مادة الرياضيات

السنة الثالثة من التعليم المتوسط

من إعـــداد الأستـــــــاذ: بريك حمزة

المثلثـــــــــــات

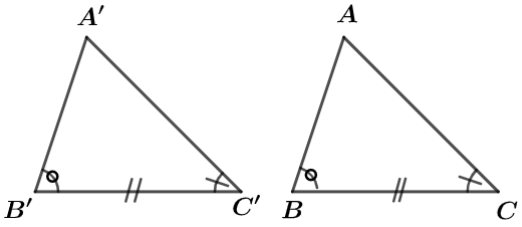
1 حالات تقايس مثلثين

حالات تقايس مثلثين

يتقايس مثلثين حسب

الحالة الأولى

إذا تقايس فيهما زاويتان والضلع المحصور بينهما.

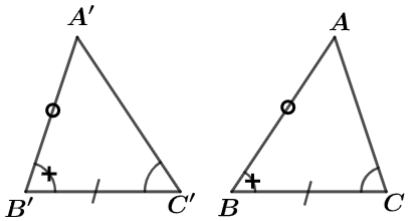


ينتج العناصر المماثلة

$$\begin{cases} \widehat{B} = \widehat{B'} \\ BC = B'C' \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \end{cases}$$

الحالة الثانية

إذا تقايس فيهما ضلعان والزاوية المحصورة بينهما.

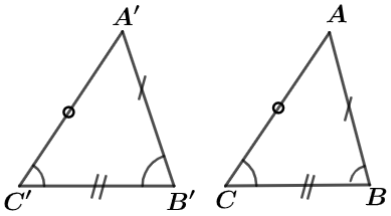


ينتج العناصر المماثلة

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ BC = B'C' \end{cases}$$

الحالة الثالثة

إذا تقايس فيهما طول كل ضلع من أحدهما طول ضلعا من الآخر.



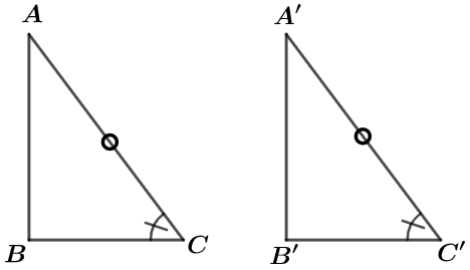
ينتج العناصر المماثلة

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ BC = B'C' \\ AC = A'C' \end{cases}$$

يتقايس مثلثين قائمين حسب

الحالة الأولى

إذا تقايس فيهما الوتر والزاوية الحادة.

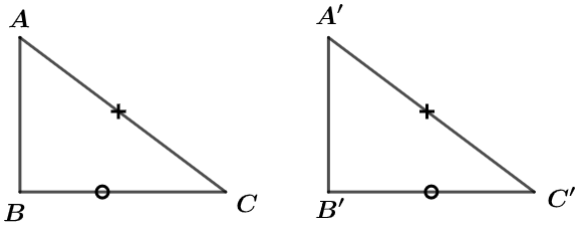


ينتج العناصر المماثلة

$$\begin{cases} \widehat{C} = \widehat{C'} \\ BC = B'C' \end{cases}$$

الحالة الثانية

إذا تقايس فيهما الوتر وضلع قائم.

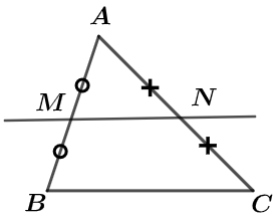


ينتج العناصر المماثلة

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

خواص مستقيم المنتصفين

الخاصية الأولى



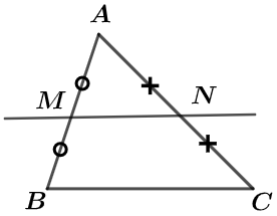
المستقيم الذي يشمل منتصفي ضلعين يوازي الضلع الثالث (طول القطعة الواصل بين المنتصفين يساوي نصف طول هذا الضلع)

M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[AC]$

يعني أنّ:

$(BC)//(MN)$ و $MN = \frac{1}{2}BC$ أو $BC = 2MN$

الخاصية الثانية

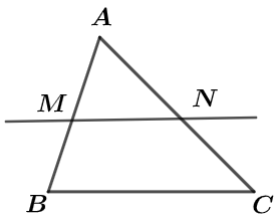


المستقيم الذي يشمل منتصف أحد أضلاعه ويوازي حامل الضلع المقابل له يقطع الضلع الثالث في منتصفه.

