الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية النعامة — ثانوية أحمد بن بلة

المستوى: ثانية تقني رياضي — السنة الدراسية 2022 / 2023

إختبار الثلاثي الأول في مادة: الرياضيات — المدة:02 سا

التمرين الأول: (06 نقاط)

$P(x)$ كثير حدود للمتغير الحقيقي x حيث : $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$.

❶ احسب $P(1)$ ماذا تستنتج؟

❷ أوجد كثير الحدود $g(x)$ حيث : $P(x) = (x-1)g(x)$.

❸ حلل $P(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى ثم حل المعادلة $P(x) = 0$.

❹ نضع : $g(x) = \dfrac{2x^3 + x^2 - 5x + 2}{x^2 - 2x + 1}$.

أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2 - 2x + 1 = 0$.

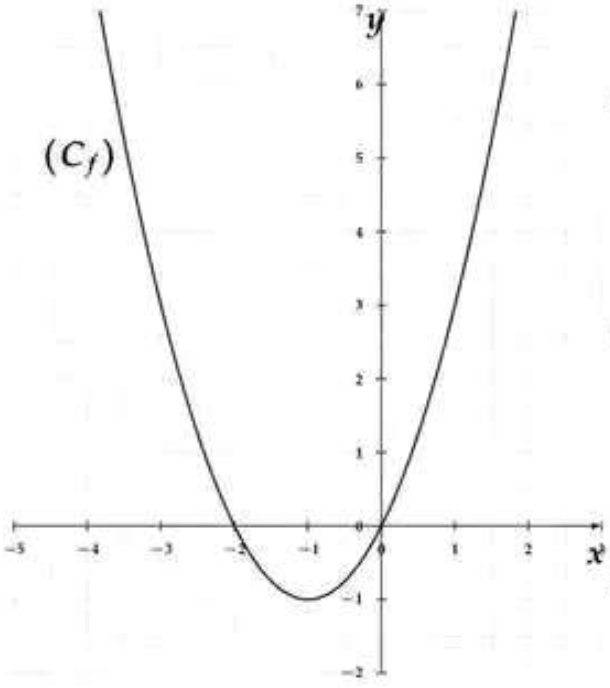
ب) عين قيم x التي من أجلها يكون لـ $g(x)$ معنى.

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) \leq 0$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 2x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



❶ استنتج بيانيا اتجاه تغير الدالة f.

❷ عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم شكل جدول الإشارة للدالة f.

❸ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x) = (x+1)^2 - 1$.

❹ باستعمال طريقة تغيير المعلم بين أن المستقيم $x = -1$ هو محور تناظر المنحنى (C_f).

❺ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = |f(x)|$ و (C_f) تمثيلها البياني.

ـ أنشئ (C_g) انطلاقا من (C_f) مع الشرح.

❻ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$ و (C_h) تمثيلها.
ـ اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x) = \dfrac{-x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$ حيث a، b عددان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

الجزء الأول :

عين العددان a، b علما أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1;-3)$ مماسا معامل توجيه يساوي -1.

الجزء الثاني : نضع $a = -6$، $b = 1$

❶ ادرس اتجاه تغير الدالة f.

❷ عين حصر للدالة f على المجال $[0;1]$.

❸ عين القيم الحدية المحلية للدالة f

❹ اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

تمـــرين الأول :

1) حساب P(1) مع الاستنتاج :

لدينا :

$$P(1) = 2(1)^3 + (1)^2 - 5(1) + 2$$
$$= 2 + 1 - 5 + 2$$
$$= 0$$

و منه 1 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$. 1 ن

2) إيجاد كثير الحدود $g(x)$:

لدينا 1 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

و منه :

$$P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

أي :

$$P(x) = ax^3 + bx + cx - ax^2 - bx - c$$
$$= ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$$

باستعمال طريقة المطابقة نجد :

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases} \quad \text{و منه :} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b - a = 1 \\ c - b = -5 \\ -c = 2 \end{cases}$$

و بالتالي :

$$P(x) = (x-1)(2x^2 + 3x - 2)$$

إذن :

$$g(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

1 ن

3) تحليل $P(x)$ إلى جداء كثير حدود من الدرجة الأولى :

لدينا :

$$P(x) = (x-1)g(x)$$

بحيث : $g(x) = 3x^2 + 3x - 2$

لدينا : $\Delta = 25$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-5}{4} = -2$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2}$$

و منه :

$$2x^2 + 3x - 2 = 2(x+2)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$
$$= (x+2)(2x-1)$$

و بالتالي :

$$P(x) = (x-1)(x+2)(2x-1)$$

حل المعادلة $P(x) = 0$ يعني أن

$$(x-1)(2x-1)(x+2) = 0$$

أي $x+2=0$ أو $2x-1=0$ أو $x-1=0$ أو $x=-2$ أو $x=\frac{1}{2}$ أو $x=1$.

