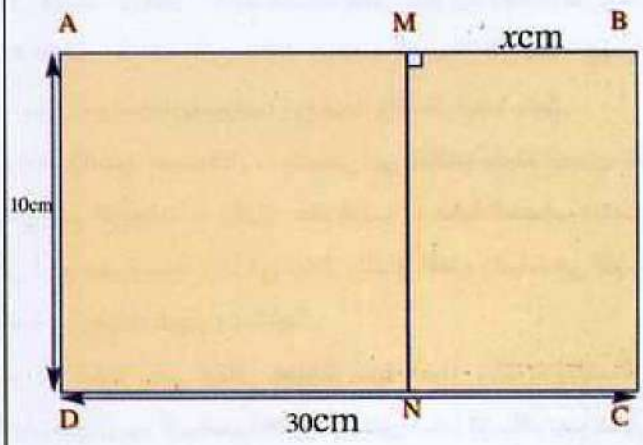
من أجل أي قيم x يفوق محيط المستطيل (1) محيط المستطيل (2).

مسائل

1 نمثل قاعة مستطيلة بالمستطيل ABCD، الموضح في الشكل، والتي يمكن تقسيمها بحاجز متحرّك ممثل بقطعة مستقيم [MN].

الأطوال معبر عنها بالمتر وهي كالتالي :

$AD = 10\ m$ ؛ $DC = 30\ m$ ؛ $MB = x m$.



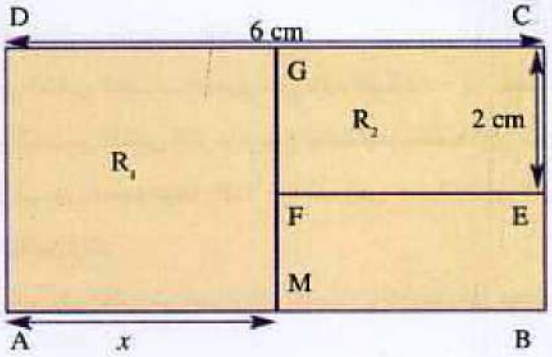
1) ماذا يُمثل الجداء $10\ (30 - x)$ المعبر عنه بـ m^2 ؟

2) ماذا يُمثل الجداء $10x$ المعبر عنه بـ m^2 ؟

3) حل المتراجحة $40x > 10x - 300$.

4) اوجد قيم x التي من أجلها تكون مساحة الجزء AMND أقل بأربع مرات من مساحة الجزء MBCN.

2 إليك الشكل الآتي :



ABCD مستطيل بحيث $AD = BC = 3\ cm$.

M نقطة من القطعة [AB] بحيث :

$AM = x$ مع $0 < x < 6$ و x معبر عنه بالسنتيمتر.

نسمي R_2 المستطيل FECG

و R_1 المستطيل AMGD.

1) ليكن P_1، P_2 محيطي المستطيلين R_1، R_2 على الترتيب معبرا عنهما بـ cm.

أ) احسب P_1، P_2 بدلالة x .

ب) من أجل أي قيمة لـ x يتساوى المحيطان P_1 وP_2 .

2) لتكن S_1، S_2 مساحتي المستطيلين R_1 و R_2 على الترتيب معبرا عنهما بـ cm^2.

أ) احسب S_1 و S_2 بدلالة x.

ب) من أجل أي قيم لـ x يكون لدينا : $S_2 < S_1$.

3 أراد فلاح أن يزرع قطعة أرض مستطيلة الشكل، طولها 80 m وعرضها لم يقرره بعد.

يودّ هذا الفلاح أن يكون محيط هذه القطعة أقل من 240 m وأن تزيد مساحتها عن $300\ m^2$.

1) عبّر عن ذلك بمتراجحتين.

2) حل هاتين المتراجحتين، ثم أعط القيم الممكنة لعرض القطعة x .

4 مستطيل بعداه 7 cm ؛ 16 cm. ماهو العدد x المعبر عنه بالسنتيمتر الذي يمكن إضافته إلى طوله وعرضه بحيث لا يتجاوز محيطه 86 cm ؟

5 ABC مثلث مساوي الساقين رأسه الأساسي A.

بحيث $AB = 8cm$ و $BC = 6cm$.

- I منصف [BC]، O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و $x$cm نصف قطرها.

1) احسب الطول AI.

2) بيّن أن $x^2 = (\sqrt{55} - x)^2 + 9$.

- استنتج x.

3) بين أن $OI = \dfrac{23}{\sqrt{55}}$.

الدَّرسُ الـ 3

الحِسَابُ الحَرفِيُّ

1 - المتطابقات الشهيرة

1-1 تعريف

a و b عددان حقيقيان

تسمى المساويات الآتية بالمتطابقات الشهيرة

1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

مثال

أنشر العبارات الآتية ،

$(x\sqrt{2}+1)(x\sqrt{2}-1)$ ، $(x-1)^2$ ، $(2x+3)^2$ ، $(3+2)^2$

الحل

$(3+2)^2 = 3^2 + 2(3)(2) + 2^2 = 9 + 12 + 4 = 25$

$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2 = 2^2 \times x^2 + (2 \times 2 \times 3)x + 9$
$= 4 \times x^2 + 12x + 9$

$(x-1)^2 = x^2 - 2(x)(1) + 1^2 = x^2 - 2x + 1$

$(x\sqrt{2}+1)(x\sqrt{2}-1) = (x\sqrt{2})^2 - 1^2 = x^2 \times (\sqrt{2})^2 - 1$
$= x^2 \times 2 - 1$
$= 2x^2 - 1$

تمرين تدريبي .

أنشر ثم بسط العبارات التالية

1) $A=(2x-3)(2x+3)+(x-2)^2$

2) $B=(2x+5)(x+4)-2(x+2)^2$

3) $C=(3x+5)^2+(3x-5)^2$

الحل

1) العبارة $(2x-3)(2x+3)$ من الشكل $(a-b)(a+b)$ حيث $a=2x$ و $b=3$

إذن $(2x-3)(2x+3)=(2x)^2-3^2=2^2\times x^2-3^2=4x^2-9$

العبارة $(x-2)^2$ من الشكل $(a-b)^2$ حيث $a=x$ و $b=2$

إذن $(x-2)^2=x^2-2(x)(2)+2=x^2-4x+4$ وبالتالي

$$A=(2x-3)(2x+3)+(x-2)^2=(4x^2-9)+(x^2-4x+4)$$
$$=(4x^2+x^2)-4x+(-9+4)=5x^2-4x-5$$

2) ننشر العبارة $(2x+5)(x+4)$

$$(2x+5)(x+4)=(2x)(x)+(2x)(4)+5(x)+5\times 4$$
$$=2x^2+8x+5x+20=2x^2+13x+20$$

ننشر العبارة $(x+2)^2$

إذن $(x+2)^2=x^2+2(x)(2)+2^2=x^2+4x+4$

$$B=(2x+5)(x+4)-2(x+2)^2=2x^2+13x+20-2(x^2+4x+4)$$
$$=2x^2+13x+20-2x^2-8x-8=(2x^2-2x^2)+(13x-8x)+(20-8)$$
$$=0+5x+12=5x+12$$

3) $(3x+5)^2$ من الشكل $(a+b)^2$ حيث $a=3x$ و $b=5$ إذن

$$(3x+5)^2=(3x)^2+2(3x)(5)+5^2=3^2\times x^2+(2\times 3\times 5)x+5^2=9x^2+30x+25$$

$(3x-5)^2$ من الشكل $(a-b)^2$ حيث $a=3x$ و $b=5$ إذن

$$(3x-5)^2=(3x)^2-2(3x)(5)+5=3^2\times x^2-(2\times 3\times 5)\times x+5^2=9x^2-30x+25$$

إذن

$$C=(9x^2+30x+25)+(9x^2-30x+25)$$
$$=(9x^2+9x^2)+(30x-30x)+(25+25)=18x^2+50$$

2 ـ تحليل عبارة جبرية

تحليل عبارة جبرية يعني كتابتها على شكل جداء .

و من أجل ذلك نبحث عن العامل المشترك أو نستعمل المتطابقات الشهيرة.

التحليل (العامل المشترك هو a)

$$A=a(b+c) \underset{\text{النشر}}{\overset{\text{التحليل}}{\rightleftharpoons}} A=ab+ac$$

$$A=(a+b)(c+d) \underset{\text{النشر}}{\overset{\text{التحليل}}{\rightleftharpoons}} A=ac+ab+bc+bd$$

مثال

حلل العبارات التالية

$A=2x+6$ ، $B=4x^2-18x$ ، $C=(4-2x)+(6x+12)$ ،
$D=(2x+3)(x+1)+(4x+6)(x-1)$ ، $E=x^2-4x+4$ ، $F=9x^2-25$

الحل

$A=2x+6=2x+2\times3=2(x+3)$

$B=4x\times x-9\times2\times x=(2x)(2x)-9\times(2x)=2x(2x-9)$

- العامل المشترك في العبارة C غير بارز .