M منتصف $[AB]$ و $(BC)//(MN)$

معناه: N منتصف $[AC]$

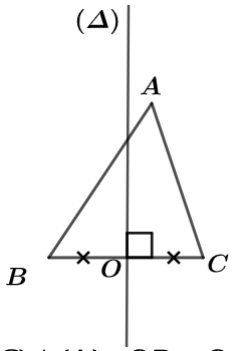
المثلثين المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيان



ABC مثلث إذا كانت M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من AC و $(BC)//(MN)$ فإنّ: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

المستقيمات الخاصة في مثلث

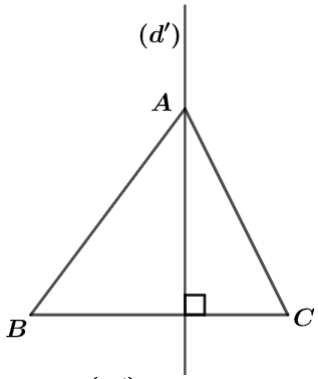
المحاور



محور ضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع في منتصفه

(Δ) محور الضلع $[BC]$ معناه $OB = OC$ ، $(BC) \perp (\Delta)$

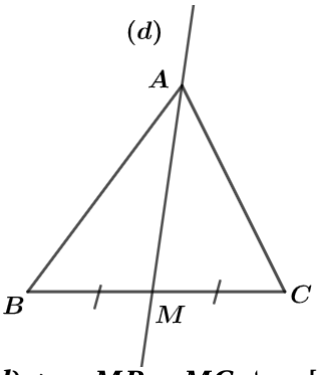
الارتفاعات



الارتفاع المتعلق بضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع الذي يشمل الرأس المقابل له.

(d') الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ معناه $(BC) \perp (d')$ حيث (d') يشمل A.

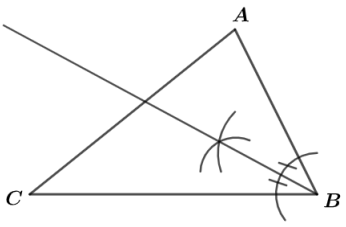
المتوسطات



المتوسط في المثلث هو مستقيم يشمل رأسا ويقطع الضلع المقابل له في منتصفه.

(d) متوسط متعلق بـ $[BC]$ معناه $MB = MC$ حيث (d) يشمل الرأس A.

المنصّفات

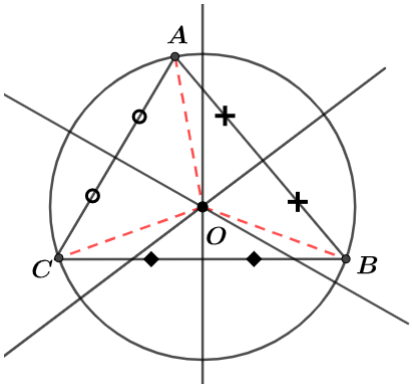


منصف زاوية في مثلث هو نصف مستقيم يقسم الزاوية إلى زاويتين لهما نفس القيس.

$[Bx)$ منصّف الزاوية $\widehat{ABC}$ معناه $\widehat{B_1} = \widehat{B_2} = \frac{\widehat{B}}{2}$

خواص المستقيمات الخاصة في المثلث

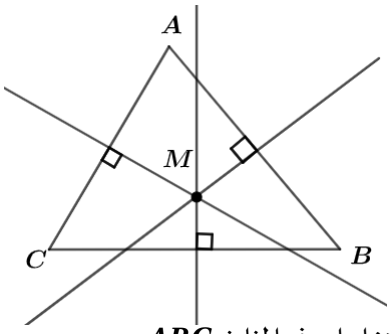
المحاور



المحاور في المثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمّى مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.