و بالتالي :

$$S = \{-2, \frac{1}{2}, 1\}$$

1.5 ن

4) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2 - 2x + 1 = 0$:

بما أن $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ فان المعادلة تصبح $(x-1)^2 = 0$

أي $x - 1 = 0$ أي $x = 1$. 1 ن

ب) يكون لـ $g(x)$ معنى إذا كان $x \in \mathbb{R} - \{1\}$. 0.5 ن

ج) حل المتراجحة $g(x) \leq 0$:

قيم x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
إشارة $(x-1)$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
إشارة $(x+2)$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
إشارة $(2x-1)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
إشارة $(x-1)^2$		$+$		$+$		$+$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	

$$S =]-\infty; -2] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right[$$

1 ن

تمـــرين الثاني :

1) استنتاج بيانيا اتجاه تغير الدالة f :

الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -1]$.

الدّالة f متزايدة تماما على المجال $[-1; +\infty[$. 1 ن

2) تعيين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل :

المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين $A(0;0)$ و $B(-2;0)$.

جدول إشارة الدالة :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

1.5 ن

3) لدينا : $(x+1)^2 - 1 = x^2 + 1 + 2x - 1 = x^2 + 2x$

و عليه : $f(x) = (x+1)^2 - 1$. 1 ن

4) إثبات أن : $x = -1$ هو محور تناظر المنحنى (C_f)

لدينا دساتير تغيير المعلم هي : $\begin{cases} x = X - 1 \\ y = Y \end{cases}$ أي : $\begin{cases} X = x + 1 \\ Y = y \end{cases}$

و منه : $f(x) = (x+1)^2 - 1$ تكافئ : $(Y = X^2 - 1)$.

و بما أن الدالة $g(x) \mapsto X^2 - 1$ زوجية فإن $(x = -1)$ هو محور تناظر المنحنى (C_f). 1.5 ن

5) (C_g) منطبق على (C_f) على المجال $]-\infty; 2] \cup [0; +\infty[$ لأن $f(x) \geq 0$

ـ (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل على المجال $[-2; 0]$ لأن $f(x) \leq 0$.

1 ن

أستاذ مادة ثانوية تقني رياضي

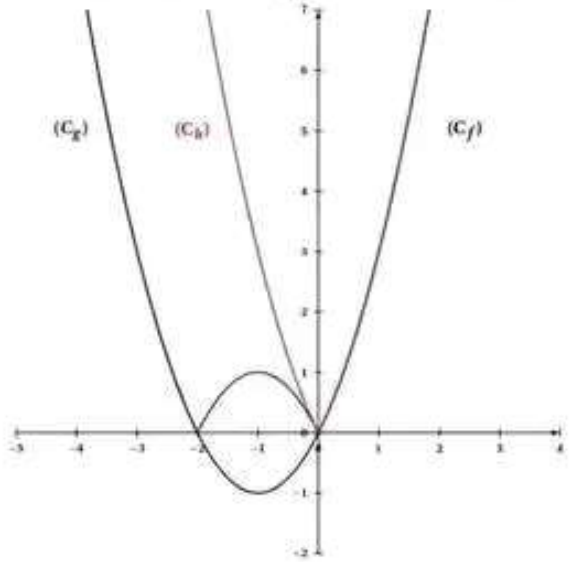
6) لدينا : $h(x)=f(|x|)$

و منه : $h(x)=h(-x)$.

أي الدالة h دالة زوجية و عليه :

لما $x\in[0;+\infty[$ فإن (C_h) منطبق على (C_f).

لما $x\in]-\infty;0]$ فإننا نرسم نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب.



1 ن

تمـــرين الثالث :

الجزء الأول :

تعيين العددان b,a علما أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1;-3)$ مماسا معامل توجيهه يساوي -1.

لدينا :

- $f(1)=-3$ يعني أن $\frac{-1+a+b}{2}=-3$ أي أن $a+b=-5\cdots(1)$.
- و $f'(1)=-1$

و لدينا

$$f'(x)=\frac{(-2x+a)(x^2+1)-2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2}$$

بعد التبسيط نجد :

$$f'(x)=\frac{-ax^2+(-2-2b)x+a}{(x^2+1)^2}$$

بالتعويض نجد $\frac{-a+(-2-2b)+a}{4}=-1$.

و منه $-2-2b=-4$ أي أن $b=1$ بالتعويض في (1) نجد أن $a=-6$.