لاحظ ان $4-2x=2\times2-2x=2(2-x)$

$6x+12=2\times(3x)+2\times6=2(3x+6)$

إذن 2 عامل مشترك في العبارتين $4-2x$ و $6+12x$ و بالتالي

$C=2[(2-x)+(3x+6)]=2[(2+6)+(3x-x)]=2[8+x(3-1)]$
$=2[8+2x]=2\times[4\times2+2\times x]=2\times2[4+x]=4(4+x)$

- العامل المشترك في العبارة D غير بارز

لاحظ ان $4x+6=2\times(2x)+2\times3=2(2x+3)$

إذن $(2x+3)$ عامل مشترك في العبارتين $(x+1)(2x+3)$ و $(4x+6)(x-1)$ و عليه

$D=(2x+3)[(x+1)+2(x-1)]=(2x+3)(x+1+2x-2)$
$=(2x+3)[(x+2x)+(1-2)]=(2x+3)[x(1+2)-1]=(2x+3)[3x-1]$

- العبارة E من الشكل $a^2-2ab+b^2$ حيث $a=x$ و $b=2$

و نكتب E على الشكل $(a-b)^2$

$E=x^2-4x+4=x^2-2(x)(2)+2^2=(x-2)^2$

- العبارة F من الشكل a^2-b^2

و تكتب على الشكل $(a-b)(a+b)$ حيث $a=3x$ و $b=5$

$F=9x^2-25=3^2\times x^2-5^2=(3x^2)-5^2=(3x-5)\times(3x+5)$

3 - إثبات صحة مساواة

لإثبات صحة المساواة $A=B$ توجد عدة طرق

1) نبسط A إلى النتيجة C ونبسط B إلى النتيجة C أي $A=C$ و $B=C$
2) نثبت ان $A-B=0$
3) ننطلق من A و نصل إلى B أو العكس .

تمرين تدريبي

x عدد حقيقي
اثبت صحة المساواة الآتية

1) $(2x+1)^2-2x+5=(2x^2+x+3)$ 2) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{9}{4}\right)=2(2x-1)(x+1)$

3) $(3x+4)(2x-1)+(3x+4)(x+4)=(3x+4)(3x+3)$

الحل

1) ننطلق من الطرف الأيسر و نصل إلى الطرف الأيمن .
نضع $A=(2x+1)^2-2x+5$ و $B=2(2x^2+x+3)$

$$A=(2x+1)^2-2x+5=(2x)^2+2(2x)(1)+1^2-2x+5$$
$$=2^2\times x^2+4x+1-2x+5=4x^2+4x+1-2x+5$$
$$=4x^2+(4x-2x)+(1+5)=4x^2+x(4-2)+6=4x^2+2x+6$$
$$=2\times(2x^2)+(2x)+2\times3=2(2x^2+x+3)=B$$

طريقة اخرى

نبسط A إلى C و نبسط B إلى C

$$A=(2x+1)^2-2x+5=(2x)^2+2(2x)(1)+1^2-2x+5$$
$$=4x^2+4x+1-2x+5=4x^2+2x+6=C.....(1)$$
$$B=2(2x^2+x+3)=2(2x^2)+2(x)+2\times3=4x^2+2x+6=C.....(2)$$

من (1) و (2) نجد $A=B$

$\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$ من الشكل a^2-b^2 حيث $a=2x+\frac{1}{2}$ و $b=\frac{3}{2}$

2) نضع $A=\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$ و $B=2(2x-1)(x+1)$

$$A=\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\left(2x+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)=\left(2x+\frac{1-3}{2}\right)\left(2x+\frac{1+2}{2}\right)$$
$$=\left(2x+\frac{-2}{2}\right)\left(2x+\frac{4}{2}\right)=(2x-1)(2x+2)=C.....(1)$$
$$B=2(2x-1)(x+1)=(2x-1)(2)(2x+1)=(2x-1)(2x+2)=C.....(2)$$

من (1) و (2) نجد $A=B$

3) نضع

$A=(3x+4)(2x-1)+(3x+4)(x+4)$ و $B=(3x+4)(3x+3)$
فننطلق من A و نصل إلى B

$$A=(3x+4)(2x-1)+(3x+4)(x+4)$$
$$=(3x+4)[(2x-1)+(x+4)]=(3x+4)[(2x+x)+(-1+4)]$$
$$=(3x+4)[x(2+1)+3]=(3x+4)(3x+3)=B$$

تطبيق 1

1) بيّن ان الجداء $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$ عدد ناطق

2) إجعل مقام النسبة $\frac{2}{3+\sqrt{3}}$ ناطقا

الحل

1) الجداء $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$ من الشكل $(a+b)(a-b)$ و الذي يساوي a^2-b^2

حيث $a=3$ و $b=\sqrt{3}$ إذن $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})=3^2-(\sqrt{3})^2=9-3=6$

2) نكتب $\frac{2}{3+\sqrt{3}}=2\times\frac{1}{3+\sqrt{3}}$

و من السؤال (1) لدينا $\frac{6}{3+\sqrt{3}}=3-\sqrt{3}$ و بالقسمة على 6 نجد $\frac{1}{3+\sqrt{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{6}$

إذن $\frac{2}{3+\sqrt{3}}=2\times\left(\frac{3-\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

طريقة أخرى

إذا كانت نسبة مقامها من الشكل $a+\sqrt{b}$ فإن لجعل مقام هذه النسبة ناطقا نضرب ونقسم النسبة في مرافق $a+\sqrt{b}$ و مرافق العبارة $a+\sqrt{b}$ هو $a-\sqrt{b}$ و العكس صحيح

إذن مرافق $3+\sqrt{3}$ هو $3-\sqrt{3}$ و عليه

$$\frac{2}{3+\sqrt{3}}=\frac{2}{3+\sqrt{3}}\times\frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{2(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2(3-\sqrt{3})}{3^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2(3-\sqrt{3})}{9-3}=\frac{2(3-\sqrt{3})}{6}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$$

تطبيق 2

A عبارة جبرية بحيث $A=(3x-1)(x+2)-(2x+1)^2$

1) انشر ثم بسط العبارة A

2) احسب قيمة A من أجل $x=\sqrt{2}$ و $x=-2+\sqrt{2}$

عباس عبد الوهاب

الحل

1) $(3x)(x+2)=(3x)(x)+3x\times 2-x-2 \quad =3x^2+6x-x-2 \quad =3x^2+5x-2$

$(2x+1)^2$ من الشكل $(a+b)^2$ مع $a=2x$ و $b=1$ إذن

$(2x+1)^2=(2x)^2+2(2x)(1)+1 \quad =4x^2+4x+1$ و عليه

$A=(3x^2+5x-2)-(4x^2+4x+1)=3x^2+5x-2-4x^2-4x-1$

$=(3x^2-4x^2)+(5x-4x)+(-2-1)=(3-4)x^2+(5-4)x-3 \quad =-x^2+x-3$

2) حساب قيمة A من اجل $x=\sqrt{2}$

$A=-(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}-3=-2+\sqrt{2}-3=-5+\sqrt{2}$

حساب قيمة A من اجل $x=-2+\sqrt{2}$

$A=-(-2+\sqrt{2})^2+(-2+\sqrt{2})-3 \quad =-[(-2)^2+2(-2)(\sqrt{2})+(\sqrt{2})^2]-2+\sqrt{2}-3$

$=-(4-4\sqrt{2}+2)-5+\sqrt{2} \quad =-11+5\sqrt{2}$

تطبيق 3

A و B عددان ناطقان بحيث $A=\sqrt{52-14\sqrt{3}}$ و $B=7-\sqrt{3}$

احسب A^2 و B^2 ثم قارن بين A و B.