$OA = OB = OC$ إذن النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

الارتفاعات



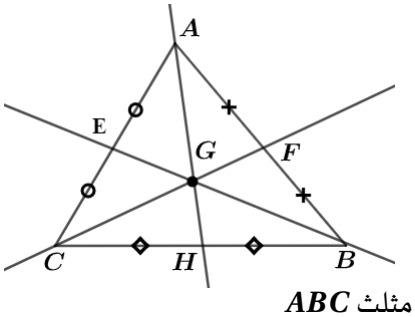
الارتفاعات في المثلث تتقاطع في نقطة واحدة ويمكن رسم ارتفاعين فقط لتعيينهما.

M هي نقطة تقاطع الارتفاعات في المثلث ABC

ملاحظة

إذا كان لمثلث زاوية منفرجة فإن نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارج المثلث.

المتوسطات

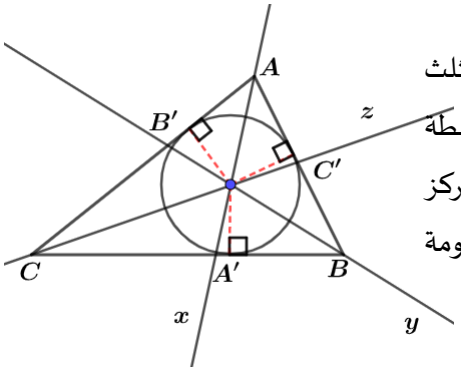


المتوسطات في المثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمّى مركز ثقل هذا المثلث.

النقطة G مركز ثقل مثلث ABC

$GH = \frac{1}{3}AH$ ، $GE = \frac{1}{3}BE$ ، $GF = \frac{1}{3}CF$

المنصفات



المنصفات في المثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمّى مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث.

$$jA' = jB' = jC' \begin{cases} jA' = jB' \text{ معناه } j \in [Ox) \\ jB' = jC' \text{ معناه } j \in [Oy) \\ jA' = jC' \text{ معناه } j \in [Oz) \end{cases}$$

النقطة j' هي مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث ABC

تمرين 1

✯ أنشئ مثلثا ABC حيث $AB = 1.8cm$ ، $AC = 2.9cm$ و $\widehat{A} = 50°$.

✯ أنشئ مثلثا PQR حيث $PQ = 1.8cm$ ، $PR = 2.9cm$ و $\widehat{Q} = 50°$.

❶ هل المثلثان ABC و PQR متقايسان؟ برّر إجابتك.

تمرين 2

ABC مثلث فيه: $AB = AC = 3.5cm$

✯ أنشئ $[AX)$ منصّف الزاوية CAB الذي يقطع الضلع $[BC]$ في النقطة E.

❶ هل المثلثان ABE و ACE متقايسان.

❷ ماذا يمثل الطول AE في المثلث ABC.

تمرين 3

✯ $[EF]$ وتر في دائرة مركزها O

✯ $[OI]$ ارتفاع في المثلث OFE.

❶ اثبت أن المثلثان OIE و OIF متقايسان.

❷ استنتج أن I منتصف $[EF]$.

تمرين 4

$ABCD$ متوازي أضلاع، M نقطة من $[AB]$ و N من $[CD]$، بحيث $MB = ND$.

❶ اثبت أن المثلثين MAD و NCB متقايسان.

❷ ما نوع الرباعي $MBND$؟ مع التعليل.

تمرين 5

✯ $USMA$ متوازي أضلاع حيث: $MS = 1.5cm$ ، $US = 2.5cm$

✯ N نقطة من $[SM]$ حيث: $SN = 2.5cm$

✯ المستقيم (UN) يقطع $[AM]$ في النقطة E.

❶ احسب UM.

تمرين 6

ABC مثلث، D منتصف $[BC]$ و H نظيرة A بالنسبة إلى النقطة D.

❶ بيّن أنّ المثلثان ACD و DBH متقايسان.

❷ استنتج أن $\widehat{DAC} = \widehat{DHB}$

❸ استنتج أن $(AC) // (BH)$

✯ ما نوع الرباعي $ABHC$؟

تمرين 7

KJS مثلث، حيث $TP = 7cm$ و M منتصف $[PS]$ و N نقطة من $[ST]$ حيث: $NS = NT$

❶ بيّن أنّ: $(MN) // (PT)$

❷ احسب طول القطعة $[MN]$.