1.5 ن الجزء الثاني :

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

مما سبق لدينا $f'(x)=\frac{-ax^2+(-2-2b)x+a}{(x^2+1)^2}$ بالتعويض نجد

$f'(x)=\frac{6x^2-4x-6}{(x^2+1)^2}$ إشارتها من إشارة البسط $6x^2-4x-6$ لأن

$(x^2+1)^2>0$ نحسب المميز

$\Delta=160$ و منه لـ $6x^2-4x-6$ جذرين هما

$$\begin{cases}x_1=\frac{4+4\sqrt{10}}{12}=\frac{1+\sqrt{10}}{3}\\ x_2=\frac{4-4\sqrt{10}}{12}=\frac{1-\sqrt{10}}{3}\end{cases}$$

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{10}}{3}$		$\frac{1+\sqrt{10}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	$f(x_2)$	↘	$f(x_1)$	↗	

و منه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $\left]-\infty;\frac{1-\sqrt{10}}{3}\right]$ و $\left[\frac{1+\sqrt{10}}{3};+\infty\right[$ و f متناقصة تماما على هذا المجال $\left[\frac{1-\sqrt{10}}{3};\frac{1+\sqrt{10}}{3}\right]$. 2 ن

2) تعيين حصر للدالة f على المجال $[0;1]$:

الدالة f متناقصة تماما على هذا المجال و منه

$f(1)\le f(x)\le f(0)$

أي أن

$-3\le f(x)\le 1$. 1.5 ن

3) تعيين القيم الحدية المحلية للدالة f هي $f\left(\frac{1-\sqrt{10}}{3}\right)\approx 3,16$ قيمة حدية محلية كبرى .

و $f\left(\frac{1+\sqrt{10}}{3}\right)\approx -3,16$ قيمة حدية محلية صغرى. 1 ن

4) كتابة معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

لدينا :

$y=f'(0)x+f(0)$

بما أن

$f'(0)=6, f(0)=1$

فإن

$y=6x+1$. 1 ن

انتهى

Brahimi Noureddine

الاسم واللقب: ..قويسم الخليل..... قسم: ..... العلامة: .....

التمرين 01 «10 نقاط»

I) تعيين قيمة λ حتى يكون $-\frac{1}{2}$ جذرا لـ P_λ

لدينا: $P\left(-\frac{1}{2}\right)=0$ معناه: $-2\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\lambda\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)-2=0$ ومنه: $\frac{1}{4}\lambda-\frac{5}{4}=0$ ومنه: $\boxed{\lambda=5}$

II) نأخذ فيما يلي: $\lambda=5$

❶ إيجاد عبارة $Q(x)$ بحيث يكون من أجل كل x حقيقي: $P_5(x)=(2x+1)Q(x)$

لدينا: $P_5(x)=(2x+1)Q(x)=(2x+1)(ax^2+bx+c)$ حيث: a، b و c أعداد حقيقية

$-2x^3+5x^2-x-2$	$2x+1$
$-2x^3-x^2$	$-x^2+3x-2$
$0+6x^2-x-2$	
$6x^2+3x$	
$0-4x-2$	
$-4x-2$	
0	

ومنه: $P_5(x)=(2x+1)(-x^2+3x-2)$ أي: $\boxed{Q(x)=-x^2+3x-2}$

❷ تحليل $P_5(x)$ الى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى:

نحلل عبارة $Q(x)$: لدينا: $\Delta=(3)^2-4(-1)(-2)=1>0$ ومنه: $Q(x)=-\left(x-\frac{-(3)+\sqrt{1}}{2(-1)}\right)\left(x-\frac{-(3)-\sqrt{1}}{2(-1)}\right)$

ومنه: $Q(x)=-(x-1)(x-2)$ ومنه: $Q(x)=(1-x)(x-2)$

وعليه: $\boxed{P_5(x)=(2x+1)(1-x)(x-2)}$

❸ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P_5(x)=0$

لدينا: $P_5(x)=0$ معناه: $(2x+1)(1-x)(x-2)=0$ ومنه: $2x+1=0$ أو $1-x=0$ أو $x-2=0$

أي: $x=-\frac{1}{2}$ أو $x=1$ أو $x=2$ إذن: $\boxed{S=\left\{-\frac{1}{2};1;2\right\}}$

- استنتاج إشارة $P_5(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$Q(x)$	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$2x+1$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$		
$P_5(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		

❹ استنتاج حلول المعادلة: $P_5(1-|x|)$

نضع: $t=1-|x|$ لدينا: $\begin{cases} t=-\frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ t=1 \\ \text{أو} \\ t=2 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 1-|x|=-\frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ 1-|x|=1 \\ \text{أو} \\ 1-|x|=2 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} |x|=\frac{3}{2} \\ \text{أو} \\ |x|=0 \\ \text{أو} \\ |x|=-1 \text{ (مرفوض)} \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x=\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \text{أو} \\ x=-\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \text{أو} \\ x=0 \end{cases}$

إذن: $S=\left\{-\sqrt{\frac{3}{2}};0;\sqrt{\frac{3}{2}}\right\}$

← التمرين 02 «10 نقاط»