الحل

$A^2=(\sqrt{52-14\sqrt{3}})^2=52-14\sqrt{3}$.....(1)

$B^2=(7-\sqrt{3})^2=7^2-2(7)(\sqrt{3})+(\sqrt{3})^2 \quad =49-14\sqrt{3}+3 \quad =52-14\sqrt{3}$ .....(2)

من (1) و (2) نستنتج ان $A^2=B^2$ و عليه $A=B$ او $A=-B$

و بما ان A و B إشارتاهما موجبتان فإن $A=B$

تطبيق 4

تحقق ان العبارتين A و B متساويتان في كل حالة من الحالات الآتية

1) $A=6(1+2x)-34$ و $B=3(4x-10)+2$

2) $A=9x^2-\frac{16}{25}$ و $B=\left(3x+\frac{4}{5}\right)\left(3x-\frac{4}{5}\right)$

3) $A=(2x-1)(8x+4)$ و $B=4(4x^2-1)$

الحل

1) $A=6(1+2x)-34=6+12x-34 \quad =12x-28$.....(1)

$B=3(4x-10)+2=12x-30+2=12x-28$.....(2)

من (1) و (2) نستنتج ان $A=B$

2) $A=9x^2-\frac{16}{25}=(3x)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\left(3x-\frac{4}{5}\right)\left(3x+\frac{4}{5}\right)=B$

3) $A=(2x-1)(4)(2x+1)=4(2x-1)(2x+1)=4\left[(2x)^2-1^2\right]=4\left[4x^2-1\right]=B$

تطبيق 5

حلل العبارات الجبرية التالية

1) $2x^2+4x$ ، 2) $(2x-5)(2x+1)-3(2x+1)$ ، 3) $2xy+4x+3x^2$

4) $\frac{6}{7}x^2-\frac{9}{7}x$ ، 5) $\frac{5}{3}x^2y+\frac{2}{3}yx^2$ ، 6) $5x^2+4\sqrt{5}x+4$

الحل

1) $2x^2+4x=2x(x)+2(2x)=2x(x+2)$

2) $(2x-5)(2x+1)-3(2x+1)=(2x+1)[2x-5-3]=(2x+1)(2x-8)$

3) $2xy+4x+3x^2=x[2y+2+3x]$

4) $\frac{6}{7}x^2-\frac{9}{7}x=\frac{2\times3}{7}\times x\times x-\frac{3\times3}{7}\times x=\left(\frac{3}{7}x\right)(2x)-\left(\frac{3}{7}x\right)(3)=\left(\frac{3}{7}x\right)(2x-3)$

5) $\frac{5}{3}x^2y+\frac{2}{3}yx^2=\left(\frac{1}{3}xy\right)(5x)+\left(\frac{1}{3}xy\right)(2y)=\left(\frac{1}{3}xy\right)(5x+2y)$

6) $5x^2+4\sqrt{5}x+4=\left(\sqrt{5}x\right)^2+2\left(\sqrt{5}x\right)(2)+2^2=\left(\sqrt{5}x+2\right)^2$

تطبيق 6

اتمم الفراغات في كل ما يلي

1) $x^2+2(3x)+9=(\ldots\ldots+\ldots\ldots)^2$

2) $9x^2+42x+49=(\ldots)^2+2(\ldots)(\ldots)+(\ldots\ldots)^2=(\ldots\ldots+\ldots\ldots)^2$

3) $2x^2-7=(\ldots)^2-(\ldots\ldots)^2=(\ldots\ldots+\ldots\ldots)(\ldots\ldots-\ldots\ldots)$

الحل

1) $x^2+2(3x)+9=(x+3)^2$

2) $9x^2+42x+49=(3x)^2+2(3x)(7)+7^2=(3x+7)^2$

3) $2x^2-7=\left(\sqrt{2}x\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2=\left(\sqrt{2}x+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}x-\sqrt{7}\right)$

تطبيق 7

مستطيل بعداه x و y ومحيطه $14\ cm$ ومساحته $12\ cm^2$

1) احسب $(x+y)^2$

2) بين أن $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ ثم استنتج قيمة x^2+y^2

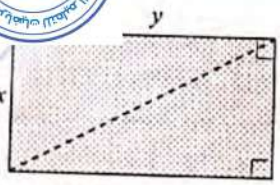
3) استنتج طول قطر هذا المستطيل.

عباهي عبد الوهاب

الحل

1) محيط المستطيل الذي بعداه x و y هو $P=2(x+y)$
يعني $2(x+y)=14$ و منه $x+y=7$ $P=16$

2) $(x+y)^2=7^2=49$
$(x+y)^2-2xy=[x^2+2xy+y^2]-2xy=x^2+y^2$
إذن $x^2+y^2=49-2S$
حيث S هي مساحة المستطيل الذي بعداه x و y
إذن $x^2+y^2=49-2\times 12=25$
قيمة القطر هي $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{25}=5cm$



تطبيق 8

A عبارة جبرية حيث $A=(2x-5)^2-(-5x-5)(x-5)$
1) انشر $(2x-5)^2$ و $(-5x-5)(x-5)$
2) بين أن $A=(3x)^2$
3) أوجد قيم x بحيث $A=25$

الحل

1) $(2x-5)^2=(2x)^2+2(2x)(-5)+(-5)^2$
$=2^2\times x^2+4x\times(-5)+25=4x^2-20x+25$
$(-5x-5)(x-5)=(-5x)(x)+(-5x)(-5)-5(x)+(-5)(-5)$
$=-5x^2+25x-5x+25=-5x^2+20x+25$

2) $A=(2x-5)^2-(-5x-5)(x-5)$
$=(4x^2+20x+25)-(-5x^2+20x+25)$
$=4x^2+20x+25+5x^2-20x-25$
$=(4x^2+5x^2)+(20x-20x)+(25-25)$
$=9x^2=(3x)^2$

3) $A=25$ تعني $(3x)^2=25$ و منه $3x=5$ أو $3x=-5$
أي $x=\frac{5}{3}$ أو $x=-\frac{5}{3}$
و بالتالي قيم x المطلوبة هي $\frac{5}{3}$ و $-\frac{5}{3}$

تطبيق 9

1) انشر ثم بسط العبارة A حيث $A=(x+3)^2-(x+2)(x-3)$
2) إعتمادا على السؤال الأول احسب $(1003)^2-1002\times 997$

الحل

1) $A=(x+3)^2-(x+2)(x-3)=x^2+2(x)(3)+3^2-(x^2-3x+2x-6)$
$=x^2+6x+9-(x^2-x-6)=x^2+6x+9-x^2+x+6=7x+15$

2) بوضع $x=1000$ في العبارة A نجد

$A=(1000+3)^2-(1000+2)(1000-3)$
$=10003^2-1002\times997 \quad =7\times1000+15 \quad =7000+15=7015$

تطبيق 10

فلاح لديه قطعة ارض مستطيلة الشكل عرضها $6xm$ و طولها $(11x+10)m$ اراد ان يبني منزلين لهما نفس المساحة و يترك مساحة مخصصة لغرس الأشجار.

1) اعط عبارة المساحة S المخصصة لغرس الأشجار بدلالة x علما ان بعدا قاعدة المنزل هما x و $x+4$

2) انشر العبارة S

3) حلل العبارة S

4) احسب S من اجل $x=10$

الحل

1) مساحة الأرض هي S_T حيث $S_T=6x(11x+10)m^2$
مساحة المنزل هي $S_M=x(x+4)$
إذن مساحة المنزلين هي $2S_M=2x(x+4)$
المساحة المخصصة لغرس الأشجار هي S حيث $S=S_T-2S_M=6x(11x+10)-2x(x+4)$

2) ننشر العبارة S

$S=6x(11x+10)-2x(x+4)=(6x)(11x)+60x-2x^2-8x$
$=(66x^2-2x^2)+60x-8x=64x^2+52x$

3) تحليل العبارة S

$S=6x(11x+10)-2x(x+4) \quad =3(2x)(11x+10)-2x(x+4)$
$=2x(33x+30-x-4) \quad =2x(32x+26)$
$=2x\times2(16x+13) \quad =4x(16x+13)$

4) من اجل $x=10$ نجد

$S=4\times10(16\times10+13)$
$=40(160+13)=40\times173$
$=6920m^2$

تمارين و مسائل

1

نعتبر العبارات الجبرية التالية

$$A=\frac{3}{5}x\left(x-\frac{15}{4}\right)\ ،\ B=\frac{9}{4}x\left(\frac{4}{15}x-1\right)\ ،\ C=\frac{1}{5}\left(3x^2-3\right)-3\left(\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}\right)$$

انشر ثم بسط كل عبارة من العبارات السابقة . ماذا تستنتج؟

2

انشر ثم بسط كل عبارة من العبارات التالية

أ) $\left(x+\frac{3}{5}\right)(3x+2)$ ؛ ب) $\left(\frac{1}{5}x+1\right)\left(2x-\frac{1}{3}\right)$ ،

جـ) $(a-2)\left(\frac{2}{3}a+3\right)$ ، د) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(2x-\frac{1}{3}\right)+2\left(x-\frac{1}{2}\right)$

هـ) $5(x+2)+2(3x-5)$ ، و) $\frac{1}{2}(4t-2)+2(3t+1)$

3

حقل على شكل مستطيل $ABCD$

E و F نقطتين من $[AB]$ و $[AD]$

على الترتيب بحيث $AF=AE=30\text{ m}$

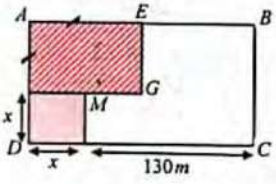
و $FMND$ مربع طول ضلعه x حيث $x\langle 30$

A المساحة ب m^2 للحيز $EBCNMG$

1) احسب A من اجل $x=10$ ، $x=20$ ، $x=30$

2) أ) اوجد طريقتين مختلفتين للتعبير عن A بدلالة x

ب) انشر ثم بسط كل عبارة من العبارتين التي وجدتهما.