تمرين 8

$ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O، لتكن K منتصف $[BC]$

❶ برهن أنّ المستقيمين (OK) و (DC) متوازيان. ✯ المستقيم (OK) يقطع $[AD]$ في النقطة L

❷ اثبت أنّ L منتصف $[AD]$.

تمرين 9

✯ ABC مثلث حيث:

$AB = 5cm$ ، $AC = 4cm$ ، $BC = 6cm$.

✯ K نقطة من $[AB]$ حيث: $AK = 7cm$.

✯ المستقيم الموازي لـ (BC) والذي يشمل K يقطع (AC) في نقطة L

❶ احسب الأطوال KL و LC.

تمرين 10

ABC مثلث حيث: $AB = 4.5cm$

✯ D نقطة من $[AB]$ حيث: $AD = 3cm$.

✯ F نقطة من $[AC]$ حيث: $(DF) // (BC)$.

✯ E نقطة من $[AD]$ حيث: $(EF) // (DC)$.

❶ احسب النسبة $\frac{AF}{AC}$.

❷ أحسب AE.

تمرين 11

ABC مثلث

❶ أنشئ المتوسط $[AI]$.

❷ أنشئ المحور المتعلق بالضلع $[BC]$.

❸ أنشئ الارتفاع $[AH]$.

❹ أنشئ منصف الزاوية $\widehat{CBA}$.

تمرين 12

ABC مثلث قائم في A ، حيث $AC = AB = 4cm$

✯ منصّف الزاوية $\widehat{BAC}$ يقطع $[BC]$ في النقطة E.

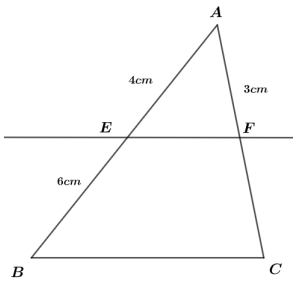
❶ أنشئ الشكل بدقة.

❷ هل المثلثين EAB و EAC متقايسان؟ برّر جوابك.

تمرين 13

إليك الشكل المقابل حيث:

$(BC) // (EF)$.



❶ احسب الطول AC.

❷ إذا علمت أنّ $BC = 12cm$، فاحسب الطول EF.

تمرين 14

ABC مثلث $[Ah]$ ارتفاع متعلق بالضلع $[BC]$.

D نظيرة A بالنسبة إلى h.

❶ ارسم الشكل بدقة.

❷ بيّن أنّ المثلثين AhC و hCD متقايسان؟ ثم استنتج أن $AC = DC$.

تمرين 15

✯ أنشئ مثلثا ABC حيث $AB = BC = 6cm$ و $\widehat{ABC} = 45°$

✯ عيّن النقط E ، F و G منتصفات الأضلاع $[AB]$ ، $[Bc]$ و $[CA]$ على الترتيب.

✯ ارسم المثلث EFG

❶ اثبت أن كل ضلعين متقابلين من ABC و EFG متوازيان.

❷ انقل ثم أتمم ما يلي:

$$\frac{BF}{\dots} = \frac{\dots}{AC} = \frac{\dots}{BA}$$

$$\frac{BF}{\dots} = \frac{\dots}{AC} = \frac{\dots}{BA}$$

$$\frac{\dots}{CB} = \frac{CG}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

✯ ارسم الدائرة المحيطة بالمثلث EFG وعيّن مركزها O.

باختصار اشرح عملك.

تمرين 16

ABC مثلث، النقطتين M و N منتصفي الضلعين $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب، لتكن النقطة K نظيرة M بالنسبة إلى B والمستقيم (NK) يقطع $[BC]$ في L.

❶ انجز الشكل بدقة.

❷ برهن أنّ: $(BC) // (MN)$

❸ بيّن أن L منتصف $[NK]$.

❹ إذا كان $BC = x$ أوجد الطول MN بدلالة x.

تمرين 17

$EFGH$ متوازي أضلاع O نقطة تقاطع قطريه.

❶ بيّن أنّ المثلثين OFG و OEH متقايسان.

❷ في المثلث EFG، ماذا يمثل (FO).

❸ ارسم المتوسط المتعلق بالضلع $[FG]$ والذي يقطع $[FO]$ في M.

❹ ماذا تمثل النقطة M للمثلث EFG؟