(I

❶ التحقق ان الدالة φ هي مركب دالتين u و v في

لدينا: $v(x)=x-1$ حيث: $u(x)=\frac{1}{x}$ و $v(x)=x-1$

❷ استنتاج اتجاه تغير الدالة φ على $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$

• لدينا: v متزايدة تماما على $]-\infty;0[$ ولدينا: u متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ ومنه: φ متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ $u(]-\infty;0[)=]-\infty;1[$

• لدينا: v متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ولدينا: u متناقصة تماما على $]1;+\infty[$ ومنه: φ متناقصة تماما على $]1;+\infty[$ $u(]0;+\infty[)=]1;+\infty[$

❸ تبيين ان النقطة $\Omega(1;0)$ مركز تناظر لـ (Γ)

نثبت أنه من أجل كل $x\in D_\varphi$ فإنّ $\begin{cases}(2(1)-x)\in D_\varphi\\ \varphi(2(1)-x)+\varphi(x)=2(0)\end{cases}$ أي نثبت أنّ $\begin{cases}(2-x)\in D_\varphi\\ \varphi(2-x)+\varphi(x)=0\end{cases}$

• لدينا: $x\in D_\varphi$ معناه: $x\in\mathbb{R}-\{1\}$ ومنه: $x\neq 1$ ومنه: $-x\neq -1$ ومنه: $2-x\neq 1$ ومنه: $(2-x)\in D_\varphi$

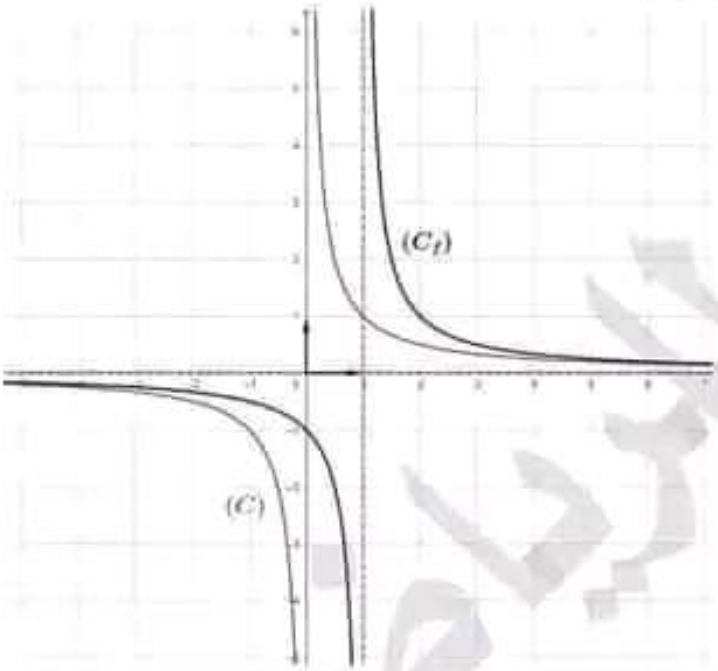
• لدينا: $\varphi(2-x)+\varphi(x)=\frac{1}{1-x-1}+\frac{1}{x-1}=\frac{1}{-x+1}+\frac{1}{x-1}=-\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-1}=0$

إذن: النقطة $\Omega(1;0)$ مركز تناظر لـ (Γ)

❹ شرح كيف يمكن انشاء (Γ) ، وانشاؤه

المنحنى (Γ) هو صورة المنحنى (C) ، منحنى الدالة مقلوب

بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$



(II

❶ تبيين انه اذا كان $x>1$، فإن $f(x)>1$

لدينا:

$$f(x)=\frac{x}{x-1}=\frac{x-1+1}{x-1}=\frac{x-1}{x-1}+\frac{1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$$

لدينا: $x>1$ معناه: $x-1>0$

ومنه: $\frac{1}{x-1}>0$ ومنه: $1+\frac{1}{x-1}>1$

ومنه: $f(x)>1$

❷ التحقق ان $\varphi(x)=(g\circ f)(x)$

لدينا: $(g\circ f)(x)=g(f(x))=f(x)-1=1+\frac{1}{x-1}-1=\frac{1}{x-1}=\varphi(x)$

❸ استنتاج اتجاه تغير الدالة f

لدينا: $\varphi=g\circ f$ ، بما أنّ φ متناقصة تماما على $\mathbb{R}-\{1\}$ و g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فإنه حتما f متناقصة تماما على $\mathbb{R}-\{1\}$

بالتوفيق جميعا

ملاحظة: من يتحصل على علامة في الفرض الثاني تفوق علامة الفرض الأول بفارق 5 نقاط، سأعوض له نقطة الفرض الأول بالفرض الثاني
ولتذكروا دائما أن خسارة المعركة لا تعني خسارة الحرب