4

انشر ثم بسط العبارات التالية

$$A=(2x-5)^2+(x-3)(x+1)$$
$$B=-4(t+1)^2+(3t+2)^2$$
$$C=2x(x+3)-(x+4)^2$$
$$D=3(x+1)^2-2(x+1)+4x^2$$
$$E=\left(6x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(8x+\frac{1}{4}\right)$$

6

E عبارة جبرية حيث $E=(3x-1)(x+2)+(3x-1)(2x-3)$

1) عين العامل المشترك للجداءين $(3x-1)(x+2)$ و $3x-1)(2x-3)$

2) انقل ثم أكمل مايلي $E=(3x-1)[(.....)+(.....)]$

3) احسب E من اجل $x=2$ و $x=\frac{1}{3}$

8

A عبارة جبرية حيث

$A=(3x+1)(2x-1)+(3x+1)(5x-3)+4$

1) انشر ثم بسط العبارة A

2) حلل A إلى جداء عوامل

3) باختيار الصيغة الأنسب لـ A

احسب A من اجل $x=0$ ، $x=-\frac{1}{3}$ ، $x=\frac{5}{2}$

7

انقل ثم اكمل الفراغات في كل مما يلي

ا) $(x+...)^2=...+10x+...$ ،

ب) $(...-...)^2=9x^2+...+25$

جـ) $(6x-...)(...+...)=...-25$

8

1) انشر ثم بسط العبارة A حيث

$A=(x+4)(x+8)$

2) حلل العبارة B حيث $B=(x+6)^2-4$

3) ABC مثلث قائم في A ، x عدد حقيقي موجب ، حيث $BC=x+6$ و $AB=2$

اعط شكلا يوضح المعطيات ثم بين ان $AC^2=x^2+12x+32$

9

1) ا) انشر ثم بسط العبارة التالية

$(x-5)^2-(x-4)(x-7)$

ب) استنتج بدون استعمال الآلة الحاسبة $9995^2-9997.9993$

2) بدون استعمال الآلة الحاسبة احسب $125120^2-125121.125.118$

10

نعتبر العبارة $A=(2x+1)^2-(x-3)(2x+1)$

1) انشر ثم بسط العبارة A

2) حلل A إلى جداء عوامل

3) احسب A من اجل $x=-\frac{1}{2}$

11

1) ا) انشر ثم بسط العبارة $D=(2x+5)(3x-1)$

ب) انشر ثم بسط العبارة $E=(x-1)^2+x^2+(x+1)^2$

جـ) اوجد ثلاثة اعداد طبيعية متتالية بحيث مجموع مربعاتها يساوي 4802

عباسي عبد الوهاب

2) أ) حلل العبارة $F=(x+3)^2-(2x+1)(x+3)$

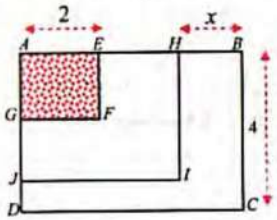
ب) حلل العبارة $G=4x^2-100$

ج) عين عدد طبيعي بحيث مربع ضعفه يساوي 100

التمرين 11

1) في الشكل المجاور $AEFG$ ، $AHIJ$ و $ABCD$ مربعات

احسب AH بدلالة x ثم استنتج مساحة $AHIJ$ ثم حدد من بين العبارات الثلاثة التالية تلك التي تمثل مساحة الجزء الملون



$M=(4-x)^2-2^2$

$N=(4-x-2)^2$

$P=(4^2-x^2-2^2)$

2) انشر ثم بسط $Q=(4-x)^2-4$

3) حلل Q إلى جداء عوامل

4) احسب Q من أجل $x=2$ ماذا تمثل هذه النتيجة على الشكل

التمرين 12

1) باستعمال الآلة الحاسبة احسب مايلي

أ) $49^2-48^2-46^2+47^2$

ب) $73^2-72^2-70^2+71^2$

ج) $121^2-120^2-145^2+144^2$

2) أ) اقترح عبارة من نفس الشكل 1) ثم احسبها.

ب) ما هي العلاقة العامة التي يمكن تطبيقها في الحسابات السابقة.

التمرين 13

1) أ) تحقق من صحة كل مساواة من المساويات التالية

$2.3.4+4=3^2$

$3.4.5+4=4^2$

$4.5.6+5=5^2$

ب) أعط بدون حساب قيمة $49.50.51+50$ ثم تحقق بالآلة الحاسبة.

جـ) ماهي العلاقة التي يمكن استخراجها من الحسابات السابقة.

2) برهن على صحة العلاقة التي وجدتها في السؤال (1- جـ) ثم برهن على صحة هذه العلاقة.

الدَّرسُ الـ 4

المعادلاتُ و المتراجحاتُ من الدّرجة الأولى بمجهول واحدٍ

1 ـ المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1.1 تعريف

نسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x كل معادلة من الشكل $ax+b=0$ حيث $a\neq 0$ و b عدد حقيقي.

مثال

المعادلات الآتية هي معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

$\sqrt{2}x+1-\sqrt{3}=0$ ، $3x+\sqrt{2}=0$ ، $-\frac{1}{2}x=0$، $2x+3=0$

1.2 حل معادلة من الدرجة الأولى

نعتبر المعادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x التالية $ax+b=0$ مع $a\neq 0$ و b عدد حقيقي بإضافة $-b$ إلى طرفي المعادلة $ax+b=0$ نحصل على $ax=-b$ و بقسمة الطرفين على a نجد $x=\frac{-b}{a}$. العدد $\frac{-b}{a}$ هو الحل الوحيد للمعادلة $ax+b=0$

مثال

حل المعادلتين الآتيتين

1) $2x-3=0$ ، 2) $-\sqrt{2}x-2\sqrt{2}=0$

الحل

1) من المعادلة $2x-3=0$ نستنتج $2x=3$

و بالقسمة على 2 نجد $x=\frac{3}{2}$

إذن $\frac{3}{2}$ هو الحل الوحيد للمعادلة $2x-3=0$

2) بإضافة $2\sqrt{2}$ إلى طرفي المعادلة $-\sqrt{2}x-2\sqrt{2}=0$ نجد

3) و بالقسمة على $-\sqrt{2}$ نجد $x=\frac{2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}=-2$

تمرين تدريبي

حل المعادلات التالية

1) $2x+3=-x-4$

2) $2(5x-1)=20-2x$

3) $\frac{5}{6}x-1+\frac{x}{2}=x+3$

الحل

1) نجعل طرف المعادلة الأيمن صفر أي

$2x+3+x+4=0$ بالتبسيط نجد $3x+7=0$ و منه $x=\frac{-7}{3}$

إذن للمعادلة حل وحيد هو $\frac{-7}{3}$

2) المعادلة $2(5x-1)=20-2x$ تصبح $10x-2=20-2x$

و بجعل طرفها الأيمن صفر نجد $10x-2-20+2x=0$

أي $12x-22=0$ و منه $x=\frac{22}{12}=\frac{11}{6}$

3) نجعل طرفها الأيمن صفر أي $\frac{5}{6}x-1+\frac{x}{2}-x-3=0$

بالتبسيط نجد $x-4=0$ أي $\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}-1\right)x-4=0$ أي $\left(\frac{5+3-6}{2}\right)x-4=0$

و منه $x=4$ إذن للمعادلة حل وحيد هو $x=4$

2 ـ معادلة جداء معدوم

1 . 2 تعريف

نسمي كل معادلة من الشكل

$(ax+b)(cx+d)=0$ معادلة جداء معدوم

حيث a ، b ، c ، d أعداد حقيقية .

مثال

$x(2x+4)=0$ ، $(2x+1)(-x+3)=0$ هما معادلتان جداء معدوم

بما أن مجموع أعمار الأولاد يساوي 41 فإننا نكتب
$x+(x+3)+2x+(2x+2)=41$ بالتبسيط نجد
$6x+5=41$ ومنه نستنتج $6x-36=0$ إذن $x=6$ بالتالي
عمر موسى 6 سنوات
عمر يونس 9 سنوات
عمر زكريا هو 12 سنة
عمر مريم 14 سنة

تمرين تدريبي 2

أوجد أربع أعداد طبيعية متتالية مجموعها يساوي 30.

