

التمرين الأول:

x و y أعداد حقيقية حيث: $|x - 2| \leq 1$ و $0 \leq y \leq 6$

(1) بين أن: $1 \leq x \leq 3$

$z = \frac{\sqrt{x+y}-1}{2x^2+y}$ عدد حقيقي حيث:

(2) أثبت أن: $0 \leq z \leq 1$ ثم استنتج المقارنة بين z و z^2 و z^3 .

التمرين الثاني:

(1) أكتب كل من A و B دون رمز القيمة المطلقة حيث:

$$B = |\sqrt{7} - 4| + |4 - 2\sqrt{7}| + \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} \text{ و } A = |1 - 2\sqrt{5}|$$

(2) باستعمال المسافة حل المعادلة والمتراجحة التاليتين:

$$|x + 2| < |x - 4|, |x - 3| = 1$$

(3) باستعمال برهان فصل الحالات حل المتراجحة التالية:

$$|3x - 6| + |2x - 6| = 7$$

التمرين الثالث:

(1) أكمل الجدول:

نصف قطر r	المركز c	الحصر	المجال	المسافة	القيمة المطلقة
			$I =]-3; 11[$		
	1	$\dots \leq x \leq 5$			
		$8 \leq x \leq 20$	$J = \dots$		
					$\left x + \frac{2}{5} \right \leq \frac{3}{5}$

(2) عين $I \cup J$ و $I \cap J$

التمرين الأول:

03.5 ن

x و y أعداد حقيقية حيث: $|x-2| \leq 1$ و $0 \leq y \leq 6$

(1) اثبات أن: $1 \leq x \leq 3$

لدينا $|x-2| \leq 1$ نحسب حدا المجال a و b

$$b = c + r = 2 + 1 = 3 \text{ و } a = c - r = 2 - 1 = 1$$

ومنه $1 \leq x \leq 3$ تكافئ $[1; 3]$ تكافئ $|x-2| \leq 1$

$$z = \frac{\sqrt{x+y}-1}{2x^2+y} \text{ عدد حقيقي حيث:}$$

(2) اثبات أن: $0 \leq z \leq 1$

$$z = \left(\sqrt{x+y} - 1 \right) \times \frac{1}{2x^2+y} \text{ لدينا}$$

x و y أعداد حقيقية حيث: $1 \leq x \leq 3$ و $0 \leq y \leq 6$

(أ) حصر $\sqrt{x+y}-1$

$$\text{لدينا } \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \dots (1) \\ 0 \leq y \leq 6 \dots (2) \end{cases} \text{ بجمع متباينتين (1) و (2) نجد } 1 < x+y < 9$$

الجزر $1 < \sqrt{x+y} < 3$ نضيف -1 نجد:

$$0 < \sqrt{x+y} - 1 < 2 \dots (I)$$

02

$$\text{ب) حصر } \frac{1}{2x^2+y}$$

$$\text{لدينا } \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \dots (1) \\ 0 \leq y \leq 6 \dots (2) \end{cases} \text{ مربع متباينة (1) نجد: } \begin{cases} 1 < x^2 < 9 \dots (3) \\ 0 < y < 6 \dots (2) \end{cases}$$

$$\text{نضرب متباينة (1) في 2 نجد: } \begin{cases} 2 < x^2 < 18 \dots (4) \\ 0 < y < 6 \dots (2) \end{cases}$$

بجمع متباينتين (4) و (2) نجد: $2 < 2x^2 + y < 24$

$$\text{المقلوب (II) } \frac{1}{24} < \frac{1}{2x^2+y} < \frac{1}{2} \dots$$

$$\text{بضرب المتباينة (I) و (II) نجد } \frac{0}{24} < \frac{\sqrt{x+y}-1}{2x^2+y} < \frac{2}{2} \text{ فإن:}$$

$$0 \leq z \leq 1$$

بمأن: $0 \leq z \leq 1$ فإن $z^3 < z^2 < z$. 0.5

06.5 ن

التمرين الثاني:

(1) أكتب كل من A و B دون رمز القيمة المطلقة حيث:

$$A = |1-2\sqrt{5}| \text{ و } B = |\sqrt{7}-4| + |4-2\sqrt{7}| + \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2}$$

$$\text{لدينا } 1-2\sqrt{5} < 0 \text{ ومنه } |1-2\sqrt{5}| = 2\sqrt{5}-1 \text{ ومنه } A = 2\sqrt{5}-1$$

$$\text{لدينا } \sqrt{7}-4 < 0 \text{ ومنه } |\sqrt{7}-4| = 4-\sqrt{7} \text{ ومنه } B = 4-\sqrt{7} + 4-2\sqrt{7} + \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2}$$

$$\text{ولدينا } 4-2\sqrt{7} < 0 \text{ ومنه } |4-2\sqrt{7}| = 2\sqrt{7}-4$$

$$\text{ولدينا } \sqrt{7}-2 > 0 \text{ ومنه } |\sqrt{7}-2| = \sqrt{7}-2 \text{ ومنه } B = 4-\sqrt{7} + 2\sqrt{7}-4 + \sqrt{7}-2 = 2\sqrt{7}-2$$

