الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**اختبار الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2023/2024م المدة: (2سا 30د) إعداد: عبد المطلب مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة Ecole Erradja wa Tafaouk ÉCOLE PRIVÉE

تمرين1 (9نقاط)

I- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-1+\frac{2}{x}+\ln x$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $1cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ ، ثم فسّر هذه النهاية هندسيا.

2) أ) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) (T) المماس للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الفاصلة x_0 ، يقطع حامل محور الفواصل عند الفاصلة 2.

تحقّق أنّ: $x_0=2+\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ ، ثم عيّن x_0 إذا علمت أنّ: $f'(x_0)+f(x_0)=0$ ، واكتب معادلة لـ (T).

3) أ) ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى المنحنى $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة: $x\mapsto -1+\ln x$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln x\right)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

4) أ) اشرح كيفية رسم $(\mathscr{C}')$، ثم ارسم المماس (T)، المنحنى $(\mathscr{C}')$ والمنحنى $(\mathscr{C})$.

ب) عيّن بيانيا، قيم الوسيط الحقيقي m، التي من أجلها تقبل المعادلة: $f(x)=-x+e^{f(m)}$ حلين متمايزين.

II- f_k الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f_k(x)=-1+\frac{k}{x}+\ln x$. حيث k وسيط حقيقي موجب تماما.

ليكن $(\mathscr{C}_k)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

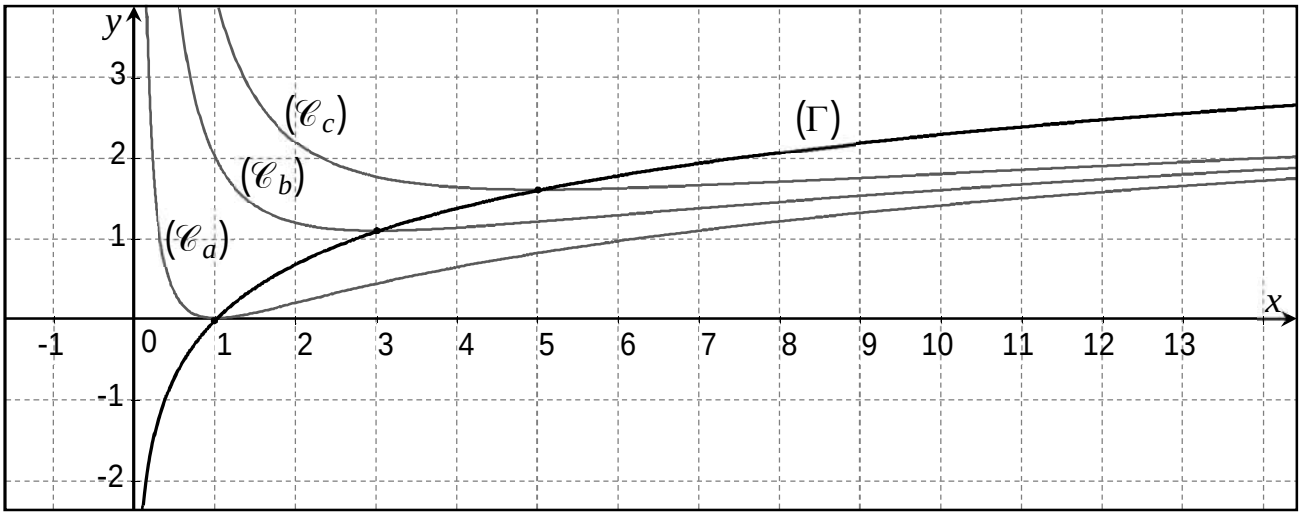
1) بيّن أنّ الدالة f_k متناقصة تماما على $]0;k]$ ومتزايدة تماما على $[k;+\infty[$. ماذا تمثّل النقطة $A_k(k;\ln k)$ ؟

2) بيّن أنّ f_k هي حل للمعادلة التفاضلية: $x\,y'+y=\ln x$ ، ثم عيّن الحل بحيث $(\mathscr{C}_k)$ يقبل مماسا يوازي (T) عند 2.

3) p و q عددين حقيقيين موجبين تماما حيث $p>q$. بيّن أنّ المنحنى $(\mathscr{C}_p)$ أعلى من المنحنى $(\mathscr{C}_q)$.