الحل

نفرض أن x هو العدد الأول و بالتالي الأعداد الثلاثة الأخرى هي
$x+1$ ، $x+2$ ، $x+3$ بما أن المجموع يساوي 30 فإننا نكتب
$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)=30$
بالتبسيط نجد $4x+6=30$ اي ،
$4x=24$ ومنه $x=6$
إذن الأعداد الأربعة المتتالية هي 6 , 7 , 8 , 9

4 ـ المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

4.1 تعريف

نسمى متراجحة من الدرجة الأولى كل متراجحة من الشكل
$ax\leq b$ او $ax<b$ او $ax>b$ او $ax\geq b$
مع $a\neq 0$ و b عدد حقيقي .

مثال

1) المتراجحة $2x+3\geq -3x+2$ تعني $2x+3x\geq 2-3$ اي $5x\geq -1$

2) المتراجحة $\frac{1}{2}x-3(-\frac{2}{3}x+1<\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x(3+1$ تعنى $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)x<4$ اي

بالتبسيط نجد $\frac{7}{6}x<4$

4.2 حل متراجحة

حل متراجحة هو إيجاد كل القيم الممكنة للمجهول التي تجعل المتباينة صحيحة .
هذه القيم تسمى حلول المتراجحة .

عباسي عبد الوهاب

مثال

حل المتراجحة $2(x-1)\langle -5x+3$

الحل

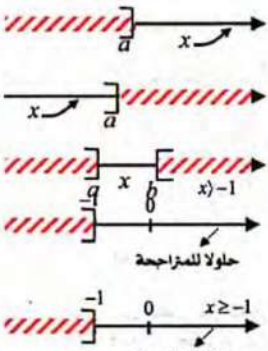
المتراجحة $2(x-1)\langle -5x+3$ تعني $2x-2\langle -5x+3$ بالتبسيط نجد $2x+5\langle 2+3$ اي $7x\langle 5$

بالقسمة على 7 نجد $x\langle \frac{5}{7}$

اذن حلول المتراجحة المعطاة هي كل قيم x الأقل تماما من $\frac{5}{7}$

3 تمثيل حلول متراجحة على مستقيم عددي

- حلول المتراجحة $x\rangle a$ هي الجزء الغير مشطوب على المستقيم المدرج.
- حلول المتراجحة $x\leq a$ هي الجزء الغير مشطوب على المستقيم المدرج.
- لاحظ ان a هو حل للمتراجحة لأن $a\leq a$ صحيحة
- المتراجحة المزدوجة $a\leq x\leq b$ تعني $x\leq b$ و $x\geq a$.



مثال

1) حلول المتراجحة $x\rangle -1$ هي الجزء الغير مشطب من المستقيم المدرج. لاحظ ان -1 ليس حلا للمتراجحة لأن $-1\rangle -1$ خاطئة

2) حلول المتراجحة $x\geq 1$ هي الجزء الغير مشطب من المستقيم المدرج لاحظ ان -1 حلا للمتراجحة لأن $-1\geq -1$ صحيحة

ملاحظة

عندما نضرب او نقسم طرفي متباينة في او على عدد حقيقي موجب و غير معدوم لا تتغير جهة المتباينة اي $\begin{pmatrix} a\leq b \\ c\rangle 0 \end{pmatrix}$ وتعني $\begin{pmatrix} ac\leq bc \\ c\rangle 0 \end{pmatrix}$

عندما نضرب او نقسم طرفي متباينة في او على عدد حقيقي سالب و غير معدوم تتغير جهة المتباينة اي $\begin{pmatrix} a\leq b \\ c\langle 0 \end{pmatrix}$ وتعني $\begin{pmatrix} ac\geq bc \\ c\langle 0 \end{pmatrix}$

تمرين تطبيقي

حل المتراجحتين $x\leq -\frac{2-x}{3}$ و $\frac{3}{5}x+32\leq 3x+12$ ثم مثل الحلول على مستقيم مدرج

الحل

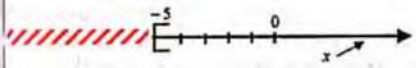
1) نحل المتراجحة $-x+12 \le 3x+32$

ننقل المجاهيل إلى طرف و المعالم إلى طرف فنحصل على $32+$!

بالتبسيط نجد

$20 \le 4x-$ و بقسمة الطرفين

على $4-$ نحصل



على $\frac{(-4)x}{(-4)} \ge \frac{20}{-4}$

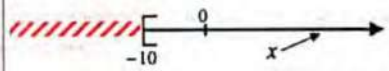
و منه نجد $x \ge -5$ إذن حلول

المتراجحة المعطاة هي كل قيم x

الأكبر

او يساوي $5-$ و التمثيل البياني

لها هي الجزء الغير مشطب



2) المتراجحة $x \le -\frac{2-x}{3}+\frac{3}{5}x$ تصبح،

$x \le \frac{3}{5}x-\frac{2}{3}+\frac{x}{3}$ ننقل المجاهيل إلى طرف والمعالم إلى طرف فنحصل على

$\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{3}-1\right)x \le \frac{2}{3}$ اي $\frac{-1}{15}x \le \frac{2}{3}$ بضرب طرفي المتراجحة في (-15) نجد

$(-15)\left(\frac{-1}{15}x\right) \ge \frac{2}{3}(-15)$ اي $x \ge -10$

إذن حلول المتراجحة المعطاة هي كل

قيم x اكبر او يساوي $10-$

التمثيل البياني لهذه الحلول هي الجزء الغير مشطوب على المستقيم المدرج .

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

حل المعادلات الآتية

ا) $(2-x)(3x-1)=0$. ب) $2(3x-5)=0$

جـ) $3x(2x+1)=0$. د) $\left(\frac{x}{3}-1\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=0$

الحل

ا) $(2-x)(3x-1)=0$ تعني $(2-x)=0$ او $(3x-1)=0$ اي $(x=2)$ او $x=\frac{1}{3}$

إذن للمعادلة حلان هما 2 و $\frac{1}{3}$

ب) $2(3x-5)=0$ تعني $(3x-5)=0$ لان $2\neq 0$

$(3x-5)=0$ تعني $x=\frac{5}{3}$ إذن للمعادلة حل وحيد هو $\frac{5}{3}$

جـ) $3x(2x+1)=0$ تعني $3x=0$ او $(2x+1)=0$

$3x=0$ يعني $(x=0)$ لان $(3\neq 0)$

$(2x+1)=0$ تعني $x=-\frac{1}{2}$ إذن للمعادلة حلان هما 0 و $-\frac{1}{2}$

د) $\left(\frac{x}{3}-1\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=0$ تعني $\left(x+\sqrt{2}\right)=0$ او $\left(\frac{x}{3}-1\right)=0$

اي $\left(x=-\sqrt{2}\right)$ او $(x=3)$

إذن للمعادلة حلان هما $-\sqrt{2}$ و 3

تطبيق 2

نعتبر المعادلة ذات المجهول x الآتية

$2a+x=3x-5$ مع a عدد حقيقي

1) عين قيمة a بحيث 1 حل للمعادلة المعطاة .

2) عين قيمة a بحيث -2 حل للمعادلة المعطاة .

الحل

1) العدد 1 حل للمعادلة معناه أن $2a+1=3-5$ اي $2a=-3$ و منه $a=-\frac{3}{2}$

إذن قيمة a المطلوبة هي $-\frac{3}{2}$

2) العدد 2- حل للمعادلة معناه أن $2a-2=-6-5$ اي $2a=-9$ و منه $a=\frac{-9}{2}$

إذن قيمة a المطلوبة هي $\frac{-9}{2}$

تطبيق 3

1) حلل العبارات الآتية

ا) x^2+6x+9 ، ب) $2x^2-\frac{5}{3}x$ ، جـ) $3x^2-\frac{5x}{7}$

2) حل المعادلات الآتية

ا) $x^2+6x+9=0$ ، ب) $2x^2-\frac{5}{3}x=0$ ، ج) $3x^2-\frac{5}{7}x=0$

الحل

1) ا) $x^2+6x+9=x^2+2(x)(3)+3=(x+3)^2$

ب) $2x^2-\frac{5}{3}x=2\times x\times x-\frac{5}{3}x=x\left(2x-\frac{5}{3}\right)$

جـ) $3x^2-\frac{5}{7}x=x\left(3x-\frac{5}{7}\right)$

2) ا) $x^2+6x+9=0$ تعني $(x+3)^2=0$

تعني $x+3=0$ ومنه $x=-3$

إذن للمعادلة حل وحيد هو 3-

ب) $2x^2-\frac{5}{3}x=0$ و تعني $x\left(2x-\frac{5}{3}\right)=0$

تعني $x=0$ او $\left(2x-\frac{5}{3}=0\right)$ ومنه $x=0$ او $x=\frac{5}{6}$

إذن للمعادلة حلان هما 0 و $\frac{5}{6}$

جـ) $3x^2-\frac{5}{7}x=0$ تعني $x\left(3x-\frac{5}{7}\right)=0$ تعني $(x=0)$ او $3x-\frac{5}{7}=0$

و تعني $(x=0)$ أو $x=\frac{5}{21}$ إذن للمعادلة حلان هما 0 و $\frac{5}{21}$

تطبيق 4

أوجد عددين طبيعيين متتاليين بحيث فرق مربعهما يساوي 9 .