$$\text{ومنه } B = 4-\sqrt{7} + 2\sqrt{7}-4 + \sqrt{7}-2 = 2\sqrt{7}-2$$

(2) باستعمال المسافة حل المعادلة والمتراجحة التاليتين:

$$|x-3| = 1$$

نضع A فاصلتها 5 و M فاصلتها x

$$|x-3| = 1 \text{ تكافئ } AM = 1$$

ومنه مجموعة حلول المعادلة هي $S = \{2; 4\}$

$$|x+2| < |x-4|$$

نضع A فاصلتها -2 و B فاصلتها 4 و M فاصلتها x

$$|x+2| < |x-4| \text{ تكافئ } AM < BM$$

ومنه M تكون اقرب لـ A أي حلول المتراجحة هي $]-\infty; 1[$

(3) باستعمال برهان فصل الحالات حل المتراجحة التالية:

$$|3x-6| + |2x-6| = 7$$

$$\text{نضع } 3x-6=0 \text{ تكافئ } x=2$$

$$\text{و } 2x-6=0 \text{ تكافئ } x=3$$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$3x-6$	-	-	○	+
$ 3x-6 $	$6-3x$	$6-3x$	○	$3x-6$
$2x-6$	-	○	+	+
$ 2x-6 $	$6-2x$	○	$2x-6$	$2x-6$
P	$12-5x$	$-x$	$5x-12$	

$$\text{حل المعادلة } |3x-6| + |2x-6| = 7$$

الحالة (1) لما $x \in]-\infty; 2[$

فإن $|3x - 6| + |2x - 6| = 7$ تكافئ $12 - 5x = 7$ تكافئ $x = 1$

و $x \in]-\infty; 2[$ ومنه 1 حل للمعادلة $|3x - 6| + |2x - 6| = 7$

الحالة (2) لما $x \in [2; 3[$

فإن $|3x - 6| + |2x - 6| = 7$ تكافئ $-x = 7$ تكافئ $x = -7$

و $x \notin [2; 3[$ ومنه -7 ليس حل للمعادلة $|3x - 6| + |2x - 6| = 7$

03

الحالة (3) لما $x \in [3; +\infty[$ فإن $|3x - 6| + |2x - 6| = 7$ تكافئ $5x - 12 = 7$ تكافئ $x = \frac{19}{5}$

و $\frac{19}{5} \in [1; +\infty[$ ومنه $\frac{19}{5}$ حل للمعادلة $|3x - 6| + |2x - 6| = 7$

ومنه مجموعة حلول المعادلة $|3x - 6| + |2x - 6| = 7$ هي $\left\{1; \frac{19}{5}\right\}$

10

التمرين الثالث :

08.75

(1) اكمال الجدول :

القيمة المطلقة	المسافة	المجال	الحصر	المركز c	نصف قطر r
$ x - c \leq r$	$d(x; c) \leq r$	$[c - r; c + r]$	$c - r \leq x \leq c + r$	$c = \frac{a + b}{2}$	$r = \frac{b - a}{2}$
$ x - 4 < 7$	$d(x; 4) < 7$	$I =]-3; 11[$	$-3 < x < 11$	4	7
$ x - 1 \leq 4$	$d(x; 1) \leq 4$	$[-3; 5]$	$-3 \leq x \leq 5$	1	4
$ x - 14 \leq 6$	$d(x; 14) \leq 6$	$J = [8; 20]$	$8 \leq x \leq 20$	14	6
$\left x + \frac{2}{5}\right \leq \frac{3}{5}$	$d(x; -\frac{2}{5}) \leq \frac{3}{5}$	$\left[-1; \frac{1}{5}\right]$	$-1 \leq x \leq \frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

(3) التبرير :

لدينا $x \in [8; 20]$ نحسب المركز c و نصف القطر r

$$\begin{cases} c = \frac{a + b}{2} = \frac{8 + 20}{2} = \frac{28}{2} = 14 \\ r = \frac{b - a}{2} = \frac{20 - 8}{2} = \frac{12}{2} = 6 \end{cases}$$

(4) التبرير :

لدينا $\left|x + \frac{2}{5}\right| \leq \frac{3}{5}$ نحسب حدا المجال a و b

$$a = c - r = -\frac{2}{5} - \frac{3}{5} = -1$$

$$b = c + r = -\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

التبرير

(1) التبرير :

لدينا $x \in]-3; 11[$ نحسب المركز c و نصف القطر r

$$\begin{cases} c = \frac{a + b}{2} = \frac{-3 + 11}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ r = \frac{b - a}{2} = \frac{11 - (-3)}{2} = \frac{14}{2} = 7 \end{cases}$$

(2) التبرير :

لدينا $b = c + r = 5$ و $c = 1$ ومنه $1 + r = 5$

إذن $c = r = 4$ و فإن $a = c - r = -3$

1.25

(2) تعيين $I \cup J$ و $I \cap J$

I	J	$I \cup J$	$I \cap J$
$] -3; 11[$	$[8; 20]$	$] -3; 20]$	$[8; 11[$