4) بيّن أنّ كل النقاط A_k تشكّل منحنى (C) معادلته: $y=\ln x$. ادرس وضعية $(\mathscr{C}_k)$ بالنسبة إلى المنحنى (C).

5) في الشكل أسفله التمثيلات البيانية: $(\mathscr{C}_a)$ ، $(\mathscr{C}_b)$ و $(\mathscr{C}_c)$ للدوال f_a ، f_b و f_c على الترتيب، والتمثيل البياني: (Γ).



عيّن مع التبرير الأعداد الحقيقية a، b و c، ثم تعرّف على التمثيل البياني (Γ).

سؤال إضافي: 01 نقطة

$M(\alpha;\beta)$ نقطة كيفية من المستوي. بيّن أنّه يوجد بيان وحيد $(\mathscr{C}_k)$ يشمل M . ماذا يمكن قوله عن $(\mathscr{C}_k)$ و $(\mathscr{C}_{k'})$؟ $k\neq k'$

اقلب الورقة

تمرين2 (11نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-7)e^{-x}+1$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$.

2) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,6<\alpha<1,7$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{xe^x-4e^x+4}{e^x+1}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $1cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{e^{2x}g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-4$ ، مقارب مائل للمنحني $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى لمستقيم (Δ)، مع تحديد نقطة تقاطعهما.

4) أ) بيّن أنّ: $f(\alpha)=\alpha-3$ ، ثم أعط حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$.

ب) بيّن أنّ المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلين، أحدهما معدوم والآخر β حيث: $3,9<\beta<4$.

5) أ) ارسم المستقيم المقارب المائل (Δ) والمنحني $(\mathscr{C})$. نأخذ $f(\alpha)\approx-1,3$.

ب) m وسيط حقيقي. تحقّق أنّ المعادلة (E): $x+(7-m)e^{-x}-1-m=0$ تكافئ: $f(x)=m-3$ ، ثم عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين موجبين تماما.

III- h الدالة العددية المعرّفة والقابلة للاشتقاق على المجال $]-\infty;4[$ بـ: $h(x)=x-\ln\left(\dfrac{4}{4-x}\right)$.

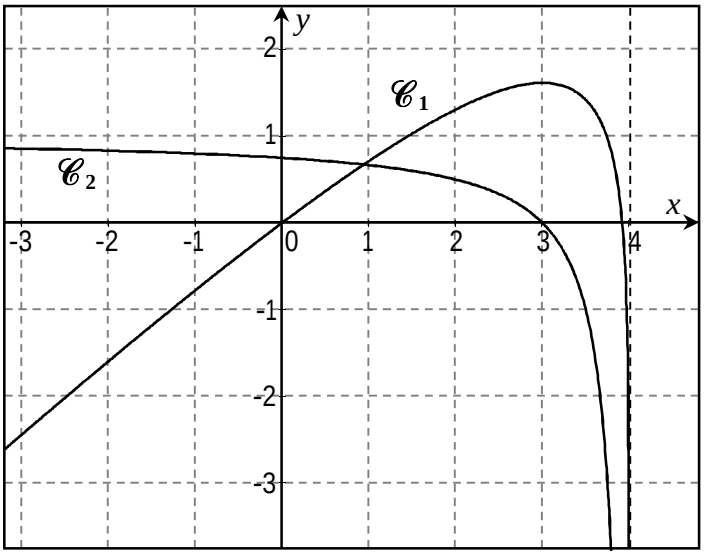
1) بيّن أنّ المعادلة: $h(x)=0$ تكافئ المعادلة: $f(x)=0$ ، ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $h(x)=0$.

في الشكل المقابل التمثيلين البيانيين $\mathscr{C}_1$ و $\mathscr{C}_2$، أحد هذين المنحنيين يمثّل الدالة h والآخر يمثل الدالة المشتقة h'.

$\mathscr{C}_1$ يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة 3، $\mathscr{C}_2$ يقطع حامل محور التراتيب عند الترتيبة $\dfrac{3}{4}$،

وكذلك يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$ بجوار $-\infty$.

المستقيم ذو المعادلة $x=4$ مقارب لكل من $\mathscr{C}_1$ و $\mathscr{C}_2$.