الحل

ليكن x عدد طبيعي
العددان x و $x+1$ طبيعيان و متتاليان الفرق بين مربعهما يساوي 9 يعني ان
$(x+1)^2-x^2=9$ بعد النشر نجد $x^2+2x+1-x^2=9$
اي $2x+1=9$ و منه $2x=8$ و منه $x=4$ إذن العددان المطلوبان هما 4 و 5

تطبيق 5

1) انشر و بسط العبارتين الآتيتين
أ) $(5x-4)(3x+2)$ ، ب) $(2x-3)(7x+1)$
2) حل المعادلتين
أ) $15x^2-2x-8=0$ ، ب) $14x^2-x=3(6x+1)$

الحل

1) أ) $(5x-4)(3x+2)=15x^2+10x-12x-8=15x^2-2x-8$
ب) $(2x-3)(7x+1)=14x^2+2x-21x-3=14x^2-19x-3$
2) أ) المعادلة $15x^2-2x-8=0$ تصبح $(5x-4)(3x+2)=0$
$(5x-4)(3x+2)=0$ تعني $(5x-4=0)$ أو $(3x+2=0)$ تعني $x=\frac{5}{4}$ او $x=-\frac{2}{3}$ إذن
المعادلة حلان هما $\frac{5}{4}$ و $\frac{-2}{3}$
ب) المعادلة $14x^2-x=3(6x+1)$ تصبح $14x^2-x-18x-3=0$ و بالتبسيط نجد
$14x^2-19x-3=0$ تعني $(2x-3)(7x+1)=0$
و تعني $(2x-3)=0$ او $(7x+1)=0$ ومنه $x=\frac{-1}{7}$ او $x=\frac{3}{2}$
إذن المعادلة حلان هما $\frac{-1}{7}$ و $\frac{3}{2}$

تطبيق 6

1) بين ان $3x^2-12x+9=(2x-3)^2-x^2$
2) A و B عبارتان جبريتان حيث
$A=3x^2-12x+9$ و $B=(2x-3)^2-(x-2)(2x-3)$
أ) حلل العبارتين A و B
ب) حل المعادلات $A=0$ و $B=0$ و $A=B$

الحل

1) نعلم ان
$(2x-3)^2=(2x)^2-2(2x)(3)+3^2=4x^2-12x+9$ إذن
$(2x-3)^2-x^2=4x^2-12x+9-x^2=3x^2-12x+9$

2) أ) تحليل العبارة A

$A=3x^2-12x+9=(2x-3)^2-x^2=(2x-3-x)(2x-3+x)$
$=(x-3)(3x-3)=3(x-3)(x-1)$

تحليل العبارة B

$B=(2x-3)^2-(x-2)(2x-3)=(2x-3)[2x-3-(x-2)]$
$=(2x-3)[2x-3-x+2]=(2x-3)(x-1)$

ب) حل المعادلة $A=0$

$A=0$ تعني $3(x-3)(x-1)=0$
تعني $(x-1)=0$ او $3(x-3)=0$ و تعني $x-1=0$ او $(x-3)=0$ لان $3\neq 0$
ومنه $x=1$ او $x=3$
إذن للمعادلة $A=0$ حلان هما 1 و 3

- حل المعادلة $B=0$

$B=0$ تعني $(2x-3)(x-1)=0$ و تعني $(x-1)=0$ او $(2x-3)=0$
ومنه $x=1$ او $x=\frac{2}{3}$

إذن للمعادلة $B=0$ حلان هما 1 و $\frac{3}{2}$

- حل المعادلة $A=B$

$A=B$ تعني $3(x-3)(x-1)=(2x-3)(x-1)$
تعني $3(x-3)(x-1)-(2x-3)(x-1)=0$
تعني $(x-1)[3(x-3)-(2x-3)]=0$
تعني $(x-1)[3x-9-2x+3]=0$
تعني $(x-1)(x-6)=0$
تعني $(x-1)=0$ او $(x-6)=0$
ومنه $(x=1)$ او $(x=6)$ إذن للمعادلة $A=B$ حلان هما 1 و 6

تطبيق 7

B عبارة جبرية حيث $B=(3x-1)(2x-5)-(9x^2-1)$

1) بين ان $B=-3x^2-17x+6$
2) احسب قيمة B من اجل $x=\frac{1}{3}$ و $x=-6$
3) حلل $9x^2-1$ ثم حلل العبارة B
4) استنتج حلول المعادلة $B=0$

الحل

1) $(3x-1)(2x-5)=6x^2-15x-2x+5=6x^2-17x+5$

اذن $(3x-1)(2x-5)-(9x^2-1)=6x^2-17x+5-9x^2+1=-3x^2-17x+6$

2) من اجل $x=\frac{1}{3}$ نجد

$$B=\left(3\times\frac{1}{3}-1\right)\left(2\times\frac{1}{3}-5\right)-\left[9\times\left(\frac{1}{3}\right)^2-1\right]=(1-1)\left(\frac{2}{3}-5\right)-\left(9\times\frac{1}{9}-1\right)$$
$$=0\times\left(\frac{2-15}{3}\right)-(1-1)=0-0=0$$

من اجل $x=-6$ نجد

$$B=-3(-6)^2-17(-6)+6=-3\times36+102+6=-108+108=0$$

3) تحليل $9x^2-1$

$$9x^2-1=(3x)^2-1^2=(3x-1)(3x+1)$$

تحليل B

$$B=(3x-1)(2x-5)-(3x-1)(3x+1)=(3x-1)[(2x-5)-(3x+1)]$$
$$=(3x-1)(2x-5-3x-1)=(3x-1)(-x-6)$$

4) استنتاج حلول المعادلة $B=0$

$B=0$ تعني $(3x-1)(-x-6)=0$ وتعني $(-x-6)=0$ او $(3x-1)=0$

ومنه $(x=-6)$ او $\left(x=\frac{1}{3}\right)$ إذن للمعادلة $B=0$ حلان -6 و $\frac{1}{3}$

تطبيق 8

1) حلل العبارتين A و B حيث $A=5x-10$ و $B=x^2-16$

2) اوجد حلول المعادلتين

أ) $(x^2-4)+(5x-10)=0$ ب) $(x^2-16)+(3x-2)(x-4)=0$

الحل

1) $A=5x-5\times2=5(x-2)$

$B=x^2-16=x^2-4^2=(x-4)(x+4)$

2) أ) $(x^2-16)+(3x+2)(x-4)=(x-4)(x+4)+(3x+2)(x-4)$
$=(x-4)[x+4+3x+2]=[x-4][4x+6]$

اذن المعادلة المعطاة تصبح $(x-4)(4x+6)=0$ و منه نستنتج $(x-4)=0$ او $(4x+6)=0$ اي

$x=4$ او $x=\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2}$

اذن للمعادلة حلان هما $\frac{-3}{2}$ و 4

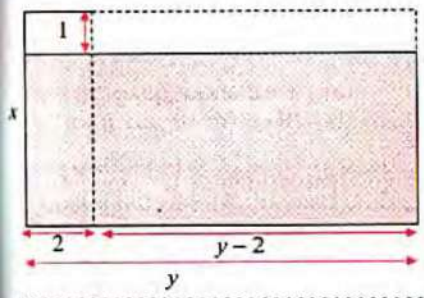
ب) $(x^2-4)+(5x-10)=(x-2)(x+2)+5(x-2)$
$=(x-2)[x+2+5]=(x-2)(x+7)$
إذن المعادلة المعطاة تصبح $(x-2)(x+7)=0$
و منه نستنتج $(x-2)=0$ او $(x+7)=0$ اي $(x=-7)$ او $(x=2)$
إذن للمعادلة المعطاة حلان هما -7 و 2

تطبيق 9

R مستطيل يزيد طوله عن عرضه بـ $1m$ و مساحته $42m^2$ إذا نقص من طوله $2m$ و زاد عرضه بـ $1m$ نقصت مساحته بـ $7m^2$
. ماهو طوله و ما هو عرضه ؟

الحل

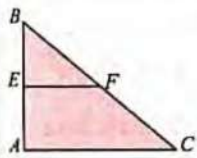
نرمز بـ xm إلى عرض المستطيل و ym إلى طوله إذن $y=x+1$ .....(1)
مساحة المستطيل الذي بعداه
$(x+1)$ و $(y-2)$ هي $(y-2)(x+1)$
مساحة المستطيل R هي xy
إذن $xy-(x+1)(y-2)=7$
بالنشر و التبسيط نجد
$xy-(xy-2x+y-2)-7=0$
اي $2x-y-5=0$ .....(2)
نعوض عبارة y في المساواة 2 نجد
$2x-(x+1)-5=0$ اي $x-6=0$
و منه $x=6$ إذن $y=6+1=7$
إذن بعدا المستطيل R هما 6 و 7



تطبيق 10

ABC مثلث قائم في A حيث $AB=6$ و $AC=8$ وحدة الطول هي cm
لتكن F نقطة من القطعة $[BC]$ حيث $CF=x$
المستقيم الذي يشمل F و يوازي (AC) يقطع (AB) في E
1) عبر عن الطول BF بدلالة x
2) بين ان $EF=8-\frac{4}{5}x$ و $BE=6-\frac{3}{5}x$
3) احسب قيمة x بحيث مساحة المثلث EBF تساوي $0,24cm^2$

الحل



$AB=6$ ، $AC=8$ ، $CF=x$
1) المثلث ABC قائم في A حسب مبرهنة فيثاغورث
$AB^2+AC^2=BC^2$ و منه $BC^2=36+64=100$

إذن $BC=10$

و لدينا $BC=BF+FC$

إذن $BF=BC-FC=10-x$

2) بما أن (EF) و (AC) متوازيان و (AB) و (CB) قاطعان لهما فإن حسب نظرية طاليس

$\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{AC}$ و عليه

$$EF=\frac{BF}{BC}\times AC=\frac{(10-x)}{10}\times 8=\frac{4(10-x)}{5}=8-\frac{4}{5}x$$

إيجاد عبارة BE

لدينا حسب نظرية طاليس

$$BE=\frac{BF}{BC}\times BA=\frac{10-x}{10}\times 6=6-\frac{3}{5}x \quad \text{و منه} \quad \frac{BF}{BC}=\frac{EF}{AC}$$

3) مساحة المثلث BEF هي

$$S=\frac{BF\times BE}{2}=\frac{BE\times EF}{2}=\frac{\left(6-\frac{3}{5}x\right)\left(8-\frac{4}{5}x\right)}{2}=(6-0,6x)(4-0,4x)$$

$$=6(1-0,1x)(4)(1-0,1x)=24(1-0,1x)^2$$

$S=0,24$ تعني $24(1-0,1x)^2=0,24$ و بالقسمة على 24 نجد

$(1-0,1x)^2=0,01=(0,1)^2$ إذن $1-0,1x=0,1$ أو $1-0,1x=-0,1$

و تعني $0,1x=0,9$ أو $0,1x=1,1$ و منه $x=9$ أو $x=11$

$x=11$ مرفوضة لأن النقطة F تصبح خارج القطعة $[BC]$ إذن قيمة x المحققة هي 9

تطبيق 11

حل المتراجحتين الآتيتين

أ) $\frac{5x+2}{6}\rangle\frac{2x-5}{4}$ ، ب) $\frac{2}{5}x-\frac{3-x}{4}\leq x$

الحل

أ) المتراجحة $\frac{5x+2}{6}\rangle\frac{2x-5}{4}$ تكتب على الشكل $\frac{5}{6}x+\frac{2}{6}\rangle\frac{2}{4}x-\frac{5}{4}$

ونقل المجاهيل إلى طرف و المعالم إلى طرف تصبح

$\left(\frac{5}{6}x-\frac{2}{4}x\right)\rangle\frac{-5}{4}-\frac{2}{6}$ و بالتبسيط نجد $\frac{10x-6x}{12}\rangle\frac{-15-4}{12}$ أي $\frac{1}{2}x\rangle\frac{-19}{12}$

و بضرب الطرفين في 3 نجد $3\left(\frac{1}{3}x\right)\rangle\frac{-19}{12}\times 3$ أي $x\rangle\frac{-19}{12}$

إذن حلول المتراجحة هي كل قيم x الأكبر من $\frac{-19}{4}$

عباس عبد الوهاب

ب) المتراجحة $\frac{2}{5}x-\frac{3-x}{4}\leq x$ تصبح $\frac{2}{5}x-\frac{3}{4}+\frac{x}{4}\leq x$

و بنقل المجاهيل إلى طرف و المعالم إلى طرف نجد $\frac{2}{5}x+\frac{x}{4}-x\leq\frac{3}{4}$ و بالتبسيط

$\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}-1\right)x\leq\frac{3}{4}$ أي $\left(\frac{8+5-20}{20}\right)x\leq\frac{3}{4}$ أي $-\frac{7}{20}x\leq\frac{3}{4}$

بضرب طرفي المتراجحة في $\frac{-20}{7}$ نجد $\left(\frac{-20}{7}\right)\left(\frac{-7}{20}\right)x\geq\frac{3}{4}\left(\frac{-20}{7}\right)$ أي $x\geq\frac{-15}{7}$

إذن حلول المتراجحة المعطاة هي كل قيم x الأكبر أو تساوي $\frac{-15}{7}$

تطبيق 12

مستطيل عرضه a و طوله b ضعف عرضه، مع b عدد طبيعي و $0\langle a\langle 10$

1) عبر عن المحيط P بدلالة a

2) ما هي قيم a التي من أجلها $p\langle 42$

3) عبر عن المساحة S للمستطيل بدلالة a

4) ما هي قيم a التي من أجلها يكون $S\langle 72$

الحل

1) المحيط=(الطول + العرض) $\times$ 2 إذن $p=(a+2a)\times 2=6a$

2) $p\langle 42$ تعني $6a\langle 42$ و منه $a\langle 7$

و بما أن $0\langle a\langle 10$ فإن قيم a التي من أجلها يكون $p\langle 42$ هي 10,9,8

3) المساحة هي $S=a\times 2a=2a^2$

$2a^2\langle 72$ تعني $S\langle 72$

و منه $a^2\langle 36$ أي $a^2-6^2\langle 0$ و منه $(a-6)(a+6)\langle 0$

و بما أن $a+6\rangle 0$ فإن $a-6\langle 0$ إذن $a\langle 6$ إذن قيم a بحيث

$S\langle 72$ هي $5,4,3,2,1,0$

تطبيق 13

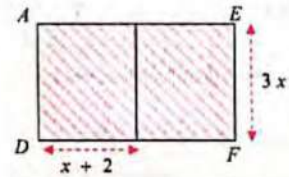
$ABCD$ مربع طول ضلعه $3x+4$ مع $x\geq -1$، و النقطتان E و F من القطعتين $[AB]$ و $[DC]$ على الترتيب حيث $DF=x+2$ و (EF) يوازي (BC)

1) بين أن مساحة المستطيل $BCFE$ هي $S=(3x+4)^2-(3x+4)(x+2)$

2) انشر ثم بسط S

3) حلل S إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى.

4) ما هي قيم x التي من أجلها تكون مساحة المستطيل $BCFE$ معدومة؟



عباني عبد الوهاب

الحل

1) نرمز بـ S_1 إلى مساحة المستطيل $ABCD$ و S_2 إلى مساحة المستطيل $AEFD$
عندئذ $S = S_1 - S_2$
حيث $S_1 = (3x+4)^2$ و $S_2 = (x+2)(3x+4)$ إذن
$S = (3x+4)^2 - (x+2)(3x+4) = 9x^2 + 2(3x)(4) + 4^2 - (3x^2 + 4x + 6x + 8)$
$= 9x^2 + 24x + 16 - 3x^2 - 10x - 8 = 16x^2 + 14x + 8$

2) تحليل العبارة S
$S = (3x+4)[(3x+4) - (x+2)] = (3x+4)(3x+4-x-2) = (3x+4)(2x+2)$

3) $S = 0$ تعني $(3x+4)(2x+2) = 0$ وتعني $(3x+4) = 0$ أو $(2x+2) = 0$
أي $x = -1$ أو $x = \frac{-4}{3}$ وبما أن $-1 \geq -1$ صحيحة و $\frac{-4}{3} \geq -1$ خاطئة
فإنه توجد قيمة وحيدة لـ x هي -1 تجعل المساحة S معدومة .