<u>باستعمال القراءة البيانية:</u>

2) بيّن أنّ التمثيل البياني $\mathscr{C}_1$ هو الممثّل للدالة h.

3) عيّن النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} h'(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to4\\<}} h'(x)$ ، $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{h(x)-h(3)}{x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{h(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{xh(x+4)}{x+4}$.

4) اكتب معادلة لمماس المنحني $\mathscr{C}_1$ عند مبدأ الإحداثيات.

5) بيّن أنّ التمثيل البياني $\mathscr{C}_1$ لا يقبل نقطة انعطاف.

6) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة $(h')^2$ على المجال $]-\infty;4[$.

بالتوفيق

تصحيح إختبار الفصل 1 2023م

عبد المطلب

تمرين 1 :

(1 - I) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1+\frac{2}{x}+\ln x\right) = +\infty$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left(-1+\frac{2+x\ln x}{x}\right) = +\infty$

(C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=0$.

(2 - I) $f'(x) = \frac{-2}{x^2}+\frac{1}{x} = \frac{-2+x}{x^2}$

إشارة $f'(x)$: 0 (−) 2 (+)

f : $x\geq 2$ متزايدة تماما. f : $0<x\leq 2$ متناقصة تماما

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	0	+	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\ln 2$	↗	$+\infty$

ب) $(T) : y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

يشمل $A(2;0)$ $\quad 0 = f'(x_0)(2-x_0)+f(x_0)$

ومنه : $2-x_0 = \frac{-f(x_0)}{f'(x_0)}$ ؛ $x_0 = 2+\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

$f(x_0) = -f'(x_0)$ ؛ $x_0 = 2-1 = 1$

$y = f'(1)(x-1)+f(1) = -x+2$

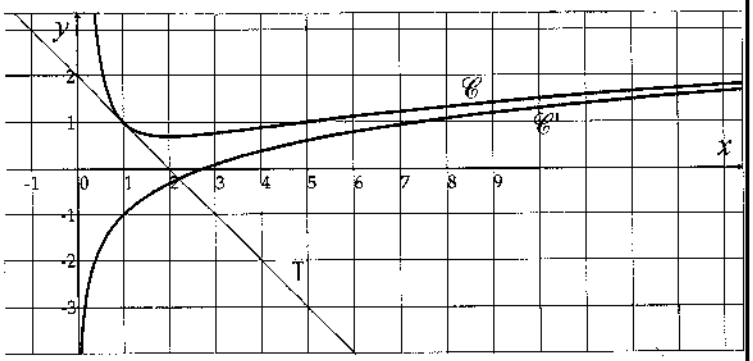
(3 - I) $f(x)-(-1+\ln x) = \frac{2}{x} > 0$

ومنه : (C) أعلى (C').

ب) $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-\ln x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1+\frac{2}{x}\right) = -1$

(C') يقارب (C) بجوار $+\infty$. $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x+1] = 0$

(4 - I) (C') هو صورة $(C_{\ln})$ بالسحاب شعاعه $\vec{V}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$



ب) حلول المعادلة $f(x) = -x+e^{f(m)}$ هي فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيمات الماثلة الموازية لـ (T) (معامل توجيهها يساوي -1)

لدينا معادلة المماس (T) : $y=-x+2$

حلين متمايزين : $e^{f(m)} > 2$ ،

$f(m) > \ln 2$ $\quad m\in]0;2[\cup]2;+\infty[$

(1 - II) $f_k'(x) = \frac{-k}{x^2}+\frac{1}{x} = \frac{x-k}{x^2}$

إشارة $f_k'(x)$: 0 (−) k (+)

f_k : $x\geq k$ متزايدة تماما.

f_k : $0<x\leq k$ متناقصة تماما.

A_k تمثل نقطة حدية (صغرى)

(2 $xy'+y = \ln x$

$x\cdot f_k'(x)+f_k(x) = \ln x$

$x\left(\frac{x-k}{x^2}\right)-1+\frac{k}{x}+\ln x =$

$\frac{x-k}{x}-\frac{x-k}{x}+\ln x = \ln x$

f_k حل للمعادلة $xy'+y=\ln x$ محققة، ومنه (C_k) يقبل مماس يوازي (T) عند 2 يعني:

$f_k'(2) = -1$ ، $\frac{2-k}{2^2} = -1$ ومنه: $k=6$

$f_p(x)-f_q(x) = \left(-1+\frac{p}{x}+\ln x\right)-\left(-1+\frac{q}{x}+\ln x\right)$

$f_p(x)-f_q(x) = \frac{p-q}{x} > 0$

ومنه : (C_p) أعلى (C_q) لما $x>0$.

(4 $y=\ln x$: ومنه ، $y=\ln k$ و $x=k$

$f_k(x)-\ln x = \frac{-x+k}{x}$

(C_k) يقطع (C) عند النقطة A_k $\begin{cases}(C_k) \text{ أسفل } (C) : x>k\\ (C_k) \text{ أعلى } (C) : x<k\end{cases}$

(5 (C_1) هو منحنى f_1 لأن $A_1(1;0)$

ومنه: $a=1$ بنفس الطريقة نجد $b=3$ و $c=5$

(C) هو (Γ)

سؤال إضافي :

$f_k(\alpha) = \beta$ ، $-1+\frac{k}{\alpha}+\ln\alpha = \beta$

نجد: $k = \alpha(\beta+1-\ln\alpha)$ $\quad(\alpha>0)$

(C_k) و $(C_{k'})$ لا يتقاطعان.

عبد المطلب

تمرين 2 : عبد المطلب "

I - 1) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}(x-7)e^{x}+1 = (-\infty)(+\infty) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}(xe^{-x}-7e^{-x}+1) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^{x}}-\frac{7}{e^{x}}+1\right) = 1$

2) $g'(x) = e^{-x} - e^{-x}(x-7) = (-x+8)e^{-x}$

إشارة $g'(x)$: $+$ على $]-\infty;8]$ و $-$ على $[8;+\infty[$

g متزايدة تماما على $]-\infty;8]$ و متناقصة تماما على $[8;+\infty[$

x	$-\infty$		8		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$1+e^{-8}$	↘	1

3) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]1,6;1,7[$

$g(1,6) \simeq -0,09 < 0$ ، $g(1,7) = 0,03 > 0$. حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α .

إشارة $g(x)$: $-$ على $]-\infty;\alpha]$ و $+$ على $[\alpha;+\infty[$

II - 1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{xe^{x}-4e^{x}+4}{e^{x}+1} = 4$

$(\mathcal{C})$ يقبل مستقيما مقاربا أفقيا $(y=4)$ بجوار $-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim \frac{e^{x}(x-4+4e^{-x})}{e^{x}(1+e^{-x})} = +\infty$

2) $f'(x) = \frac{[(x+1)e^{x}-4e^{x}](e^{x}+1)-e^{x}(xe^{x}-4e^{x}+4)}{(e^{x}+1)^{2}}$

$f'(x) = \frac{xe^{2x}-7e^{x}+e^{2x}}{(e^{x}+1)^{2}} = \frac{e^{2x}(xe^{-x}-7e^{-x}+1)}{(e^{x}+1)^{2}}$

$f'(x) = \frac{e^{2x}\cdot g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

f متزايدة على $[\alpha;+\infty[$ و متناقصة على $]-\infty;\alpha]$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	4	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-4)] = \lim_{x\to+\infty}\frac{-x+8}{e^{x}+1} =$

$\lim_{+\infty}\frac{x}{e^{x}} = \lim_{+\infty}\frac{1}{\left(\frac{e^{x}}{x}\right)} = 0$ $\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(-1+\frac{8}{x}\right)}{e^{x}\left(1+\frac{1}{e^{x}}\right)} = 0$

$(\Delta): y = x-4$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$

ب) لدراسة الوضعية، ندرس إشارة $f(x)-y$

$f(x)-y = \frac{-x+8}{e^{x}+1}$: $+$ على $]-\infty;8]$ و $-$ على $[8;+\infty[$

$x>8$: $(\mathcal{C})$ أسفل (Δ) .

$x<8$: $(\mathcal{C})$ أعلى (Δ) .