تطبيق (2)

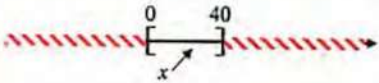
أراد مستثمر أن يبني مصنع قاعدته مستطيلة الشكل طولها $50\ m$ و عرضها x يود هذا المستثمر أن يكون محيط هذا المصنع أقل من $180m$ و أن تزيد مساحة قاعدته عن $1000m^2$.

1) عبر عن ذلك بمتراجحتين .

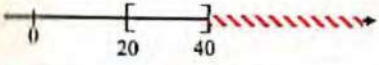
2) حل هاتين المتراجحتين ثم أعط القيم الممكنة لعرض المصنع .

الحل

1) محيط المصنع P يساوي
$p = (50+x) \times 2 = 100 + 2x$
المحيط أقل من $180m$ يعني أن $100 + 2x < 180$ .....(1)
مساحة قاعدة المصنع هي $x \times 50$
المساحة تزيد عن $1000m^2$ تعني $50x > 1000$
• حل المتراجحتين
1) حل المتراجحة الأولى $100 + 2x < 180$
$100 + 2x < 180$ تعني $2x < 180 - 100$ أي $2x < 80$ و منه $x < 40$
إذن قيم x هي كل الأعداد الأقل
تماما من 40 و الأكبر من الصفر



2) حل المتراجحة $50x > 1000$
$50x > 1000$ تعني $x > 20$
إذن قيم x هي الأعداد الحقيقية الأكبر تماما من 20 و عليه فالقيم الممكنة لعرض هذا المصنع
هي كل الأعداد x التي تحقق $20 < x < 40$
أي الأعداد الأكبر تماما من 20 و الأقل
تماما من 40



1

حل المعادلات الآتية

أ) $2x-5=0$ ، ب) $-3x+2=7$ ، جـ) $\frac{5}{2}=\frac{3}{5}x-1$ ، د) $3x-5=8-4x$

هـ) $4x+2=-2x+5$ ، و) $3(2x-1)=2x-4$

2

حل المعادلتين الآتيتين

أ) $3x(x-2)=(x+2)(3x-5)$ ، ب) $(2x-3)^2-(x-1)(4x+5)$

3

وزع أحمد على أصدقائه نقود فأعطى لسعيد السدس $\left(\frac{1}{6}\right)$ و أعطى لجمال الثمن $\left(\frac{1}{8}\right)$ و بقي له 34 دج

أ) نرمز بـ n إلى عدد الدنانير الموجودة عند أحمد.

- اكتب معادلة تترجم المعطيات السابقة

ب) حل المعادلة المحصل عليها ثم استنتج عدد الدنانير التي أعطيت لسعيد و لجمال

4

عبد الباسط عمره 12 سنة و أبوه عمره 45 سنة

1) أنقل ثم أكمل الجدول التالي

الأب	الابن عبد الباسط	السن الحالي
		السن بعد x سنة

2) بعد كم سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر الابن

5

حل المعادلات الآتية

$5(2x-1)=0$ ، $x(x+2)=0$ ، $\left(\frac{x}{4}-1\right)(2x-1)=0$

$(2-5x)^2$ ، $(x+2)(3x+5)=0$ ، $-5x(x+2)(2x+3)=0$

6

1) حلل العبارة x^3-16x

2) حل المعادلة $x^3-16x=0$

تمرين 29

1) حلل العبارة $(2x-1)(3x+5)-3(2x-1)(x+4)$
2) حل المعادلة $(2x-1)(3x+5)-3(2x-1)(x+4)=0$

تمرين 30

إذا كان $x\rangle 2$ فماذا يمكن القول عن
ا) $2x$ ، ب) $-3x$ ، ج) $-5x$ ، د) $2x+5$
هـ) $-3x+2$ ، و) $5-3x$ ، ن) $\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

تمرين 31

1) x عدد حقيقي حيث $-1\leq x\leq 5$
اعط حصرا لـ $4x$
2) y عدد حقيقي حيث $2\leq y\leq 3$
اعط حصرا لـ $-3y$

تمرين 32

إليك المتراجحة الآتية $4x+1\rangle 7$
1) من اجل كل قيمة من القيم الآتية ما هي التي تمثل حلا للمتراجحة
ا) $x=1$ ب) $x=6$ ج) $x=3,5$ د) $x=0$

تمرين 33

في كل حالة من الحالات الآتية حل المتراجحة ثم مثل حلولها على مستقيم مدرج
ا) $2x+6\langle 0$ ب) $-3x+5\langle 0$
ج) $5-3x\rangle 0$ د) $-2(x+1)\geq 5x-6$
هـ) $4x-\frac{3}{5}\geq\frac{-x}{4}+1$ و) $\frac{3}{2}x+3\langle 7$

تمرين 34

بائع الأشرطة يقترح صيغتين لكراء الأشرطة
الصيغة A اشتراك سنوي قدره 180 دج ثم يدفع 35 دج للشريط الذي ياخذه
الصيغة B بدون اشتراك سنوي ، يدفع 50 دج للشريط الذي ياخذه
ابتداء من كم عدد الأشرطة التي يقوم بكراءها حتى تكون الصيغة A في صالحه

تمرين 35

في مثلث ABC قيس الزاوية $\hat{A}$ يساوي ثلث قيس الزاوية $\hat{C}$ و قيس الزاوية $\hat{B}$ يساوي ضعف قيس الزاوية $\hat{A}$
. أحسب أقياس الزوايا $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ ، $\hat{C}$

تمرين 36

طول و عرض مستطيل هما عددان طبيعيان متتاليان و محيطه يساوي 74 .
. عين طول و عرض هذا مستطيل

تمرين 37

طول مستطيل يزيد عن عرضه بـ $3\ m$ إذا أضفنا على طوله $1\ m$ ، مساحته تزيد بـ $300\ m^2$
. عين أبعاد هذا المستطيل

عباسي عبد الوهاب

16

بمناسبة إنهاء السنة الدراسية لتلاميذ إكمالية أراد مدير ان يأخذهم إلى نزهة على متن حافلات
فإذا اقتنى x حافلات، تسع الواحدة لـ 38 تلميذ يبقى 7 تلاميذ
و إذا اقتنى x حافلات تسع الواحدة لـ 40 تلميذ يبقى مكان واحد فارغ
1) ما هو عدد الحافلات 2) ما هو عدد التلاميذ النجباء.

17

عمر الأب 3 مرات عمر ابنه و ينقص عن عمر أبيه بـ 34 سنة بعد 15 سنة يصبح مجموع أعمارهم يساوي 147 سنة. . ما هو عمر الابن ، الأب ، الجد.

18

$[AB]$ قطعة مستقيمة حيث $AB=9\,cm$ ، E نقطة كيفية من $[AB]$ حيث $BF=x$ (بالسنتيمتر).
1) أنشئ مثلثا متقايس الأضلاع BLE ثم مستطيلا $AMIE$ بحيث $AM=4{,}5\,cm$
2) أ) عبر بدلالة x عن المحيط P_1 للمستطيل $AMIE$ و المحيط P_2 للمثلث BLE
ب) من أجل أي قيمة لـ x يكون $P_1=P_2$ ج) من أجل أي قيمة لـ x $P_1\rangle P_2$

19

مستطيل طوله $15\,cm$ و عرضه l حيث $0\langle l\leq 15$
1) أ) عبر بدلالة l عن المحيط P لهذا المستطيل
ب) كيف يمكن اختيار l حتى يكون $P\langle 54$
2) أ) عبر عن المساحة A لهذا المستطيل بدلالة l
ب) كيف يمكن اختيار l حتى يكون $A\langle 150\,cm^2$

20

1) حل المتراجحة $2x-3\geq x+1$
2) x عدد حقيقي اكبر او يساوي 4 ، $ABCD$ مربع طول ضلعه $2x-3$
أ) برهن ان مساحة المستطيل $BCEF$ تعطى بـ $A(x)=(2x-3)^2-(2x-3)(x+1)$
ب) انشر ثم بسط $A(x)$ ج) حلل $A(x)$ إلى جداء عوامل د) حل المعادلة $(2x-3)(x+1)=0$ هـ) من أجل اي قيمة لـ x تكون مساحة $BCEF$ معدومة

21

لديك ورقتا إجابة احمد و طارق لحل المعادلة الآتية $(x+1)(2x+5)=(x+5)(3x+5)$

احمد

$$2x+5=3x+5$$
$$3x-2x=5-2$$
$$x=3$$

طارق

$$2x^2+15x+25=3x^2+20x+25$$
$$0=x^2+5x$$
$$0=x+5$$
$$x=-5$$

1) ما هي الأخطاء المشتركة التي ارتكبها احمد و طارق
2) حل بدورك المعادلة المقترحة