$(\mathcal{C})$ يقطع (Δ) عند $A(8;4)$

---

4) لدينا $g(\alpha)=0$: $(\alpha-7)e^{-\alpha}+1=0$

$f(\alpha)$ نعوض في $e^{-\alpha} = \frac{-1}{\alpha-7}$ أي $e^{-\alpha} = 7-\alpha$

$f(\alpha) = \frac{\alpha e^{\alpha}-4e^{\alpha}+4}{e^{\alpha}+1} = \frac{\alpha(7-\alpha)-4(7-\alpha)+4}{7-\alpha+1}$

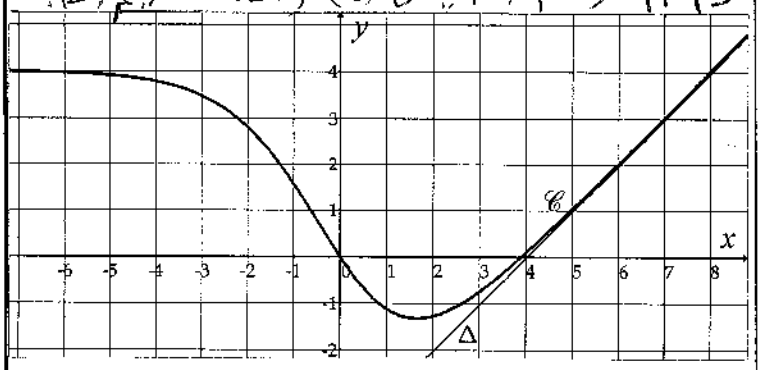
$f(\alpha) = \frac{-\alpha^{2}+11\alpha-24}{8-\alpha} = \frac{(8-\alpha)(\alpha-3)}{8-\alpha} = \alpha-3$

$1,6<\alpha<1,7$ $\quad -1,4<f(\alpha)<-1,3$

ب) $f(0)=0$. f مستمرة ومتزايدة تماما على $]3,9;4[$.

$f(3,9) = -0,02 < 0$ ، $f(4) = 0,07 > 0$. حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $3,9<\beta<4$ على $]\alpha;+\infty[$.

5) رسم المنحنى $(\mathcal{C})$ والمستقيم (Δ) .



III - 1) $x+(7-m)e^{-x}-1-m=0$

$x+7e^{-x}-1 = m(e^{-x}+1)$

$m = \frac{e^{x}(x+7e^{-x}-1)}{e^{x}(e^{-x}+1)} = \frac{xe^{x}+7-e^{x}}{e^{x}+1}$

$m-3 = \frac{xe^{x}+7-e^{x}}{e^{x}+1} - 3 = \frac{xe^{x}-4e^{x}+4}{e^{x}+1}$

$f(x) = m-3$. حلين موجبين تماما .

ومنه : $\alpha-3<m-3<0$ $\quad \alpha<m<3$

2) $h(x)=0$ يعني $x-\ln\left(\frac{4}{4-x}\right)=0$

$x = \ln\left(\frac{4}{4-x}\right)$ يكافئ $e^{x} = \frac{4}{4-x}$ ،

$xe^{x}-4e^{x}+4=0$ ، $-xe^{x}+4e^{x}=4$: $(f(x)=0)$

ومنه $h(x)=0$ تقبل حلين 0 و β .

$x<3$: $h'(x)>0$ ، ومنه h متزايدة تماما

$3<x<4$: $h'(x)<0$ ، ومنه h متناقصة تماما

إذن المنحنى $(\mathcal{C}_1)$ يمثل الدالة h .

3) $\lim_{x\to-\infty} h'(x) = 1$ ، $\lim_{x\to4} h'(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to3}\frac{h(x)-h(3)}{x-3} = h'(3) = 0$

$\lim_{x\to0}\frac{h(x)}{x} = h'(0) = \frac{3}{4}$ بوضع $K(x) = xh(x+4)$:

$\lim_{x\to-4}\frac{xh(x+4)}{x+4} = \lim_{x\to-4}\frac{K(x)}{x+4} = K'(-4) = -3$

لأن : $K'(x) = h(x+4) + xh'(x+4)$.

أو نضع $t = x+4$ و $\lim_{x\to-4}\frac{xh(x+4)}{x+4} = \lim_{t\to0}(t-4)\frac{h(t)}{t} = -3$

4) $y = h'(0)(x-0)+h(0) = \frac{3}{4}x$

5) $(\mathcal{C}_1)$ لا يقبل نقطة انعطاف لأن h' متناقصة تماما $(h'(x)<0)$

6) $[(h')^{2}]' = 2\cdot h'\cdot h''$ متناقصة $x<3$ متزايدة $3<x<4$